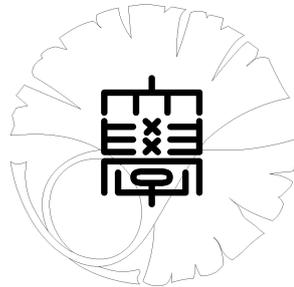


研 究 成 果 報 告 書

令 和 3 年 度

Annual Report
2021



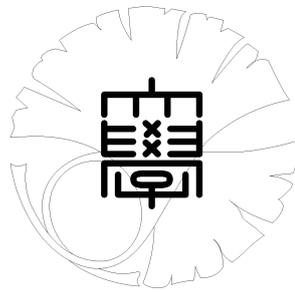
東京大学大学院数理科学研究科

Graduate School of Mathematical Sciences
The University of Tokyo

研 究 成 果 報 告 書

令 和 3 年 度

Annual Report
2021



東京大学大学院数理科学研究科

Graduate School of Mathematical Sciences

The University of Tokyo

序文

Preface

1992年4月に設置された数理科学研究科は、当時の理学部数学教室、教養学部数学教室、教養学部基礎科学科第一基礎数学教室を母体とする独立研究科で、2022年度には創立30周年を迎えます。本研究科は、大学院のみならず学部数学教育も担う部局です。具体的には、東京大学の前期課程の数学教育、理学部数学科の教育を担当するだけでなく、教養学部統合自然科学科の数理自然科学コースの数理教育を担っています。これは、数理科学研究科創立当時から現在にいたる一貫した我々の立場です。

近年、計測・ストレージ技術の進歩により、現象の観測から大量のデータが得られるようになり、その利用への期待は高まる一方ですが、ビッグデータは多くの場合ノイズであり、そこから本質的な情報を抽出し推論するためには、現象の数理的構造を見極めることが重要です。また、生命現象の研究のように、小標本を前提にしなければならない問題は数多あり、解析には精緻な数理的方法が必要になります。このように、従来数学と関わりが深い分野は言うに及ばず、データサイエンスにおいても数理科学の役割はますます大きくなっており、純粋数学と他の学問分野との学際的な研究の発展と社会の数学に対するニーズの増大に対応すべく、数理科学にまで教育・研究の領域を広げた当研究科の設立理念は正鵠を射たものであり、それを再認識するところです。

2012年に本研究科において「数物フロンティア・リーディング大学院」(FMSP)が文部科学省の事業として採択され、「優秀な学生を俯瞰力と独創力を備えて広く産学官にわたりグローバルに活躍するリーダーへと導くため、産学官の枠を越えて博士前期・後期一貫した世界に通用する質の保証された学位プログラムを構築・展開し、大学院教育を改革すること」に努めました。このプログラムに続き、2019年度に東京大学国際卓越大学院教育プログラム(WINGS)の一環として数物フロンティア国際卓越大学院(FMSP)が開設されました。WINGS-FMSPは学内では理学系研究科、経済学研究科、新領域創成科学研究科、工学系研究科、情報理工学系研究科、医学系研究科、総合文化研究科、Kavli IPMUの連携によるプログラムです。FMSPで導入された複数教員指導体制や「数物先端科学」、「数物連携先端科学」、「社会数理先端科学」、「社会数理実践研究」、「インターンシップ」などのコースワークは発展的に継承されています。また文部科学省の卓越大学院プログラムに採択された「変革を駆動する先端物理・数学プログラム(FoPM)」の連携機関として、5年間の修士博士課程教育を行なっています。

2021年度における当研究科のメンバーの受賞等を紹介いたします。稲葉寿教授が明治大学先端数理科学インスティテュート2021年度現象数理学三村賞を受賞しました。緒方芳子教授がHenri Poincaré Prize (International Association of Mathematical Physics)を受賞しました。河澄響矢教授が2021年度日本数学会幾何学賞(久野雄介氏と共同)を受賞しました。山本昌宏教授と坂本健一氏(数理科学研究科博士課程修了生)が、The Journal of Mathematical Analysis and Application (JMAA) 2020 Wong Prize 賞を受賞しました。佐々田槇子准教授が11月に国立研究開発法人科学技術振興機構輝く女性研究者賞(ジュンアシダ賞)、2022年1月に藤原洋数理科学賞奨励賞を受賞しました。高松哲平氏(学振DC1, FMSPコース生)が2021年日本数学会賞建部賢弘奨励賞を受賞しました。

2021年度における当研究科の教員の異動は以下の通りでした。竹内正弘教授が2021年4月1日付けで本研究科特任教授に着任されました。4月1日付けで、田中雄一郎氏が本研究科特任助教から本研究科助教に、野村亮介氏が東北大学数理科学連携研究センター助教

から本研究科特任助教に転入されました。5月1日付けで木村雄太氏がビーレフェルド大学数学学部研究員から本研究科特任助教に、また、7月1日付けで、許本源氏が神奈川大学工学部特任助教から本研究科特任准教授に、上田祐暉氏が早稲田大学理工学術院次席研究員から本研究科特任助教に転入されました。9月に米田剛准教授が一橋大学教授として転出されました。2022年3月1日付けの異動として、時弘哲治教授が定年退職、武蔵野大学工学部特任教授として転出され、金井雅彦教授、藤原毅夫特任教授が定年退職され、また、木村雄太特任助教が大阪公立大学へ、山本宏子特任助教が理化学研究所上級研究員として転出されました。

アウトリーチ活動としては、11月に2021年度公開講座「p進数」を、新型コロナウイルスの感染防止のため、配信形式（オンデマンド型）で開催しました。

2020年度同様、新型コロナウイルス禍によって教育研究活動が大きく影響を受け、オンラインでの国際研究集会や海外研究者の招へいは困難な状況が続きました。教育においては、多くの授業でオンライン形式を継続することになりました。いっぽう、厳しい環境下でしたが、本年度実施した大学院修士課程入試では試験を対面形式にし、さらに、2022年度には多くの授業を対面実施に戻すことになり、前途に光明を見出しつつあります。

2021年度も教育・研究において大きな成果を達成することができました。研究科メンバーの尽力は言うまでもありませんが、それに加えて、この困難な時期にもかかわらず数理科学研究科の活動を日々献身的に支えてくださっている事務職員の方々に深く感謝いたします。

2021年9月
東京大学大学院数理科学研究科
2021年度数理科学専攻長
吉田 朋広

目 次

序 文

個人別研究活動報告項目についての説明

1. 個人別研究活動報告

- 教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
- 准教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5 8
- 助教・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 0 2
- 特任教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 1 3
- 特任准教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 2 6
- 特任助教・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 3 0
- 連携併任講座 – 客員教授・准教授・・・・・・・・・・・・ 1 3 4
- 学振特別研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 3 6
- 特任研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 4 6
- 博士課程学生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 5 7
- 修士課程学生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 1 3

2. 学位取得者

- 博士号取得者・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 3 1
- 修士号取得者・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 3 4

3. 学術雑誌 – 東大数理科学ジャーナル 2 8 巻・・・・・・・・ 2 3 8

4. 公開講座・研究集会等・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 3 9

5. 談話会・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 4 5

6. 公開セミナー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 4 7

7. 日本学術振興会特別研究員採用者(研究課題)リスト・・・・・・・・ 2 5 8

8. 令和3年度ビジターリスト・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6 0

CONTENTS

Preface

Format of the Individual Research Activity Reports

1. Individual Research Activity Reports

- Professors 1
- Associate Professors 5 8
- Research Associates 1 0 2
- Project Professors 1 1 3
- Project Associate Professors 1 2 6
- Project Research Associates 1 3 0
- Special Visiting Chairs – Visiting (Associate) Professors 1 3 4
- JSPS Fellows 1 3 6
- Project Researchers 1 4 6
- Doctoral Course Students 1 5 7
- Master’s Course Students 2 1 3

2. Graduate Degrees Conferred

- Doctoral—Ph.D. : conferee, thesis title, and date 2 3 1
- Master of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date 2 3 4

3. Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Vol. 27 2 3 8

4. Public Lectures, Symposiums, and Workshops etc 2 3 9

5. Colloquium 2 4 5

6. Seminars 2 4 7

7. JSPS Fellow List 2 5 8

8. Visitor List of the Fiscal Year 2018 2 6 0

個人別研究活動報告項目の説明

A. 研究概要

- 研究の要約（日本語と英語）。

B. 発表論文

- 5年以内（2017～2021年度）のもので10篇以内。書籍も含む。
但し、2021年1月1日～2021年12月31日に出版されたものはすべて含む。

C. 口頭発表

- シンポジウムや学外セミナー等での発表で、5年以内（2017～2021年度）のもの10項目以内。

D. 講義

- 講義名、簡単な内容説明と講義の種類。
- 講義の種類は、
 1. 大学院講義または大学院・4年生共通講義
 2. 理学部2年生（後期）・理学部3年生向け講義
 3. 教養学部前期課程講義, 教養学部基礎科学科講義
 4. 集中講義

に類別した。

E. 修士・博士論文

- 令和3年度中に当該教員の指導（指導教員または論文主査）によって学位を取得した者の氏名および論文題目。

F. 対外研究サービス

- 学会役員、雑誌のエディター、学外セミナーやシンポジウムのオーガナイザー等。

G. 受賞

- 過去5年間の受賞。

H. 海外からのビジター

- JSPS等で海外からのビジターのホストになった者は、研究内容、講演のスケジュール、内容などの簡単な紹介を書く。人数が多い場合は、主なものを5件までとした。

※ 当該項目に記述のないものは、項目名も省略した。

Format of the Individual Research Activity Reports

A. Research outline

- Abstract of current research (in Japanese and English).

B. Publications

- Selected publications of the past five years (up to ten items, including books).
As an exceptional rule, the lists include all the publications issued in the period 2021.1.1~2021.12.31

C. Invited addresses

- Selected invited addresses of the past five years (symposia, seminars etc., up to ten items).

D. Courses given

- For each course, the title, a brief description and its classification are listed.

Course classifications are:

1. graduate level or joint fourth year/graduate level;
2. third year level (in the Faculty of Science);
3. courses in the Faculty of General Education*;
4. intensive courses.

*Courses in the Faculty of General Education include those offered in the Department of Pure and Applied Sciences (in third and fourth years).

E. Master's and doctoral theses supervised

- Supervised theses of students who obtained degrees in the academic year ending in March, 2021.

F. External academic duties

- Committee membership in learned societies, editorial work, organization of external symposia, etc.

G. Awards

- Awards received over the past five years.

H. Host of Foreign Visiter by JSPS et al.

- Brief activities of the visitors; topics, contents and talk schedules, up to five visitors

1. 個人別研究活動報告

Individual Research Activity Reports

教授 (Professors)

会田 茂樹 (AIDA Shigeki)

A. 研究概要

確率微分方程式の場合と同様、ラフパスで駆動される微分方程式 (=Rough differential equation, RDE と略記する) の解にも、オイラー近似, Milstein 近似, Crank-Nicolson 近似などの近似解が考えられ、応用上重要である。考えている方程式が時間区間 $[0, T]$ で定義されている場合、この区間の離散時点 $\{kT/N\}_{k=0}^N$ ($N \in \mathbb{N}$) と小区間 $[(k-1)T/N, kT/N]$ での駆動過程の増分を用いて真の解 X_t の近似解 $X_t^{(N)}$ が構成される。この近似に当たっての基本的な問題は

1. 分割を細かくした時の誤差 $X_t^{(N)} - X_t$ が 0 に収束するスピード ($N^{-\alpha}$ ($\alpha > 0$) のオーダーなど) の決定
2. オーダーが α とわかった場合、正規化した誤差 $N^\alpha(X_t^{(N)} - X_t)$ の極限分布の決定

である。駆動過程がセミマルチンゲールの場合、マルチンゲール性を用いて、精細な理論が構築されている。

しかし、一般のガウス過程から定まるラフパスで駆動される RDE の場合は、マルチンゲール性を用いることができず、過去のこれらの研究成果を適用できない。

一方、低次元のウィーナーカオスから定まる確率変数系の場合、モーメントの収束から分布の収束が従うという著しい結果 (4 次モーメント定理) が 2000 年代に Nualart, Peccati らにより得られ、新しい中心極限定理が確立され始めた。これらの結果を用いて、単純な 1 次元確率微分方程式の場合の研究が Nourdin らの周辺で行われた。

会田も永沼氏と共同で、ハーストパラメータ H が $1/3 < H \leq 1/2$ の場合の非整数ブラウン運動の時、Nourdin らの結果を拡張する形で 1 次元の場合に近似誤差の極限分布の決定を行った (Osaka

J. Math. 57 (2020), no. 2, 381–424).

我々の関心のあるのは、多次元の RDE の場合の正規化された近似誤差 $N^{-\alpha}(X_t^{(N)} - X_t)$ の場合に上記の 4 次モーメント定理を用いた解析に帰着させることだが、これについてはすでに様々な場合に何人かの研究者により研究が進められている (Firz, Riedel, Nualart, Tindel, Liu, et al.).

会田は、永沼氏と共同で、パラメータ $\rho \in [0, 1]$ を導入し、これらの近似過程 $X_t^{(N)}$ と真の過程 X_t を補間する新しい補間近似過程 $X_t^{(N, \rho)}$ を導入し ($X_t^{(N, 0)} = X_t, X_t^{(N, 1)} = X_t^{(N)}$), 近似誤差を評価する研究を進めて来た。我々の証明で重要な点は、

1. 補間近似過程はパラメータを含んでいるが、このパラメータに関する微分過程 $\partial_\rho^k X_t^{(N, \rho)}$ が N によらない様な評価を持つことを示すこと
2. RDE の解 X_t の関数 $f(X_t)$ と低次元ウィーナーカオスの積の評価

である。後者は、解のマリアバン微分と多次元ヤング積分の評価を用いて行う。これが、今年度に進捗のあった結果であり、これで当初想定したことがすべて示されたことになる。現在は、このことを用いて論文をまとめているところである。

The same as Itô's stochastic differential equations, there are several approximation solutions to RDEs (=Rough differential equations), e.g., the Euler, Milstein and Crank-Nicolson approximation. Let $X_t^{(N)}$ be an approximation to the solution X_t , where $N (\in \mathbb{N})$ corresponds to the mesh size of approximation solution. The basic problem is to determine the convergence speed of $X_t^{(N)} - X_t$ (e.g. $X_t^{(N)} - X_t = O(N^{-\alpha})$ as $N \rightarrow \infty$) and the identification of the limit distribution of the normalized error distribu-

tion of $N^\alpha(X_t^{(N)} - X_t)$ as $N \rightarrow \infty$. There have been many deep studies when the driving process of the SDE is a semimartingale. However, this theory cannot be applied to solutions to Gaussian RDEs. In this case, some people (Nourdin, Friz, Riedel, Nualart, Tindel, Liu, et al.) already started the study of the above problems by using the 4-th moment theorem which were obtained by Nualart and Peccati in 2000s. I also obtained several limit theorems in one dimension cases jointly with Nobuaki Nanaguma (Osaka J. Math. 57 (2020), no. 2, 381–424) for the fractional Brownian motion with the hurst parameter $1/3 < H \leq 1/2$.

I have been studying this problem by introducing an interpolation approximation processes $X_t^{(N,\rho)}$ ($\rho \in [0,1]$) where $X_t^{(N,0)} = X_t, X_t^{(N,1)} = X_t^{(N)}$ jointly with Naganuma. The point in our argument is the following

1. there exist uniform estimates of the derivatives $\partial_\rho^k X_t^{(N,\rho)}$ in ρ and N ,
2. Estimates of the products of $f(X_t)$ and the products of low dimensional Wiener chaos.

We proved the item 2 by using the estimates of the Malliavin derivatives and the multidimensional Young integrals. We prepare the paper concerning the limit theorem the error distributions of RDEs.

B. 発表論文

1. S. Aida and N. Naganuma, “Error analysis for approximations to one-dimensional SDEs via the perturbation method”, Osaka J. Math. **57** (2020), no. 2, 381–424.
2. S. Aida, T. Kikuchi and S. Kusuoka : “The rates of the L^p -convergence of the Euler-Maruyama and Wong-Zakai approximations of path-dependent stochastic differential equations under the Lipschitz condition”, Tohoku Math. J. (2) **70** (2018), no. 1, 65–95.

C. 口頭発表

1. On a certain class of path-dependent stochastic differential equations, “Japanese-German Open conference on stochastic analysis 2019”, 福岡大学, 2019年, 9月.
2. On a certain class of path-dependent stochastic differential equations, “New Directions in Stochastic Analysis: Rough Paths, SPDEs and Related Topics”, ベルリン, ドイツ, 2019年3月.
3. Weak Poincaré inequalities on path spaces : non-explosion case, “Tokyo one-day workshop on stochastic analysis and geometry”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018年11月.
4. 経路依存確率微分方程式について, “確率解析とその応用”, 京都大学大学院理学研究科, 2018年7月.
5. Rough differential equations containing path-dependent bounded variation terms, Workshop on “Mathematical finance and related issues”, 大阪大学中之島センター, 2018年, 3月.
6. Asymptotics of spectral gaps on infinite dimensional spaces, Tokyo-Seoul conference in Mathematics –Probability Theory–, 東京大学, 2017年, 12月.
7. Asymptotics of spectral gaps on loop spaces, Metric Measure spaces and Ricci curvature, Max-Planck Institute for Mathematics, ボン, ドイツ, 2017, September.

D. 講義

1. 確率統計 I: 確率空間, 確率変数, 分布, マルコフ連鎖などの確率論の基礎事項およびルベーグ積分の簡単な導入を行った. (教養学部統合自然科学科4年生向け講義)
2. 確率解析学・確率統計学 XA : マルチンゲールに関する確率積分とそれに基づいた確率微分方程式の解析について講義した. (数理大学院・4年生共通講義)

F. 対外研究サービス

1. 京都大学数理解析研究所専門委員
2. ASPM 編集委員会編集委員長
3. Journal of Stochastic Analysis (Communications on Stochastic Analysis から名称変更) の associated editor
4. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo の編集委員
5. Stochastic Processes and their Applications (Elsevier) の associated editor
6. オンライン科研費研究集会「確率解析とその周辺」(2021.11.4~11.5) 世話人

新井 敏康 (ARAI Toshiyasu)

A. 研究概要

順序数上の正則関数 g による整列性原理 $WOP(g)$ は「任意の整列集合 X に対して $g(X)$ も整列」という主張であり、正則関数 g の取り方によりその証明論的強さが異なることが知られていたが、それらの結果は、既に証明論的強さが既知であった Comprehension Axiom などと $WOP(g)$ が同等であることを通じて得られていた。そこで一般に ACA_0 上では、 $WOP(g)$ の証明論的順序数は正則関数 g の最小不動点 $g'(0)$ と等しいことを示した。証明の鍵は、整礎性の証明から埋め込みを抽出すること、及びその埋め込みの、 $g(X)$ における g -項の識別不可能性を用いた拡張にある。

また、2 階論理計算の一部 SBL でのカット消去を、有限の証明図を Gentzen-Takeuti 流に解析して示した。SBL のカット消去は、2 階算術 Δ_2^1 -CA + BI の、あるいは同じことだが再帰的到達不可能順序数の集合論 KP_i の 1-consistency と同等である。

次に、D. Fernández-Duque, S. Wainer, A. Weiermann と共同で、 ATR_0 から独立な命題を Goodstein 列の拡張として与えた。

さらに、順序数解析のモノグラフを出版した。証明論の基礎事項の解説も含み、順序数解析としては Π_1^1 -Comprehension Axioms まで解説した。

The well ordering principle $WOP(g)$ for a normal function g on ordinals states that whenever

a well order X is given, $g(X)$ is also a well order. Its proof-theoretic strength is known to depend on the normal functions g . Proofs of these facts were obtained by showing that $WOP(g)$ is equivalent to a Comprehension Axiom, whose strength has been determined. We show in general that the proof-theoretic ordinal of $WOP(g)$ over ACA_0 is equal to the least fixed point $g'(0)$ of the normal function g . The key in our proof lies in an extraction of an embedding from derivations of the well-foundedness, and of an extendability of embeddings through an indiscernibility of g -terms in $g(X)$.

Second, we show a cut-elimination theorem for a subsystem SBL of second order logic calculus through an analysis of finite proof figures a la Gentzen-Takeuti. The theorem for SBL is equivalent to the 1-consistency of the second-order arithmetic Δ_2^1 -CA + BI, or equivalently of the set theory KP_i for recursively inaccessible ordinals.

Third, we jointly with D. Fernández-Duque, S. Wainer, A. Weiermann, give an independent proposition from ATR_0 , which is an extension of Goodstein sequences.

Third, we complete a monograph on ordinal analysis. In the monograph, we expound rudiments of proof theory, and ordinal analysis up to Π_1^1 -Comprehension Axioms.

B. 発表論文

1. T. Arai : “Derivatives of normal functions and ω -models”, Arch. Math. Logic **57** (2018), 649–664.
2. T. Arai : “Cut-eliminability in second order logic calculus”, Ann. Japan Asso. Phil. Sci., **27** (2018), 45–60.
3. T. Arai : “Proof-theoretic strengths of weak theories for positive inductive definitions”, Jour. Symb. Logic **83** (2018), 1091–1111.
4. T. Arai : “Cut-elimination for ω_1 ”, Ann. Pure Appl. Logic **169** (2018), 1246–1269.

5. T. Arai: “Proof-theoretic strengths of the well ordering principles”, Arch. Math. Logic **59** (2020), 257–275.
6. T. Arai, D. Fernández-Duque, S. Wainer and A. Weiermann: “Predicatively unprovable termination of the Ackermannian Goodstein process”, Proc. Amer. Math. Soc. **148** (2020), 3567–3582.
7. T. Arai: “Cut-elimination for SBL”, in The Legacy of Kurt Schütte, ed. by R. Kahle and M. Rathjen, Springer (2020), pp. 265–298.
8. T. Arai: “Ordinal Analysis with an Introduction to Proof Theory”, Springer 2020 年 9 月
9. T. Arai: “A simplified ordinal analysis of first-order reflection”, Jour. Symb. Logic **85** (2020) 1163–1185.
10. 新井敏康: “数学基礎論 増補版”, 東京大学出版会 2021 年 4 月
11. T. Arai, S. Wainer and A. Weiermann: “Goodstein sequences based on a parametrized Ackermann-Péter function”, Bull. Symb. Logic **27** (2021) 168–186.

C. 口頭発表

1. Proof-theoretic strengths of weak theories for positive inductive definitions, LMU München, Germany. Feb. 2018.
2. Some results in proof theory, Logic Colloquium 2019, Praha, Czech. Aug. 2019.
3. Mahlo classes for first-order reflections, Workshop on Proof Theory, Modal Logic and Reflection Principles (WORMSHOP 2019), Universitat de Barcelona, Spain. Nov. 2019.
4. 順序数解析を考えている, 証明と計算の理論と応用, 京都大学数理解析研究所, 2021 年 12 月

D. 講義

1. 数理論理学・応用数学 XD: 証明論の一分野である ordinal analysis の初歩を講じ

た. ω -logic を sequent calculus により導入して, その ω -model に対する完全性を示した. 次に順序数と regular ordinal 上の normal function および closed unbounded set を説明して, normal function が常に derivative を持つことを述べた. それから ω -logic での cut-elimination が順序数上の指数関数をもたらすことを説明した. これらを用いて, ACA_0 の証明論的順序数が ε_0 となることの証明を与えた. その後に ID_1 の ordinal analysis とそのために必要となる collapsing function を論じた. (数理大学院・4 年生共通講義)

2. 数学講究 XA, 数学特別講究: テキスト, M. Zeman, “Inner Models and Large Cardinals”, M. Forman “Ideals and Generic Elementary Embeddings”. (理学部数学科 4 年生)
3. 計算数学 II: 計算に関する数学の基礎として, 原始再帰的関数, レジスター機械と再帰的関数との等価性, チャーチの提唱, チューリング機械と計算可能性, 万能プログラム, 計算不可能性, 半計算可能性, 時間・領域計算量, クラス P と NP, NP-完全性, クラス PSPACE, PSPACE-完全性などを講じた. (理学部数学科 3 年生)
4. 数理情報学: 計算に関する数学の初歩として, (決定性と非決定性) オートマトン, 正則言語, 正則表現, 文脈自由文法と文脈自由言語, プッシュダウンオートマトン, pumping lemma, チューリング機械と計算可能性, 時間・領域計算量, クラス P と NP, NP-完全性, クラス PSPACE, PSPACE-完全性などを講じた. (教養学部統合自然科学科 3 年生)
5. 数学 I: 文科学向けの 1 変数関数の微分・積分に関する講義 (教養学部前期課程講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 権 英哲 (KEN Eitetsu): On some Σ_0^B -generalizations of the pigeonhole and the modular counting principles over V^0 .

石毛 和弘 (ISHIGE Kazuhiro)

A. 研究概要

1. 非斉次項付き指数型非線形楕円型方程式の解の存在・非存在について研究を行った. 非斉次項に関する適当な可積分条件の下, 非斉次項の大きさを表すパラメータ κ に対して, $\kappa < \kappa^*$ ならば解が存在, $\kappa > \kappa^*$ ならば解が非存在となる閾値 κ^* の存在を示した. さらに, 空間次元が 2 以上 9 以下ならば, 臨界である $\kappa = \kappa^*$ の場合に解がただ一つ存在することを示した. これは岡部真也氏 (東北大), 佐藤篤志氏 (宮城教育大) との共同研究である.
 2. 放物型方程式における解の高次漸近展開を行う際, 解の空間減衰の度合いは重要な役割を果たすが, 分数冪熱方程式では基本解の空間減数の遅さによって熱方程式と比べて十分な解の減衰評価が得られず, 結果, 解の高次漸近展開を行うのが困難である. 本研究では, 2017 年における川上竜樹氏, 道久寛載氏との研究を改良し, 非斉次分数冪熱方程式および非線形分数冪熱方程式に対する初期値問題の解の高次漸近展開を行った. これは川上竜樹氏 (龍谷大) との共同研究である.
 3. 通常の凹性を拡張した F -凹性という凹性概念が関数の定数倍や冪乗によって閉じているのか, という観点から冪凹性, 対数凹性の特徴づけを行った, 特に, 対数凹性は定数倍, 冪乗という演算に対して閉じる唯一の F -凹性であることがわかる. さらに, 零 Dirichlet 境界条件下における熱方程式の解が保存する最強の F -凹性が対数凹性であることも示した. この研究は高津飛鳥氏 (都立大), Paolo Salani 氏 (フィレンツェ大) との共同研究である.
1. We study the existence and the nonexistence of solutions to an inhomogeneous nonlinear elliptic problem with exponential nonlinearity. Under a suitable integrability condition on μ , we show that there exists a threshold parameter $\kappa^* >$

0 such that problem (P) possesses a solution if $0 < \kappa < \kappa^*$ and it does not possess no solutions if $\kappa > \kappa^*$. Furthermore, in the case of $2 \leq N \leq 9$, we prove that the problem possesses a unique solution if $\kappa = \kappa^*$. This is a joint work with Prof. Okabe and Prof. Sato.

2. In the study of the higher order asymptotic expansions of solutions to parabolic equations, the decay of solutions plays an important role. For fractional diffusion equations, the slow decay of the corresponding fundamental solution makes difficult to obtain the higher order asymptotic expansions of solutions. In this work, as an improvement of the previous joint work with Prof. Kawakami and Mr. Michihisa (2017), we obtain the higher order asymptotic expansions of the large time behavior of the solution to the Cauchy problem for inhomogeneous fractional diffusion equations and nonlinear fractional diffusion equations. This is a joint work with Prof. Kawakami.
3. We introduce a notion of F -concavity which largely generalizes the usual concavity. By the use of the notions of closedness under positive scalar multiplication and closedness under positive exponentiation we characterize power concavity and power log-concavity among nontrivial F -concavities, respectively. In particular, we have a characterization of log-concavity as the only F -concavity which is closed both under positive scalar multiplication and positive exponentiation. Furthermore, we discuss the strongest F -concavity preserved by the Dirichlet heat flow, characterizing log-concavity also in this connection. This is a joint work with Prof. Takatsu and Prof. Salani.

B. 発表論文

1. M. Fila, K. Ishige, and T. Kawakami : “The large diffusion limit for the heat equation with a dynamical boundary condition”, *Commun. Contemp. Math.* **23** (2021), 2050003.
2. Y. Fujishima and K. Ishige : “Initial traces and solvability of Cauchy problem to a semilinear parabolic system”, *J. Math. Soc. Japan* **73** (2021), 1187–1219.
3. K. Ishige and Y. Tateishi : “Decay estimates for Schrödinger heat semigroup with inverse square potential in Lorentz spaces. II”, to appear in *Discrete Contin. Dyn. Syst.*
4. Y. Fujishima and K. Ishige : “Optimal singularities of initial functions for solvability of a semilinear parabolic system”, to appear in *J. Math. Soc. Japan*.
5. K. Ishige, P. Salani, and A. Takatsu : “Power concavity for elliptic and parabolic boundary value problems on rotationally symmetric domains”, to appear in *Commun. Contemp. Math.*
6. K. Ishige, P. Salani, and A. Takatsu : “New characterizations of log-concavity via Dirichlet heat flow”, to appear in *Ann. Mat. Pura Appl.*
7. K. Ishige and Y. Tateishi : “Decay estimates for Schrödinger heat semigroup with inverse square potential in Lorentz spaces”, to appear in *J. Evol. Equ.*
8. K. Ishige, S. Okabe, and T. Sato : “Thresholds for the existence of solutions to inhomogeneous elliptic equations with general exponential nonlinearity”, to appear in *Adv. Nonlinear Anal.*

C. 口頭発表

1. Power concavity and Dirichlet heat flow, PDE seminar, KAIST (Online), 2021 年 5 月.
2. Power concavity and Dirichlet heat flow, *New Trends in Nonlinear Diffusion: a*

Bridge between PDEs, Analysis and Geometry, BIRS (Online), 2021 年 9 月.

3. Dirichlet heat flow によって保存される凹性概念, 福岡大解析セミナー, 2021 年 10 月.
4. Dirichlet heat flow によって保存される凹性概念, 多元数理談話会 (Online), 2021 年 11 月.
5. Concavity property preserved by the Dirichlet heat flow, 16th Aoba-yama PDE Seminar “Reaction-Diffusion Equations” (Online), 2022 年 1 月.
6. Dirichlet heat flow によって保存される凹性概念, 大岡山談話会 (Online), 2022 年 1 月.

D. 講義

1. 解析学 IV : ルベーク積分論の講義 (3 年生講義)
2. 解析学特別演習 I : 解析学 IV の演習 (3 年生演習)
3. 解析学 X · 数物先端科学 III : 非線形放物型方程式の可解性に関する必要条件、十分条件について概説した (数理大学院 · 4 年生共通講義)
4. 集中講義 (東京工業大学): 冪凹性の定義と諸性質, Concavity maximum principle, 近年の楕円型方程式および放物型方程式の解の冪凹性研究を概説した (大学院 · 4 年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 岡本 潤 (OKAMOTO Jun): Convergence of some non-convex energies under various topology.
2. (課程博士) 立石 優二郎 (TATEISHI Yujiro): Optimal decay estimates for Schrödinger heat semigroups with inverse square potential in Lorentz spaces.
3. (課程博士) ザンペイソフ エルボル (ZHANPEISOV Erbol): Local existence and blow-up rate of solutions to nonlinear parabolic equations.
4. (修士) シャンピセツト ウム (CHANPISET Um): Heat equation with a dy-

namical singular potential on the boundary.

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会理事
2. 日本数学会教育研究資金問題検討委員会委員
3. 函数方程式論分科会委員会委員
4. Editor of "Partial Differential Equations and Applications"
5. Editor of "Journal of Mathematical Sciences"

稲葉 寿 (INABA Hisashi)

A. 研究概要

主要な研究関心は、生物学、人口学、疫学に表れる構造化個体群ダイナミクスモデルの数理解析、およびモデル開発による現象理解を進展させることである。最近の研究は以下のものである：

[1] 免疫状態の強化と減衰を考慮した年齢構造化感染症モデルの研究： ホスト個体群における免疫状態のダイナミクスは感染症の流行に重要な役割を演じている。感染から回復した個体は何らかの免疫性を有しているが、その有効性のレベルは時間的に不変ではなく、変化する。個体の免疫性は時間とともに減衰するであろうが、一方感染因子との接触によって、強化される (boosting) こともありうる。1980年代に現れたアロンのマラリアモデルにおいては、ホスト個体群は3つの状態 (感受性、症候性感染、無症候性感染) にわけられ、症候性感染から回復した個体は、部分的に感受性、感染性を維持する仮定され、その免疫状態は再感染により強化される。アロンモデルにおける免疫ブースト効果は、再感染によって免疫時計 (回復からの経過時間) が零にリセットされるという境界条件によって表現されている。免疫時計のリセットは症候再感染からの回復によって得られる免疫水準への免疫ブーストを意味する。このアロン-稲葉モデルにおける基本的仮定は、ブーストされた個体は、症候性感染から回復したばかりの個体と同じ水準の免疫性を得ると言うことである。大桑、國谷両氏との共同研究においては、この仮定を緩め、免疫ブーストによって免疫

時計は再感染発生時点におけるよりも前の任意の時間にリセットされるとした。免疫レベルが回復年齢とともに単調減少しているのであれば、再感染によって、症候再感染からの回復から得られる最大の免疫レベルから再感染時点のレベルまでの任意のレベルの免疫性が、ある確率で得られることをこの仮定は意味している。我々は、このモデルの数学的適切性を示し、初期侵入条件、エンデミック定常解の存在条件を検討した。リアプノフシュミットの議論によって、基本再生産数が1を超えるときエンデミック定常解の分岐の方向を考え、後退分岐が出る必要十分条件を与えた。[2] 新型コロナ流行の抑制施策の効果についての研究： 2019年に始まった新型コロナ感染症のパンデミックは、世界各国に深刻なダメージを与えている。典型的な流行抑制のための介入は、未発症個体間の接触を制限するロックダウンのような社会的距離拡大政策である。しかしながら、介入期間の長期化は社会経済システムに大きな影響を及ぼすから、経済的ダメージのゆえに、強い距離拡大政策は長く続けることが出来ない。それゆえ、感染制御のためには、社会的距離拡大政策は大量テストと、それにとまなう隔離によって補われなければならない。國谷氏との共同研究において、我々は大量テストと隔離の効果を検討するためのモデルを構成した。大量テストと隔離政策は、社会経済システムへの影響が少なく、その有効性はすでに韓国、台湾、ベトナム、香港などにおいて証明されている。数値計算によって、実効再生産数が検査率の下に凸な減少関数であることが示されるが、これは検査率が小さい段階では、検査率上昇が実効再生産数の低下に対して非常に有効であることを意味している。さらに、もしも大量テストと検査隔離がなければ、緊急事態宣言の解除とともに、再流行が起きるであろうことを示した。

My main research interest has been to develop mathematical analysis for structured population dynamics models in biology, demography and epidemiology. Recent my concern focuses on the following two topics:

[1] Age-structured epidemic models with boosting and waning of immune status: The dynam-

ics of immune status among host individuals plays a crucial role in the spread of infectious diseases. Individuals which have just recovered from disease obtain any immunity, however, its level of effectiveness is not necessarily time-constant but can vary as time evolves. An individual's immunity may decay as time goes by, while it could be regained by *boosting*, which means the immunity enhancement by continued or intermittent exposure to infectious agent.

In a series of papers of 1980s, J. L. Aron developed mathematical models for malaria to consider the effect of immunity boosting by reinfection, in which the recovered individuals are assumed to be partially susceptible and infective, and their immune status can be boosted by reinfection. In my formulation of the Aron model, the boosting effect is expressed by a boundary condition such that the immunity clock (time since recovery) is reset to zero by boosting (reinfection). That is, the reset of the immunity clock means the boosting of immunity to the level that is attained by the natural recovery from clinical infection. For this Aron–Inaba formulation, a crucial assumption is that newly boosted individuals has the same immunity level as individuals who have just recovered from symptomatic infection.

In this joint study with K. Okuwa and T. Kuniya, we extend the Aron–Inaba model so that the effect of boosting is that the immunity clock is reset to any time less than the recovery-age at which reinfection occurs. If the immunity level is monotone decreasing with respect to the recovery-age, our assumption implies that newly boosted (reinfected) individuals could get, with a given probability, any level of immunity between the maximum level that is gained by recovery from symptomatic infection status and the level at reinfection. We have established the well-posedness result of our basic system. Then we investigated the initial invasion condition which is formulated by the local stability of disease-free steady state.

Thirdly we considered the existence of endemic steady states. Finally we provided a bifurcation analysis of endemic steady states. Based on Lyapunov–Schmidt type arguments, we determined the direction of bifurcation that endemic steady states bifurcate from the disease-free steady state when the basic reproduction number passes through the unity. We gave a necessary and sufficient condition for backward bifurcation to occur.

[2] Possible effects of mixed prevention strategy for COVID-19 epidemic: The pandemic coronavirus disease 2019 (COVID-19) has spread and caused enormous and serious damages to many countries worldwide. One of the most typical interventions is the social distancing such as lockdown that would contribute to reduce the number of contacts among undiagnosed individuals. However, prolongation of the period of such a restrictive intervention could hugely affect the social and economic systems, and the outbreak will come back if the strong social distancing policy will end earlier due to the economic damage. Therefore, the social distancing policy should be followed by massive testing accompanied with quarantine to eradicate the infection. In this joint study with T. Kuniya, we construct a mathematical model and discuss the effect of massive testing with quarantine, which would be less likely to affect the social and economic systems, and its efficacy has been proved in South Korea, Taiwan, Vietnam and Hong Kong. By numerical calculation, we show that the control reproduction number is monotone decreasing and convex downward with respect to the testing rate, which implies that the improvement of the testing rate would highly contribute to reduce the epidemic size if the original testing rate is small. Moreover, we show that the recurrence of the COVID-19 epidemic in Japan could be possible after the lifting of the state of emergency if there is no massive testing and quarantine.

B. 発表論文

1. H. Inaba, Age-Structured Population Dynamics in Demography and Epidemiology, Springer Singapore, 2017, 555p.
2. K. Mizuta and H. Inaba, Persistence and extinction threshold for homogeneous dynamical models with continuous time and its applications, 数理解析研究所講究録 2087, (2018), 31-40.
3. H. Inaba, R. Saito and N. Bacaër, An age-structured epidemic model for the demographic transition, J. Math. Biol. 77(5), (2018), 1299-1339.
4. T. Kuniya, H. Inaba and J. Yang, Global behavior of SIS epidemic models with age structure and spatial heterogeneity, Japan J. Indust. Appl. Math. 35(2), (2018), 669-706.
5. 津谷典子・稲葉寿 (編著), 結婚と出生の分析, In: 「人口学事典」 第14章, 日本人口学会編, 丸善出版, 2018年11月
6. 稲葉寿・金子隆一 (編著), 人口再生産の分析, In: 「人口学事典」 第15章, 日本人口学会編, 丸善出版, 2018年11月
7. 稲葉寿, マッケンドリック方程式奇譚, 日本数理生物学会ニュースレター, No.89, (2019), 19-26.
8. K. Okuwa, H. Inaba and T. Kuniya. Mathematical analysis for an age-structured SIRS epidemic model, Math. Biosci. Eng. 16(5), (2019), 6071-6102.
9. H. Inaba, The basic reproduction number R_0 in time-heterogeneous environments, J. Math. Biol. 79, (2019), 731-764.
10. 稲葉寿, 「感染」を数理で解き明かす, In: 「感染る」(慶應義塾大学教養研究センター極東証券寄附講座 生命の教養学) 赤江雄一 (編) / 高橋宣也 (編), 慶應義塾大学出版会, 2019年9月.
11. S. Iwanami, K. Kitagawa, Y. Asai, H. Ohashi, K. Nishioka, H. Inaba, S. Nakaoka, T. Wakita, O. Diekmann, S. Iwami and K. Watashi, Two strategies underlying the trade-off of hepatitis C virus proliferation: stay-at-home or leaving-home?, bioRxiv, doi: <https://doi.org/10.1101/821710> (2020)
12. 稲葉寿, 基本再生産数理論の発展, 応用数理 30(1), (2020), 14-21.
13. 稲葉寿・高田 莊則, 数理人口学の最近の発展について, 人口学研究, 56 巻, (2020), 51-59.
14. M. Martcheva and H. Inaba, A Lyapunov-Schmidt method for detecting backward bifurcation in age-structured population models, Journal of Biological Dynamics 14(1), (2020), 543-565.
15. 稲葉寿, 論説空間: コロナ禍で理解は進むかー感染症数理モデルの活用ー, 東京大学新聞, 2020年6月16日。
16. T. Kuniya and H. Inaba, Possible effects of mixed prevention strategy for COVID-19 epidemic: massive testing, quarantine and social distancing, AIMS Public Health 7(3), (2020), 490-503.
17. S. Iwanami, K. Kitagawa, H. Ohashi, Y. Asai, K. Shionoya, W. Saso, K. Nishioka, H. Inaba, S. Nakaoka, T. Wakita, O. Diekmann, S. Iwami and K. Watashi, Should a viral genome stay in the host cell or leave? A quantitative dynamics study of how hepatitis C virus deals with this dilemma, PLoS Biology 18(7):e3000562 (2020).
18. 稲葉寿, 感染症数理モデルをどのように受け止めるべきか?ー数理科学からみた新型コロナ問題ー, 論座, 2020年7月27日。
19. 稲葉寿, 集団免疫論を超えて, 数学セミナー, Vol.59, No.9, (2020), 19-25.
20. 稲葉寿, 感染症数理モデル私史, 科学 Vol.90, No.10, (2020), 0909-0914.
21. 稲葉寿 (編著), 感染症の数理モデル [増補版], 培風館, 東京, 2021年12月15日。
22. 稲葉寿, 感染症数理モデルと COVID-19, 日本医師会 COVID-19 有識者会議, 2020年12月18日。
23. Nicolas Bacaër, Frédéric Hamelin,

Hisashi Inaba. De nouvelles propriétés du pic épidémique. *Quadrature, EDP Sciences*, 2021, 119. hal-03008502, (2020).

24. Nicolas Bacaër, Hisashi Inaba and Ali Moussaoui, Un modèle mathématique pour une transition démographique partielle, *Revue Africaine de la Recherche en Informatique et Mathématiques Appliquées*, INRIA, 2021, Volume 32 - 2019 - 2021, ff10.46298/arima.6713ff. fhal-02123099v6f
25. K. Okuwa, H. Inaba and T. Kuniya, An age-structured epidemic model with boosting and waning of immune status, *Math. Biosci. Eng.* 18(5), (2021), 5707-5736.
26. 稲葉寿, 感染症数理モデルと COVID-19, *生体の科学*, 72 巻 4 号, (2021), 361-364.
27. R. Oizumi and H. Inaba, Evolution of heterogeneity under constant and variable environments, *PLOS ONE*, September 13, 2021, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0257377>.

C. 口頭発表

1. 感染症の数理モデルと COVID-19, 鹿島平和研究所「世界のパワーバランスの現状と課題」研究会, 2021 年 3 月 3 日, online.
2. Age-structured epidemic models with boosting and waning of immune status, *Modeling infectious disease: COVID-19 and beyond*, Online International Symposium on Recent Trends in Differential Equations: Theory, Computation and Applications, 9-10 March 2021 @Zoom : 17:30-20:00 (JST) · 9:30-12:00 (CET) .
3. 新型コロナウイルスの疫学を理解する基礎知識, ラジオ日経「感染症 TODAY」, 7 月 26 日放送.
4. 微分方程式と感染症, NHK文化センター青山教室「基礎から学ぶ現代数学」, 2021 年 10 月 23 日, online.
5. 人口と感染症の数理 40 年, 2021 年度

現象数理学三村賞受賞講演, 2021 年 12 月 11 日, online.

6. 感染症数理モデルの基礎, 2021 年度京大大学生態学研究センター公開講演会, 2022 年 2 月 19 日, online.
7. 人口と感染症の数理, 日本数学会市民講演会, 2022 年 3 月 27 日, online.

D. 講義

1. 数理経済学特論 I [微分方程式論]: 常微分方程式に関する入門的講義 (オンライン). (慶應義塾大学経済学部)
2. 数理科学概論 2 : 教養学部前期課程文科系学生のために動的システム論の入門を講義した (オンライン).
3. 数物先端科学 6 : 学部 4 年生, 大学院生を対象として年齢構造化個体群ダイナミクスと感染症数理モデルの入門的講義をおこなった (オンライン).
4. 数学講究 X B (数理科学概説) : 学部 4 年生むけに感染症数理モデルについての紹介 (オンライン), 2021 年 6 月 1 日.
5. 人口の数学 : 麻布学園高校生むけに, 人口の数理モデルの初歩を紹介 (対面授業), 2021 年 4 月 10 日.
6. 数理科学概論 : 教養学部後期課程学生向けに感染症の数理モデルの入門的講義をおこなった. 2021 年 12 月 8 日.

F. 対外研究サービス

1. 日本人口学会理事・副会長
2. 日本数理生物学会副会長
3. Mathematical Population Studies, Advisory Board.
4. 国立社会保障・人口問題研究所研究評価委員
5. 文部科学省研究振興局, アジア太平洋数理・融合研究戦略検討会委員
6. 名古屋大学大学院理学研究科招へい教員 (JST ムーンショット型研究開発事業における研究指導)
7. 国立研究開発法人科学技術振興機構 創発研究支援事業 事前評価外部専門家
8. 2021 年度日本数理生物学会年会総合講演「わが国におけるコロナウィルス感染症の

緊急事態宣言の評価」座長，オンライン，2021年9月14日。

9. 第31回日本産業衛生学会全国協議会 特別講演4「新型コロナウイルス感染症の疫学、数理モデルと今後」座長，三重県総合文化センター，2021年12月4日。

G. 受賞

1. 明治大学先端数理科学インスティテュート 2021年度現象数理学三村賞 受賞

連携併任講座

連携併任講座の竹内康博教授（青山学院大学）とともに，2014年度から駒場数理人口学・数理生物学セミナーを主催してきた。2021年度はすべてZOOMによるオンラインセミナーとして，以下の報告がなされた：

1. 南 就将 氏（慶應義塾大学医学部）感染性接触の点過程によるモデル化，2021年5月27日。
2. 大森 亮介 氏（北海道大学 人獣共通感染症国際共同研究所）感染症流行制御の実践の中での数理モデルの貢献，2021年10月7日。
3. 中岡 慎治 氏（北海道大学大学院 先端生命科学研究所）エネルギー地形に基づく構造化個体群モデルの構築，2021年11月26日。
4. 小島 健 氏（福島大学経済経営学類）リスク行動異質性のあるSIRモデルにおける内生的な波，2021年11月30日。
5. 梶原 毅 氏（岡山大学名誉教授）時間遅れ，免疫，吸収効果による不安定化，2022年1月19日。

緒方 芳子 (OGATA Yoshiko)

A. 研究概要

量子系の統計力学の研究を行っている。非平衡系については，非平衡定常状態と呼ばれる，熱平衡から大きく外れた定常状態について，作用素環論及び関数解析をもちいて研究をすすめてきた。非平衡定常状態とは，例えば左右の温度が異なる無限物理系が，時間無限大において至る状態のこと

である。特に，V.Jaksic C.A.Pillet 教授とともに，非平衡定常状態における熱的な外力に対する線型応答理論である Green-Kubo formula が，ある物理的に自然な条件の下満たされるということを数学的に厳密に示した。これをスピネルミオンモデル，局所的に相互作用するフェルミオンモデルに適用することにより，これらのモデルにおいて Green-Kubo formula が成り立つことを示した。さらに，V.Jaksic C.A.Pillet,R.Seiringer 教授とともに，非平衡系において時間反転対称性の破れが「いかに速く」破れていくかを定量的に議論した。

熱平衡系については，一次元量子スピンモデルのある状態について，大偏差原理が成り立つことを示した。また，複数の物理量についての同時確率分布については，トレース状態についてに限り，大偏差原理を得ることができた。この情報をもとに，巨視的物理量（量子系であるから一般に非可換である）を可換な行列により近似することが出来ることを示した。

さらに量子スピン系の基底状態の研究を行っている。量子力学において時間発展を与える演算子はハミルトニアンと呼ばれるが，量子スピン系においては，これは自己共役な行列の列により表される。この行列の最低固有値と，のこりのスペクトルの間に（系のサイズについて）一様なギャップが開いているか否かは基底状態の性質をきめる重要な問題である。近年このギャップをもった系の分類が注目をあつめている。一次元系について finitely correlated state と呼ばれる状態を基底状態としてもつサブクラスは，ある良い条件のもとスペクトルギャップを持つということが知られている。これを含むハミルトニアンのクラスで，スペクトルギャップを含むものを導入した。さらに，このクラスの物理的な5つの条件による特徴づけを行った。また一，二次元量子スピン系，フェルミオン系の SPT 相の分類問題を考え，不変量を定義した。

I am working on Equilibrium, Nonequilibrium statistical mechanics of quantum systems, using operator algebra theory. About nonequilibrium systems, I mainly worked on a state called NESS(Non-equilibrium steady state), which is a

steady state far from equilibrium. In particular, I proved Green-Kubo formula with Prof. V.Jaksic and Prof. C.A.Pillet, under some physically reasonable conditions. By using this result, we could prove Green-Kubo formula for locally interacting Fermion systems and spin Fermion systems. Furthermore, with Prof. V.Jaksic, Prof. C.A.Pillet, and Prof. R.Seiringer, I showed some function that appears in nonequilibrium statistical mechanics can be seen as a rate function of a hypothesis testing.

About equilibrium states, I am studying probability distributions in quantum systems. I studied one dimensional quantum spin model, and showed large deviation principle.

Using the large deviation principle for joint distributions in quantum spin systems with respect to the trace state, I showed that macroscopic observables can be approximated by commuting matrices in the norm topology.

I also study ground states of quantum spin systems. In this setting, Hamiltonian is given by a sequence of self-adjoint matrices. The existence of the uniform gap between the lowest eigenvalue and the rest of the spectrum is an important issue which decides the property of ground states. Recently, classification of such a gapped Hamiltonians attracts a lot of attentions. In the one dimension, I introduced a subclass which we can show the gap and characterized this class by five physical properties. I also defined an invariant of SPT phases in one and two dimensional quantum spin systems and Fermionic systems.

B. 発表論文

1. Y. Ogata, A class of asymmetric gapped Hamiltonians on quantum spin chains and its characterization III, *Comm. Math. Phys.***352** (2017), 1205–1263.
2. Y. Ogata, H. Tasaki, Lieb-Schultz-Mattis type theorems for quantum spin chains without continuous symmetry *Comm. Math. Phys.* **372** (2019), 951–

962.

3. S. Ejima, Y. Ogata, Perturbation theory of KMS states *Ann. Henri Poincare* **20** (2019), 2971–2986.
4. A. Moon, Y. Ogata, Automorphic equivalence within gapped phases in the bulk *Journal of Functional Analysis* **278** (2020), Issue 8, 108422
5. Y. Ogata, A Z_2 -Index of Symmetry Protected Topological Phases with Time Reversal Symmetry for Quantum Spin Chains. *Comm. Math. Phys.* **374**(2) 705 - 734 (2020).
6. Y. Ogata A classification of pure states on quantum spin chains satisfying the split property with on-site finite group symmetries. *Transactions of the American Mathematical Society, Series B* **8**(2) 39 - 65 (2021)
7. C. Bourne, Y. Ogata, The classification of symmetry protected topological phases of one-dimensional fermion systems” , *Forum of Mathematics, Sigma* **9**, (2021).
8. Y. Ogata, Y. Tachikawa, H. Tasaki, General Lieb-Schultz-Mattis Type Theorems for Quantum Spin Chains, *Communications in Mathematical Physics* **385**, 79–99 (2021).
9. Y. Ogata, An $H^3(G, T)$ -valued index of symmetry-protected topological phases with on-site finite group symmetry for two-dimensional quantum spin systems , *Forum of Mathematics, Pi* **9**, (2021).
10. Y. Ogata, A Z_2 -index of symmetry protected topological phases with reflection symmetry for quantum spin chains” , *Communications in Mathematical Physics* **385**, 1245–1272 (2021).

C. 口頭発表

1. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin systems IAMP ONE WORLD IAMP

MATHEMATICAL PHYSICS SEMINAR (online) 2020 年 12 月 15 日

2. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin chains CURRENT DEVELOPMENTS IN MATHEMATICS 2020 Harvard University MIT (online) 2021 年 1 月 4 日
3. The classification of symmetry protected topological phases of one-dimensional fermion systems C^* -algebras, K-theories and Noncommutative Geometries of Correlated Condensed Matter Systems: 2021 年 5 月 20 日
4. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin systems Summer School on Current Topics in Mathematical Physics 2021 年 7 月 (スイスハイブリッド)
5. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin systems International Congress in Mathematical Physics (ICMP) 全体講演 2021 年 8 月 2 日 (スイスハイブリッド)
6. Classification of gapped ground state phases in quantum spin systems Seminal Interactions between Mathematics and Physics. II (イタリア Rome ハイブリッド) 2021 年 9 月 30 日
7. Classification of gapped ground state phases in quantum spin systems IHES Quantum Encounters Seminar (フランスオンライン) 2021 年 10 月 5 日
8. Classification of SPT-phases Topology and Entanglement in Many-Body Systems (カナダ Banff オンライン) 2021 年 10 月 12 日
9. Classification of gapped ground state phases in quantum spin systems Theoretical studies of topological phases of matter 2021 年 10 月 18 日 (京都ハイブリッド)
10. An invariant of symmetry protected topological phases with on-site finite group symmetry for two-dimensional Fermion systems Webinar “Analysis,

Quantum Fields, and Probability” 2022 年 1 月 13 日 (ドイツオンライン)

D. 講義

1. 微分積分学:微分積分学の入門講義 (前期課程)
2. 常微分方程式 (前期課程)
3. 解析学 フーリエ解析 (3 年生)

F. 対外研究サービス

1. Journal of Mathematical Physics Editorial Advisory Board
2. International Union of Pure and Applied Physics Commission C18 member
3. Journal of Statistical Physics associate editor
4. 数理物理 2021 Summer School 世話人
5. Communications in Mathematical Physics Associate editor

G. 受賞

Henri Poincaré Prize (International Association of Mathematical Physics)

小木曾 啓示 (OGUIISO Keiji)

A. 研究概要

1. Tien-Cuong Dinh 先生、Xun Yu 先生との共同研究で、実数体上互いに同型でない実形式を無限個有する、複素射影有理曲面 S の存在を示した。この結果は、2002 年に Kharlamov によって提示されて以来、数々の研究者によって問われていた問題への最終的解答を与える。具体的には、 $P^1 \times P^1$ の特別な 17 点での爆発 S が条件をみたすことを、 S の 2 重被覆面の極小モデルである、互いに同種でない楕円曲線の直積に付随するクンマー K3 曲面のもつ豊富な幾何学に着目することで示した。結果は、"Tien-Cuong Dinh, Keiji Oguiso, Xun Yu, Smooth complex projective rational surfaces with infinitely many real forms" (arXiv:2106.05687) にまとめ、現在投稿中である。
2. 2021 年度後期に、NCTS Scholar として

台湾に出張し、"算術的次数と Kawaguchi-Silverman 予想 ($\bar{\mathbb{Q}}$ 上の滑らかな射影代数多様体 X の自己写像 f に関して、点 $x \in X$ の f -軌道が well-defined でしかも Zariski 稠密ならば、算術次数 $a_f(x)$ が定まり、力学次数と一致するだろうという予想)"について、未開であった f が双有理自己写像である場合の新知見を得ることを一つの目標にして、大学院生向けの通常講義 (国立台湾大学、100 分講義 9 回) をした。この講義をきっかけに、Jungkai Chen 先生、Hsueh-Yung Lin 先生との共同研究が始まり、次を得た: X が次元 d で不正則数 $q(X) > 0$ の場合の自己双有理写像 f に対する Kawaguchi-Silverman 予想について、(i) 小平次元が零で $q(x) \geq d - 1$ の場合の肯定的解決 (ii) ひとつの例外的場合を除く、 $d = 3$ の場合の肯定的解決 (iii) $d = 3$ で f が自己同型の場合の肯定的解決 (iv) $d = 3$ の場合に、予想の前提条件である well-defined な稠密軌道が存在するような小平次元と不正則数の組の optimal な形での決定。論文は現在執筆中である。

1. Jointly with Professors Tien-Cuong Dinh and Xun Yu, we have shown the existence of smooth rational complex surface with infinitely many mutually non-isomorphism real forms. This gives a final complete answer to a question posed by Kharlamov 2002 and reasked several mathematicians since then. More precisely, we have shown that the blowing up S of $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ at very special 17 points admits infinitely many real forms by using rich geometry of the Kummer surface $\text{Km}(E \times F)$ associated with the product of some non-uisogenous elliptic curves E and F , which is obtained as the minimal model of some double cover of S . Our result is in:
"Tien-Cuong Dinh, Keiji Oguiso, Xun Yu, Smooth complex projective rational

surfaces with infinitely many real forms" (arXiv:2106.05687)

and is under evaluation (23 February 2022).

2. In 2021 (October-December), I visited NCTS as a NCTS scholar and have had an opportunity to give regular lectures (9 100 minute lectures for graduate students of NTU) on "height functions and Kawaguchi-Silverman Conjecture (KSC)", which asserts that, for a smooth projective variety X and its dominant self-map f defined over $\bar{\mathbb{Q}}$, the arithmetic degree $a_f(x)$ exists, coincides with the first dynamical degree δ_f for any closed point $x \in X$ such that the f -orbit of x is well-defined and Zariski dense, aimed to get some new insight in almost nothing known case where $f \in \text{Bir}(X)$. Professors Jungkai Chen and Hsueh-Yung Lin were interested in this problem and our joint work started. By now, we have obtained the following on KSC for $f \in \text{Bir}(X)$ of an irregular varieties with $\dim X = d$ and irregularity $q(X) > 0$: (i) KSC is affirmative if Kodaira dimension $\kappa(X) = 0$ and $q(x) \geq d - 1$; (ii) KSC is affirmative if $d = 3$ modulo one possible exceptional case; (iii) KSC is affirmative if $d = 3$ and $f \in \text{Aut}(X)$; (iv) determination of the pairs $(\kappa(X), q(X))$ in which $f \in \text{Bir}(X)$ always admits a point x whose f -orbit is well-defined and Zariski dense in an optimal form for $d = 3$. Our preprint is under preparation (23 February 2022).

B. 発表論文

1. T.-C. Dinh, H.-Y. Lin, K. Oguiso, De-Qi Zhang : "Zero entropy automorphisms of compact Kähler manifolds and dynamical filtrations", accepted by Geometric and Functional Analysis (1 March 2022); an older longer version is available at

- arXiv:1810.04827 (version 2, under a different title).
2. K. Oguiso, De-Qi Zhang : “Wild automorphisms of projective varieties, the maps which have no invariant proper subsets”, *Adv. Math.* **396** (2022) 108173.
 3. T.-C. Dinh, K. Oguiso, X. Yu: “Smooth rational projective varieties with non-finitely generated discrete automorphism group and infinitely many real forms”, *Math. Ann.* (online first) 19 May 2021.
 4. K. Oguiso, S. Schroerer: “Unirationality and geometric unirationality for hypersurfaces in positive characteristics”, *Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu* (online first) 08 March 2021.
 5. K. Oguiso, X. Yu: “Minimum positive entropy of complex Enriques surface automorphisms”, *Duke Math. J.* **169** (2020), 3565–3606.
 6. K. Oguiso: “A surface in odd characteristic with discrete and non-finitely generated automorphism group”, *Adv. Math.* **375** (2020), 107397.
 7. V. Lazić, K. Oguiso, Th., Peternell: “Nef line bundles on Calabi-Yau threefolds, I”, *IMRN* (2020), 6070–6119.
 8. K. Oguiso: “No cohomologically trivial nontrivial automorphism of generalized Kummer manifolds”, *Nagoya Math. J.* **239** (2020), 110–122.
 9. T.-C. Dinh, K. Oguiso: “A surface with discrete and nonfinitely generated automorphism group”, *Duke Math. J.* **168** (2019) 941–966.
 10. K. Oguiso: “Pisot units, Salem numbers, and higher dimensional projective manifolds with primitive automorphisms of positive entropy”, *IMRN* (2019), 1373–1400.
- C. 口頭発表
1. K. Oguiso, “On finite generation problem of the discrete part of the automorphism group of a smooth projective variety”, Lakeside Colloquium NTU and Academia Chinica, 13 December 2021 (in person)
 2. K. Oguiso, “Smooth complex projective rational varieties with infinitely many real forms”, Seminar on Algebraic Geometry East Asia, November 19, 2021 (online)
 3. K. Oguiso, “Real form Problem of a Smooth Complex Projective Variety”, NCTS Workshop on Arithmetic and Algebraic Geometry, November 2021, Tunghai University, Taiwan (in person)
 4. 小木曾 啓示 “双有理自己写像, 代数的力学系の問題”、複素幾何学の諸問題 II, 2021年9月 (オンライン、大阪市立大学 (杉本キャンパス))
 5. K. Oguiso, “Some aspects of real form problem of a smooth complex projective variety”, Conference on Complex Analysis and Geometry, August 2021, NUS and IMS, Singapore (online)
 6. K. Oguiso, “On Gelfand-Kirillov dimensions of twisted homogeneous coordinate rings of projective varieties in the view of complex dynamics”, *Complex Dynamics and Related Topics*, December 2020, RIMS (online).
 7. K. Oguiso, “Smooth projective rational varieties with non-finitely generated discrete automorphism group”, ZAG seminar, 8 December, 2020 (online).
 8. K. Oguiso, “A surface in odd characteristic with discrete and non-finitely generated automorphism group”, *Derived Categories and Geometry in Positive Characteristic*, June 30– July 06, 2019, the Stefan Banach International Mathematical Center, Warsaw, Poland (in person).
 9. K. Oguiso, “Minimum positive en-

tropy of complex Enriques surface automorphisms", Special Session on Complex Geometry and Dynamical Systems, the Vietnam–USA Joint Mathematical Meeting, June, 2019, the International Center for Interdisciplinary Science and Education (ICISE), Quy Nhon, Vietnam (in person).

10. K. Oguiso, "Inertia Groups, Decomposition Groups and Smooth Projective Varieties with Nonfinite Generated Automorphism Groups", Algebraic, Complex and Arithmetic Dynamics, Simons Symposia, May, 2019, Schloss Elmau, Germany (in person).

D. 講義

1. 自然科学ゼミナール (数理解析) 「エミール・アルチン ガロア理論入門」 (寺田文行訳) を 2 章から輪講した。(前期課程 1,2 年生)
2. 全学自由研究ゼミナール「小林昭七著、曲線と曲面の微分幾何」を輪講した。(前期課程 1,2 年生)
3. 学術フロンティア講義 (現代の数学 – その源泉とフロンティア –) のうち、2 回の講義 (実形式も扱った代数幾何入門) を行った。(前期課程 1,2 年生)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 橋本恵吾 (Hashimoto Keijgo): ピカール数の小さい K3 曲面の自己同型の最小正エントロピーについて
2. (修士) 佐々木 悠矢 (Sasaki Yuya): On real forms of Fermat hypersurfaces

F. 対外研究サービス

1. one of NCTS Scholars (from January 2019)
2. one of editors of J. Algebraic Geom.
3. one of editors of J. Math. Soc. Japan (by 2022 June).
4. the vice chief editor of J. Math. Sci. Univ. of Tokyo.
5. 日本数学会学術委員会委員

6. 京都大学数理解析研究所運営委員会委員 (2021 年 6 月で任期満了)
7. 京都大学数理解析研究所専門員会委員 (2021 年 6 月で任期満了)
8. One of organizers of the international conference "Recent Developments in Algebraic Geometry, Arithmetic and Dynamics" June 2021, IMS, Singapore (online)
9. One of organizers of "Session: Algebraic Geometry and Related Topics" in National Taiwan University-The University of Tokyo, December 2021 (online)
10. NHK オンライン講座「基礎から学ぶ現代数学」(河野俊丈先生主催)での講演(「代数と代数幾何」2022 年 1 月 22 日)

河澄 響矢 (KAWAZUMI Nariya)

A. 研究概要

主たる関心は Riemann 面のモジュライ空間の位相を明らかにすることにある。近年は、Goldman 括弧積や Turaev 余括弧積などの曲面のループ演算と写像類群および自由群の自己同型群のねじれ安定コホモロジーを中心に研究している。

1. (福原真二氏 (津田塾大名誉教授) および久野雄介氏 (津田塾大・学芸) との共同研究) 曲面上の基点つき単純閉曲線の対数における Turaev 余加群構造射の値に Bernoulli 数が現れることを証明し、同時に Bernoulli 数に関する Kronecker 関係式の一般化を定式化し証明した [B5]。
2. 種数 0 の境界付き曲面について、指数関数による群状展開に関する Turaev 余括弧積のテンソル表示を与えた [B7]。Turaev 余括弧積のテンソル表示で完全に計算されたのは、これが初めてだった。
3. (Anton Alekseev 氏 (Genève 大), 久野氏 および Florian Naef 氏 (Copenhagen 大) との共同研究) 任意の向きづけられた連結コンパクト曲面について、曲面の基本群の生成系と接束の framing を適切に固定した場合に、対応する柏原 Vergne 問題を定

式化し、正則ホモトピー版の Turaev 余括弧積が formal な記述をもつことを証明した。とくに、正則ホモトピー Turaev 余括弧積に由来する Johnson 準同型像の制約条件は榎本佐藤トレースによるものと同値である [B1][B3][B6][B9]。翻って、群状展開が Goldman 括弧積の形式表示を与えるならば、それは特殊・斜交展開の共役となることを証明した [B2]。以上の研究の副産物として空でない境界をもつ向きづけられた連結コンパクト曲面について framing のホモトピー集合における写像類群作用の軌道集合を計算した [B4]。さらに、[B6] の考察の中心にある二重発散コサイクルを Turaev による gate derivative の二重版を用いて位相的に再構成し、[B6] の証明の位相的簡略化を行った。

4. (Christine Vespa 氏 (Strasbourg 大) との共同研究) 自由群の自己同型群のねじれ安定コホモロジーについて wheeled PROP 構造を導入した [B8]。
5. (Arthur Soulié 氏 (Glasgow 大) との共同研究) 写像類群のねじれ安定コホモロジー群であって、自明係数コホモロジー代数の上で自由とはならない例を発見し、この代数の上での Tor 群を計算した。

My primary interest has been in clarifying the topology of the moduli space of compact Riemann surfaces. In this decade, I mainly study various loop operations on a compact oriented surface, which include the Goldman bracket and the Turaev cobracket, and the stable twisted cohomology of the mapping class group and the automorphism group of a free group.

1. (a joint work with Shinji Fukuhara (Tsuda University) and Yusuke Kuno (Tsuda University)) We proved that the Bernoulli numbers appear in the value of the Turaev comodule structure map at the logarithm of a based simple closed curve on a surface, and formulated and

proved a generalization of Kronecker formula for the Bernoulli numbers [B5].

2. We computed the tensor description of the Turaev cobracket on the genus 0 bordered surface with respect to the group-like expansion coming from the exponential function [B7]. This was the first complete computation of the tensor description of the Turaev cobracket.
3. (a joint work with Anton Alekseev (U. Genève), Kuno and Florian Naef (MIT)) We formulated a variant of the Kashiwara-Vergne problem for any compact connected oriented surface with a generating system of its fundamental group and a suitable framing of its tangent bundle, and gave a formal description of a regular homotopy version of the Turaev cobracket on the surface. In particular, the constraint of the Johnson image coming from the regular homotopy Turaev cobracket is equivalent to that from the Enomoto-Satoh trace [B1][B3][B6][B9]. Moreover we prove that any group-like expansion inducing a formal description of the Goldman bracket is conjugate to a special/symplectic expansion [B2]. As a biproduct of these works, we computed the mapping class group orbits in the homotopy set of framings of a compact connected oriented surface with non-empty boundary [B4]. Moreover, using a double version of Turaev's gate derivatives, we re-construct the double divergence, which plays a central role in [B6], topologically. This leads us to a topological abbreviation of the proof of [B6].
4. (a joint work with Christine Vespa (U. Strasbourg)) We introduced a wheeled PROP structure to the stable twisted cohomology of the automorphism group of a free group [B8].
5. (a joint work with Arthur Soulié (U. Glas-

gow)) We discovered the first example of a module of the mapping class group whose stable cohomology group is NOT a free module over the stable cohomology algebra with trivial coefficients. Moreover we computed its Tor-group over the algebra.

B. 発表論文

1. N. Kawazumi: "Some algebraic aspects of the Turaev cobracket", 'Topology and Geometry', edited by A. Papadopoulos, EMS Publishing House, Zurich, 2021, pp. 329–356.
2. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "Goldman-Turaev formality implies Kashiwara-Vergne", *Quantum Topology* **11** (2020) 657–689.
3. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "The Goldman-Turaev Lie bialgebra in genus zero and the Kashiwara-Vergne problems", *Adv. Math.* **326** (2018) 1–53.
4. N. Kawazumi: "The mapping class group orbits in the framings of compact surfaces", *Quarterly J. Math.*, **69** (2018) 1287–1302.
5. S. Fukuhara, N. Kawazumi and Y. Kuno: "Self-intersections of curves on a surface and Bernoulli numbers", *Osaka J. Math.*, **55** (2018) 761–768.
6. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "Higher genus Kashiwara-Vergne problems and the Goldman-Turaev Lie bialgebra", *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I.* **355** (2017) 123–127.
7. N. Kawazumi: "A tensorial description of the Turaev cobracket on genus 0 compact surfaces", *RIMS Kokyuroku Bessatsu* **B66** (2017) 1–13.
8. N. Kawazumi and C. Vespa: "On the wheeled PROP of stable cohomology of $\text{Aut}(F_n)$ with bivariant coefficients", preprint, arXiv: 2105.14497 (2021)

9. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "The Goldman-Turaev Lie bialgebra and the Kashiwara-Vergne problem in higher genera", preprint, arXiv: 1804.09566 (2018)

C. 口頭発表

1. A double version of Turaev's gate derivatives, Séminaire Algèbre et topologie, 2019年10月22日, IRMA, University of Strasbourg. (フランス)
2. ゴールドマン括弧積と写像類群, 研究集会「タイヒミュラー空間と双曲幾何学」, 2020年2月12日, 静岡県男女共同参画センター
3. The mapping class group orbits in the framings of compact surfaces, Geometry and Topology seminar, 2020年2月17日, Mathematics Research Unit, University of Luxembourg (ルクセンブルク)
4. Formality of the Goldman-Turaev Lie bialgebra and its applications (3)(4), Interactions entre algèbre et géométrie 2020年2月26 - 27日, IRMA, University of Strasbourg. (フランス)
5. A double version of Turaev's gate derivatives, Teichmüller Theory: Classical, Higher, Super and Quantum 2020年10月9日, Centre International de Rencontres Mathématiques. (フランス)(オンライン)
6. A double version of Turaev's gate derivatives, RIMS 研究集会「Geometry of discrete groups and hyperbolic spaces」2021年6月2日, 京都大学数理解析研究所 (オンライン)
7. トポロジー — 否定的なものを代数的に捉える, 2021年度教養総合「数理科学の最先端」2021年6月19日, 麻布高等学校 (オンライン)
8. リーマン面に関連する位相幾何学の問題, RIMS 共同研究「複素幾何学の諸問題 II」2021年9月8日, 京都大学数理解析研究所・大阪市立大学数学研究所 (オンライン)

9. (久野雄介氏と共同) 写像類群のリー代数を求めて, 日本数学会秋季総合分科会トポロジー分科会幾何学分科会特別講演, 2021年9月15日, 千葉大学 (オンライン)
10. A double version of Turaev's gate derivatives, トポロジーセミナー, 2021年10月27日, 大阪大学理学研究科数学教室 (対面)

D. 講義

1. 数理科学基礎・同演習、線型代数学・同演習 (教養学部理科一類1年生向け講義と演習)
2. 幾何学 I・幾何学特別演習 I: C^∞ 多様体の入門講義および演習。(理学部3年生向け講義)

F. 対外研究サービス

1. 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何学」世話人, 2021年8月
2. Online seminar on Johnson homomorphisms and related topics 世話人, 2021年10月から
3. 日本数学会学術委員会委員, 2018年7月から
4. 日本数学会教育研究資金問題検討委員会委員, 2020年7月から

G. 受賞

2021年度日本数学会幾何学賞 (久野雄介氏と共同)

河東 泰之 (KAWAHIGASHI Yasuyuki)

A. 研究概要

Jones の基礎構成を繰り返すことによって深さ有限の II_1 型部分因子環を生み出すような有限次元 C^* 環の commuting square の特徴づけを, 森田同値なユニタリ・フュージョン圏の言葉を用いて与えた. この種の commuting square は佐藤によって研究されたもので, 彼の構成をわずかに一般化したものが完全に一般的なそのような commuting square を与えていることを示した. さらにその応用として, 与えられた深さ有限の超有限 II_1 型部分因子環を生み出すような有限次元 C^* 環の commuting square の特徴づけも与えた.

We give a characterization of a finite-dimensional commuting square of C^* -algebras with a normalized trace that produces a hyperfinite type II_1 subfactor of finite index and finite depth in terms of Morita equivalent unitary fusion categories. This type of commuting squares were studied by N. Sato, and we show that a slight generalization of his construction covers the fully general case of such commuting squares. We also give a characterization of such a commuting square that produces a given hyperfinite type II_1 subfactor of finite index and finite depth.

B. 発表論文

1. Y. Kawahigashi, “A relative tensor product of subfactors over a modular tensor category”, *Lett. Math. Phys.* **107** (2017), 1963–1970.
2. S. Carpi, Y. Kawahigashi, R. Longo, M. Weiner, “From vertex operator algebras to conformal nets and back”, *Mem. Amer. Math. Soc.* **254** (2018), no. 1213, vi+85 pp.
3. Y. Kawahigashi, “Conformal field theory, vertex operator algebras and operator algebras”, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. III, 2597–2616*, World Scientific, Rio de Janeiro, 2018.
4. Y. Kawahigashi, The relative Drinfeld commutant of a fusion category and α -induction, *Internat. Math. Res. Notices.* **2019** (2019), 6304–6316.
5. Y. Kawahigashi, A remark on matrix product operator algebras, anyons and subfactors, *Lett. Math. Phys.* **110** (2020), 1113–1122.
6. Y. Kawahigashi, Projector matrix product operators, anyons and higher relative commutants of subfactors, arXiv:2102.04562.
7. Y. Kawahigashi, Two-dimensional topological order and operator algebras, *Internat. J. Modern Phys. B* **35** (2021),

2130003 (16 pages).

8. Y. Kawahigashi, A characterization of a finite-dimensional commuting square producing a subfactor of finite depth, arXiv:2111.14332.

C. 口頭発表

1. Connections, subfactors and tensor networks, Fusion categories and tensor networks, American Institute of Mathematics (U.S.A.) [Online], March 2021.
2. Tensor networks, commuting squares and higher relative commutants of subfactors, Functional Analysis Seminar, UCLA (U.S.A.) [Online], April 2021.
3. Tensor networks, commuting squares and higher relative commutants of subfactors, Special Week on Operator Algebras 2021, East China Normal University (China) [hybrid], June 2021.
4. Tensor networks, commuting squares and higher relative commutants of subfactors, Special Session: Quantum groups and algebraic quantum field theory, International Workshop on Operator Theory and its Applications, Lancaster University, U.K. [Online], August 2021.
5. Topological order, tensor categories and operator algebras, MSJ-KMS Joint Meeting 2021, [online], September 2021.
6. Tensor networks, commuting squares and higher relative commutants of subfactors, Subfactors, Vertex Operator Algebras, and Tensor Categories, Institute for Advanced Study in Mathematics (China) [online], September 2021.
7. Tensor networks, commuting squares and higher relative commutants of subfactors, 作用素環論の最近の進展, 京大数理研 [online], September 2021.
8. トポロジカル量子コンピュータの理論と数学, トポロジカル科学の現在と未来, 科学技術振興機構 [online], September 2021.
9. Tensor networks and operator algebras,

Complex geometry and related topics, International House of Japan [hybrid], January 2022.

10. A characterization of a finite-dimensional commuting square producing a subfactor of finite depth, Functional Analysis Seminar, UCLA (U.S.A.) [Online], February 2022.

D. 講義

1. 数理学の研究フロンティア: 宇宙, 物質, 生命, 情報: 理研の若手研究者によるオムニバス講義のコーディネート. (教養学部 1,2 年生講義)
2. 解析学 XD・スペクトル理論: 有界とは限らない自己共役作用素のスペクトル分解. (数理大学院・4 年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (論文博士) 山下 真由子 (YAMASHITA Mayuko): Differential models for the Anderson dual to bordism theories and invertible QFT's
2. (修士) 帥 博為 (SUI Hakui): The Universal Coefficient Theorem and The Elliott Program for Unital Separable Nuclear C^* -algebras
3. (修士) 向原 未帆 (MUKOHARA Miho): C^* -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups

F. 対外研究サービス

1. *Communications in Mathematical Physics* の editor.
2. *International Journal of Mathematics* の chief editor.
3. *Japanese Journal of Mathematics* の managing editor.
4. *Journal of Mathematical Physics* の associate editor.
5. *Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo* の editor-in-chief.
6. *Journal of Topology and Analysis* の editor.

7. *Letters in Mathematical Physics* の editor.
8. *Reviews in Mathematical Physics* の associate editor.
9. *Mathematical Physics Studies* (Springer) の editor.
10. 京都大学数理解析研究所プロジェクト研究 “Operator Algebras and their Applications” の (2021 年 4 月 1 日–2022 年 3 月 31 日) オーガナイザー
11. サマースクール数理解析「機械学習の数理」(東京大学大学院数理科学研究科, オンライン, 2020 年 1 月 27–29 日) のオーガナイザー.
12. Theoretical studies of topological phases of matter (京都大学基礎物理学研究所, ハイブリッド, 2021 年 10 月 18–22 日) のオーガナイザー.
13. 「物質のトポロジカル相の理論的探究」(東京大学大学院数理科学研究科, オンライン, 2022 年 2 月 22–25 日) のオーガナイザー.

木田 良才 (KIDA Yoshikata)

A. 研究概要

離散群の測度同値類に関する研究を行った。測度同値とは、可算群の間で定義される同値関係であり、幾何学的群論における擬等長の概念の、エルゴード理論的対応物である。可算群の標準確率空間への自由保測作用に対する、軌道同型と深く関連する概念でもある。中でも、下記表示で定義される Baumslag-Solitar 群 (BS 群) の研究を行った:

$$\text{BS}(p, q) = \langle a, t \mid ta^p t^{-1} = a^q \rangle.$$

ここで p, q は $2 \leq p < q$ を満たす整数である。異なる (p, q) に対して定まる BS 群が互いに測度同値かどうかという問題の解決を目指している。過去の研究で、BS 群の標準確率空間への自由保測作用に対し、いくつかの軌道同型不変量を得た。そこで重要になるのが、次で定義されるモジュラー準同型 $m: \text{BS}(p, q) \rightarrow \mathbb{R}_+^\times$ である: $m(a) = 1$, $m(t) = q/p$. 過去の研究では、 $G = \text{BS}(p, q)$ と $H = \text{BS}(p', q')$ が測度同値ならば、 $\ker m_G$ と

$\ker m_H$ が測度同値であることを示した。本年度は、 $\ker m$ がどんな (p, q) に対しても群 $\mathbb{Z} \times F_\infty$ に測度同値であることの証明をまとめ、また、この主張が一般 BS 群に拡張可能かどうかについて考察した。

I am studying measure equivalence for discrete countable groups. Measure equivalence is an equivalence relation between discrete countable groups, which is an ergodic-theoretic counterpart of the notion of quasi-isometry in geometric group theory. This notion is also closely related with orbit equivalence between free probability-measure-preserving (p.m.p.) actions of countable groups on standard probability spaces. Among others, I studied Baumslag-Solitar (BS) groups defined by the presentation

$$\text{BS}(p, q) = \langle a, t \mid ta^p t^{-1} = a^q \rangle,$$

where p and q are integers with $2 \leq p < q$. My goal is to determine whether BS groups are measure equivalent or not for different parameters (p, q) .

In my past study, I obtained a few orbit-equivalence invariants for free p.m.p. actions of BS groups. One of important notions in defining those invariants is the modular homomorphism $m: \text{BS}(p, q) \rightarrow \mathbb{R}_+^\times$ defined by $m(a) = 1$ and $m(t) = q/p$. In my past study, I proved that if $G = \text{BS}(p, q)$ and $H = \text{BS}(p', q')$ are measure equivalent, then $\ker m_G$ and $\ker m_H$ are measure equivalent. This year I wrote down the proof that $\ker m$ is measure equivalent to the group $\mathbb{Z} \times F_\infty$, and considered whether this claim extends to generalized BS groups.

B. 発表論文

1. Y. Kida and R. Tucker-Drob : “Groups with infinite FC-center have the Schmidt property”, published online in *Ergodic Theory Dynam. Systems*.
2. Y. Kida and R. Tucker-Drob : “Inner amenable groupoids and central sequences”, *Forum Math. Sigma* **8** (2020),

e29, 84 pp.

3. Y. Kida : “The modular cocycle from commensuration and its Mackey range”, Operator algebras and mathematical physics, 139–152, Adv. Stud. Pure Math., 80, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2019.
4. 木田良才 : “エルゴード群論”, 数学 **70** (2018), 337–356.
5. Y. Kida : “Splitting in orbit equivalence, treeable groups, and the Haagerup property”, Hyperbolic geometry and geometric group theory, 167–214, Adv. Stud. Pure Math., 73, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
6. Y. Kida : “Stable actions and central extensions”, Math. Ann. **369** (2017), 705–722.

C. 口頭発表

1. On treeings arising from Baumslag-Solitar groups, Groups and Dynamics: Topology, Measure, and Borel Structure, MFO (ドイツ, オンライン参加), 2022 年 1 月.
2. 軌道同型の理論と Baumslag-Solitar 群, 東京都立大学談話会, 2021 年 11 月.
3. 離散群と軌道同値関係の内部従順性, 第 16 回代数・解析・幾何学セミナー, Zoom でのオンライン開催, 2021 年 2 月.
4. An invitation to measured group theory, 第 4 回数理解新人セミナー, Zoom でのオンライン開催, 2021 年 2 月.
5. 測度付き同値関係の研究について, 東北大学談話会, Zoom でのオンライン開催, 2020 年 10 月.
6. Groups with infinite FC-center have the Schmidt property, Measurable, Borel, and Topological Dynamics, CIRM (フランス), 2019 年 10 月.
7. Groups with infinite FC-center have the Schmidt property, Classification Problems in von Neumann Algebras, BIRS (カナダ), 2019 年 9 月.
8. 軌道同値関係への誘い, 談話会, 東京大学, 2019 年 6 月.
9. (1) Orbit equivalence relations generated by the Baumslag-Solitar groups, (2) Stable orbit equivalence relations, エルゴード理論の最近の発展, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 10 月.
10. Inner amenable groupoids, 作用素環論の最近の進展, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 9 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎 (線型): 線型代数学を学ぶ上で必要になる基本事項について講義した. (教養学部前期課程講義)
2. 線型代数学 1: 階数, 次元, 行列式の定義などについて講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 線型代数学 2: 行列式の応用, ベクトル空間, 行列の対角化などについて講義した. (教養学部前期課程講義)
4. 解析学 XG・数物先端科学 IV: 離散群論と軌道同型理論の代表的な話題について講義した. 具体的には以下の内容を扱った: (1) 群のカズダン性とその基本性質. $SL_n(\mathbb{R})$ と $SL_n(\mathbb{Z})$ ($n \geq 3$) がカズダン性をもつこと. (2) カズダン性をもつ可算群の作用に関する Hjorth の定理 (一つの軌道同型類はせいぜい可算個の作用の同型類しか含まない). (3) 綿谷の定理 (カズダン性をもつ群の樹への作用は固定点をもつ) とその同値関係版である Adams-Spatzier の定理. (4) Gaboriau によるコストの理論 (基本事項および “Treeings realize the cost” の定理) (5) Margulis と Zimmer の剛性定理の紹介. Mackey の仮想群による, Zimmer の定理の解釈. (6) Furman のマシナリー. その応用として, 高階数格子部分群が属する測度同値類の決定, および, 軌道同型剛性定理. (数理大学院・4 年生共通講義)
5. 東京都立大学での集中講義「離散群とエルゴード理論」90 分 \times 10 回, 2021 年 10 月–11 月.

E. 修士・博士論文

1. (修士) 伊藤慧 (ITO Kei): 複素力学系に付随する梶原-綿谷の代数の Cartan 部分代数
2. (修士) 森川皓太 (MORIKAWA Kota): Graphon の視点から捉えた極値グラフ理論および有限強制可能性について

G. 受賞

1. 日本学術振興会賞, 2019 年 2 月.
2. 日本数学会賞春季賞, 2018 年 3 月.

小林 俊行 (KOBAYASHI Toshiyuki)

A. 研究概要

2017–2021 の 5 年間に於いては、主に以下の 3 テーマの理論構築を行い、総計で約 1,200 ページの論文を著した。

1. 対称性破れ作用素の構成と分類問題

簡約リー群の無限次元表現の「分岐則」に関して、定性的理論から定量的理論に深化させるプログラムを提起した [11].

1.A.(定性的理論) 離散的な分岐則の理論の要となる K' -admissibility の十分条件 ([Ann. Math., 1998] の主定理の 1 つ) が、実は必要十分条件であることをシンプレクティック幾何の手法を用いて証明した [2].

1.B.(定性的理論 2) ‘小さい’ 無限次元表現を部分群に制限したときの重複度が有限・有界になるための判定条件を与え [3,10,13], 特に、対称対に周期をもつ表現の別の対称対への表現が有界重複度をもつケースを可視的作用の理論を援用して分類した.

1.C.(定量的理論 1—対称性破れの微分作用素) 対称性破れ作用素の新しい構成法 (F-method) を提唱し、新しい微分作用素の族 (Rankin–Cohen 作用素や Juhl の共形不変な作用素の一般化) を構成した ([Adv. Math. 2015], [Selecta Math. 2016], [Lect. Notes Math. 2016]).

1.D. (定量的理論 2—対称性の破れの分類理論) 対称性破れ作用素を、非局所作用素まで含めて構成し、完全に分類するプログラムを提起し、B. Speh と共同でその最初の成功例を与えた (Memoirs of AMS, 2015, 行列値への拡張は著

書 [2], 応用は [9])。また、逆変換として “ホログラフィック変換” の概念を導入した [1], [Ann. Inst. Fourier, 2020].

2. 不連続群

筆者の長年のモチーフである「リーマン幾何学の枠組を越えた不連続群」について、新しい幾何に対するスペクトル理論の構築に初めて踏み込んだ。幾何学的な準備として、離散群の作用の不連続性を量的に評価する sharpness という概念を導入し、高次元タイヒミュラー空間上で安定な離散スペクトラムを構成し、長編の論文 [Adv. Math. 2016] を出版した。さらに、長編の第 2 論文 [JLT2019] および [Progr. Math. 2017] で隠れた対称性を用いた微分作用素環の構造定理を証明し、それを標準的な擬リーマン局所対称空間のスペクトル解析に活用した [12].

3. 非対称空間の大域解析

力学系のアイデアを用いて、等質空間 G/H の正則表現が L^p 緩増加となるための必要十分条件を H が簡約の場合に証明し [J. Euro. Math. 2015], それを H が一般の場合に拡張した (Y. Benoist と共同, 文献 [4])。さらに第 3 論文 [4] では非緩増加な簡約型等質空間の完全な分類を行い、第 4 論文 [5] では、緩増加性という解析的な性質が、リー代数の極限に関する位相的性質、シンプレクティック多様体の幾何的量子化という微分幾何的性質、および、凸多面体の組合せ論的性質とそれぞれ同値であることを証明し、さらに [7,8] を著した。

For the last five years, I have been working on the following research topics.

1. **Restriction of representations: Branching problems and symmetry breaking operators**

Branching problems in a broad sense try to understand the behavior of the restriction of irreducible representations to subgroups. I proposed in [Progr. Math., 2015] a general program to advance branching problems for reductive groups, see [11] also for a survey.

1.A Concerning the discretely decomposability of the restriction of representations, I proved in [2] by using symplectic geometry, the converse

of one of the main theorems in my previous paper [Ann. Math., 1998].

1.B I proved a criterion for finite multiplicity/bounded multiplicity of the restriction of ‘small’ infinite-dimensional representations to reductive subgroups in [3,10,13]. In particular, I classified the triples (G, H, G') such that (G, H) is a symmetric pair and that any irreducible H -distinguished representations have bounded multiplicity when restricted to another symmetric pair (G, G') .

1.C In the BGG category \mathcal{O} , I proposed a new effective method to find singular vectors (‘ F -method’), and joint with B. Ørsted, V. Souček, P. Somberg, M. Pevzner, and T. Kubo determined explicit formulæ of covariant differential operators in various geometric settings ([Adv. Math. 2015], [Selecta Math. 2016], and [Lect. Notes Math. 2016]).

1.D With B. Speh, I classified *symmetry breaking operators* (SBOs) of principal series for a pair of Lorentz groups (Memoirs of AMS 2015 and book [2]), which give the first successful for the complete classification of SBOs. A part of this work is extended to higher rank case.

1.E As an “inversion” of the symmetry breaking, I introduced the concept of **holographic transform** joint with Pevzner ([Ann. Inst. Fourier 2020], [1]).

2. Analysis on locally symmetric spaces—beyond the Riemannian case

Developing my long motif on discontinuous groups beyond the Riemannian case, I initiated the study on global analysis on locally non-Riemannian symmetric spaces with F. Kassel in [Adv. Math. 2016] and proved the existence of “stable spectrum” under small deformation of discontinuous groups. Further new ideas are proposed in [Progr. Math. 2017], [JLT2019], and [11,12].

3. Analysis on manifolds with group actions

This is a challenge to the global analysis on homogeneous spaces beyond symmetric spaces.

Jointly with Y. Benoist [J. Euro. Math. '15], we proved a criterion for L^p -temperedness of the regular representation on G/H in the generality that $G \supset H$ are pair of reductive groups, and in [4] for general H . A complete description of nontempered homogeneous spaces G/H with $H \subset G$ reductive has been accomplished in [5], and a further connection with other disciplines of mathematics has been explored in [6]. Further references include [7,8].

B. 発表論文

(論文は2021年以降のもののみを記載する。2017年～2020年の論文は、過去のAnnual Reportの各年度に記載。)

1. T. Kobayashi. Branching laws of unitary representations associated to minimal elliptic orbits for indefinite orthogonal group $O(p, q)$. *Advances in Mathematics* **388**, (2021), Paper No. 107862. 38 pages. DOI: 10.1016/j.aim.2021.107862.
2. T. Kobayashi. Admissible restrictions of irreducible representations of reductive Lie groups: Symplectic geometry and discrete decomposability. *Pure and Applied Mathematics Quarterly* **17**, (2021), pp. 1321–1343. Special volume in memory of Bertram Kostant.
3. T. Kobayashi. Bounded Multiplicity Theorems for Induction and Restriction. *Journal of Lie Theory*, **32**, (2022), pp. 197–238.
4. Y. Benoist and T. Kobayashi, Tempered homogeneous spaces II, In: *Dynamics, Geometry, Number Theory: The Impact of Margulis on Modern Mathematics* (eds. D. Fisher, D. Kleinbock, and G. Soifer), pp. 213–245, The University of Chicago Press, 2022.
5. Y. Benoist and T. Kobayashi. Tempered homogeneous spaces III. *Journal of Lie Theory*, **31**, (2021), pp. 833–869.
6. Y. Benoist and T. Kobayashi, Tempered homogeneous spaces IV, preprint.

- 35 pages, arXiv: 2009.10391. To appear J. Inst. Math. Jussieu.
7. Y. Benoist, Y. Inoue, and T. Kobayashi, Temperedness criterion of the tensor product of parabolic induction for GL_n , preprint. 14 pages. arXiv: 2108.12125.
 8. 小林俊行. 緩増加な等質空間 (Tempered Homogeneous Spaces), 2021 年度日本数学会年会函数解析学分会特別講演アブストラクト, 14 pages.
 9. T. Kobayashi and B. Speh. Distinguished representations of $SO(n+1, 1) \times SO(n, 1)$, periods and branching laws. In W. Müller, S. W. Shin, and N. Templier, editors, Relative Trace Formulas, Simons Symposia, pages 291–319. Springer, 2021. DOI: 10.1007/978-3-030-68506-5-8.
 10. T. Kobayashi, Multiplicity in restricting small representations, preprint. Proc. Japan Acad. **98**, Ser. A Math. Sci., (2022), pp. 19–24.
 11. T. Kobayashi, Recent advances in branching problems of representations, To appear in Sugaku Expositions, Amer. Math. Soc. arXiv: 2112.00642.
 12. F. Kassel and T. Kobayashi. Spectral analysis on standard locally homogeneous spaces, preprint, 69 pages, ArXiv: 1912.12601.
 13. T. Kobayashi, Multiplicity in restricting minimal representations, preprint.
 14. T. Kobayashi, Conjectures on reductive homogeneous spaces, 19 pages. To appear in "Mathematics Going Forward", Lecture Notes in Mathematics, vol.2313.
- 2900-5.
2. T. Kobayashi. 分担執筆, 解説:リー群の表現論における最近の進展, In: 杉浦光夫『ユニタリ表現入門』, pages 214–242. 東京図書, 2018.
- C. 口頭発表
1. Regular Representations on Homogeneous Spaces, (**1.A.–1.E.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **1.A.** A Foundation of Group-theoretic Analysis on Manifolds. Colloquium di dipartimento. Dipartimento di Matematica, Università di Roma "Tor Vergata" (online), 18 February 2021. **1.B.** Representation Theory of Reductive Groups from Geometric and Analytic Methods (in honour of Simon Gindikin). Kavli IPMU, Japan, 27–28 January 2020; **1.C.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. (plenary lecture). International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics (LT-13). Varna, Bulgaria, 17–23 June 2019; **1.D.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. (opening lecture). RIMS Workshop: Developments in Representation Theory and Related Topics (organizer: Yoshiki Oshima). RIMS, Kyoto University, 9–12 July 2019; **1.E.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. Dynamics of Group Actions: a conference in honor of Yves Benoist. Cetraro, Italy, 27–31 May 2019.
 2. Limit Algebras and Tempered Representations. (**2.A.–2.D.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **2.A.** (opening lecture). RIMS Workshop: Lie Theory, Representation Theory and Related Areas. (online), 10 August 2021. **2.B.** Limit Algebras

著書:

1. T. Kobayashi and B. Speh. Symmetry Breaking for Representations of Rank One Orthogonal Groups II, Lecture Notes in Mathematics. **2234** Springer, 2018, xv+342 pages. ISBN:978-981-13-

- and Tempered Representations. (plenary opening lecture). XIV. International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics. Bulgaria (online), 20–26 June 2021. **2.C.** Limit algebras and tempered representation. Lie Groups and Representation Theory Seminar. The University of Tokyo, 15 June 2021. **2.D.** This is What I do: Limit algebras and tempered representations. Representation Theory & Noncommutative Geometry. AIM Research Community (online), 8 April 2021.
3. Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces—Beyond the Riemannian Case. (**3.A.–3.K.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **3.A.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium, National University of Singapore. (online), 13 August 2021. **3.B.** Sound of an anti-de Sitter manifold. (opening lecture). Inaugural Day of the French–Kazakhstan school of Mathematics. (online), 25 June 2021. **3.C.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Seminar. University of Padova, Italy, 3 June 2019. **3.D.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium. Oklahoma State University, 3 May 2019. **3.E.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium. Yale University, USA, 17 April 2019. **3.F.** Semisimple Symmetric Spaces and Discontinuous Groups: What I Learned from Professor Toshio Oshima. 大島利雄先生古希記念研究集会. Josai University, Tokyo, Japan, 26-27 December 2018. **3.G.** “Geometric Quantization and Applications” M. Vergne 教授記念集会. Luminy, France, 8-12 October 2018. **3.H.** Symposium on Representation Theory 2018. Tottori, Japan, 13-16 November 2018. **3.I.** Colloquium. Hiroshima University, Japan, 6 November 2018. **3.J.** (plenary lecture). The 65th Geometry Symposium. Tohoku University, Sendai, Japan, 28-31 August 2018. **3.K.** Glances at Manifolds: Aleksy Tralle 教授還暦記念研究集会. the Jagiellonian University, Krakow, Poland, 2-6 July 2018.
 4. The Kemeny Lectures 2017, I. “Universal sounds” of anti-de Sitter manifolds. The Kemeny lectures, II. Local to global-geometry of symmetric spaces with indefinite-metric, III. Analysis on locally pseudo-Riemannian symmetric spaces. Dartmouth College, USA, 3-5 May 2017.
 5. Analysis of minimal representations-an approach to quantize nilpotent orbits. Representation Theory at the Crossroads of Modern Mathematics: Alexandre Kirillov 教授 81 歳記念研究集会. Reims, France, 29 May-2 June 2017.
 6. Symmetry Breaking Operators in Conformal Geometry. (**6.A.–6.I.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **6.A.** Branching Problems and Symmetry Breaking Operators. Geometry, Symmetry and Physics. Yale University, USA, 23 April 2019. **6.B.** Journées SL2R de théorie des représentations et analyse harmonique (Hubert Rubenthaler 教授退官記念研究集会). I.R.M.A., University of Strasbourg, France, 22-23 March 2018. **6.C.** (opening lecture). Joint meeting of X. International Symposium: Quantum Theory and Symmetries and XII. International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics. Varna, Bulgaria, 19-25 June 2017. **6.D.** (plenary lec-

- ture), the XXXV Workshop on Geometric Methods in Physics. Bialowieza, Poland, 2-8 July 2017. **6.E.** Symposium on Representation Theory 2017. Isawa, Yamanashi, Japan, 28 November-1 December 2017. (plenary lecture), 日本. **6.F.** “Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric—after 145 years of Klein’s Erlangen Program”. Colloquium. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Germany, 25 July 2017. **6.G.** Sophus Lie Seminar. Göttingen, Germany, 30 June-1 July 2017. **6.H.** Harmonic Analysis and the Trace Formula. Oberwolfach, Germany, 21-27 May 2017. **6.I.** AMS Special Session on Harmonic Analysis (Olafsson 教授 65 歳 記念研究集会). Atlanta, USA, 4 January 2017.
7. F-method for Constructing Symmetry Breaking Operators. (**7.A.**–**7.D.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので 1 つにまとめる.) **7.A.** Finite Multiplicity Theorems and Real Spherical Varieties. 松本久義氏 還暦記念研究集会, (opening lecture) Tokyo, March 27–29, 2019. **7.B.** Abstract Branching Laws for Unitary Highest Weight Modules and Locality Theorem. **7.C.** V. Some Further Perspectives from the General Theory. (**7.B.** と **7.C.** は The 20th Hakuba Workshop on Number Theory in 2017: Automorphic Differential Operators on Siegel Modular Forms (organized by T. Ibukiyama の 5 回連続講演 (分担) の 2 つ). Nagano, Japan, 3-7 September 2017.) **7.D.** Holographic Transform, 20 August, 2021, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis (Online Tambara), August 17-21, 2021.
8. Branching Laws for Infinite Dimensional Representations of Real Lie Groups; Symmetry Breaking Operators. (**8.A.**–**8.D.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので 1 つにまとめる.) **8.A.** Joachim Hilgert 教授 還暦記念研究集会. Paderborn, Germany, 23-27 July 2018. **8.B.** (plenary lecture). the 32nd International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (Group32). Czech Technical University, Prague, Czech Republic, 9-13 July 2018. **8.C.** Representation theory, geometry, and quantization: the mathematical legacy of Bertram Kostant. MIT, USA, 28 May-1 June 2018. **8.D.** A Program for Branching Problems in the Representation Theory of Real Reductive Groups: Classification Problem of Symmetry Breaking Operators. Representation Theory inspired by the Langlands Conjectures (organized by B. Speh and P. Trapa), in connection with the AMS-AWM Noether lecture by Birgit Speh. Denver, USA, 17 January 2020.
9. 緩増加な等質空間 (Tempered Homogeneous Spaces). 日本数学会 年会 函数解析学 分科会 特別講演 (慶応大学, オンライン), 16 March 2021.
10. Bounded multiplicity in the branching problems of “small” infinite-dimensional representations, 5 October 2021. リー群論・表現論セミナー (オンライン), 東京大学.
- D. 講義
1. 数理科学概論 I(文科生) (オンライン): フェルミ推定, 微積分, Taylor 展開, 偏微分, Lagrange の未定乗数法, 近似と概算, 微分方程式の初歩, 多変数関数の積分を講義した. (教養学部文科 1, 2 年生, S セメスター)
 2. 数物先端科学 VIII ・数学統論 XG (数理大学院・4 年生 共通講義, オンライン): Lie Groups and Analytic Approach to Representation Theory (リー群の表現論

の解析および幾何的手法) (講義の概要)
I explained some basic concepts in representation theory of real reductive Lie groups, and highlighted “multiplicity” of irreducible representations occurring in regular representations. I elucidated an idea of the proof for the following theorem by using simple examples:

geometry \longleftrightarrow representation theory,
real spherical \longleftrightarrow **finite multiplicity**,
spherical \longleftrightarrow **bounded multiplicity**

3. 数学講究 XB (数理解科学概説)「不連続群の幾何学と大域解析」, (理学部数学科 4 年生), 2021 年 6 月 8 日.
4. 数学講究 XA, 数学特別講究, 通年: テキスト “Heat Kernels and Dirac Operators” (Berline, Getzler, Vergne) および, “Representations of Semisimple Lie Algebras in the BGG Category \mathcal{O} ” (Humphreys) (理学部数学科 4 年生)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 奥田堯子, Riemann 対称空間上における測地線の簡約部分 Lie 代数への射影に対する有界性—低階数・低次元の場合—

F. 対外研究サービス

1. Kavli IPMU(数物宇宙連携機構), 上席科学研究員併任 (2009.8–2011.5); 主任研究員 (Principal Investigator) 併任 (2011.6–)

[ジャーナルのエディター]

2. Editor in Chief, Japanese Journal of Mathematics (日本数学会–Springer–Nature) (2006–)
3. Editor, International Mathematics Research Notices (Oxford 大学出版) (2002–2021)
4. Editor in Chief, Takagi Booklet, vol. 1–22 (日本数学会) (2006–)
5. Editor, Geometriae Dedicata (Springer) (2000–)
6. Editor, Advances in Pure and Applied Mathematics (de Gruyter) (2008–)

7. Editor, International Journal of Mathematics (World Scientific) (2004–)
8. Editor, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo (2007–)
9. Editor, Kyoto Journal of Mathematics (2010–)
10. Editor, Representation Theory (アメリカ数学会) (2015–2019)
11. Editor, AMS Translation Series (アメリカ数学会) (2016–)
12. Editor, Tunijian Journal of Mathematics (2017–)
13. Editor, Special Issue in commemoration of Professor Kunihiko Kodaira’s centennial birthday (J. Math. Sciences, The University of Tokyo).
14. Editor, Special Issue in honor of Professor Masaki Kashiwara’s 70th birthday (Publ. RIMS) 2017–2021.
15. Chief Editor, Mikio Sato’s Collected Papers, (Springer–Nature).
16. 共立出版, 『共立講座 数学探検 (全 18 巻)』, 『共立講座 数学の魅力 (全 14 巻 + 別巻 1)』, 『共立講座 数学の輝き (全 40 巻予定)』の 3 シリーズ編集委員
17. 編集委員, 数学の現在 i, e, π , (with 齋藤毅, 河東泰之), 東京大学出版会.
[学会・他大学の委員など]
18. ある国際数学者賞の授賞委員会: Prize Committee (International Prize, 数学部門, 国外) 2018.
19. ある国際賞の授賞委員会: Prize Committee (mathematics), 2019–2020.
20. ある国際委員会の責任者, 2019–2022.
21. ある国際賞の授賞委員会: Prize Committee (mathematics), 2020–2021.
22. 国内審査委員: Prize Committee 日本数学会春季賞・秋季賞他 (anonymous) (various years)
23. 京都大学数理解析研究所運営委員 (2015–2017; 2017–2019)
24. 京都大学数理解析研究所専門委員 (2007–2009; 2009–2011; 2015–2017; 2017–2019;

- 2021–)
25. 科学研究費等の審査委員: 日本 (JSPS), 米国 (NSF-AMS), EU, ドイツ, ルクセンブルク, 中華人民共和国・香港 (various years)
 26. OIST Advisory Board (2021–).
[国際研究集会のオーガナイザーなど]
 27. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), August 17–21, 2021(オンライン).
 28. オーガナイザー, Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, 27–28 January 2020.
 29. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第 24 回 (東京大学 IPMU, 2019 年 12 月); 第 23 回 (京都大学数理研, 2019 年 6 月) (with Y. Kawahigashi, T. Kumagai, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito).
 30. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), 18–22 August 2020 (オンライン).
 31. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 20–24 August 2019.
 32. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 19–23 August 2018.
 33. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 16–20 August 2017.
 34. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第 19 回 (京都大学数理研, 2017 年 7 月), 第 20 回 (東京大学, 2017 年 11 月) 第 21 回 (京都大学数理研, 2018 年 6 月), 第 22 回 (東京大学, 2018 年 11 月) (with Y. Kawahigashi, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito)

35. オーガナイザー, リー群論・表現論セミナー (2007–present 東大; 2003–2007 RIMS; 1987–2001 東大)

G. 受賞

1. 日本数学会出版賞 (2019) 『数学の現在 i, e, π 』東京大学出版会, (斎藤毅氏, 河東泰之氏との共同受賞).
2. アメリカ数学会フェロー (2017) 「簡約リー群の構造論と表現論に対する貢献」(Contribution to Structure Theory and Representation Theory of Reductive Lie groups).
3. [学生の受賞] 東京大学学位記授与式における総代, 甘中一輝 (2020 年度 (2021 年 3 月), 総代・答辞), 田森宥好 (2019 年度 (2020 年 3 月), 総代).

斎藤 秀司 (SAITO Shuji)

A. 研究概要

モチーフ理論の構築は代数幾何学の基本的な未解決問題である。その基本的なアイデアは Grothendieck によるもので、1980 年に Beilinson は正確に予想として定式化した。その予想は、モチーフの圏と呼ばれるある圏の存在を予測している。モチーフの圏はモチフィックコホモロジーと呼ばれる普遍的なコホモロジー理論を生み出す。モチフィックコホモロジーは、スキームのコホモロジー理論の基礎となり、適当なある良い性質を満たすスキーム X に対する Atiyah-Hirzebruch 型のスペクトル列を介して、Quillen の代数的 K 理論と関係すると予想されている：

$$E_2^{p,q} = H_{\mathcal{M}}^{p-q}(X, Z(-q)) \Rightarrow K_{-p-q}(X).$$

X が体 k 上滑らかで準射影的であるとき、Bloch が代数的サイクルを用いて定義した高次 Chow 群がモチフィックコホモロジーの役割を果たすことを、Bloch-Lichtenbaum, Friedlander-Suslin, Levine たちが示した。Voevodsky は、三角圏 DM^{eff} を構築し、それが Beilinson が期待した方法で Bloch の高次 Chow 群を生み出すことを示した。しかしながら Bloch の高次 Chow 群と Voevodsky の理論は、Beilinson の予想に完全な

答えを与えることができない。というのも、Voevodsky の理論は、 A^1 -不変性を持つ Nisnevich 層の理論に基づいているにもかかわらず、一方で代数的 K 理論は特異点を許すスキームに対してはもはや A^1 -不変性を満たさないからである。そこで Voevodsky の理論を拡張して、特異点を許すスキームに対しても期待される性質を満たすより大きな理論を構築することが重要な問題となる。

私の研究プロジェクトでは、この問題を解決するための一つの方法として、"相互層"の理論を提出している。これを説明するためにいくつかの概念を導入する。 k 上分離的有限型かつ滑らかなスキーム全体のなす圏上の Nisnevich 層で '移送 (transfer)' と呼ばれる構造を持つものたちのなす圏を NST とし、その中で A^1 -不変性をみたすものなす充満部分圏を $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ で表す。後者が Voevodsky の理論で本質的な役割を果たすものである。相互層は、 $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ を含む NST の充満部分圏 $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ を形成する。さらに、以下のような $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ には属さない対象を含む。例えば、滑らかな可換代数群 (非自明な unipotent 部分を持つことを許す。例えば加法群スキーム G_a)、微分形式の層 Ω^i 、de Rham-Witt 層 $W_n\Omega^i$ が $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ に属する。さらに、 $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ は NST において部分対象と商対象を取る操作で閉じており、またテンソル構造を備えているので、既知の相互層から新しい相互層を作ることができる。

Beilinson 予想解決の最終目的地までの道のりはまだ長いようだが、すでにいくつかの収穫を得ている。Voevodsky が $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ にたいし証明した様々な基本的な性質、コホモロジーの純粋性、コホモロジーの射影束公式、滑らかなブローアップ公式、Gysin 系列の存在などは、 $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ に拡張することに成功した。その応用として、スキームの射影的な射に沿ったコホモロジーの順像写像の構成に成功した。これは特別な場合として、Grothendieck による微分形式の層のコホモロジーにたいする順像写像や、Gros による de Rham-Witt 層のコホモロジーにたいする順像写像を含むものである。もう一つの応用は、相互層のコホモロジー上に代数対応の作用を構築したことである。これにより、相互層から新たな双有理不変量を構成したり、Bloch-Srinivas のテクニッ

クを用いて新しいコホモロジーの消滅定理を示すことにも成功した (ここまでは前年度までの成果である)。

相互層のもう一つの特徴は、分岐理論との関連である。相互層の理論により、正標数における階数 1 の ℓ 進層の暴分岐や、標数 0 における階数 1 の可積分接続の非正則な特異点をモチーフ理論的に捉えることが可能になった。以下これを説明する。相互層 $F \in \mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ と k 上分離的滑らかなスキーム U にたいし、 k 上の分離的スキーム X とその上のカルティエ因子 D の組 (X, D) をパラメーターとする $F(U)$ 上のフィルトレーション $\tilde{F}(X, D) \subset F(U)$ が定義される。 $F(U)$ が U のアーベル基本群 $\pi_1^{\mathrm{ab}}(U)$ の指標全体のなす群の場合は、このフィルトレーションは加藤-松田が定義した導手を復元する。 $\mathrm{ch}(k) = 0$ で $F(U)$ が U 上の階数 1 の接続全体の為す群の場合は、このフィルトレーションは接続の不正則数を復元する。 F が k 上の可換代数群で表現される場合は、このフィルトレーションは Rosenlicht-Serre が定義した導手を復元する。これらの結果によりこのフィルトレーションは「相互層 F にたいするモチーフ論的分岐フィルトレーション」と呼ばれる。さらにモチーフ論的分岐フィルトレーションにたいし Zariski-Nagata 型の純粋性定理を示した。また Abbes-Saito の分岐理論の方法により定義される別のフィルトレーションと一致することも示した。

A fundamental open question, dating back to A. Grothendieck and early days of algebraic geometry, formulated as a precise conjecture by Beilinson in 1980, predicts the existence of a certain category called category of motives, which gives rise to a universal cohomology theory called motivic cohomology. Motivic cohomology should underlie various cohomology theories for schemes and be related to Quillen's algebraic K -theory via an Atiyah-Hirzebruch type spectra sequence for any (reasonably good) scheme X :

$$E_2^{p,q} = H_{\mathcal{M}}^{p-q}(X, Z(-q)) \Rightarrow K_{-p-q}(X).$$

When X is smooth and quasi-projective over a field k , S. Bloch's higher Chow groups, given

in terms of algebraic cycles, plays the role of motivic cohomology, as established by works of Bloch-Lichtenbaum, Friedlander-Suslin and Levine. Voevodsky constructed a triangulated category $\mathrm{DM}^{\mathrm{eff}}$ which gives rise to Bloch's higher Chow groups in the way expected by Beilinson. Voevodsky's theory is based on the category NST of *Nisnevich sheaves with transfers* and a full subcategory $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}} \subset \mathrm{NST}$ of A^1 -invariant objects. Voevodsky proved that NST is a Grothendieck abelian category and defined the triangulated category $\mathrm{DM}^{\mathrm{eff}}$ of effective motives as the localization of the derived category $D(\mathrm{NST})$ of complexes in NST with respect to an A^1 -weak equivalence.

Bloch's higher Chow groups and Voevodsky's theory fail to give a complete answer to Beilinson's conjecture since algebraic K -theory is no longer A^1 -invariant for singular schemes. How would it be then possible to extend Voevodsky's theory to construct a larger category satisfying the expected properties even for singular schemes? This seems a difficult question which does not yet have a satisfactory answer.

In one of my research projects, we propose theory of *reciprocity sheaves* as a potential attempt toward the question. The reciprocity sheaves form a full abelian subcategory $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ of NST that contains $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ as well as non- A^1 -invariant objects such as (sheaves represented by) smooth commutative algebraic k -groups (which may have non-trivial unipotent parts, e.g. the additive group scheme G_a), the sheaf of Kähler differentials Ω^i and the de Rham-Witt sheaves $W_n\Omega^i$. Moreover, $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ is closed under taking sub and quotient objects in NST and equipped with a (lax) monoidal structure, thus allowing one to manufacture new reciprocity sheaves out of known ones.

It seems to be still a long journey to the final destination but some crops have been already gathered. Many basic properties proved by Voevodsky for $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ such as the local injectivity, the cohomological purity, the projec-

tive bundle formula, the smooth blowup formula, the Gysin sequence can be extended to $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$. As an application, we construct a formalism of push-forward maps of cohomology of reciprocity sheaves along projective morphisms. As special cases, the construction gives Grothendieck's pushforward maps for Kähler differentials and Gros' pushforward maps for de Rham-Witt differentials for projective morphisms without using the general machinery of Grothendieck and Ekedahl duality. In fact we construct the pushforward along quasi-projective morphisms for cohomology with proper support, which for the Kähler (resp. the de Rham-Witt) differentials was done by Chatzistamatiou-Rülling. Another application is a construction of a formalism of proper correspondence actions on cohomology of reciprocity sheaves. It allows us to produce new (stably) birational invariants as well as obstructions for the existence of zero-cycles of degree 1 out of reciprocity sheaves, and also to prove the vanishing of cohomology using decompositions of the diagonals, a method employed first by Bloch-Srinivas.

Another distinguished feature of reciprocity sheaves is its connection with ramification theory: Emerging is a ramification theory for reciprocity sheaves which provides a unified framework to understand wild ramification of characters of abelian fundamental groups in positive characteristic and irregular singularities of integrable connections of rank 1 in characteristic 0. More precisely, for $F \in \mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ and a smooth scheme U over k , we defined a natural filtration on $\tilde{F}(X, D) \subset F(U)$ parametrized by pairs (X, D) of a separated scheme X of finite type over k and a (possibly empty) effective Cartier divisor D on X such that $U = X \setminus D$. If $F(U)$ is the group of characters of the abelian fundamental group $\pi_1^{\mathrm{ab}}(U)$, we showed that the filtration retrieves Kato-Matsuda's Swan conductor. If $\mathrm{ch}(k) = 0$ and $F(U)$ is the group of integrable connections of rank 1 over U , we

showed that the filtration retrieves the irregularity of connections. If F is represented by a commutative algebraic group, the filtration retrieves Rosenlicht-Serre’s conductor. Motivated by these results, we call the above filtration *the motivic ramification filtration of a reciprocity sheaf* $F \in \text{RSC}_{\text{Nis}}$. Moreover, we showed that the motivic filtration satisfies the Zariski-Nagata purity and coincides with another filtration defined in the way as in Abbes-Saito’s ramification theory.

B. 発表論文

1. F. Binda, A. Krishna and S. Saito, Bloch’s formula for 0-cycles with modulus and higher dimensional class field theory, to appear in *J. of Algebraic Geometry* (2022)
2. B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito and T. Yamazaki, Motives with modulus, III: The category of motives, to appear in *Annals of K-theory* (2022)
3. B. Kahn, S. Saito and T. Yamazaki : “Reciprocity sheaves, II”, to appear in *Homology, Homotopy and Applications* (2022).
4. Rülling and S. Saito : “Reciprocity sheaves and their ramification filtrations”, *J. Inst. Math. Jussieu*, 1-74 (2022). doi:10.1017/S1474748021000074.
5. B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito and T. Yamazaki : “Motives with modulus, I: Modulus sheaves with transfers for non-proper modulus pairs”, *Epijournal de Geometrie Algebrique* 5 (2021), no. 1, 1–62.
6. B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito and T. Yamazaki : “Motives with modulus, II: Modulus sheaves with transfers for proper modulus pairs”, to appear in *Epijournal de Geometrie Algebrique* 5 (2021), no. 2, 1–40.
7. S. Saito : “Purity of reciprocity sheaves”, *Advances in Math.* 365 (2020), 107067.
8. M. Kerz, S. Saito and G. Tamme : “Towards a non-archimedean analytic analog of the Bass-Quillen conjecture”, *J. Inst. Math. Jussieu* 19 (2020), no. 6, 1931–1946.
9. S. Saito and K. Sato : “On p-adic vanishing cycles of log smooth families”, *Tunisian J. Math.* 2 (2020), no. 2, 309–335.
10. S. Kelly and S. Saito : “Smooth blowup square for motives with modulus”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences - Mathematics.* (2020) to appear.
11. V. Cossart, U. Jannsen and S. Saito : “Desingularization: Invariants and Strategy: Application to Dimension 2”, *Lecture Notes in Mathematics.* 2270 (2020), Springer-Verlag, Berlin.
12. M. Kerz, S. Saito and G. Tamme : “K-theory of non-archimedean rings I”, *Documenta Math.* 24 (2019), 1365–1411.
13. F. Binda and S. Saito : “Relative cycles with moduli and regulator maps”, *J. Inst. Math. Jussieu.* 18, no, 6 (2019) 1233–1293.
14. K. Rülling and S. Saito : “Higher Chow groups with modulus and relative Milnor K-theory”, *Trans. AMS.* 370 (2018), 987–1104.
15. U. Jannsen, S. Saito and Y. Zhao : “Duality for relative logarithmic de Rham-Witt sheaves and wildly ramified class field theory over finite fields”, *Compositio Math.* 154 (2018) 1306–1331.
16. S. Kelly and S. Saito: “Weight homology of motives”, *Internatinal Math. Research Notices.* 13 , no. 1 (2017), 3938–3984.

C. 口頭発表

1. Purity of reciprocity sheaves and motive of modulus, *Algebraic-geometric and homotopical methods*, Institut Mittag-Leffler, Stockholm, Sweden, April 4-14, 2017.

2. Rigid analytic K-theory, Motivic homotopy theory and refined enumerative geometry, University of Duisburg-Essen, Essen, Germany, April 9-14, 2018.
3. Rigid analytic K-theory, K-theory in algebraic geometry and number theory, Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn Germany, May 15-19, 2017.
4. Motives with modulus and cdh descent for reciprocity sheaves, Algebraic K-theory and Arithmetic, Polish Academy of Sciences Conference Center, Bedlewo, Poland, August 20-16, 2017.
5. Motivic interpretation of Artin conductors, Conference on Algebraic Geometry and Number Theory on the occasion of Jean-Louis Colliot-Thelene's 70th birthday, Villa Finaly, Firenze, Italia, December 4-6, 2017.
6. Rigid analytic K-theory and p -adic Chern characters, The conference "Arithmetic Geometry : l -adic and p -adic aspects" , University of Tokyo, Tokyo Japan, September 10-14, 2018.
7. Rigid analytic K-theory and p -adic Chern characters, A conference 'Geometry: Local and Global' on the occasion of Prof. V. Srinivas's 60-th birthday, Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai, India, October 1-5, 2018.
8. Theory of motives with modulus, Arithmetic and Algebraic Geometry 2019 on the occasion of Prof. Terasoma's 60-th birthday, University of Tokyo, Tokyo Japan, January 21-25, 2019.
9. Rigid analytic K-theory and p -adic Chern characters, Workshop on arithmetic geometry, Tokyo-Princeton at Komaba, March 18-22, 2019.
10. Theory of motives and ramification theory, Enriques Lecture, Seminar of Geometry and Algebra, University of Milano, February 11, 2020.

D. 講義

1. 学術フロンティア講義

E. 修士・博士論文

1. (修士論文) 小泉淳之介 (KOIZUMI Junnosuke): Steinberg symbols and reciprocity sheaves.

G. 受賞

フンボルト賞 (2017年)

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

A. 研究概要

剰余体が一般の局所体の分岐群の部分商について特性形式が定義できたことでこの理論の基礎が一段落ついたので、分岐群とその幾何的応用についての本の原稿を書き始め、これまでに 300 ページ弱できた。その中で、局所体上の曲線上のエタール層の隣接輪体の次元公式の曲線のコンパクト化をしない新しい証明を得た。

去年投稿した Frobenius-Witt 微分、混標数のスキーム上のエタール層の特異台、分岐群の次数商についての論文のレフェリーレポートが来たので改訂した。初めの 2 つは掲載が決定している。

The foundation on the ramification groups of local fields with imperfect residue fields was laid last year by the definition of the characteristic forms on the graded quotients. I started writing a book on the theory and geometric applications and nearly 300 pages are already written. On writing, I find a new proof of the dimension formula for nearby cycles of étale sheaves on curves over a local field without using compactification of the curve.

I received referee reports on the three articles submitted last year on Frobenius-Witt differentials, singular supports of étale sheaves on schemes of mixed characteristic and the graded quotients of ramification groups and revised them. The first two are accepted for publication.

B. 発表論文

1. T. Saito “Characteristic cycles and the conductor of direct image”, *Journal of the American Mathematical Society* 34 (2021), 369–410
2. K. Kato, T. Saito “Coincidence of two Swan conductors of abelian characters”, *Épjournal de Géométrie Algébrique*, epiga:5395, 11 novembre 2019, Volume 3
3. K. Kato, I. Leal, T. Saito “Refined Swan conductors mod p of one-dimensional Galois representations”, *Nagoya Mathematical Journal* 236 (2019), 134–182.
4. T. Saito “Ramification groups of coverings and valuations”, *Tunisian Journal of Mathematics* Vol. 1, No. 3, 373-426, 2019
5. T. Saito “On the proper push-forward of the characteristic cycle of a constructible sheaf”, *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics* Volume: 97; 2018; *Algebraic Geometry: Salt Lake City 2015*, Part 2, 485-494
6. T. Saito, Y. Yatagawa “Wild ramification determines the characteristic cycle”, *Annales Scientifiques de l’Ecole normale supérieure*, 50, fascicule 4 (2017), 1065-1079.
7. T. Saito “Characteristic cycle of the external product of constructible sheaves”, *Manuscripta Mathematica*, 154, Issue 1-2, 2017, pp 1-12.
8. T. Saito “Wild ramification and the cotangent bundle”, *Journal of Algebraic Geometry*, 26 (2017), 399-473.
9. T. Saito “The characteristic cycle and the singular support of a constructible sheaf”, *Inventiones mathematicae*, 207(2), (2017) 597-695,

C. 口頭発表

1. Micro support of a constructible sheaf in mixed characteristic, *Conference en honneur de Luc Illusie*, June 8, 2021. (フランス online)

2. Wild ramification and the cotangent bundle in mixed characteristic Eighth Pacific Rim Conference 7 August, 2020 (アメリカ online) Colloquium at University of Minesota, Feb 18, 2021.
3. Graded Quotients of Ramification Groups of a Local Field with Imperfect Residue Field, January 7, 2020, International conference on arithmetic geometry 2020, TIFR, Mumbai. (インド) mercredi 22 janv. 2020, IHES. (フランス)
4. Etale Cohomology and the Characteristic Cycle, September 6, 2019, BICMR, Peking University. (中国)
5. Ramification groups of a local field (with Ahmed Abbes and Kazuya Kato), September 5, 2019 CAS Beijing. (中国)
6. CC, Wild Ramification and Irregular Singularities, Sep 25, 2019 at IMPAN in Warsaw, Poland. (ポーランド)
7. Characteristic cycle of a constructible sheaf, Arithmetic Geometry in Carthage, Summer School, Tunisian Academy Beit al-Hikma, Carthage, Tunisia Thursday, June 20-21, 2019. (チュニジア)
8. Characteristic cycle of constructible sheaves and restriction to curves. "Arithmétique et géométrie algébrique", une conférence en l’honneur d’Ofer Gabber, à l’occasion de son soixantième anniversaire, à l’IHÉS, Vendredi 15 juin, 2018. (フランス) Cohomology of algebraic varieties CIRM October 19th, 2018. (フランス)
9. Characteristic cycles and the conductor of direct image, *Interactions between Representation Theory and Algebraic Geometry*, the University of Chicago, August 22, 2017 (アメリカ), p 進コホモロジーと数論幾何学, 東京電機大学 11月16日, The Legacy of Carl Friedrich Gauss, Dec 18, 2017, TSIMF, Sanya, (中国). Motives in Tokyo on the occasion

of Shuji Saito's 60th Birthday March 26, 2018, Univ. of Tokyo.

10. Characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf, 東北大学代数セミナー 2017 年 1 月 26 日, 第 12 回 鹿児島 代数・解析・幾何学セミナー 2017 年 2 月 13 日, JAMI 2017 Local zeta functions and the arithmetic of moduli spaces: A conference in memory of Jun-Ichi Igusa March 22-26, 2017 Johns Hopkins University (アメリカ), Fukuoka International Conference on Arithmetic Geometry in 2017 April 20, (日本). Workshop on arithmetic geometry at Tambara 2017 May 22, (日本). Algebraic Analysis in honor of Masaki Kashiwara's 70th birthday IHES, June 9 2017 (フランス). Algebraic Analysis and Representation Theory – In honor of Professor Masaki Kashiwara's 70th Birthday – RIMS June 28 (日本). Regulators in Niseko 2017, 2017 年 9 月 4 日. Tokyo-Lyon Satellite Conference in Number Theory, Univ. of Tokyo, February 21 (Wed), 2018. 第 34 回京都賞記念ワークショップ「基礎科学部門」2018 年 11 月 12 日 (月) 京大数理研 Arithmetic and Algebraic Geometry 2019 - in honour of Professor Tomohide Terasoma's 60th birthday - January 25 (Fri), 2019 東大数理, CAS Beijing, September 4, 2019 (中国)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 松田 光智 (MATSUDA Koji): Torsion points of elliptic curves over multi-quadratic fields and cyclotomic fields

F. 対外研究サービス

1. Tokyo–Berkeley Workshop on Number Theory March 14-17, online オーガナイザー
2. Journal of Algebraic Geometry, エディター
3. Documenta Mathematica, エディター
4. Japanese Journal of Mathematics, エデ

ィター

齊藤 宣一 (SAITO Norikazu)

A. 研究概要

有限要素法, 有限体積法, 差分法による非線形偏微分方程式の数値解析, 特に, 方程式の解の持つ性質を再現する数値計算スキームの提案とその誤差解析, および, 誤差解析のための解析理論の構築を行っている. 今年度の主な成果は次の通り.

- 1) Coulomb ゲージの下での Maxwell 方程式の時間周期問題に対して, 時空間での有限要素外積解析に基づく有限要素スキームを構成し, その妥当性を検証した. (宮下大との共同研究)
- 2) 平均場ゲーム方程式の差分解法について研究を行なった. 特に, fictitious play に基づく反復解法を導入し, さらに, Cole–Hopf 変換を適用し系を線形化した. 提案した差分スキームの安定性と収束性を証明した. (柏原崇人, 井上大輔, 吉田広顕, 伊藤優司の共同研究)

My current research theme is development of numerical schemes to solve PDEs using computers, in addition to verification of them and their feasibility. Discretization of PDEs using finite element, finite difference, and finite volume methods is the central concern of my research. Some associated themes are the stability of solutions (numerical and approximate) and analysis of the asymptotic dependence of errors on discretization parameters.

- 1) We applied the space-time finite element exterior calculus (FEEC) to a time-periodic problem for the Maxwell equation under the Coulomb-gauge constraint condition. (This is a joint work with M. Miyashita.)
- 2) We studied the finite difference approximation for solving the mean-field game equation. In particular, we proposed a linearly solvable finite difference scheme, applying the fictitious play iteration and Cole–Hopf transformation. The stability and convergence of the scheme are examined. (This is a joint work with T. Kashi-

wabara, D. Inoue, H. Yoshida and Y. Ito.)

B. 発表論文

1. G. Zhou and N. Saito: “Finite volume methods for a Keller-Segel system: discrete energy, error estimates and numerical blow-up analysis”, *Numer. Math.* **135** (2017) 265–311.
2. T. Kemmochi and N. Saito: “Discrete maximal regularity and the finite element method for parabolic equations”, *Numer. Math.* **138** (2018) 905–937.
3. M. Miyashita and N. Saito: “Hybridized discontinuous Galerkin method for elliptic interface problems: error estimates under low regularity assumptions of solutions”, *J. Sci. Comput.* **76** (2018) 1657–1673.
4. N. Saito and Y. Sugitani: “Analysis of the immersed boundary method for a finite element Stokes problem”, *Numer. Methods Partial Differential Equations* **35** (2019) 181–199.
5. Y. Ueda and N. Saito: “The inf-sup condition and error estimates of the Nitsche method for evolutionary diffusion-advection-reaction equations”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* **26** (2019) 209–238.
6. Y. Ueda and N. Saito: “Stability and error estimates for the successive-projection technique with B-splines in time”, *J. Comput. Appl. Math.*, **358** (2019) 266–278.
7. Y. Chiba and N. Saito: “Weak discrete maximum principle and L^∞ analysis of the DG method for the Poisson equation on a polygonal domain”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.*, **36** (2019) 809–834.
8. T. Nakanishi and N. Saito: “Finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.*, **37** (2020) 165–191.
9. N. Saito: “Variational analysis of the

discontinuous Galerkin time-stepping method for parabolic equations”, *IMA J. Numer. Anal.*, **41** (2021) 1253–1278.

10. T. Nakanishi and N. Saito: “A mass-lumping finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation with blow-up”, *Int. J. Comput. Math.*

C. 口頭発表

1. Convergence of the immersed-boundary finite-element method for the Stokes problem (invited lecture), ECM 2017: International Conference on Engineering and Computational Mathematics, May 31–June 2, 2017, The Hong Kong Polytechnic University, Hong-Kong, China
2. Banach–Nečas–Babuška の定理と DG time-stepping 法, RIMS 共同研究 (公開型): 数値解析学の最前線—理論・方法・応用—, 2017 年 11 月 8 日–10 日, 京都大学数理解析研究所
3. N. Saito, Variational analysis of the discontinuous Galerkin time-stepping method for parabolic equations, International Workshop on Numerical Methods for Partial Differential Equations, March 26–28, 2018, The Hong Kong Polytechnic University, Hong-Kong, China
4. 数値解析の諸相, 数値解析セミナー, 2018 年 5 月 8 日, 東京大学大学院数理科学研究科
5. Variational analysis of the DG time-stepping method for parabolic equations, CJK2018: The Seventh China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, August 20–25, 2018, Shiinoki Cultural Complex, Kanazawa, Japan
6. Variational analysis of the DG time-stepping method for parabolic equations, The Japan-Taiwan Joint Workshop on Numerical Analysis and Scientific Computation, November 24–26, 2018, Na-

tional Taiwan University, Taipei, Taiwan

7. Outlet boundary conditions for the Navier–Stokes equations, Mathematics and Computation for Clinical Problems: I, II and III, ICIAM 2019: The 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 15-19 July 2019, Valencia, Spain
8. The Keller–Segel system of chemotaxis, finite element method, and finite volume method, Colloquium (online), The Hong Kong Polytechnic University, 17 May, 2021, Hong Kong.
9. 数値解析における様々な反例, ものづくり企業に役立つ応用数理解法の研究会 (online), 2021 年 6 月 24 日.
10. Analysis of the finite element method for the Stokes problems with singular source terms (plenary lecture), 2021 EIMS International Conference on Computational Mathematics (online), Ewha Institute of Mathematical Sciences (EIMS), Ewha Womans University, 25-27 August, 2021, Korea.

D. 講義

1. 計算数理解 I・計算数理解: 数値解析の入門講義. 連立一次方程式・非線形方程式の解法, 数値積分, 常微分方程式の初期値問題, 共役勾配法. (理学部・教養学部 3 年生向け講義. 数理分類番号:353)
2. 計算数理解演習: 計算数理解 I・計算数理解の内容に沿った計算実習. (理学部・教養学部 3 年生向け講義. 数理分類番号:451)
3. 応用数学 XA・数物先端科学 VII: 偏微分方程式の近似解法の一つである有限要素法についてのやや高度な話題として, 移流拡散方程式に対する有限要素法を扱った. 特に, 上流近似(風上近似)や安定化法を, 数学的な観点から導入し, その安定性や収束性を明らかにした. 一つの主要な目標は, 様々な安定化手法, SUPG(streamline upwind Petrov-Galerkin) 法, GLS(Galerkin least-squares) 法, Douglas-Wang 法の安

定性・収束性証明を解説することであった.

(数理大学院・4 年生共通講義)

4. 数理科学セミナー II: 関数解析の入門(統合自然科学科 3 年)
5. 数理科学演習 II: 偏微分方程式の数値解析(統合自然科学科 4 年)
6. 卒業研究: 双方向歩行者モデルの数値解析(統合自然科学科 4 年)

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 宮下大 (MIYASHITA Masaru): Some new approaches to the finite element method for digital twins of plasma

F. 対外研究サービス

1. 東京大学国際卓越大学院・数物フロンティア国際卓越大学院 (WINGS-FMSP) プログラムコーディネーター
2. 東京大学大学院数理科学研究科 附属数理科学連携基盤センター センター長
3. Journal of Scientific Computing 編集委員
4. Numerische Mathematik 編集委員
5. International Journal of Computer Mathematics 編集委員
6. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics 編集委員
7. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo 編集委員
8. JSIAM Letters 編集委員
9. 日本数学会 社会連携協議会委員
10. 数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2021 (日本数学会, 日本応用数理学会, 統計関連学会連合) 2021 年 11 月 13 日, 実行委員
11. 日本応用数理学会 理事, 代表会員
12. 日本応用数理学会「科学技術計算と数値解析」研究部会 幹事

志甫 淳 (SHIHO Atsushi)

A. 研究概要

標数 $p > 0$ の完全体 k 上の代数多様体に対して, 滑らかかつ良いコンパクト化が可能な場合は対

数的クリスタリコホモロジーと一致し、有理的にリジッドコホモロジーと一致し、かつ有限生成 $W(k)$ 加群となるような良い整 p 進コホモロジー理論が、特異点解消についての強い仮定の下で存在することを証明した。この p 進コホモロジー理論の基本的性質、具体例や Chern 類写像について引き続き考察している。(V. Ertl 氏, J. Sprang 氏との共同研究.)

We proved the existence of good integral p -adic cohomology theory for algebraic varieties over a perfect field k of characteristic $p > 0$ which coincides with log crystalline cohomology when it is smooth and has a nice compactification, which coincides rationally with rigid cohomology and which is finitely generated over $W(k)$. We continue to study basic properties, concrete examples and Chern class map of this p -adic cohomology theory. (Joint work with V. Ertl and J. Sprang.)

B. 発表論文

1. V. Ertl, A. Shiho and J. Sprang: “Integral p -adic cohomology theories for open and singular varieties”, arXiv:2105.11009. (50 pages)
2. B. Chiarellotto, V. Di Proietto and A. Shiho: “Comparison of relatively unipotent log de Rham fundamental groups”, arXiv:1903.03361v2 (120 pages), to appear in *Memoirs of the Amer. Math. Soc.*
3. V. Ertl and A. Shiho: “On infiniteness of integral overconvergent de Rham-Witt cohomology modulo torsion”, *Tohoku Math. J.* **72**(2020), 395–410.
4. H. Esnault and A. Shiho: “Chern classes of crystals”, *Trans. Amer. Math. Soc.* **371**(2019), 1333–1358.
5. K. Hirayama and A. Shiho: “On comparison between relative log de Rham-Witt cohomology and relative log crystalline cohomology”, arXiv:1803.09245. (54 pages)
6. H. Esnault and A. Shiho: “Convergent isocrystals on simply connected va-

rieties”, *Ann. Inst. Fourier*, **68** (2018), 2109–2148.

7. V. Di Proietto and A. Shiho: “On the homotopy exact sequence for log algebraic fundamental groups”, *Doc. Math.* **23**(2018), 543–597
8. K. S. Kedlaya and A. Shiho: “Corrigendum: Local and global structure of connections on nonarchimedean curves”, *Compositio Math.* **153**(2017) 2658–2665.

C. 口頭発表

1. 整 p 進コホモロジー理論について, 談話会, 京都大学理学部数学教室 (オンライン), 2021 年 10 月 27 日.
2. On integral p -adic cohomology, Algebraic geometry and arithmetic geometry conference 2019, University of Science and Technology of China(中国), 2019 年 12 月 17 日.
3. On integral p -adic cohomology, Over and around sites in characteristic p , in honor of Bernard Le Stum, Università degli Studi di Padova(イタリア), 2019 年 9 月 18 日.
4. On the finiteness problem of integral overconvergent de Rham-Witt cohomology modulo torsion, Workshop on arithmetic geometry Tokyo-Princeton at Komaba, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019 年 3 月 19 日.
5. On relative log de Rham-Witt complex, Arithmetic Geometry and de Rham Theory, VAST(ベトナム), 2018 年 12 月 4 日.
6. On de Jong conjecture, F -isocrystals and families of algebraic varieties (a part of the Simons semester program ‘Varieties: Arithmetic and Transformations’), IMPAN Warsaw(ポーランド), 2018 年 11 月 13 日.
7. Overconvergence and examples, F -isocrystals and families of algebraic varieties (a part of the Simons semester program ‘Varieties: Arithmetic and Trans-

formations'), IMPAN Warsaw(ポーランド), 2018年11月12日.

8. On de Jong conjecture, Arithmetic Geometry: l -adic and p -adic aspects, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018年9月11日.
9. On relative log de Rham-Witt complex, Arithmetic and Algebraic Geometry – A conference in honor of Ofer Gabber on the occasion of his 60th birthday, IHES(フランス), 2018年6月13日.
10. Remarks on p -adic Fuchs theorem and p -adic local monodromy theorem, 代数セミナー, 東北大学, 2018年3月22日.

D. 講義

1. 数学 II : S セメスターにおいて, 文科の学生向けに, 行列, 連立 1 次方程式, 行列式について講義した. (教養学部前期課程講義)
2. 数学 II : A セメスターにおいて, 文科の学生向けに, 行列, 連立 1 次方程式, 行列式について講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 常微分方程式: 常微分方程式の基礎事項について講義した. (教養学部前期課程講義)
4. 数理代数学概論 II · 代数学 XD : 層とホモロジー代数学の基礎事項について講義した. (数理大学院 · 4 年生共通講義)
5. 数学特別講義 8 「 p 進微分方程式入門」: p 進穴あき円板上の可解な p 進微分方程式の構造定理である p 進 Fuchs 定理と p 進局所モノドロミー定理について講義した. (集中講義, 京都大学, 2021 年 10 月 25 日 ~ 29 日)

E. 修士 · 博士論文

1. (修士) 王 沛鐸 (WANG Peiduo) : On generalized Fuchs theorem over p -adic polyannuli

F. 対外研究サービス

1. Journal of the Mathematical Society of Japan 編集委員
2. 研究集会「代数的整数論とその周辺」(京都大学数理解析研究所) 運営委員会委員
3. 京都大学数理解析研究所訪問滞在型研究

「宇宙際タイヒミュラー理論の拡がり」
組織委員

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

今年度は標数 0 の極小モデル理論に現れる特異点の変形について研究した. 特に佐藤謙太 (九州大学) との共同研究において, 以下の結果を得た.

(1) Esnault-Viehweg は, 2 次元対数端末特異点が大変形で保たれることを証明した. Esnault-Viehweg の議論を用いると, 一般次元でも生成ファイバーが \mathbb{Q} -Gorenstein であれば, 対数端末特異点は大変形で保たれることを示される. 我々は, 付置論的対数端末特異点が滑らかな底空間上の変形で保たれることを証明した. ここで付置論的対数端末特異点とは, 対数端末特異点の非 \mathbb{Q} -Gorenstein の場合への一般化である. この結果の系として, Esnault-Viehweg の結果の底空間が高次元の場合への拡張が得られる.

(2) 石井志保子は, 生成ファイバーが \mathbb{Q} -Gorenstein であれば, 孤立対数標準特異点は大変形で保たれることを示した. 我々は特異点の小変形に関して, 特殊ファイバーが対数標準特異点を持つならば, 生成ファイバーは付置論的対数標準特異点を持つことを証明した. ここで付置論的対数標準特異点とは, 対数標準特異点の非 \mathbb{Q} -Gorenstein の場合への一般化である. この結果の系として, 石井の結果の非孤立特異点の場合への拡張が得られる.

This year I have worked on deformation problems of singularities in the minimal model program. In particular, in joint work with Kenta Sato (Kyushu University), we prove the following two results.

(1) Esnault-Viehweg proved that two-dimensional log terminal singularities are invariant under small deformations. Their argument tells us that an analogous statement holds in higher dimensions if the generic fiber is \mathbb{Q} -Gorenstein. As a generalization of this result to the higher dimensional base case, we prove that valuatively log terminal singularity

ties are invariant under a deformation over a smooth base. Here, valuatively log terminal singularities are a generalization of log terminal singularities to the non- \mathbb{Q} -Gorenstein setting.

(2) S. Ishii proved that isolated log canonical singularities deform to log canonical singularities if the generic fiber is \mathbb{Q} -Gorenstein. As a generalization of this result to the non-isolated case, we prove that if the special fiber has log canonical singularities, then the generic fiber has valuatively log canonical singularities. Here, valuatively log canonical singularities are a generalization of log canonical singularities to the non- \mathbb{Q} -Gorenstein setting.

B. 発表論文

1. K. Sato and S. Takagi : “Deformations of log terminal and semi log canonical singularities”, preprint (2022).
2. K. Sato and S. Takagi : “Arithmetic and geometric deformations of F -pure and F -regular singularities”, arXiv:2103.03721.
3. K. Sato and S. Takagi : “Weak Akizuki-Nakano vanishing theorem for globally F -split 3-folds”, arXiv:1912.12074.
4. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically \mathbb{Q} -Gorenstein varieties”, *J. Algebra* **571** (2021), 266–279.
5. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, *J. Inst. Math. Jussieu* **19** (2020), no. 2, 647–661.
6. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally F -regular varieties”, *Eur. J. Math.* **5** (2019), 872–880.
7. S. Takagi and K.-i. Watanabe : “ F -singularities: applications of characteristic p methods to singularity theory”, *Sugaku Expositions* **31** (2018), 1–42.
8. B. Bhatt and K. Schwede and S. Takagi : “The weak ordinarity conjecture and F -singularities”, *Higher dimensional algebraic geometry*, 11–39, *Adv. Stud. Pure Math.*, 74, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
9. A. Singh, S. Takagi and M. Varbaro : “A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities”, *Int. Math. Res. Not. IMRN* **2017**, no.21, 6484–6522.
10. V. Srinivas and S. Takagi : “Nilpotence of Frobenius action and the Hodge filtration on local cohomology”, *Adv. Math.* **305**, (2017), 456–478.

C. 口頭発表

1. Kodaira vanishing for thickenings of globally F -regular varieties, IIT Bombay Virtual Commutative Algebra Seminar, オンライン, 2022 年 2 月.
2. 正則有限被覆を持つ特異点の因子類群について, 可換環論の新しい融合セミナー, 大阪市立大学, 2022 年 1 月.

D. 講義

1. 代数学 XH・代数幾何学 : 2016 年に Yve André によって直和因子予想が肯定的に解決されて以来, 混標数の可換環論が急速に進展している. 本講義では, 最近 Linquan Ma と Karl Schwede によって導入された混標数の特異点の理論を紹介し, F 特異点と極小モデル理論に現れる特異点の対応への応用について解説した. Ma-Schwede の理論は正標数の特異点の理論である F 特異点論を下敷きにしているので, F 特異点論についても概説した. (数理大学院・4 年生共通講義)
2. 数理科学基礎・線型代数学 I : 線型代数学の基礎事項について講義した. (教養学部前期課程講義)
3. 数理代数学 : 群論及び有限群の表現論の基礎事項について講義した. (教養学部統合自然科学科)
4. 数理代数学演習 : 「数理代数学」に関する演習を行なった. (教養学部統合自然科学科)
5. 代数学特別講義 B : 可換環論的側面に重点をおいて, Ma-Schwede の混標数の特異点論について解説した. (明治大学・集中講義・9 月 6~10 日)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 河上 龍郎 (KAWAKAMI Tatsuro):
Studies on the Bogomolov-Sommese vanishing theorem and Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic.
2. (博士) 吉川 翔 (YOSHIKAWA Shou):
Studies on algebraic varieties admitting a polarized endomorphism and the minimal model program in mixed characteristic.

F. 対外研究サービス

1. Algebra & Number Theory 編集委員.
2. Journal of the Korean Mathematical Society 編集委員.
3. 日本数学会代数学分科会 運営委員.
4. 岩波書店「数学叢書」編集顧問.
5. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術動向研究センター 専門調査員.
6. 東京可換環論セミナー 世話人.
7. 研究集会「可換環論の新しい融合セミナー I, II」(大阪市立大学・1月12~14日, 3月9~11日・ハイブリッド形式) 世話人.

G. 受賞

1. 2019 年度日本数学会代数学賞, 受賞題目「標数 0 の特異点と F 特異点」.
2. 平成 29 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞, 業績題目「正標数の手法を用いた双有理幾何学に現れる特異点の研究」.

高山 茂晴 (TAKAYAMA Shigeharu)

A. 研究概要

複素多様体間の正則写像 $f : X \rightarrow Y$ に対し, 所謂ファイバー積分により得られる Y 上の関数, またはそれに類するものは様々な場面において現れ, その研究は応用上不可欠である. L を X 上の正則直線束, h をその一つのエルミート計量とする. ファイバー積分により順像層 $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$ には (正確には Y のあるザリスキー開集合上) 標準 L^2 計量 g が入る. f が滑らかでない場合には g は特異点を持ちうる. しかし幾らかの弱い仮定

の下で, g の特異性もマイルドであることが期待されている. これに関して, 今年度は次の結果を得た. Y は単位円板 $\{t \in \mathbb{C}; |t| < 1\}$ とし, f は $Y \setminus \{0\}$ 上滑らか, $f : X \rightarrow Y$ は半安定とする. このとき $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$ の標準 L^2 計量 g は原点 0 の周りで Mumford の意味で good である.

For a holomorphic map $f : X \rightarrow Y$ between complex manifolds, functions on Y obtained by fiber integrals appear quite often and are important in various applications. We let L be a holomorphic line bundle on X equipped with a Hermitian metric h . Then the direct image sheaf $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$ admits a canonical L^2 -metric g obtained by fiber integrals. This g can be singular if f has singularities. It is expected that the singularities of g would be mild under some reasonably weak assumptions on f . Our result is as follows. Suppose Y is a unit disc $\{t \in \mathbb{C}; |t| < 1\}$, f is smooth over $Y \setminus \{0\}$, and $f : X \rightarrow Y$ is semi-stable. Then the singularity of the L^2 -metric g on $f_*(K_{X/Y} \otimes L)$ around the origin 0 is good in the sense of Mumford.

B. 発表論文

1. S. Takayama: “Singularities of L^2 -metric in the canonical bundle formula”, Amer. J. Math., accepted.
2. S. Takayama: “Asymptotic expansions of fiber integrals over higher-dimensional bases”, J. reine angew. Math., **773** (2021), 67–128.
3. S. Takayama: “Moderate degeneration of Kähler-Einstein manifolds with negative Ricci curvature”, Publ. RIMS. **55** (2019) 779–793.
4. S. Takayama: “Moderate degenerations of Ricci-flat Kähler-Einstein manifolds over higher dimensional bases”, J. Math. Sci. Univ. Tokyo **26** (2019) 335–359.
5. S. Takayama: “A filling-in problem and moderate degenerations of minimal algebraic varieties”, Algebraic Geom. **6** (2019) 26–49.
6. M. Păun and S. Takayama: “Positivity

of twisted relative pluricanonical bundles and their direct images”, J. Algebraic Geom. **27** (2018) 211-272.

7. G. Heier and S. Takayama: “Effective degree bounds for generalized Gauss map images”, Advanced Studies in Pure Math., Math. Soc. Japan, **74** (2017) 203–235.

C. 口頭発表

1. Asymptotic expansions of fiber integrals and applications, 第 15 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 2020 年 2 月.
2. Asymptotic expansions of fiber integrals and application, Birational geometry and moduli spaces, オーストラリア (シドニー大学), 2019 年 12 月.
3. Asymptotic expansions of fiber integrals, Tianyuan International Workshop in Several Complex Variables 中国 (長春), 2019 年 7 月.
4. Degeneration of Kähler-Einstein manifolds, 2018 International conference on complex geometry and several complex variables, Chinese Academy of Sciences, 中国 (北京), 2018 年 7 月.
5. Moderate degeneration of Kähler-Einstein manifolds, Mini-workshop on Complex Geometry, KIAS, 韓国 (ソウル), 2017 年 12 月.
6. Moderate degeneration of Kähler-Einstein manifolds with negative Ricci curvature, 第 23 回複素幾何シンポジウム, 石川県文教会館, 2017 年 11 月.
7. ファイバー空間の相対標準束と充填問題, 代数学シンポジウム, 大阪大学, 2017 年 9 月.
8. Moderate degenerations of Calabi-Yau manifolds over higher dimensional bases, Analytic Methods in Algebraic Geometry Day, Northwestern Univ., シカゴ, アメリカ合衆国, 2017 年 3 月.

D. 講義

1. 複素解析学 I : 複素関数論の古典的な内容, 正則性, コーシーの積分定理, 留数定理などについて講義した. (理学部 2 年生 (後期))
2. 数理科学基礎 : 高校で学んだ数学から大学で学ぶ数学への橋渡しとなる講義を行った. (教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学 : 数理科学基礎に引き続き, 高校で学習した微分・積分を発展させた解析学の基本的な考え方と方法について講義した. (教養学部前期課程講義)

F. 対外研究サービス

1. (Organizer) 第 22 回多変数複素解析葉山シンポジウム, オンライン開催, 2021 年 7 月.
2. (Organizer) 「複素幾何学の諸問題 II」, ハイブリッド開催 (大阪市立大学および オンライン), 2021 年 9 月. 京都大学数理解析研究所 RIMS 共同研究 (公開型), 大阪市立大学数学研究所後援.
3. (Organizer) 第 27 回複素幾何シンポジウム, ハイブリッド開催 (大阪大学および オンライン), 2021 年 11 月.
4. (Editor) Forum Mathematicum.

辻 雄 (TSUJI Takehi)

A. 研究概要

p 進 Hodge 理論, p 進コホモロジー論およびそれらの応用について研究している. Bhatt-Morrow-Scholze による整 p 進 Hodge 理論の新しい枠組みでの係数理論へのアプローチは, Morrow 氏との共同研究で表現論的な視点から導入した相対 BKF 加群と Bhatt-Scholze が導入した prismatic cohomology の自然な係数としてあらわれる prismatic crystal がある. Frobenius 構造付きでは, 両者が大域的にも圏同値であることを本年度改定した共著論文で証明した. そのコホモロジーの比較は自然な問題である. その準備として, まず $q-1$ が非零因子の仮定なしに δ 環上で q 接続, q -Higgs 場を扱う一般的な手法を構築し, Poincaré の補題を証明した. これらを用いて, 基

底環が q -crystalline prism 上で定義されている場合に, prismatic crystal とそのコホモロジーの, bounded prismatic envelope 上の q -Higgs 加群と q -Dolbeault 複体を用いた記述を与え, その応用として上記の二つの係数理論のコホモロジーが一致することを示した.

Takeshi Tsuji is working on p -adic Hodge theory, p -adic cohomology, and their applications. There are two approaches to the coefficients for the new framework of integral p -adic Hodge theory by Bhatt-Morrow-Scholze. One is relative BKF-modules introduced in the joint work with Matthew Morrow. The other is prismatic crystals which naturally appear as coefficients of prismatic cohomology theory by Bhatt and Scholze. We have proved that their categories are equivalent globally in the second version of our joint paper released in 2021. It is then natural to compare the cohomologies. Takeshi Tsuji developed a general method to deal with q -connections and q -Higgs fields on δ -rings without assuming $q - 1$ is a non-zero divisor, and then proved Poincaré lemma. By using this method, he gave a local description of a prismatic crystal and its cohomology in terms of a q -Higgs module and its q -Dolbeault complex on a bounded prismatic envelope when the base prism is defined over q -crystalline prism. As an application, he proved a comparison isomorphism between the cohomologies for the two theories of coefficients mentioned above.

B. 発表論文

1. M. Morrow, T. Tsuji, Generalised representations as q -connections in integral p -adic Hodge theory, arXiv:2010.04059, submitted.
2. T. Tsuji, *Crystalline \mathbb{Z}_p -representations and A_{inf} -representations with Frobenius*, the proceedings of Simons symposium: p -adic Hodge theory 2017, Springer 2020, 161–319.
3. T. Tsuji, *Saturated morphisms of logarithmic schemes*, Tunisian Journal of

Mathematics **1** (2019), 185–220.

4. T. Tsuji, *Notes on the local p -adic Simpson correspondence*, Math. Ann. **371** (2018), 795–881.

C. 口頭発表

1. Integral cohomologies in the p -adic Simpson correspondence, Arithmetic Geometry - Takeshi 60, 東京大学, 2021 年 9 月
2. Coefficients in integral p -adic Hodge theory via generalized A_{inf} -representations, p -adic cohomology and arithmetic geometry 2019, 東北大学, 2019 年 11 月
3. Coefficients in integral p -adic Hodge theory, Arithmetic Geometry in Carthage, Tunis, Tunisia, 2019 年 6 月
4. Coefficients in Integral p -adic Hodge Theory via Generalized A_{inf} -representations and q -connections, Simons symposium: p -adic Hodge theory (2019), Elmau, Germany, 2019 年 4 月
5. (φ, Γ) -modules and formal moduli for Lubin-Tate formal groups, Workshop on arithmetic geometry, Tokyo-Princeton at Komaba, the University of Tokyo, 2019 年 3 月
6. p 進 Simpson 対応, 代数的整数論とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 11 月
7. Recent progress in integral p -adic Hodge theory. Tokyo-Lyon Conference in Mathematics, the University of Tokyo, 2018 年 2 月
8. The relative Fontaine-Laffaille theory and A_{inf} representations with Frobenius. Algebraic K -theory and arithmetic, Polish Academy of Sciences Conference Center, Będlewo, Poland, 2017 年 8 月
9. The relative Fontaine-Laffaille theory and A_{inf} representations with Frobenius. Simons Symposium on p -adic Hodge Theory, Schloss Elmau, Germany, 2017 年 5 月

D. 講義

1. 数理科学基礎. 微分積分学・線形代数学についての導入的講義. 微積を担当. 教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S1)
2. 数理科学基礎演習. 数理科学基礎の演習. 微積を担当. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S1)
3. 微分積分学 1. 微分積分学の講義. テイラーの定理, テイラー展開, 多変数関数の微分などを扱った. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S2)
4. 数学基礎理論演習. 微分積分学 1・線形代数学 1 の演習. 微積を担当. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S2)
5. 微分積分学 2. 微分積分学の講義. 多変数関数の極値(ヘッセ行列), 重積分, 無限級数, 広義積分などを扱った. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, A)
6. 微分積分学演習. 微分積分学 2 の演習. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, A)
7. 代数学 XE・基礎数理特別講義 II, p 進 Hodge 理論の講義. Poincaré の補題を用いた de Rham の定理の証明に近い Beilinson の手法に関連する基礎理論から紹介した. (数理大学院・4 年生共通講義)

F. 対外研究サービス

1. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, エディター
2. Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, エディター

時弘 哲治 (TOKIHIRO Tetsuji)

A. 研究概要

血管新生の数理モデルにおいて、血管網のパターンの特徴を考察した。この数理モデルは、最近の *in vitro* 実験に基づき、血管新生時の血管の伸長と分岐が血管網先端の内皮細胞密度によって決定されると仮定し、血管網形成の動的変化を連立常微分方程式系を用いて記述したものである。形成のパターンは、細胞分裂による内皮細胞の供給速度、分岐角度に強く依存し、さらに血管の連結性にも依存する。血管の再接続の効果を導入するこ

とで、血管網ネットワーク内の島の大きさの統計的分布を、分岐角度と伸長係数分布に関して議論した。また、得られたパターンの特徴をマルチフラクタル次元などを用いて分析した。

We discuss the characteristics of the patterns of the vascular networks in a mathematical model for angiogenesis. Based on recent *in vitro* experiments, this mathematical model assumes that the elongation and bifurcation of blood vessels during angiogenesis are determined by the density of endothelial cells at the tip of the vascular network, and describes the dynamical changes in vascular network formation using a system of simultaneous ordinary differential equations. The pattern of formation strongly depends on the supply rate of endothelial cells by cell division, the branching angle, and also on the connectivity of vessels. By introducing reconnection of blood vessels, the statistical distribution of the size of islands in the network is discussed with respect to bifurcation angles and elongation factor distributions. The characteristics of the obtained patterns are analysed using multifractal dimension and other techniques.

B. 発表論文

1. Jun Mada and Tetsuji Tokihiro, "Pattern formation of vascular network in a mathematical model of angiogenesis", Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics. Published online: 18 November 2021; <https://doi.org/10.1007/s13160-021-00493-9>
2. Yuri Kominami, Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro and Hideki Ushio, "Peptidomic analysis characterising proteolysis in thaw-aging of beef short plate" Food Chemistry: Molecular Sciences Volume 3, 100051 (2021).
3. Ryo Kamiya, Masataka Kanki, Takafumi Mase, and Tetsuji Tokihiro, "Coprimeness-preserving discrete KdV type equation on an arbitrary dimen-

- sional lattice ”J. Math. Phys. 62, 102701 (2021).
4. Kohei Higashi, Junkichi Satsuma and Tetsuji Tokihiro, ”Rule 184 fuzzy cellular automaton as a mathematical model for traffic flow“, Japan J. Indust. Appl. Math. **38**, (2021) 579–609.
 5. Yuri Kominami, Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro and Hideki Ushio, ”A Novel Analysis of the Peptide Terminome Characterizes Dynamics of Proteolytic Regulation in Vertebrate Skeletal Muscle Under Severe Stress ”Proteomes 2019, 7(1), 6.
 6. Naoko Takubo, Fumitaka Yura, Kazuaki Naemura, Ryo Yoshida, Terumasa Tokunaga, Tetsuji Tokihiro and Hiroki Kurihara, ”Cohesive and anisotropic vascular endothelial cell motility driving angiogenic morphogenesis ”Scientific Reports volume 9, Article number: 9304 (2019).
 7. Masataka Kanki, Takafumi Mase and Tetsuji Tokihiro, ”On the Coprimeness Property of Discrete Systems without the Irreducibility Condition”, SIGMA 14 (2018), 065, 17 pages.
 8. Ryo Kamiya, Masataka Kanki, Takafumi Mase, and Tetsuji Tokihiro, ”A two-dimensional lattice equation as an extension of the Heideman-Hogan recurrence”, J. Phys. A: Math. Theor. **51**, 125203 (2018) (16pages).
 9. Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro, Hiroki Kurihara, Fumimasa Nomura and Kenji Yasuda, ”Integrate and fire model with refractory period for synchronization of two cardiomyocytes”, J. Theor. Biol., **437**, pp.141–148 (2018).
 10. Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro, Hiroki Kurihara and Kenji Yasuda: ”Community effect of cardiomyocytes in beating rhythms is determined by stable cells”, Scientific Reports **7**, 15450 (2017).
- C. 口頭発表
1. “血管新生の数理解モデル”, 第 42 回 MCME セミナー, 武蔵野大学数理工学センター, 2021 年, 7 月 21 日
 2. “Mathematical model for the dynamics of endothelial cells in angiogenesis”, The 38th JSST Annual International Conference on Simulation Technology, New Well City Miyazaki(Miyazaki, Japan), November 5-7 (2019).
 3. “血管新生の数理解モデル”, 非線形波動研究の多様性, 九大応用力学研究所, 2019 年, 10 月 31 日
 4. “AIMaP 研究集会から異分野融合共同研究へ”, 数学パワーが世界を変える 2019, 東京ガーデンパレス, 2019 年, 3 月 10 日.
 5. “液晶における転位と準周期性”, 結晶転位の先進数理解析, 九州大学, 2018 年 9 月 10 日.
 6. “Co-primeness preserving extensions of discrete integrable equations”, The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Taipei (Taiwan), July 5 - 9 (2018).
- D. 講義
1. 現象数理解 II・非線型数理解: セルオートマトンの数理解モデルへの応用について説明した。(数理解大学院・4 年生共通講義)
- E. 修士・博士論文
1. (修士) 酒井 一馬 (SAKAI Kazuma): A mathematical model for the dynamics of endothelial cells in angiogenesis.
- F. 対外研究サービス
1. Discrete Dynamics in Nature and Society, editor.

平地 健吾 (HIRACHI Kengo)

A. 研究概要

今年度は CR 多様体の局所不変量を接触形式の曲率を用いて記述する方法を考察した。これまでは接触形式の局所不変量で、全ての関数によるスケーリングで同変なものを CR 不変量として定義し研究してきた。しかし Q -曲率やセゲー核などへの応用では多重調和関数によるスケーリングでのみ同変な弱い不変量を分類する必要があることが明らかになった。これらの不変量を構成するために、まず接触形式の多重調和関数によるスケーリングに関する標準形を構成した。そして標準形のジェットに関する多項式として弱い不変量を記述した。応用として 3 次元 CR 多様体上のセゲー核の漸近展開の最初の 5 項を具体的に表示した。

I have studied the local invariants of contact forms on CR manifolds. By definition, the local CR invariants are local invariants of contact forms that are covariant under the scalings by all smooth functions. However, in view of the applications to the Q -curvature and the Szegő kernel, it turns out that a weaker notion of invariants — that are covariant only for the scalings by pluriharmonic functions — are more useful. To describe such weak invariants, I constructed a normal form of contact forms under the scalings by pluriharmonic functions. Then I expressed the weak invariants as polynomials in the jets of the contact forms in normal form. As an application, I wrote down the asymptotic expansion of the Szegő kernel on 3-dimensional CR manifolds up to the 5th order.

B. 発表論文

1. 平地 健吾: CR 幾何, 共形幾何の問題, 数理解析研究所講究録 2211 (2022), 86–93
2. K. Hirachi, Normal form for pseudo-Einstein contact forms and intrinsic CR normal coordinates, Preprint (2021), arXiv:2112.08079
3. S. Alexakis and K. Hirachi: Integral Kähler Invariants and the Bergman kernel asymptotics for line bundles, Adv.

Math. 308 (2017), 348–403

4. K. Hirachi, T. Marugame, Y. Matsumoto: Variation of total Q -prime curvature on CR manifolds, Adv. Math. 306 (2017), 1333–1376

C. 口頭発表

1. Q and Q -prime curvature in conformal and CR geometry (3 lectures); Integral invariants on CR manifolds (50 min talk), JAMI, Johns Hopkins Univ. (USA), March 2018
2. Relative fundamental solution to the CR invariant powers of sub-Laplacian and the deformation complex of CR structures, Taipei Conference on Geometric Invariance and Partial Differential Equations, Institute of Mathematics, Academia Sinica (Taiwan), January 2019
3. Global invariants of strictly pseudoconvex domains, Mathematics Colloquium, UCSD (USA), February 2019
4. Invariant theory for the Szegő kernel, Progress in Several Complex Variables, Korea Institute for Advanced Study Seoul, (Korea), October 2019
5. The Monge-Ampère equations, the Bergman kernel, and geometry of pseudoconvex domains (5 lectures), Cauchy-Riemann Equations in Higher Dimensions, ICTS Bangalore (India), July–August 2019
6. Local and global invariants of CR geometry, The 6th Workshop “Complex Geometry and Lie Groups”, Online, February 2021
7. CR 幾何, 共形幾何の問題, 複素幾何学の諸問題 II, オンライン & 大阪市立大学, 2021 年 9 月
8. Invariant theory for the Szegő kernel, Virtual East-West Several Complex Variables seminar, November, Online, 2021
9. Normal form for pseudo-Einstein con-

tact forms and intrinsic CR normal coordinates, The Conference on Complex Geometric Analysis in honor of Kang-Tae Kim's 65th birthday, Online & POSTECH (Korea), January 2022

D. 講義

1. 複素解析学 II, 同演習: 1 変数函数論の入門講義および演習 (数学科 3 年生)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 大橋 康佑 (OOHASHI Yusuke): Parameter dependence of the asymptotic expansion of the weighted Bergman kernels.

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 教育委員会委員
2. Nagoya Journal of Mathematics 編集委員
3. Complex Analysis and its Synergies 編集委員
4. 多変数関数論葉山シンポジウム 組織委員
5. epiMaths committee 委員

山本 昌宏 (YAMAMOTO Masahiro)

A. 研究概要

私の研究領域は数理科学における逆問題である。特に、過剰決定なデータから発展方程式の係数や非斉次項のようなパラメータ、さらに方程式が成り立っている領域形状を決定するという逆問題の研究に従事している。これらの問題はコンピュータ断層撮影法などのように実用上の見地から重要な問題であり、その数学解析が大いに要求されているにも関わらず、そのような逆問題がたまたまアダマールの意味で適切でないために、その数学的研究は十分ではない。私の主な興味は偏微分方程式に対する逆問題において適切性の構造を求め、それらの結果を数値解析と関連付けることである。最近是非整数階拡散方程式の順問題と逆問題の包括的な研究にとりくみ、初期値・境界値問題の基礎理論の構築を行った。

1. 2021 年度は査読付きの論文を 15 編を出版した (B 項の [1]-[15])。[1], [4], [6] - [8],[11] - [13], [15] は非整数階拡散方程式の基礎理論または逆問

題の数学解析に関するもので、古典的な偏微分方程式や非線形偏微分方程式や退化放物型方程式に対する逆問題については、[2], [3], [5], [9], [10], [14] がある。

2. 産業界など現実の課題解決のために数学を応用することに従事している。数学はそれ自体で完結した理論体系であるだけではなく、抽象性と一般性ゆえに現実の問題の解決に大きな力を発揮できる。またそのような応用によって数学自体の発展につながることも期待できる。産学連携の活動を 2011 年度以降、継続して行っている。2021 年度はコロナ禍でそのような活動は制限を受けたが、オンラインで以下のように産業界ならびに工学分野からの課題解決のためのスタディグループ・ワークショップを組織した：

<http://fmsp.ms.u-tokyo.ac.jp/FMSP220131.pdf>

材料科学やシャフトの制御アルゴリズムの確立などの課題が企業などから提示され、院生を中心とした参加者により解決が図られた。また企業との個別の共同研究も行っている。

My research field is inverse problems in mathematical sciences. In particular, I am studying determination of parameters such as coefficients, nonhomogeneous terms in evolution equations and determination of shapes of domains from overdetermining data. Recently I have started to study fractional diffusion equations comprehensively. I established such a theory.

1. I published 15 refereed journal articles in the fiscal year 2020 ([1]-[15] in section B).

[1], [4], [6] - [8],[11] - [13], [15] study the fundamental theory and inverse problems for time fractional diffusion-wave equations, while [2], [3], [5], [9], [10], [14] are concerned with various inverse problems for partial differential equations such as Burgers equations, degenerate parabolic equations.

2. I have applied mathematics in order to solve problems in the real world such as industry. Mathematics is not only a system of theories but also is powerful machinery for solutions

of practical problems, by its character of abstraction and generalization. Moreover by applications, one expects more development of mathematics itself. In 2019 I continued activities of the mathematics for industry. I am one of the main organizers of "Study Group Workshop for Solving Problems from Industry and Engineering". In spite of limitations by the corona disaster, the workshop was organized in January - February of 2022 within FMSP Graduate School Program and Cooperative Math. Program:

[http://fmsp.ms.u-](http://fmsp.ms.u-tokyo.ac.jp/FMSP220131.pdf)

[tokyo.ac.jp/FMSP220131.pdf](http://fmsp.ms.u-tokyo.ac.jp/FMSP220131.pdf)

Companies proposed problems on material sciences and control process for shafts, and the participants composed mainly of graduate students have worked towards practical solutions. Moreover I have continued joint research projects with companies.

B. 発表論文

1. M. Yamamoto, Fractional calculus and time-fractional differential equations: revisit and construction of a theory, Mathematics, Special issue Fractional Integrals and Derivatives: " True " versus " False" , <https://www.mdpi.com/2227-7390/10/5/698/pd>
2. Apraiz, Jone; Cheng, Jin, Doubova, Anna, Fernández-Cara, Enrique and Yamamoto, Masahiro; Uniqueness and numerical reconstruction for inverse problems dealing with interval size search, Inverse Probl. Imaging **16** (2022) 569-594.
3. Imanuvilov, Oleg Y.; Kian, Yavar; Yamamoto, Masahiro; Inverse parabolic problems of determining functions with one spatial-component independence by Carleman estimate, J. Inverse Ill-Posed Probl. **30** (2022) 191-203.
4. Kian, Yavar; Soccorsi, Éric; Xue, Qi; Yamamoto, Masahiro Identification of time-varying source term in time-

fractional evolution equations, Commun. Math. Sci. **20** (2022) 53-84.

5. Apraiz, J.; Doubova, A.; Fernández-Cara, E.; Yamamoto, M. Some inverse problems for the Burgers equation and related systems, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. **107** (2022) Paper No. 106113, 23 pp.
6. Luchko, Yuri; Suzuki, Anna; Yamamoto, Masahiro, On the maximum principle for the multi-term fractional transport equation, J. Math. Anal. Appl. **505** (2022) No.1, Paper No. 125579, 14 pp.
7. Yamamoto, Masahiro; On time fractional derivatives in fractional sobolev spaces and applications to fractional ordinary differential equations. Nonlocal and fractional operators, 287-308, SEMA SIMAI Springer Ser., 26, Springer, Cham, 2021.
8. Liu, Yikan; Hu, Guanghui; Yamamoto, Masahiro, Inverse moving source problem for time-fractional evolution equations: determination of profiles, Inverse Problems **37** (2021), no. 8, Paper No. 084001, 24 pp.
9. Cannarsa, Piermarco; Doubova, Anna; Yamamoto, Masahiro, Inverse problem of reconstruction of degenerate diffusion coefficient in a parabolic equation, Inverse Problems **37** (2021) no. 12, Paper No. 125002, 56 pp.
10. Choulli, Mourad; Yamamoto, Masahiro, Global stability result for parabolic Cauchy problems, J. Inverse Ill-Posed Probl. **29** (2021) no. 6, 895-915.
11. Ren, Caixuan; Huang, Xinchí; Yamamoto, Masahiro, Conditional stability for an inverse coefficient problem of a weakly coupled time-fractional diffusion system with half order by Carleman estimate, J. Inverse Ill-Posed Probl. **29** (2021) 635-651.
12. Yamamoto, M. Uniqueness in deter-

mining fractional orders of derivatives and initial values, *Inverse Problems* **37** (2021) no. 9, Paper No. 095006, 34 pp.

13. Kian, Yavar; Li, Zhiyuan; Liu, Yikan; Yamamoto, Masahiro The uniqueness of inverse problems for a fractional equation with a single measurement, *Math. Ann.* **380** (2021) 1465-1495.
14. Fragnelli, Genni; Yamamoto, Masahiro Carleman estimates and controllability for a degenerate structured population model, *Appl. Math. Optim.* **84** (2021) 999-1044.
15. Liu, J. J.; Sun, C. L.; Yamamoto, M. Recovering the weight function in distributed order fractional equation from interior measurement, *Appl. Numer. Math.* **168** (2021) 84-103.

なお、アメリカ数学会のデータベース Math-SciNet による被引用の全回数は 5966 回である (引用著者数 2078)。

以下の文系向けの本の監修、編集も行った：

1. 『文系のためのめっちゃやさしい 虚数』
ニュートンプレス 2021 年

C. 口頭発表

1. The well-posedness for the direct problem and inverse problems for time-fractional partial differential equations: some fundamental studies, Southeast University, Nanjing, 23 July 2020
2. Direct and inverse problems for time-fractional partial differential equations: some recent results, Shanghai University of Finance and Economics Fudan University, 3 August 2020
3. モデル駆動型アプローチからみた逆問題の諸相, “JST 俯瞰セミナーシリーズ「機械学習と科学」”, 2020 年 9 月 8 日
4. Unique existence of solutions for some time fractional partial differential equations and some inverse problems: recent results, “Nonlocal Diffusion Prob-

lems, Nonlocal Interface Evolution Institute of Mathematics”, Polish Academy of Sciences, 3 October 2020

5. The theory of the direct problem and several inverse problems for time-fractional partial differential equations, “Inverse and Ill-posed Problems: Theory and Numerics XII International Scientific Conference and Young Scientist School”, Novosibirsk State University, Mathematical Center in Akademgorodok, 10 October 2020
6. Uniqueness and stability for inverse problems for fractional partial differential equations on the basis of the forward analysis, “4th Annual Conference Numerical Methods for Fractional-derivative Problems”, Beijing Computational Science Research Center, China, 24 October 2020
7. Stability for inverse problems and related problems for evolution equations by Carleman estimates, ” Belt and Road” Online Workshop on Contemporary Applied Mathematics Shanghai University of Finance and Economics, Fudan University, 12 December 2020
8. Carleman estimates and inverse problems for transport equation, Analysis and Numerics of Design, Control and Inverse Problems, INdAM Roma, 1 July 2021
9. Direct and inverse problems for time-fractional partial differential equations-a Nonlinear Theory, Analysis, Control, and Numerics for PDE Models of Interest to Physics and Life Sciences, Centro Internazionale per la Ricerca Matematica Levico Terme (Trento), 24 September 2021
10. Inverse problems for transport equations of first order by Carleman estimate, Eurasian Conference on Applied Mathematics, Novosibirsk, 16 December 2021

D. 講義

1. 数学 I (文系): 教養学部前期課程講義、S セメスター、微積分の講義
2. 微積分学 2: 教養学部前期課程講義、A セメスター、通年の微積分の講義の第 2 部
3. 数学 II: 教養学部前期課程講義、A セメスター、線形代数
4. 解析学 V ならびに演習: 理学部 3 年生向け講義、A セメスター、古典的偏微分方程式論の初歩
5. 解析学 XC: 逆問題の入門講義で数学解析ならびに数値手法や応用事例の解説、理学部 3 年生向け講義、A セメスター
6. 社会数理実践研究: 数理大学院

E. 修士・博士論文

1. (論文博士) 高瀬 裕志 (TAKASE, Hiroshi): Inverse problems for hyperbolic partial differential equations with time-dependent coefficients

F. 対外研究サービス

1. Editorial board "Journal of Inverse and Ill-posed Problems", 2011 年—現在
2. Editorial board of "Journal of the China Society of Industrial and Applied Mathematics (J. of Chinese SIAM)", 2011 年—現在
3. "Editorial board of "Applicable Analysis", 2011 年—現在
4. Advisor Board of "Inverse Problems in Science and Engineering", 2011 年—2020 年
5. Editorial Board of "Nonlinear Analysis: Real World Applications" 2011 年—現在
6. Fellow at Institute of Physics (Great Britain) 2011 年—2014 年
7. Honorary professor of East China Institute of Technology (China)
8. Guest Professor of Southeast University (Nanjing, China)

G. 受賞

1. the 2014 William F. Ames JMAA Best Paper Award

2. The Gold Medal for "For Great Contributions in Mathematics", 2012, ロシア科学アカデミー・シベリア支部
3. Honorary Member of Academy of Romanian Scientists (2019 年 4 月より)
4. Accademia Peloritana dei Pericolanti (イタリア、メッシナ、1729 年創立) の外国人会員 (2021 年 3 月より)

H. 海外からのビジター

1. Yavar Kian 20/03/07 - 20/05/05 Aix-Marseille University フランス、非整数階偏微分方程式の逆問題の共同研究
2. Piermarco Cannarsa 20/02/12-2020/02/19, University Rome Tor Vergata イタリア退化型放物方程式の逆問題の共同研究
3. Oleg Emanouilov 20/01/04 - 20/01/15 Colorado State University アメリカ、境界値逆問題ならびに粘弾性体の逆問題の共同研究
4. Kazufumi Ito 19/12/24 - 20/01/05 North Carolina State University アメリカ材料科学の逆問題の共同研究
5. Mourad Choulli 19/08/08 - 19/08/15 University of Lorraine フランス楕円型方程式に関する逆問題の共同研究

吉田 朋広 (YOSHIDA Nakahiro)

A. 研究概要

擬似尤度解析、漸近決定理論、確率過程の統計学、極限定理、漸近展開、セミマルチンゲール、Malliavin 解析、計量ファイナンス、統計的学習理論、計算機統計を研究している:

1. Malliavin 解析と極限定理
2. 混合正規分布を極限に持つマルチンゲールに対する漸近展開
3. マイクロストラクチャーノイズ下でのプレアベレーシング推定量の漸近展開
4. Euler-Maruyama 近似誤差の漸近展開
5. Skorohod 積分の漸近展開
6. fractional Brownian motion の汎関数の漸

近展開

7. Wiener 汎関数に対する一般展開公式
8. 擬似尤度解析の理論
9. 有限時間離散観測下でのボラティリティに対する擬似尤度解析とパラメトリック推定量の漸近展開
10. ジャンプフィルターと安定的なボラティリティ推定
11. 部分擬似尤度解析と長期記憶過程を成分に持つ統計モデルの推測理論
12. 擬似尤度解析と情報量規準
13. 確率過程のスパース推定
14. HY 推定法とリード・ラグ推定
15. 確率微分方程式に対する適合型推定アルゴリズム
16. 点過程とリード・ラグ、リミット・オーダーブック
17. 退化拡散過程の推定
18. 因果推論と生存解析
19. 極限定理の因果推論への応用
20. 確率微分方程式に対するシミュレーション・統計解析ソフトウェアの開発 (YUIMA プロジェクト)

I am studying quasi-likelihood analysis, asymptotic decision theory, statistics for stochastic processes, limit theorems, asymptotic expansion, semimartingales, Malliavin calculus, quantitative finance, statistical machine learning and computational statistics:

1. Malliavin calculus and limit theorems
2. Asymptotic expansion for a martingale that has a mixed normal limit distribution
3. Asymptotic expansion of the pre-averaging estimator under microstructure noise
4. Asymptotic expansion in Euler-Maruyama approximation
5. Asymptotic expansion of Skorohod integrals
6. Asymptotic expansion of various functionals of a fractional Brownian motion

7. General expansion formula for Wiener functionals
8. Theory of the Quasi-Likelihood Analysis (QLA)
9. Quasi-Likelihood Analysis for volatility in finite time horizon and asymptotic expansion of the QLA estimators
10. Jump filters for stable volatility estimation
11. Partial Quasi-Likelihood Analysis and inference for a statistical model having long-memory components
12. Quasi-Likelihood Analysis and information criteria for model selection
13. Sparse estimation of stochastic processes
14. Applications of the HY estimator to lead-lag estimation
15. Adaptive estimation methods for stochastic differential equations
16. Statistical inference for point processes applied to lead-lag phenomena and limit order book
17. Estimation for a degenerate diffusion process
18. Causal inference and survival analysis
19. Limit theorems applied to causal inference
20. Statistical package for simulation and statistical analysis for stochastic differential equations (YUIMA Project)

B. 発表論文

1. Podolskij, M., Veliyev, B., Yoshida, N.: Edgeworth expansion for Euler approximation of continuous diffusion processes”, *The Annals of Applied Probability*, 30, 4 (2020) 1971–2003
2. C. Tudor and N. Yoshida: “Asymptotic expansion of the quadratic variation of a mixed fractional Brownian motion”, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 23 (2020) 435–463
3. N. Yoshida: “Asymptotic expansion of a variation with anticipative weights”,

- arXiv:2101.00089 (2020)
4. Gloter, A., Yoshida, N.: “Adaptive estimation for degenerate diffusion processes”, *Electronic Journal of Statistics*, 15 (2021) 1424–1472
 5. N. Yoshida: “Simplified quasi-likelihood analysis for a locally asymptotically quadratic random field”, arXiv:2102.12460 (2021)
 6. Inatsugu, H., Yoshida, N.: “Global jump filters and quasi-likelihood analysis for volatility”, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, on-line (2021)
 7. Muni Toke, I., Yoshida, N.: “Marked point processes and intensity ratios for limit order book modeling”, *Japanese Journal of Statistics and Data Science*, on-line (2022)
 8. Delattre, S., Gloter, A., Yoshida, N.: “Rate of Estimation for the Stationary Distribution of Stochastic Damping Hamiltonian Systems with Continuous Observations”, to appear in *Annales de l’Institut Henri Poincaré*
 9. Yoshida, N.: “Quasi-likelihood analysis and its applications”, to appear in *Statistical Inference for Stochastic Processes*
 10. Mishura, Y., Yoshida, N.: “Divergence of an integral of a process with small ball estimate”, to appear in *Stochastic Processes and their Applications*

C. 口頭発表

1. Quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations: volatility estimation and global jump filters. *Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics*, Online, 2021.2.17 招待講演
2. Quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations: volatility estimation and global jump filters. *Statistics and Mathematical Statistics seminar*, Linköping, Sweden, Online, 2021.4.13 招待講演

D. 講義

3. Recent developments in the theory of asymptotic expansion. *Modern Stochastics: Theory and Applications V*, Kyiv, Online, 2021.6.1 招待講演
 4. Ibragimov-Khasminskii theory and recent developments in statistical inference for stochastic processes. *Advances in Stochastics & Statistics in honor of Rafail Z. Khasminskii 90th anniversary*, Online 2021.6.10 招待講演
 5. Global jump filters and realized volatility. *ISI World Statistics Congress 2021*, Hague, Virtual 2021.7.16 招待講演
 6. Adaptive estimation for a degenerate diffusion process. *日本数学会秋季総合分科会*, 2021.9.16
 7. Edgeworth expansion for the Euler-Maruyama approximation. *日本数学会秋季総合分科会*, 2021.9.16
 8. 先端的確率統計学が開く大規模従属性モデリング～従属性のモデリングのための統計数理とその実装～, *CREST「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」成果報告公開シンポジウム*, Online, 2021.9.23
 9. Asymptotic expansion in volatility parametric estimation revisited. *SMSP2021: Statistical Modeling for Stochastic Processes and related fields*, Osaka, Online, 2021.9.27 招待講演
 10. Asymptotic expansion in volatility parametric estimation revisited. *CMStatistics 2021*, London, Online, 2021.12.19 招待講演
1. 確率統計学基礎・確率統計 II : 統計モデルとしての多様な確率分布族と、それらに対する種々の統計推測法について解説した。確率構造の表現、確率変数、確率分布、離散分布、連続分布、期待値、積率、特性関数、多次元分布、共分散、独立性、指数型分布族、条件つき期待値、不偏推定、十分性、完備性、ラオ・ブラックウェルの定理、レーマン・シェフェの定理等を説明した。

(理学部数学科、教養学部共通講義)

2. 数理統計学・確率統計学 II: 数理統計学の入門講義。漸近理論の基礎について解説した。最尤推定、大数の法則と一様性、最小コントラスト推定、M 推定量の漸近正規性、ワンステップ推定量、尤度比検定、多項分布の検定、情報量規準に関して説明した。(数理大学院・4年生共通講義)
3. 統計財務保険特論 VII・数学統論 X G: 統計推測の漸近論を、擬似尤度解析の枠組みで、従属性の構造によらない方法で一般的に構成した。古典的時系列モデル、点過程、伊藤過程のボラティリティ推定の例を用いて、従属系の漸近推測論を構成するために何が必要か観察し、独立観測の場合の統計推測の漸近決定理論を概観した。一般論を展開するための基礎となる確率場の分布収束に関する結果を準備した。Ibragimov-Khasminskii 理論を非線形従属系に適用する際のボトルネックを解消する、統計的確率場に対する多項式型大偏差不等式を証明した。多項式型大偏差不等式と擬似尤度比確率場の収束により、推定量の極限定理、積率収束、ベイズ推定量の漸近挙動を示した。最後に、離散時間観測されたエルゴード的拡散過程の推定、適合型アルゴリズム、レビ過程で駆動される確率微分方程式のガウス型擬似尤度による推定、伊藤過程の有限時間離散観測に基づくボラティリティパラメータ推定への擬似尤度解析の応用を紹介した。(数理大学院・4年生共通講義)
4. 統計財務保険特論 X・数学統論 X H: マルチンゲール中心極限定理を紹介し、統計学への応用に触れた。D 空間の位相とコンパクト性、D 空間上の確率分布列のタイトネスと C-タイトネス、Aldous のタイトネス条件について話した。さらに、確率変数列の安定的収束の概念を紹介し、マルチンゲール列の混合ガウス過程への安定的収束を証明した。応用として、多重 Wiener 積分のランダムな重み付き和の安定的収束を示した。混合型極限定理の非エルゴード的統計学における意味を説明し、有限時間高頻度観測における伊藤過程のボラティリ

ティパラメータ推定への応用に関して議論した。統計財務保険特論 VII・数学統論 X G で扱った従属系に適用可能な擬似尤度解析の理論を学ぶと、この問題の解決に必要な確率統計学の技法が理解できる。(数理大学院・4年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 郷田昌稔 (GODA Masatoshi): Statistical inference for Hawkes processes. (Hawkes 過程における統計的推論)
2. (修士) 栗崎 正博 (KURISAKI Masahiro): Parameter estimation for ergodic linear stochastic differential equations from partial and discrete observations. (線型確率微分方程式で表されるエルゴードティックモデルにおける部分的かつ離散観測に基づくパラメータ推定)
3. (修士) 馬場 智也 (BABA Tomoya): Consistency of the Kaplan-Meier estimator of the potential survival function by using coarsened exact matching. (潜在的生存関数の coarsened exact matching を用いた Kaplan-Meier 推定量の一致性)

F. 対外研究サービス

1. 統計数理研究所リスク解析戦略研究センター客員教授
2. 日本アクチュアリー会評議員
3. Statistical Inference for Stochastic Processes, editorial board
4. (公財) 生命保険文化センター理事
5. Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics (APSPS), オーガナイザー
6. 京都大学数理解析研究所専門委員

G. 受賞

第 8 回藤原洋数理科学賞大賞 (2019)

ウィロックス ラルフ (Wilcox Ralph)

A. 研究概要

今年は主として下記の 4 つの数理物理学と関係する課題について研究を行い、研究成果を得た。

- The University of Auckland (New

Zealand) の Doyong Um, Université Paris-Saclay の Basile Grammaticos と Alfred Ramani と武蔵野大学の Junkichi Satsuma との共同研究で, 離散 KdV 方程式の特異点の完全な分類を行い, ほかの特異点と非自明な相互作用を引き起こす帯型の新しい特異点の種類を発見した. また, その帯型の特異点と対角線型の特異点の相互作用を簡単な symbolic dynamics で記述することにも成功した. その結果は既に [B.10] に発表済みである.

- 本研究科の Hirotaka Iino との共同研究で, 有名な Lorenz 系の可積分なケースの離散化を考察した. 具体的には, 特殊なパラメーターにおいて楕円関数で求積できる Lorenz 系の可積分性を保つ離散化を 2 つ提唱し, それぞれの離散系の不変量および symplectic 構造などを構成することによってその離散系の Liouville 可積分性を厳密に示した. 途中結果は [B.8] に発表された.
- Basile Grammaticos と Alfred Ramani と本研究科の Takafumi Mase との共同研究で, 昨年の続きで高次元の双有理写像における特異点の構造と写像の反復合成による次数増大との関係を考察した. 線形化可能な 2 階の方程式の coupling から得られる高次元の写像の特異点と次数増大との関係についての論文は現在作成中である.
- Takafumi Mase と Turku University (Finland) の Jarmo Hietarinta との共同研究で, 2 次元の格子上で定義される偏差分方程式の初期値・境界値問題が方程式の代数的 entropy の計算にどのような影響をもたらすかという問題について今年も引き続き研究を行った. その結果を発表する論文は現在作成中である.

The research I conducted over the past year mainly concerned the following 4 topics in mathematical physics.

- Together with Doyong Um (the University of Auckland), Basil Grammaticos and Alfred Ramani (Université Paris-Saclay), and Junkichi Satsuma (Musashino University) I succeeded in giving a full classification of the singularities that can arise in the discrete KdV equation. In this classification we also discovered a completely new type of singularity which takes the shape of an infinite strip on the lattice and which can interact in a nontrivial way with all the other types of singularities. We were also able to describe interactions of such singularities with singularities that take the form of diagonals traversing the lattice, in terms of a very simple symbolic dynamics. These results were reported in [B.10].

cos and Alfred Ramani (Université Paris-Saclay), and Junkichi Satsuma (Musashino University) I succeeded in giving a full classification of the singularities that can arise in the discrete KdV equation. In this classification we also discovered a completely new type of singularity which takes the shape of an infinite strip on the lattice and which can interact in a nontrivial way with all the other types of singularities. We were also able to describe interactions of such singularities with singularities that take the form of diagonals traversing the lattice, in terms of a very simple symbolic dynamics. These results were reported in [B.10].

- In collaboration with Hirotaka Iino (Graduate School of Mathematical Sciences) I studied integrability-preserving discretisations of a sub-case, integrable in terms of elliptic functions, of the famous Lorenz system. In particular, we proposed two different discretisations of this system and proved their Liouville integrability by explicitly constructing their conserved quantities and symplectic structures. Preliminary results concerning these discretisations were reported in [B.8].
- Continuing the joint research I started in 2019 with Basil Grammaticos, Alfred Ramani and Takafumi Mase (Graduate School of Mathematical Sciences), I studied possible connections between the singularities that arise in bi-rational mappings on higher dimensional spaces, and the degree growth of the iterates of such mappings. We are currently finishing a paper detailing this connection for special mappings that are obtained by coupling linearizable second order maps.
- In collaboration with Jarmo Hietarinta (Turku University, Finland), Takafumi

Mase and I have also continued our research on the influence that specific initial value and boundary value problems have on algebraic entropy computations for difference equations defined on a two-dimensional lattice. We are currently finishing a paper announcing our results.

B. 発表論文

1. A. Ramani, B. Grammaticos, R. Willox and T. Tamizhmani: “Constructing discrete Painlevé equations: from $E_8^{(1)}$ to $A_1^{(1)}$ and back”, *Journal of Nonlinear Mathematical Physics* **26** (2019) 520–535.
2. R. Willox: “振り子の揺れ”, *数理科学* **674** (2019), 32–33.
3. J.J.C. Nimmo, C.R. Gilson and R. Willox: “Darboux dressing and undressing for the ultradiscrete KdV equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 445201 (36pp).
4. J. Hietarinta, T. Mase and R. Willox: “Algebraic entropy computations for lattice equations: why initial value problems do matter”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 49LT01 (13pp).
5. D. Um, R. Willox, B. Grammaticos and A. Ramani: “On the singularity structure of the discrete KdV equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **53** (2020) 114001 (24pp).
6. B. Grammaticos, A. Ramani, R. Willox and J. Satsuma: “Discrete Painlevé equations from singularity patterns: The asymmetric trihomographic case”, *J. Math. Phys.* **61** (2020) 033503 (20pp).
7. B. Grammaticos, R. Willox and J. Satsuma: “Revisiting the Human and Nature Dynamics model”, *Regular & Chaotic Dynamics* **25** (2020) 178–198.
8. H. Iino and R. Willox: “Discretisation of an integrable sub-case of the Hénon-Heiles system” (in Japanese), Reports of

Institute for Mathematics and Computer Science, Tsuda University **42** (2021) 135–140.

9. R. Willox: “Discretising and ultradiscretising the ‘Human and Nature Dynamics Model’ — new challenges and the limits of modelling —”, Reports of Institute for Mathematics and Computer Science, Tsuda University **42** (2021) 1–16.
10. D. Um, A. Ramani, B. Grammaticos, R. Willox and J. Satsuma: “On the singularities of the discrete Korteweg-de Vries equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **54** (2021) 095201 (26pp).

C. 口頭発表

1. From singularity patterns to algebraic entropies, ISQS25 –the XXVth International Conference on Integrable Systems and Quantum Symmetries, Prague, Czech Republic, 2017年6月.
2. ダルブー変換とボソン・フェルミオン対応: 記述, 応用と様々な二次的影響, 数理科学の拡がり: 可積分系・数理医学, 松江市・島根県民会館, 2017年8月.
3. 特異点閉じ込めと代数的エントロピー II, 非線形波動研究の新潮流 – 理論と応用 – 九州大学応用力学研究所 共同研究集会, 九州大学, 2017年11月.
4. Solution to the direct and inverse scattering problems for the ultradiscrete KdV equation, Integrable systems, special functions and combinatorics, Sabhal Mòr Ostaig –the Gaelic College, the Isle of Skye, UK, 2019年6月.
5. On the direct and inverse scattering problems for udKdV, China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems 2019, 葉山, 2019年8月.
6. Integrability tests for lattice equations – or why lattice equations are more interesting (and subtle) than ordinary mappings, Integrable Systems 2019, The University of Sydney, Australia, 2019年11

月.

7. Discretising and ultradiscretising the “Human and Nature Dynamics Model” – new challenges and the limits of modelling, From Nonlinear Waves to Integrable Systems, Tsuda University, Institute for Mathematics and Computer Science, held online on Zoom, 2020 年 11 月.
8. The singularity structure of integrable lattice equations, Integrable Systems 2021, The University of Sydney, Australia, held online through Zoom, 2021 年 12 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎 (S1 ターム): 微分積分学基礎の入門講義 (教養学部前期課程 1 年生)
2. 数理科学基礎演習 (S1 ターム): 微分積分学基礎入門の演習 (教養学部前期課程 1 年生)
3. 微分積分学 1 (S2 ターム): 微分積分学の入門講義 (教養学部前期課程 1 年生)
4. 数学基礎理論演習 (S2 ターム): 微分積分学入門の演習 (教養学部前期課程 1 年生)
5. 数値シミュレーション技法・グローバル教養特別演習 I (S セメスター) 英語で行われる数理モデル化と数値シミュレーションについての入門講義 (教養学部後期課程 PEAK・USTEP 生)
6. 現象数理 II・非線形数理・現象数理学 (S セメスター): オムニバス形式で, 様々な分野における自然現象を記述する数理モデルやセルオートマトンの構成法, 及びそれらのモデルの解析について論じる講義 (理学部 4 年生・大学院生・教養学部統合自然科学科数理自然科学 4 年生の共通講義)
7. 微分積分学 2 (A セメスター): 微分積分学の入門講義 (教養学部前期課程 1 年生)
8. 微分積分学演習 (A セメスター): 微分積分学入門の演習 (教養学部前期課程 1 年生)
9. 応用数学 XF・基礎数理特別講義 V (A セメスター): 連続の無限次元可積分系について論じる講義 (理学部 4 年生・大学院生の共通講義)

内容: 無限次元可積分系への入門として, 様々な観点から非線形偏微分方程式における「可積分性」について講じた. 対称性という概念から出発し, 方程式の保存量や特殊解, またはハミルトン構造などについて説明し, 無限次元可積分系に付随する線形問題 (Lax pair) と保存量との関係, 線形問題の拡張から得られる無限次元可積分系の階層と対称性およびその階層のタウ関数について講じた.

Course contents: this course is intended as an introduction to the field of infinite dimensional integrable systems, focusing on several aspects of “integrability” for nonlinear partial differential equations. Starting from the notion of a “symmetry”, I first discussed the link with conserved quantities and Hamiltonian structures for such equations. In the latter half of the course I explained the link between the underlying linear structure (Lax pair) for integrable systems and the existence of infinitely many conservation laws, symmetries and tau functions for the associated integrable hierarchies.

10. 数理科学広域演習 I (A セメスター) 英語で「Mathematical Writing & Communication」について論じるオムニバス形式の講義 (修士課程 FoPM コース生)

F. 対外研究サービス

1. ソルヴェ 国際研究所「Instituts Internationaux de Chimie et Physique, fondés par E. Solvay」評議員.
2. 日本数学会・加藤フェロー運営委員会・委員.
3. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, Advisory Board Member.
4. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, Editorial Board Member.
5. Journal of the Physical Society of Japan, Associate Editor.
6. Organizer of the mini-symposium “Mod-

eling infectious disease: COVID-19 and beyond”, organized in collaboration with Pôle Santé, IJCLab, Université Paris-Saclay et IN2P3/CNRS, in the framework of the strategic Partnerships Project (Paris Grandes Écoles Group) of the University of Tokyo; online through Zoom (2021 年 3 月 9 日～10 日).

7. ICIAM2023 プログラム委員会委員.

H. 海外からのビジター

1. Alexander STOKES (外国人特別研究員・JSPS postdoctoral fellow) 2021 年 11 月 29 日～2023 年 11 月 28 日.

研究課題：「離散パンルヴェ方程式の幾何学的理論の拡張へ－特異点、エントロピーと可積分性」

Research theme: “Extending the geometric theory of discrete Painlevé equations: singularities, entropy and integrability”

准教授 (Associate Professors)

足助 太郎 (ASUKE Taro)

A. 研究概要

葉層構造の特性類および Fatou 集合・Julia 集合について研究した。特性類に関しては、特に葉層の変形に関する特性類や、そのような特性類全体が成す空間について調べた。また、Fatou 集合・Julia 集合については、Julia 集合のエルゴード性について調べた。

I studied foliations, especially their characteristic classes and Fatou-Julia decompositions. Specifically, I studied characteristic classes for deformations of foliations, and the space of such classes. On the other hand, I studied ergodicity of Julia sets of foliations.

B. 発表論文

1. T. Asuke : “Notes on ‘Infinitesimal derivative of the Bott class and the Schwarzian derivatives’”, *Tohoku Math. J.* **69** (2017), 129–139.
2. T. Asuke : “On deformations and rigidity of the Godbillon–Vey class”, *Geometry, Dynamics, and Foliations 2013, Advanced Studies in Pure Mathematics* **72**, 2017, 1–18.
3. T. Asuke : “On Thurston’s construction of a surjective homomorphism $H^{2n+1}(B\Gamma_n, \mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{R}$ ”, by Tadayoshi Mizutani, *Geometry, Dynamics, and Foliations 2013, Advanced Studies in Pure Mathematics* **72**, 2017, 211–219 (translation).
4. T. Asuke : “Fatou and Julia sets of foliations”, *J. Math. Soc. Japan* **72**, 2020, 1145–1159.
5. T. Asuke : “On the Fuks–Lodder–Kotschick class for deformations of foliations”, *Proceedings of the conference Contemporary Mathematics in Kielce 2020, February 24–27 2021*, 2021,

1–15.

C. 口頭発表

1. Characteristic classes for infinitesimal deformations of foliations, Workshop : Residues, dynamics and hyperfunctions, Hokkaido University (Sapparo), 2017/7/28.
2. A remark on the Fatou sets of foliations of CP^2 , Complex foliations, dynamics and geometry, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro (Brasil), 2018/7/24.
3. 葉層構造の Fatou 集合について, 日本数学会 2020 年度年会, 日本大学理工学部, 2020/3, 伝染病対策のため中止. 講演は成立の扱い.
4. On the Fuks–Lodder–Kotschick class for deformations of foliations, Contemporary Mathematics in Kielce 2020, Katedra Matematyki, Wydział Nauk Ścisłych i Przyrodniczych, Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w Kielcach, Kielce (Poland), 2021/2/24 (伝染病の蔓延のため 2021 年に開催).
5. 葉層の変形に関するある特性類について, 日本数学会 2021 年度年会, 慶應大学 (オンライン), 2021/3/16.

D. 講義

1. 数学 I : 微分積分学の入門講義 (教養学部前期課程講義)
2. ベクトル解析 : ベクトル解析の入門講義 (教養学部前期課程講義)
3. 幾何学 XE (学部)・力学系 (大学院) : 複素ベクトル場のなす複素葉層構造に関する入門講義. 複素ベクトル場の積分曲線, Frobenius の定理, 特異点における線型化などについて述べた (数理大学院・4 年生共通講義).
4. 幾何学 XC (本郷) : 多様体上のテンソル場

に関する入門講義 (理学部 3 年生向け講義)

5. 数学講究 XB (数理科学概説) : CP^1 上の力学系の極限集合といくつかの一般化について, と題して講義した ('21/5/19) (理学部数学科 4 年生向け講義).

F. 対外研究サービス

1. 葉層構造論シンポジウム ('21/10/21~23), 主催.
2. 研究集会「葉層構造の幾何学とその応用」(オンライン, '21/12/10~12), 共催.
3. 研究集会「葉層構造の幾何学とその応用」(オンライン, '20/12/12~13), 共催.
4. 国立研究開発法人 科学研究振興機構 創発的研究支援事業 外部専門家 (2020 年度).
5. 日本数学会評議員, 2019 年度.
6. 研究集会「葉層構造の幾何学とその応用」(京都教育大学, '19/12/13~15), 共催.
7. 研究集会「葉層構造の幾何学とその応用」(京都教育大学, '18/12/14~16), 共催.
8. 研究集会「葉層構造の幾何学とその応用」(京都教育大学, '17/12/15~17), 共催.

阿部 紀行 (ABE Noriyuki)

A. 研究概要

簡約群の表現論の研究を行っている. 今年度は, 正標数の簡約代数群のフロベニウス核の表現を, アルコーブからなるモーメントグラフの上の Braden-MacPherson 層と関連付けることを試みた. 具体的な関係と証明のおおまかな方針はたったののだが, 細かい問題を解決しきることができず, 完全な証明には至らなかった. 残りの部分の完成は来年度の課題である.

I study representation theory of reductive groups. In this year, I tried to find a relation between representations of the Frobenius kernel of an algebraic reductive group over positive characteristic field and Bradn-MacPherson sheaves on the moment graph attached to alcoves. I found a way to formulate the relation, but I could not solve some problems on the proof. I will continue this study in the next

year.

B. 発表論文

1. N. Abe: “A Hecke action on G_1T -modules”, arXiv:1904.11350.
2. N. Abe: “On singular Soergel bimodules”, arXiv:2004.09014.
3. N. Abe: “A homomorphism between Bott-Samelson bimodules”, arXiv:2012.09414.
4. N. Abe: “Extension between simple modules of pro- p -Iwahori Hecke algebras”, Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu に掲載予定.
5. N. Abe, F. Herzig and M.-F. Vignéras: “Inverse Satake isomorphism and change of weight”, Representation Theory に掲載予定.
6. N. Abe: “A bimodule description of the Hecke category”, Compositio Math., Vol. 157, Issue 10, 2133–2159.
7. N. Abe: “Parabolic inductions for pro- p -Iwahori Hecke algebras”, Advances in Mathematics Volume 355, 2019.
8. N. Abe: “A comparison between pro- p -Iwahori Hecke modules and mod p representations”, Algebra & Number Theory, Vol. 13 (2019), No. 8, 1959–1981.
9. N. Abe: “Involutions on pro- p -Iwahori Hecke algebras, Represent. Theory 23 (2019), 57–87.
10. N. Abe, G. Henniart and M.-F. Vignéras: “On pro- p -Iwahori invariants of R -representations of reductive p -adic groups”, Representation Theory 22 (2018), 119–159.

C. 口頭発表

1. Koszulity in BGG category \mathcal{O} (survey), Winter School on Koszul Algebra and Koszul Duality, 大阪市立大学 + オンライン, 2022 年 2 月 20 日.
2. Bott-Samelson 両側加群の間の準同型, 2021 年度表現論シンポジウム, オンライン, 2021 年 11 月 19 日.

3. Achar-Makisumi-Riche-Williamson の仕事の紹介, 簡約代数群の表現論の勉強会, オンライン, 2021 年 8 月 26,27 日.
4. On Soergel bimodules, London Algebra Colloquium, オンライン, 2020 年 4 月 1 日.
5. On Soergel bimodules, 南大阪代数セミナー, オンライン, 2020 年 6 月 5 日.
6. On Soergel bimodules, 第 15 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 2020 年 2 月 14 日.
7. On Soergel bimodules, Geometry and representation theory, Institut Henri Poincaré, Paris, France, 2020 年 1 月 31 日.
8. On Soergel bimodules, Arithmetic Geometry and Representation Theory, 富山, 2019 年 12 月 16 日.
9. A Hecke action on G_1T -modules, Modular Representation Theory, Clay Mathematics Institute, Oxford, 2019 年 10 月 3 日.
10. On Soergel bimodules, 2019 年度 RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の進展」, 京都大学, 2019 年 7 月 11 日.

D. 講義

1. 初年次ゼミナール理科: 解析学の基礎について, グループ学習形式での体験型学習を行った. (教養学部前期課程講義)
2. 代数と幾何・同演習: 線型代数学の基本的な講義. (理学部 2 年生 (後期))
3. 数学統論 XC / 表現論: Koszul 双対性に関する講義を行った. Koszul 環の定義とそこから従う Koszul 双対性についての説明をした. また, Koszul 環がない場合にも双対性が得られることがあることを, Soergel 両側加群に付随する圏を例に説明し, それがおける Koszul 双対性と関連することを説明した. (数理大学院・4 年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 小原 和馬 (OHARA Kazuma): Hecke algebras for tame supercuspidal

types.

F. 対外研究サービス

1. 研究会「簡約代数群の表現論の勉強会」, 世話人.

伊藤 健一 (ITO Kenichi)

A. 研究概要

今年度は主に以下の 3 つの研究を行った. まず, 三角格子上的離散ラプラシアンに対し, そのレゾルベントの閾値周りでの漸近展開を計算した. いくつかの具体的表示が得られたが, 整理された形での表示を得ることができず, 研究を一時中断している. 続きは来年度以降に持ち越す予定である. これは Jensen 氏 (オールボー大学) および Parra 氏 (チリ・カトリック大学) との共同研究である. 次に, 多次元超立方格子上の離散ラプラシアンに対し, そのすべての基本解およびすべての一般化固有関数を具体的に構成した. 1 次元及び 2 次元の場合には, 追加の情報をういてこの基本解の中から格子グリーン関数を選び出すことができ, それらはもちろん既知のものとも一致する. 一方で 3 次元以上の場合には, 追加の情報が利用できないため, 適切な格子グリーン関数は依然として未知である. これも続きは来年度以降に持ち越す予定である. これは Jensen 氏 (オールボー大学) との共同研究である. 最後に, ユークリッド空間上のシュレーディンガー作用素に対し, そのレゾルベントの評価を複素スペクトルパラメータに対し計算した. 適切と思われる関数空間での評価が得られたが, 論文としてまとめるにはもう少し時間がかかる. これは Skibsted 氏 (オース大学) との共同研究である.

This year I worked on the following three topics. First, for the discrete Laplacian on the triangular lattice I computed the asymptotic expansions of its resolvent around thresholds. I obtained several expressions, but they were not clean. The project was suspended since then, and I will resume it in the following years. This is a joint work with Jensen (Aalborg University) and Parra (The Pontifical Catholic Uni-

versity of Chile). Secondly, for the discrete Laplacian on the hypercubic lattice of a general dimension I constructed all the fundamental solutions and all the generalized eigenfunctions. In the dimensions 1 and 2 the lattice Green functions can be chosen from them since some additional information is available, and it of course coincides with the known ones. However in the higher dimensions the same argument failed since no additional information was available. I will resume it in the following years. This is a joint work with Jensen (Aalborg University). Lastly, for the Schrödinger operator on the Euclidean space I computed the resolvent bounds for complex spectral parameters. It seemed successful, but it still takes some time to be a paper. This is a joint work with Skibsted (Aarhus University).

B. 発表論文

1. K. Ito and E. Skibsted: “Stationary scattering theory for one-body Stark operators, II”, *Ann. Henri Poincaré* **23** (2022), 513–548.
2. K. Ito and A. Jensen: “Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions”, *Integr. Equ. Oper. Theory* **93** (2021), 32.
3. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “New methods in spectral theory of N -body Schrödinger operators”, *Rev. Math. Phys.* **33** (2021), 2150015.
4. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “Commutator methods for N -body Schrödinger operators”, *Spectral Theory and Mathematical Physics, STMP 2018, Santiago, Chile*
5. K. Ito and E. Skibsted, “Spectral theory on manifolds”, *Advanced Studies in Pure Mathematics related to MSJ-SI 2018*.
6. K. Ito and E. Skibsted, “Radiation condition bounds on manifolds with ends”, *J. Funct. Anal.* **278** (2020), 108449.
7. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted, “Spectral theory for 1-body Stark operators”, *J. Differential Equations.* **268** (2020), 5179–5206.
8. K. Ito and E. Skibsted: “Time-dependent scattering theory on manifolds”, *J. Funct. Anal.* **277** (2019) 1423–1468.
9. K. Ito and A. Jensen: “Branching form of the resolvent at threshold for ultrahyperbolic operators and discrete Laplacians”, *J. Funct. Anal.* **277** (2019) 965–993.
10. K. Ito and A. Jensen: “Resolvent expansion for the Schrödinger operator on a graph with infinite rays”, *J. Math. Anal. Appl.* **464** (2018) 616–661.

C. 口頭発表

1. Pseudodifferential expression for the S-matrix of perturbed Stark Hamiltonian, 信州微分方程式セミナー, 信州大学 (オンライン), 2021年12月.
2. Hypergeometric expression for the fundamental solution to the 2-dimensional discrete Laplacian (2次元離散 Laplace 作用素の基本解に対する超幾何表示), 数学域談話会, 筑波大学 (オンライン), 2021年11月.
3. Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions, Effective models, critical phenomena and spectral methods in Quantum Transport (dedicated to Arne Jensen’s 70th birthday), Aalborg, デンマーク王国 (オンライン), 2021年10月.
4. Pseudodifferential expression for the S-matrix of perturbed Stark Hamiltonian, 第174回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学 (オンライン), 2021年7月.
5. Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions, 微分方程式の総合的研究, 京都大学 (オンライン), 2020年12月.
6. Hypergeometric expression for resolvent of the discrete Laplacian in low dimen-

sion, 日本数学会 2020 年度年会, 一般講演, 日本大学, 2020 年 3 月.

7. Hypergeometric expressions for resolvents of the discrete Laplacians in low dimensions, 研究集会「第 29 回 数理物理と微分方程式」, ダイヤモンド瀬戸内マリンホテル, 岡山県玉野市, 2019 年 11 月.
8. Hypergeometric expressions for resolvents of the discrete Laplacians in low dimensions, The 17th Linear and Nonlinear Waves, 滋賀県立県民交流センター (ピアザ淡海), 滋賀県大津市, 2019 年 10 月.
9. Commutator method for the Stark Hamiltonian, QMath14: Mathematical Results in Quantum Physics, Aarhus University, デンマーク王国, 2019 年 8 月.
10. Commutator method for the Stark Hamiltonian, 信州大学偏微分方程式研究集会, 信州大学, 2019 年 6 月.

D. 講義

1. 解析学 VIII・線形微分方程式論: 局所凸位相ベクトル空間および Schwartz 超関数の諸性質に関する講義. (数理大学院・4 年生共通講義)
2. 実解析学 I: 測度論およびルベーグ積分の基礎事項に関する講義. (教養学部統合自然科学科講義)
3. 実解析学演習 I: 測度論およびルベーグ積分に関する演習. (教養学部統合自然科学科講義)
4. 数理科学セミナー II: 関数解析学の基礎に関するセミナー科目. (教養学部統合自然科学科講義)
5. 数理科学概論 I(文科生): 文科生向け微分積分学. (教養学部前期課程講義)
6. 解析学特論 I: 量子スペクトル・散乱理論に関する入門講義. (集中講義, 筑波大学大学院数理物質科学研究科, 11 月 4,5,8,9 日)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 亀岡 健太郎 (KAMEOKA Kentaro): Studies on semiclassical analysis and resonance theory (半古典解析と共鳴理論の研究).

2. (博士) 福嶋 翔太 (FUKUSHIMA Shota): Microlocal construction and analysis of the Schrödinger propagators on manifolds (多様体上のシュレーディンガー時間推進作用素の超局所的な構成と解析).
3. (修士) 田川 智也 (TAGAWA Tomoya): 一般次数の振動子ポテンシャルを持つ Schrödinger 作用素に対する Rellich 型定理.

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会函数方程式論分科会 情報委員会 委員長
2. 日本数学会函数解析学分科会 分科会委員 (偏微分方程式の函数解析学的研究グループ)
3. 東京大学解析学火曜セミナー 世話人

今井 直毅 (IMAI Naoki)

A. 研究概要

Maria Fox 氏との共同研究において, $GU(2, n-2)$ の志村多様体の惰性的素点における還元の特異部分について調べた. より具体的には特異部分の既約成分を Deligne–Lusztig 多様体上の旗スキームの閉部分スキームとして実現し, 既約成分の交差について調べた.

Jean-Stefan Koskivirta 氏との共同研究において, Hodge 型志村多様体の上の旗空間を用いて部分 Hasse 不変量を構成した. さらに部分 Hasse 不変量の保型ベクトル束を用いた分解を与え, それを用いて部分 Hasse 不変量の表現論的性質について調べた.

Alexander Bertoloni Meli 氏と Alex Youcis 氏との共同研究において, SL_2 型の Langlands パラメータのモジュライ空間を構成し, その空間から Weil–Deligne Langlands パラメータのモジュライ空間への Jacobson–Morozov 射を構成した. さらに, Jacobson–Morozov 射が離散的 Langlands パラメータのモジュライの上で同型を与えることを示した.

In a joint work with Maria Fox, we studied the supersingular locus of a reduction at an

inert prime of the Shimura variety attached to $\mathrm{GU}(2, n - 2)$. More concretely, we realized the irreducible components of the supersingular locus as closed subschemes of flag schemes of Deligne–Lusztig varieties, and studied their intersections.

In a joint work with Jean-Stefan Koskivirta, we constructed partial Hasse invariants using flag spaces over Shimura varieties of Hodge type. Moreover, we gave factorizations of partial Hasse invariants via automorphic vector bundles, and studied representation theoretic properties of partial Hasse invariants using the factorizations.

In a joint work with Alexander Bertoloni Meli and Alex Youcis, we constructed a moduli space of Langlands parameter of SL_2 -type, and a Jacobson–Morozov morphism from the space to the moduli space of Weil–Deligne Langlands parameters. Moreover, we showed that the Jacobson–Morozov morphism gives an isomorphism over the moduli of discrete Langlands parameters.

B. 発表論文

1. A. Bertoloni Meli, N. Imai and A. Youcis : “The Jacobson–Morozov morphism for Langlands parameters in the relative setting”, arXiv:2203.01768.
2. N. Imai and J.-S. Koskivirta : “Partial Hasse invariants for Shimura varieties of Hodge-type”, arXiv:2109.11117.
3. N. Imai and M. Fox : “The supersingular locus of the Shimura variety of $\mathrm{GU}(2, n - 2)$ ”, arXiv:2108.03584.
4. N. Imai : “Local Langlands correspondences in ℓ -adic coefficients”, arXiv:2003.14154.
5. N. Imai : “Convolution morphisms and Kottwitz conjecture”, arXiv:1909.02328.
6. N. Imai and T. Tsushima : “Geometric realization of the local Langlands correspondence for representations of conductor three”, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 58 (2022), no. 1, 49-77.

7. N. Imai and J.-S. Koskivirta : Automorphic vector bundles on the stack of G-zips, Forum Math. Sigma 9 (2021), Paper No. e37, 31 pp.
8. N. Imai and T. Tsushima : “Affinoids in the Lubin–Tate perfectoid space and simple supercuspidal representations II: wild case”, Math. Ann. 380 (2021), no. 1-2, 751-788.
9. N. Imai and T. Tsushima : “Affinoids in the Lubin–Tate perfectoid space and simple supercuspidal representations I: tame case”, Int. Math. Res. Not. (2020), no. 22, 8251–8291.
10. N. Imai and Y. Mieda : “Potentially good reduction loci of Shimura varieties”, Tunis. J. Math. 2 (2020), no. 2, 399–454.

C. 口頭発表

1. 局所 Langlands 対応とその幾何化, 談話会, 埼玉大学, 2021 年 10 月 29 日.
2. Convolution morphisms and Kottwitz conjecture, Caltech number theory seminar, Caltech, アメリカ, 2020 年 2 月 13 日.
3. Geometrization of the local langlands correspondence, 第 18 回北陸数論研究集会「数論における相互法則」, 金沢大学サテライト・プラザ, 2019 年 12 月 27 日.
4. Convolution morphisms, geometric Satake equivalence and Kottwitz conjecture, The conference on the Legacy of Élie Cartan, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, 中国, 2019 年 12 月 20 日.
5. Langlands functoriality in the geometrization of the local Langlands correspondence, New Developments in Representation Theory of p-adic Groups, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, ドイツ, 2019 年 10 月 2 日.
6. 局所 Langlands 対応の幾何化と関手性, 代数学シンポジウム, 東北大学, 2019 年 9 月 3 日.

7. Local Shimura varieties and the Fargues-Fontaine curve, RTG Research Workshop 2019, UC Berkeley, アメリカ, 2019年5月15日, 16日.
8. Deligne-Lusztig stack, International Conference on Arithmetic Geometry, In honor of Michael Rapoport's 71st birthday, Morningside Center of Mathematics, 中国, 2019年3月18日.
9. Geometric realization of Heisenberg-Weil representations for finite unitary groups, Tokyo-Lyon Satellite Conference in Number Theory, 東京大学, 2018年2月21日.
10. Non-semi-stable loci in Hecke stacks and Fargues' conjecture, UK-Japan Winter School 2018 on Number Theory, King's College London, イギリス, 2018年1月8日.

D. 講義

1. 数物先端科学 II・代数学 XF : 群スキームや簡約代数群の基礎事項及び Deligne-Lusztig 理論を扱った. (数理大学院・4年生共通講義)
2. 学術フロンティア講義 (現代の数学 — その源泉とフロンティア —): Langlands 対応. (教養学部前期課程講義)
3. 数学特論 IV: 局所志村多様体. (集中講義) 埼玉大学理工学研究科数理電子情報専攻数学コース, 2021年10月.

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 高松 哲平 (TAKAMATSU Teppei): On the arithmetic finiteness of irreducible symplectic varieties.
2. (課程博士) 山本 祐輝 (YAMAMOTO Yuki): On the restrictions of supercuspidal representations for inner forms of GL_N .
3. (修士) 近藤 彪生 (KONDO Ayao): Local-global divisibility of rational points on GL_2 -type varieties over global fields.
4. (修士) 吉重 元 (YOSHISHIGE Hajime): Comparison of Picard groups of rigid

spaces for analytic topology and v -topology.

5. (修士) 板東 克之 (BANDO Katsuyuki): Geometric Satake equivalence in mixed characteristic and Springer correspondence.

F. 対外研究サービス

1. 2021年度日本数学会地方区代議員

G. 受賞

1. 第11回井上リサーチアワード受賞 (2019年2月)

H. 海外からのビジター

1. Ildar Gaisin, JSPS 外国人特別研究員, 2019年4月~2021年4月. He worked on p -adic cohomology.
2. Alex Youcis, JSPS 外国人特別研究員, 2021年9月~. He worked on local Langlands correspondence.

岩木 耕平 (IWAKI Kohei)

A. 研究概要

量子力学における WKB 法を, Borel 総和法や resurgence 理論を通じて数学的に定式化したものが完全 WKB 解析である. 私は主に完全 WKB 解析に基づく複素領域上の微分方程式の研究, およびその他分野への応用に関する研究に取り組んでいる. 特にここ数年は, 行列模型に起源を持つ位相的漸化式の枠組と完全 WKB 解析とを結びつける量子曲線の理論, およびその Painlevé 方程式や BPS 構造との関係性に関する研究に取り組んでいる. 今年度は位相的漸化式と BPS 構造との関係性についていくつか成果が得られたので, 以下それについて概説する.

適当な条件下で, 与えられたスペクトル曲線に対して以下の2つの概念が定義される:

- (i) 位相的漸化式の自由エネルギー
- (ii) BPS 構造

前者は行列模型における自由エネルギーの類似物であり, 後者は WKB 解析における Stokes グラフ (spectral network) の退化の情報を元に定義

される。一見すると両者は無関係だが、Gauss の超幾何微分方程式およびその合流により得られる微分方程式の古典極限として生じるスペクトル曲線に対して、その自由エネルギーを BPS 不変量を用いて記述する公式を導くことに成功した (東大数理, JSPS 研究員の Omar Kidwai 氏との共同研究)。成果は論文としてまとめており、すでに電子版が *Advances in Mathematics* より出版されている。また、引き続き Omar Kidwai 氏との共同研究により、上記のスペクトル曲線に対して位相的漸化式の分配関数の Borel 和と BPS 構造に付随する Bridgeland の τ -関数が本質的に一致することを示した。こちらの成果もすでにプレプリントとしてまとめ、雑誌に投稿中である。

以上が論文としてまとめた成果であるが、今年度は自由エネルギーのパラメータに関する漸近展開公式の導出、その公式と Painlevé 方程式の漸近解析の結果との整合性の確認なども行った。次年度はこれらの結果について整理し、論文としてまとめる予定である。

Exact WKB analysis enables us to treat the traditional WKB approximation in a mathematically rigorous manner through the Borel summation and resurgent analysis. Recently, I am studying the framework of quantum curves which relates the exact WKB analysis to the topological recursion. I also investigated a relationship among topological recursion, BPS structure and exact WKB analysis (spectral networks).

Through joint works with Omar Kidwai (Univ. Tokyo, JSPS fellow), we find a formula which relates

- (i) free energy in the topological recursion,
- (ii) BPS structure

which are defined through (a class of) spectral curves. More precisely, we find an explicit formula which describes the topological recursion free energy via the BPS invariants. The latter is defined by investigating the degeneration of Stokes graphs (spectral networks) in the exact WKB analysis. We also find that,

the Borel sum of topological recursion partition function agrees (up to an overall factor) with the Bridgeland's τ -function associated with the corresponding BPS structure. The first result is already published electronically from *Advances in Mathematics*, while the second result is summarized in the recent preprint (which was submitted to a journal).

In addition, I also investigated the asymptotic expansion of topological recursion free energy when a parameter in the defining equation of spectral curve becomes large.

B. 発表論文

1. K. Iwaki and O. Marchal, “*Painlevé 2 equation with arbitrary monodromy parameter, topological recursion and determinantal formulas*”, *Annales Henri Poincaré*, **18** (2017), 2581–2620.
2. K. Iwaki, O. Marchal and A. Saenz, “*Painlevé equations, topological type property and reconstruction by the topological recursion*”, *Journal of Geometry and Physics*, **124** (2018), 16–54.
3. T. Aoki, K. Iwaki and T. Takahashi, “*Exact WKB analysis of Schrödinger equations with a Stokes curve of loop type*”, *Funkcialaj Ekvacioj*, **62** (2019), 1–34.
4. K. Iwaki, T. Koike and Y. Takei, “*Voros Coefficients for the Hypergeometric Differential Equations and Eynard-Orantin's Topological Recursion - Part II : For the Confluent Family of Hypergeometric Equations*”, *Journal of Integrable Systems*, **4** (2019).
5. H. Fuji, K. Iwaki, M. Manabe and I. Satake, “*Reconstructing GKZ via topological recursion*”, *Communications in Mathematical Physics*, **371** (2019), 839–920.
6. K. Iwaki, “*2-parameter τ -function for the first Painlevé equation: Topological recursion and direct monodromy problem via exact WKB analysis*”, *Communications in Mathematical Physics*, **377** (2020), 1047–1098.

7. H. Fuji, K. Iwaki, H. Murakami and Y. Terashima, Witten-Reshetikhin-Turaev function for a knot in Seifert manifolds, *Communications in Mathematical Physics*, **386** (2021), 225–251.
8. K. Iwaki and O. Kidwai, Topological recursion and uncoupled BPS structures I: BPS spectrum and free energies, *Advances in Mathematics*, **398** (2022), Paper No.108191.

C. 口頭発表

1. Topological recursion and Painlevé I τ -function (invited), IX Workshop on Geometric Correspondences of Gauge Theories, June 17–21, 2019, SISSA, Italy.
2. Painlevé τ -function and topological recursion (invited), Moduli Spaces, Representation Theory and Quantization, June 24–28, 2019, Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto, Japan.
3. Topological recursion, exact WKB analysis and Painlevé equation (invited), University of Amsterdam String Seminar (online), November 10, 2020, University of Amsterdam, Netherlands.
4. Topological recursion and uncoupled BPS structure arising from spectral curves of hypergeometric type (invited), SISSA’s Integrable Systems and Mathematical Physics seminar (online), November 25, 2020, SISSA, Italy.
5. Topological recursion, exact WKB analysis and Painleve equation (invited), Integrable Systems 2020 (online), December 4, 2020, University of Sydney, Australia.
6. Topological recursion, quantum curves and Painleve equations (invited), Applicable resurgent asymptotics: towards a universal theory, ARA Focus Week, Exact Quantisation/Exact WKB and Resurgence (online), April 30, 2021, Isaac Newton Institute for Mathematical

Sciences, United Kingdom.

7. Topological recursion, Painlevé τ -function and exact WKB analysis (invited), Combinatorics of Moduli Spaces, Cluster Algebras and Topological Recursion (online), June 4, 2021, Moscow, Russia.
8. Topological recursion, uncoupled BPS structures and exact WKB (invited), BPS states, mirror symmetry and exact WKB (online), July 2021. Sheffield University, United Kingdom.
9. 完全 WKB 解析とその周辺 (招待講演), 日本数学会関数方程式論分科会特別講演, 2021年9月14日.
10. Topological recursion, uncoupled BPS structures and exact WKB analysis (invited), Algebraic Geometry and Integrable Systems 2022 (online), February 6, 2022, Kobe University, Japan.

D. 講義

1. 数学講究 XB, S セメスター (数理大学院・4年生共通講義)
2. 数理科学基礎, S1 ターム (教養学部前期課程講義)
3. 数理科学基礎演習, S1 ターム (教養学部前期課程講義)
4. 微分積分学 I, S2 ターム (教養学部前期課程講義)
5. 数学基礎理論演習, S2 ターム (教養学部前期課程講義)
6. 微分積分学 II, A セメスター (教養学部前期課程講義)
7. 数学基礎理論演習, A セメスター (教養学部前期課程講義)
8. 統合自然セミナー, A セメスター (教養学部基礎科学科講義)

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会地方区代議員 (関東支部第1ブロック)
2. Organizer (with S. Hirose, S. Kamimoto and S. Sasaki) of the online workshop “Exact WKB Analysis, Microlocal Anal-

ysis, Painlevé Equations and Related Topics", 11 - 15 October 2021, RIMS, Kyoto University, Japan.

H. 海外からのビジター

1. Omar Kidwai

JSPS 外国人特別研究員 (2019 年度より継続). 位相的漸化式, BPS 構造, 完全 WKB 解析に関する研究を行っている. 共同研究で得られた成果は「A. 研究概要」で説明した通りである.

植田 一石 (UEDA Kazushi)

A. 研究概要

Imperial College London の Yankı Lekili 氏と共同で, ホモロジー的ミラー対称性の研究を行った. 特に, これまでの研究で定式化した可逆多項式の Milnor ファイバーに対するホモロジー的ミラー予想を特別な場合に証明した. また, K3 曲面の滑らかな豊富な因子の補集合として得られる Weinstein 多様体に対するホモロジー的ミラー予想を定式化し, 因子の次数が 2 または 4 の場合に証明した.

Loughborough 大学の Tarig Abdelgadir 氏, 大阪大学の 大川新之介氏及び New South Wales 大学の Daniel Chan 氏と共同で, 非可換代数幾何学の研究を行った. 特に, 安定軌道体射影曲線 の概念を導入し, 安定軌道体射影曲線のモジュライスタックが Hassett の意味の荷重点付き安定曲線のモジュライと同型であることを示した. また, 1 次元の滑らかな円分的スタックのスタック的点が衝突する退化が, ホモロジー次元有限なアーベル圏としての極限を持つ事を示した. これは非可換 del Pezzo 曲面の退化で起こる現象の 1 次元に於ける類似を与える.

In a joint work with Yankı Lekili at the Imperial College London, we proved a conjecture on homological mirror symmetry for Milnor fibers of invertible polynomials in special cases. We also formulated a conjecture on homological mirror symmetry for the complement of smooth ample divisors in K3 surfaces, and proved it when the

degree is either 2 or 4.

In a joint work with Tarig Abdelgadir at Loughborough University, Daniel Chan at the University of New South Wales, and Shinnosuke Okawa at Osaka University, we introduced the notion of stable orbifold projective curves, and showed that the moduli stack of stable orbifold projective curves is isomorphic to the moduli stack of weighted pointed stable curves in the sense of Hassett with respect to the weights determined by the automorphism groups of the stacky points. We also showed that a family of one-dimensional smooth cyclotomic stacks with colliding stacky points has a limit as an abelian category which is of finite homological dimension. This gives a one-dimensional analog of similar phenomena for noncommutative del Pezzo surfaces.

B. 発表論文

1. A. Nagano and K. Ueda: “The ring of modular forms of $O(2,4)$ with characters”, Hokkaido Math. J., to appear.
2. A. Nagano and K. Ueda: The ring of modular forms for the even unimodular lattice of signature $(2,18)$, Hiroshima Math. J., to appear.
3. K. Hashimoto and K. Ueda, The ring of modular forms for the even unimodular lattice of signature $(2,10)$, Proc. Amer. Math. Soc. **150**, 547–558, 2022.
4. Y. Lekili and K. Ueda: “Homological mirror symmetry for Milnor fibers of simple singularities”, Algebraic Geom. **8** (5), 562–586, 2021.
5. M. Miura and K. Ueda: “Spherical 2-Designs as stationary points of many-body systems”, Graphs and Combinatorics **37**, 485–492 (2021)
6. B. Kim, J. Oh, K. Ueda and Y. Yoshida, Residue mirror symmetry for Grassmannians, Schubert Calculus and Its Applications in Combinatorics and Representation Theory, Springer Proceedings in

Mathematics & Statistics, **332**, 307–365, 2020.

7. A. Ito, M. Miura, and K. Ueda, Projective reconstruction in algebraic vision, *Canad. Math. Bull.* **63** (3), 592–609, 2020.
8. Y. Nohara and K. Ueda, Potential functions on Grassmannians of planes and cluster transformations, *J. Symp. Geom.* **18** (2), 559–612, 2020.
9. A. Ito, M. Miura, S. Okawa, and K. Ueda, Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties: the case of K3 surfaces of degree 12 and abelian varieties of degree 12 and abelian varieties, *Selecta Math.* **26** (38), 2020.

C. 口頭発表

1. Noncommutative local Calabi-Yau 3-folds, UNIST International Workshop on Geometry and Mathematical Physics 2022, 2022年2月14日, online.
2. Homological mirror symmetry for affine K3 surfaces, The 6th Workshop “Complex Geometry and Lie Groups”, 2021年2月17日, online.
3. Noncommutative del Pezzo surfaces, ZAG seminar, 2020年11月24日, online.
4. Noncommutative del Pezzo surfaces, Freemath seminar, 2020年5月26日, online.
5. Matrix factorizations and mirror symmetry, Moduli Spaces seminar, University of Melbourne, 2020年5月6日, online.

D. 講義

1. 常微分方程式 (教養学部前期課程講義)
2. 全学自由研究ゼミナール: 証明と計算機, Avigad-de Moura-Kong による対話型証明支援系 Lean 3 のチュートリアル ‘Theorem Proving in Lean’ の輪講を, オンラインで画面共有し, 実際に Lean 3 を操作しつつ行った. (教養学部前期課程講義)
3. 幾何学 XH: ホモトピー論に於ける性質ではなく構造としての等号, ホモトピー結合

環, 複数の対象を持つ環としての圏, ∞ 圏とその安定性, 余接束の Lagrange 交叉 Floer 理論と基点付きループ空間のホモロジー, Lagrange トーラスファイブレーションの底空間の整アファイン構造とトロピカル幾何学, Strominger-Yau-Zaslow 予想, パンツとそのミラー, トーリック多様体とそのミラー, McKay 対応, dg 圏の構成可能層などの話題について, 入門的な解説を行った. (数理大学院・4年生共通講義)

4. 幾何学特別講義 III: ホモロジー的ミラー対称性に関する入門的な講義を行った. (集中講義, 名古屋大学多元数理科学研究科, 7月12日~16日)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 岡本幸大 (OKAMOTO Yukihiro): Towards a topological interpretation of the Legendrian contact homology of unit conormal bundles.

柏原 崇人 (KASHIWABARA Takahito)

A. 研究概要

(1) 大気や海洋のように, 水平方向のスケールが垂直方向のスケールよりも大きな場合 (数学的にはアスペクト比 0 の極限において), 流体の運動を表すナビエ・ストークス方程式から静水圧平衡を満たすプリミティブ方程式が導出される. この議論の数学的正当化は, 周期境界条件の場合について知られていたが, 物理的により重要な滑りなし条件の場合でも同様の結果が成り立つことを示した. また, 我々は異方性を持つ基礎空間 $L_{xy}^\infty L_z^1$ のもとで強解が時間大域的に存在することを証明した. これは, スケール不変な関数空間においてプリミティブ方程式を考察した最初の結果と考えられている.

(2) シニョリーニ条件やクーロン摩擦条件は, 弾性体力学の接触問題の定式化に用いられる基本的な境界条件である. とともに定常問題ではよく研究されている一方で, 非定常問題の解析は格段に難しくなり, 解の存在や一意性は未解決問題である. 我々は, 速度を含むようなシニョリーニ型条件を提案し, クーロン摩擦をトレスカ摩擦に単純

化した問題であれば、解の存在と一意性が得られることを証明した。

(1) To describe the motion of atmosphere or ocean in which the horizontal scale is much larger than the vertical one (i.e., in the zero aspect-ratio limit), the so-called primitive equations are derived from the Navier–Stokes equations assuming the hydrostatic balance. We have extended the justification of hydrostatic approximation, which was known for the periodic boundary condition, to the case of the no-slip boundary condition. Moreover, we constructed a global strong solution based on the anisotropic base space $L_{xy}^\infty L_z^1$, which seems the first result considering a scaling invariant space for the primitive equations.

(2) Signorini and Coulomb boundary conditions are frequently utilized to formulate contact problems in elasticity. Although they are well studied for stationary settings, the analysis of non-stationary problems becomes much harder; in particular, existence and uniqueness of a solution remain open. We have proposed a new Signorini-type contact condition which involves velocity, establishing the well-posedness of the problem for in the Tresca friction setting.

B. 発表論文

1. G. Zhou, I. Oikawa and T. Kashiwabara: “The Crouzeix–Raviart element for the Stokes equations with the slip boundary condition on a curved boundary”, *J. Comput. Appl. Math.* **383** (2021), doi: 10.1016/j.cam.2020.113123
2. G. Zhou, T. Kashiwabara, I. Oikawa, E. Chung, and M.-C. Shiue: “An analysis on the penalty and Nitsche’s methods for the Stokes–Darcy system with a curved interface”, *Appl. Numer. Math.* **165** (2021), 83–118.
3. T. Kashiwabara and T. Tsuchiya: “A robust discontinuous Galerkin scheme on anisotropic meshes”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* **38** (2021), 1001–1022.

4. K. Furukawa, Y. Giga and T. Kashiwabara: “The hydrostatic approximation for the primitive equations by the scaled Navier–Stokes equations under the no-slip boundary condition”, *J. Evol. Equ.* **21** (2021), 3331–3373.
5. Y. Giga, M. Gries, M. Hieber, A. Hussein, T. Kashiwabara: “The primitive equations in the scaling-invariant space $L^\infty(L^1)$ ”, *J. Evol. Equ.* **21** (2021), 4145–4169.

C. 口頭発表

1. 速度を含む Signorini 型接触条件と Tresca 摩擦条件下での線形動弾性体方程式の一意可解性, Elastic and dissipative motions of curves and interfaces in continuum media, オンライン, 2021 年 6 月 14 日.
2. 非定常な摩擦型・Signorini 型境界条件問題の適切性について, 東大数理講演会, オンライン, 2021 年 10 月 29 日.
3. Semigroup and maximal regularity approach to the primitive equations, The Third Russia-Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications” (CoMFoS21), Online, December 14, 2021.
4. 速度を含む Signorini 型接触条件と Tresca 摩擦条件下での線形動弾性体方程式の一意可解性, 非線形発展方程式セミナー, 京都教育大学, 2022 年 2 月 15 日.
5. 速度を含む Signorini 型接触条件と Tresca 摩擦条件下での線形動弾性体方程式の一意可解性, 北陸応用数理研究会, 石川県政記念しいのき迎賓館, 2022 年 3 月 19 日.

D. 講義

1. 常微分方程式：求積法・線形方程式・力学系・べき級数展開の基礎を扱った（教養学部前期課程 2 年生講義）.
2. 計算数理 II・数値解析学：数値解析理論の基礎, 特に微分方程式に対する数値解析を扱った（数理大学院・4 年生共通講義）.
3. 数理科学基礎補修：線形代数学と微分積分

学につながる，大学数学の基礎的内容を扱った（教養学部前期課程 1・2 年生講義）。

F. 対外研究サービス

1. 日本応用数学会論文誌編集委員
2. 2021 年度日本数学会関東支部評議員（全国区代議員）

G. 受賞

第 7 回藤原洋数理科学賞奨励賞 (2018)

加藤 晃史 (KATO Akishi)

A. 研究概要

箴 (quiver) とその変異 (mutation) は，クラスター代数とともに，可積分系・低次元トポロジー・表現論・代数幾何学・WKB 解析などさまざまな分野に共通して現れる構造として注目を集めている．特に，箴の変異列 (mutation sequence) とゲージ理論や 3 次元双曲多様体の関連が提唱され，その不変量を数学的に厳密に解析する手段の開発が必要となった．

私は寺嶋郁二氏（東北大学）との共同研究において，与えられた箴変異の列 γ (quiver mutation loop = クラスター代数の exchange graph 上のループに相当) に対し，分配 q 級数 $Z(\gamma)$ と呼ばれる母関数を定義した．これは，以下のような著しい性質を持つ．(1) $Z(\gamma)$ は箴変異の列 γ の反転操作や巡回シフトのもとで不変であり，圏論的なモノドロミーの不変量と考えられる．(2) 箴変異の列 γ の変形に対し，量子ダイログと同様なペンタゴン関係式を満たす．(3) ADE 型ディンキン図形やそのペアから自然に定義される分配 q 級数は，アフィン・リー環に附随する coset 型共形場理論に現れるフェルミ型 (準粒子型) 指標公式に一致し，適当な q ベキ補正のもとで $Z(\gamma)$ は保型形式となる．(4) reddening sequence というクラスの箴変異列 γ に対し，分配級数は量子ダイログの積で表され，combinatorial Donaldson-Thomas invariant と一致する．

分配 q 級数の考え方は，周期境界条件でなくても，初期条件のみを指定した有限区間に対しても適用可能である．この場合は終状態に対する自由端条件を表すために， c -vector で次数付けされた非可換トーラス値関数として考えるのが自然であ

る．加藤は，寺嶋郁二氏と水野勇磨氏（ともに東京工業大学）との共同研究において，Boltzmann weight を q -二項係数とする分配関数 (partition function) を導入し，その性質を調べた．この分配関数は，実は引数の異なる 2 つの分配 q 級数 (組合せ論的 DT 不変量) の比として書けることが証明できる．その結果，分配関数もまた分配 q 級数が持つ様々な良い性質を引き継いでいる．分配 q 級数や分配関数は組合せ論的データのみから定義され，箴が表す数学的対象の詳細には依らないので，双対性の背後にある共通の性質を追究する上で役立つと期待される．

現在は分配級数の考え方を発展させ，3 次元多様体の量子不変量を，理想単体分割のデータから直接的に構成する研究を進めている．

Recently quivers and their mutations play pivotal role in mathematics and mathematical physics such as integrable systems, low dimensional topology, representation theory, algebraic geometry, WKB analysis, etc. There are various proposals which relate mutation sequences with gauge theories and/or three-dimensional hyperbolic manifolds. In order to study these proposals mathematically, it is useful to associate invariants with mutation sequences themselves.

In a recent joint work with Yuji Terashima (Tohoku University), we introduced a *partition q -series* $Z(\gamma)$ for a quiver mutation loop γ (a loop in a quiver exchange graph in cluster algebra terminology). This has following remarkable properties: (1) $Z(\gamma)$ is invariant under “inversion” and “cyclic shift” of γ ; so it may be regarded as a monodromy invariant. (2) $Z(\gamma)$ satisfies pentagon identities, similar to those for quantum dilogarithms. (3) If the quivers are of Dynkin type or square products thereof, they reproduce so-called fermionic character formulas of certain modules associated with affine Lie algebras. They enjoy nice modular properties as expected from the conformal field theory point of view. (4) If a mutation sequence is reddening, then the partition

q -series is expressed as an ordered product of quantum-dilogarithms; this coincides with the combinatorial Donaldson-Thomas invariant of the initial quiver.

The idea of partition q -series is also applicable to mutation sequences with free boundary conditions (as opposed to mutation loops with periodic boundary conditions). In the joint work with Y. Terashima and Y. Mizuno, we introduce a new type of invariants which uses q -binomial coefficients as local weights. This invariants turn out to be expressed as a ratio of two combinatorial DT invariants.

The definition of $Z(\gamma)$ requires only combinatorial data of quivers and mutation loops, and completely independent of the details of the problem. It is hoped that a deeper understanding of the partition q -series shed new lights on dualities and quantization.

I am now working on how extend these ideas to obtain quantum invariants of three manifolds, directly from ideal triangulations.

B. 発表論文

1. A. Kato, Y. Mizuno and Y. Terashima, *Quiver mutation sequences and q -binomial identities*, International Mathematics Research Notices, 2017, doi: 10.1093/imrn/rnx108

C. 口頭発表

1. “力学の変遷 —古典・量子・弦—” 日本数学会 市民講演会 東京工業大学 2019 年 3 月
2. “Quiver mutation loops and partition q -series” 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何学」東京大学数理科学研究科 2017 年 9 月
3. “Quiver mutation loops and partition q -series” 特別講演 日本数学会無限可積分セッション首都大学東京 2017 年 3 月

D. 講義

1. 現象数理 III : 場の量子論における数理工学的手法。作用汎関数、経路積分と分配関

数、摂動論、ゲージ対称性、行列模型、位相的場の理論、共形場理論など。(数理大学院・4 年生共通講義)

2. ベクトル解析 (教養学部前期課程講義)
3. 全学体験ゼミナール : 数理物理への誘い : 解析力学と相対性理論 (特殊・一般) への入門 (教養学部前期課程講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 長坂 篤英 (NAGASAKA Atsuhide) : 重み付きグラフのホロノミー保存変形と結び目理論への応用 (Holonomy preserving transformation of weighted graphs and its application to knot theory)

北山 貴裕 (KITAYAMA Takahiro)

A. 研究概要

基本群の表現に付随する位相不変量の低次元トポロジーにおける新しい応用を追究した。特に, Blanchfield 形式を用いて, 結び目の 4 次元種数について研究し, また, 3 次元多様体の Thurston norm に関するサーベイ論文を著した。

結び目の位相的整 4 次元種数は, 結び目を境界に持ち, 補空間の基本群が無限巡回群であるような, 4 次元球体に局所平坦に埋め込まれた曲面の最小種数である。Feller と Lewark は, 結び目の位相的整 4 次元種数の 2 倍が, 変数 t に 1 を代入して得られる行列の符号が 0 であるような, Blanchfield 形式の表現行列の最小サイズに等しいことを示した。Stefan Friedl と Mark Powell との共同研究において, 我々は, Freedman と Quinn の球面埋め込み定理を用いて, Feller と Lewark の定理のより直接的な別証明を与えた。また, K. Ohshika, A. Papadopoulos 編 “In the tradition of Thurston II” の一つの章において, Thurston norm の研究を概説した。まず, 3 次元多様体の Thurston norm の基本性質についてまとめ, 章の主要部においては, Thurston norm と様々な位相不変量との関係について説明した。関連話題についての幾つかの予想や問題も挙げた。

I pursued new applications of topological in-

variants associated to representations of the fundamental group in low-dimensional topology. In particular, I studied the 4-ball genus of a knot, using its Blanchfield pairing, and wrote a survey of the Thurston norm of a 3-manifold. The topological integral 4-ball genus of a knot is the minimum number of a locally-flat embedded surface in the 4-ball cobounding the knot the fundamental group of whose complement is infinitely cyclic. Feller and Lewark have shown that twice the topological integral 4-ball genus of a knot is equal to the minimum size of matrices representing its Blanchfield pairing and having signature 0 after substituting 1 for the variable t . In joint work with Stefan Friedl and Mark Powell we provided another more direct proof of their theorem, using the sphere embedding theorem by Freedman and Quinn.

Also, I presented an overview of the study of the Thurston norm as a chapter in the book “In the tradition of Thurston, II” edited by K. Ohshika and A. Papadopoulos. I first reviewed fundamental properties of the Thurston norm of a 3-manifold. In the main part I described its relationships with other various topological invariants. Some conjectures and questions on related topics were also collected.

B. 発表論文

1. S. Friedl, L. Lewark, T. Kitayama, M. Nagel and M. Powell: “Homotopy ribbon concordance, Blanchfield pairings, and twisted Alexander polynomials”, to appear in *Canad. J. Math.*
2. S. Friedl, T. Kitayama and M. Nagel : “A note on the existence of essential tri-branched surfaces”, *Topology Appl.* **225** (2017) 75–82.
3. S. Friedl, T. Kitayama and M. Nagel : “Representation varieties detect essential surfaces”, *Math. Res. Lett.* **25** (2018) 803–817.
4. T. Hara and T. Kitayama: “Character varieties of higher dimensional representations and splittings of 3-manifolds”,

Geom. Dedicata **213** (2021) 433–466.

5. T. Kitayama: “A survey of the Thurston norm”, to appear in the book “In the tradition of Thurston, II”, edited by K. Ohshika and A. Papadopoulos (Springer, 2022).
6. T. Kitayama, M. Morishita, R. Tange and Y. Terashima : “On certain L -functions for deformations of knot group representations”, *Trans. Amer. Math. Soc.* **370** (2018) 3171–3195.

C. 口頭発表

1. Representation varieties detect splittings of 3-manifolds, *Invariants in Low-dimensional Topology*, Korea Institute for Advanced Study, 韓国, 2017年5月.
2. Representation varieties and essential surfaces, *New Development in Teichmüller Space Theory*, 沖縄科学技術大学院大学, 日本, 2017年11月.
3. Torsion polynomial functions and essential surfaces, *Low Dimensional Topology and Number Theory X*, 九州大学, 日本, 2018年3月.
4. Twisted Alexander polynomials and L^2 -Euler characteristics, *New development of low-dimensional topology*, 四季の湯強羅青雲荘, 日本, 2018年12月.
5. Character varieties and essential surfaces, *The 14th East Asian Conference on Geometric Topology*, 中国, 2019年1月.
6. Character varieties and essential surfaces, *Low-Dimensional Topology Workshop 2019*, University of Regensburg, ドイツ, 2019年10月.
7. Twisted Alexander polynomials and L^2 -Euler characteristics, *Global Analysis Seminar*, University of Regensburg, ドイツ, 2019年12月.
8. Representations of fundamental groups and 3-manifold topology, *RIKEN iTHEMS Math Seminar*, オンライン,

2020年11月.

9. リボンコンコードダンスとねじれ Alexander 多項式, N-KOOK セミナー, オンライン, 2021年5月.
10. Ribbon concordance and twisted Alexander polynomials, トポロジーとコンピュータ 2021, オンライン, 2021年9月.

D. 講義

1. 数理科学基礎: 数理科学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課程講義)
2. 数理科学基礎演習: 数理科学の基礎的内容についての演習. (教養学部前期課程講義)
3. 線型代数学 1: 線型代数学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課程講義)
4. 数学基礎理論演習: 微分積分学・線型代数学の基礎的内容についての演習. (教養学部前期課程講義)
5. 線型代数学 2: 線型代数学の基礎的内容についての講義. (教養学部前期課程講義)
6. 線型代数学演習: 線型代数学の基礎的内容についての演習. (教養学部前期課程講義)
7. 統合自然科学セミナー: 内田伏一著「集合と位相」(裳華房)の輪講. (教養学部統合自然科学科講義)
8. 幾何学 II: ホモロジー理論の基礎的内容についての講義. (理学部3年生向け講義)
9. 幾何学特別演習 II: ホモロジー理論の基礎的内容についての演習. (理学部3年生向け講義)
10. 大域幾何学概論・幾何学 XF: 講義題目は「3次元多様体とその基本群」である. 本講義は3次元多様体のトポロジーについての入門講義である. 3次元多様体の様々な分解や特別な有限被覆空間の存在を基本群の言葉で記述することをテーマとした. 講義では, 基本群, 曲面群の性質, 3次元多様体の例と構成法, 素分解定理, ループ定理, 球面定理, Haken hierarchy, Seifert 多様体の分類, JSJ 分解定理, 幾何化予想, virtually Haken 予想, 部分群の分離性を取り上げた. (数理大学院・4年生共通講義)

小池 祐太 (KOIKE Yuta)

A. 研究概要

今年度は主に以下の3つのテーマについて研究を行った.

1. 高次元高頻度極限を考えた場合の, 実現共分散行列の最大固有値の発散スピードについて研究した.
2. 非退化な共分散行列を持つ独立確率ベクトルの和に対する超高次元中心極限定理における収束レートを改善する研究を Xiao Fang 氏とともにに行った. 次元を d , サンプル数を n とした場合, この収束レートのオーダーの下界として $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2}$ が知られており, このオーダーが最適であると予想されている. 同氏と前々年度に行った共同研究により, 確率ベクトルの分布が対数凹な密度を持つ場合には $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2} \log n$ のオーダーの収束レートが達成できることが示されている. また, Victor Chernozhukov 氏および Denis Chetverikov 氏とともにに行った前年度の共同研究により, 確率ベクトルの l_∞ -ノルムが一様に有界である場合にも同じ収束レートが達成できることが示されている. 今年度の研究では, 確率ベクトルの分布が一様に対数凹な密度を持つ場合には, 最適収束レート $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2}$ を達成できることを示した.
3. 林高樹氏とともに, 日本取引所グループ (JPX) から提供されたティックデータを使用して, 2018年に東京証券取引所で導入された上場投資信託 (ETF) に対するマーケットメイク制度が ETF 間の先行遅行関係に与えた影響を分析した.

In this academic year, I have mainly studied the following three subjects:

1. I have studied the growth rate of the maximum eigenvalue of the realized covariance matrix in the high-dimensional and high-frequency asymptotic regime.
2. Collaborating with Xiao Fang, I have studied improving the convergence rate in an ultra high-dimensional central limit

theorem for sums of independent random vectors with non-singular covariance matrices. It is known that a lower bound of this convergence rate is given by $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2}$, where d is the dimension of the random vectors and n is the sample size, and this rate is conjectured to be optimal. In the academic year before last, my joint work with Xiao Fang showed that $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2} \log n$ gives an upper bound when the laws of the random vectors have log-concave densities. Also, my joint work with Victor Chernozhukov and Denis Chetverikov in the last academic year showed that the same is true when the ℓ_∞ -norms of the random vectors are uniformly bounded. In this academic year, we have attained the optimal rate $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2}$ when the laws of the random vectors have uniformly log-concave densities.

3. Collaborating with Takaki Hayashi, I have analyzed how the market-making system for Exchange Traded Funds (ETFs) on the Tokyo Stock Exchange, which was introduced in 2018, affected lead-lag relationships between ETFs, using tick data provided by Japan Exchange Group (JPX).

B. 発表論文

1. Y. Koike, “High-dimensional central limit theorems for homogeneous sums”, to appear in *J. Theoret. Probab.* (2022+).
2. X. Fang, Y. Koike, “New error bounds in multivariate normal approximations via exchangeable pairs with applications to Wishart matrices and fourth moment theorems”, *Ann. Appl. Probab.* **32** (2022), 602–631.
3. A. Oga, Y. Koike, “Drift estimation for a multi-dimensional diffusion process using deep neural networks”, preprint,

arXiv:2112.13332 (2021).

4. X. Fang, Y. Koike, “High-dimensional central limit theorems by Stein’s method”, *Ann. Appl. Probab.* **31** (2021), 1660–1686.
5. Y. Koike, “Inference for time-varying lead-lag relationships from ultra high frequency data”, *Jpn. J. Stat. Data Sci.* **4** (2021) 643–696.
6. Y. Koike, “Notes on the dimension dependence in high-dimensional central limit theorems for hyperrectangles”, *Jpn. J. Stat. Data Sci.* **4** (2021) 257–297.
7. V. Chernozhukov, D. Chetverikov, Y. Koike, “Nearly optimal central limit theorem and bootstrap approximations in high dimensions”, preprint, arXiv:2012.09513 (2020).
8. X. Fang, Y. Koike, “Large-dimensional central limit theorem with fourth-moment error bounds on convex sets and balls”, preprint, arXiv:2009.00339 (2020).
9. Y. Koike, “De-biased graphical Lasso for high-frequency data”, *Entropy* **22** (2020) 456.
10. T. Hayashi, Y. Koike, “No arbitrage and lead-lag relationships”, *Statist. Probab. Lett.* **154** (2019) 108530.

C. 口頭発表

1. 実現共分散行列の高次元漸近混合正規性, 日本数学会 2022 年度年会, 埼玉大学理学部, 2022 年 3 月 (新型コロナウイルス感染症拡大によりオンライン開催に変更となったため, アブストラクトのみの発表).
2. 高次元データに対する正規近似: 最近の進展, 多様な高次元モデルの理論と方法論: 最前線の動向, オンライン開催, 2022 年 2 月.
3. 東京証券取引所における ETF マーケットメイク制度導入の先行運行関係への影響分析, 2021 年度冬季 JAFEE 大会, オンライン開催, 2022 年 2 月.

4. Central limit theorems in high-dimensions: Recent developments, 15th International Conference on Computational and Financial Econometrics (CFE 2021), King's College London, London, UK (hybrid), 2021 年 12 月.
 5. Gaussian approximation for high-dimensional data: Recent progress, Maths & Stats Colloquium Series (Macquarie University), online, 2021 年 10 月.
 6. Gaussian approximation to high-dimensional Wishart matrices under a moment assumption, 日本数学会 2021 年度秋季総合分科会, オンライン開催, 2021 年 9 月.
 7. 確率微分方程式モデルにおける高次元共分散行列推定, 2021 年度統計関連学会連合大会, オンライン開催, 2021 年 9 月.
 8. Global jump filter に基づくボラティリティ推定法の実装, 第 6 回 YUIMA ユーザー会, オンライン開催, 2021 年 8 月.
 9. De-biased graphical Lasso for high-frequency data, 統計数理研究所 リスク解析戦略研究センター 第 8 回金融シンポジウム「金融が直面する新環境への対応と方法論 III」, オンライン開催, 2021 年 8 月.
 10. Bootstrap test for multi-scale lead-lag relationships in high-frequency data, Bernoulli-IMS 10th World Congress in Probability and Statistics, online, 2021 年 7 月.
 11. Drift estimation for a multi-dimensional diffusion process using deep neural networks, The 4th International Conference on Econometrics and Statistics (EcoSta 2021), online, 2021 年 6 月.
 12. 高頻度金融市場における多重先行遅延関係のウェーブレット解析, 2021 年度統計数理セミナー (統計数理研究所), オンライン開催, 2021 年 6 月.
- D. 講義
1. 統計データ解析 II : 多変量解析および時系列解析の基礎を R による実習を中心に扱った. (教養学部前期課程講義)
 2. 統計データ解析 I : 統計学の基礎 (記述統計量・極限定理・推定・検定など) を R による実習を中心に扱った. (教養学部前期課程講義)
 3. 統計財務保険特論 V・確率統計学 XC: 数理統計学の入門講義, カイ二乗分布, ガウス・マルコフモデルなどのほか, 線形推測論の基礎を扱った. (数理大学院・4 年生共通講義)
- E. 修士・博士論文
1. (修士) 鈴木 海舟 (SUZUKI Kaishu): Non-parametric estimation of the diffusion coefficient of a one-dimensional diffusion process using deep neural networks.
 2. (修士) 深見 陸 (FUKAMI Riku): マルチンゲール差分列ノイズを持つノンパラメトリック回帰モデルに対する deep neural network を用いた適応的推定.
- F. 対外研究サービス
1. 日本統計学会 庶務理事
 2. 日本金融・証券計量・工学学会 大会理事
 3. “Asia-Pacific Financial Markets” Associate Editor
 4. 統計数理研究所 客員准教授
- G. 受賞
1. 第 1 回 ISI 東京大会記念奨励賞, 2019 年 9 月.
 2. 第 32 回小川研究奨励賞, 2018 年 9 月.
- 権業 善範 (GONGYO Yoshinori)**
- A. 研究概要
- まず、今年度はここ数年取り組んで論文作成をしていた一般化された極小対数的食い違い係数についての中村勇哉氏と Wei-chung Chen 氏との共著論文を arXiv に発表できた。また C. Hacon 氏と議論重ねながら研究していることが、二つあ

り、一つは対数的変形数についての研究である。こちらにも完成に近づいているので、来年度完成させたい。もう一つは形式的拡張定理の確立と応用である。一般形式的拡張定理は、環論を駆使することにより証明が完成した。そこで今取り組んでいるのはその大域化であるが、こちらはちょっとホッジ理論的な消滅定理が足りていないので、それをなんとかしようと思う。この研究はもう少ししかかりそうに思う。最後に今年度進展した研究は、局所大域対応からみた向井型の予想の研究である。ファノ多様体に対して全指数という新しい概念を導入して、向井型予想の射影空間の特徴づけの研究を行った。アンブロ・川又の有効的非消滅予想を仮定すると成立することまでは証明できたので、その予想自体は正しそうであることまでは分かった。アンブロ・川又の有効的非消滅予想はちょっとすぐに解けそうにない予想なので、この予想を仮定せずに向井型予想の証明を完成させたい。

In this academic year, I have completed the joint paper "On a generalized minimal log discrepancies" with Wei-chung Chen and Yusuke Nakamura, which appeared on the arXiv. Moreover, I have studied two projects with Christopher Hacon. The first one is on the log variation. This work has almost been completed. So I think that we can make it public in the next academic year. The second one is the study of "Formal extension and its applications". We have proved the generic formal extension theorem by using ring theoretic arguments. Now we have been studying its globalization. For this purpose, the vanishing theorem does not enough in the current status. We want to overcome this obstruction. Probably we need to take time for studying this project. Finally I have studied Mukai type conjecture about a characterization of products of projective spaces by a viewpoint from the local-global correspondence. I have proved this conjecture, up to Ambro-Kawamata's effective non-vanishing. So I have figured out that it is a very reasonable conjecture. But the assum-

ing conjecture is too difficult to prove by the current technique in birational geometry. So I want to remove this assumption.

B. 発表論文

1. O. Fujino and Y. Gongyo : "On log canonical rings" Higher dimensional algebraic geometry—in honour of Professor Yujiro Kawamata's sixtieth birthday, 159–169, Adv. Stud. Pure Math., **74**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
2. P. Cascini, Y. Gongyo, and Karl Schwede : "Uniform bounds for strongly F-regular surfaces" Trans. Am. Math. Soc. **368**, No. 8, 5547–5563 (2016).
3. Y. Gongyo and S. Takagi : "Surface of globally F-regular and F-split type" Math. Ann. **364** (2016), no. 3-4, 841–855.
4. Y. Gongyo and S-i. Matsumura : "Versions of injectivity and extension theorems" Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4) **50** (2017), no. 2, 479–502
5. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka : "Rational points on log Fano threefolds over a finite field", J. Eur. Math. Soc. (JEMS) **21** (2019), no. 12, 3759–3795.
6. A. Broustet and Y. Gongyo : "Remarks on log Calabi–Yau structure of varieties admitting polarized endomorphism", Taiwanese J. Math. **21** (2017), no. 3, 569–582,
7. S. Ejiri and Y. Gongyo : "Nef anti-canonical divisors and rationally connected fibrations", preprint, Compos. Math. **155** (2019), no. 7, 1444–1456.
8. Y. Gongyo and S. Takagi : "Kollár's injectivity theorem for globally F-regular varieties", Eur. J. Math. **5** (2019), no. 3, 872–880.
9. S. R. Choi and Y. Gongyo : "On a generalized Batyrev's cone conjecture", Math. Z. **300** (2022), no. 2, 1319–1334.
10. W. Chen, Y. Gongyo, and Y. Nakamura : "On a generalized minimal log discrep-

ancy", preprint, arXiv:2112.09501.

C. 口頭発表

1. Recent development of the minimal model theory, “京都大学理学部数学教室 談話会”, 2021 年 12 月 8 日
2. Minimal model program (Expository talks) “Interactions of new trends in Algebraic Geometry and Singularities”(October 11–15, 2021)
3. アバダンス予想の最近の進展, 名古屋大学代数幾何学セミナー, 2021 年 6 月 7 日
4. Nef anti-canonical divisors and rationally connected fibrations, AG seminar at UCLA, , 24th Apr. 2020,
5. On a generalized Batyrev’s cone conjecture, Zoom Algebraic Geometry seminar , , 23th Apr. 2020,
6. A generalization of Batyrev’s cone conjecture Algebraic Geometry in Auckland, University of Auckland, NZ, 16–20th December 2019
7. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , 都の西北代数幾何学シンポジウム 2019 26th–29th November, 2019
8. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , 成功大学, コロキウム, 台南, 14th November, 2019
9. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , JHU AG seminar, 1st, October, 2019
10. ACC for LCT and Boundedness of Fano varieties after Birkar, Hacon, Mckernan, and Xu , 第 21 回多変数関数論葉山シンポジウム, 13th–16th July. 2019,

D. 講義

1. 微分積分学続論: 多変数の陰関数定理、逆関数定理、および積分の変数変換公式について講義した (教養学部前期課程講義)
2. 学術フロンティア講義 (現代の数学—その源泉とフロンティア—)(一部担当): 集合論及び実数の構成について
3. 数理科学概論 II(文科生): 固有値・対角化をメインにした線形代数学

4. 代数構造論 II・代数学 XC: リーマン面、複素多様体論
5. 基礎数理特別講義 II・代数学 XH: 高次元代数幾何の網羅的な講義
6. 京都大学集中講義 (R3 年度 12/6 12/10) : 私的極小モデル理論

E. 修士・博士論文

1. (修士) 吉野太郎 (YOSHINO Taro): The degree of irrationality of Fano complete intersections

F. 対外研究サービス

1. 東大京大代数幾何セミナーの世話人,
2. Zoom Algebraic Geometry seminar 世話人,
3. Algebraic Geometry East Asia seminar 世話人,

坂井 秀隆 (SAKAI Hidetaka)

A. 研究概要

複素領域における微分方程式, 差分方程式の研究を, とくに, 特殊関数論, 可積分系の理論という観点から行ってきた.

最近の結果は以下の通り.

1. 4次元パンルヴェ型方程式の分類を目的として, とくにフックス型方程式の変形理論に対応する場合の4種類の非線型方程式を, ハミルトン系の形で求めた.
2. フックス型方程式の変形理論から得られる4つの4次元パンルヴェ型方程式に対して, 線型方程式の分岐しない場合の退化を考え, 2種類の4次元パンルヴェ型方程式と線型方程式との対応を与えた (川上拓志氏, 中村あかね氏との共同研究).
3. 小木曾・塩田による有理楕円曲面の分類に対応するハミルトン系の分類を行い, 双二次形式で作られるものを含むハミルトン関数と曲面の対応を調べた. また, ベックルント変換の構成なども行った.
4. 線型 q 差分方程式の中間畳み込みを構成し, その主要な性質に証明をつけた (山口雅司氏との共同研究).

5. ある q 離散パンルヴェ方程式の一般解を, AGT 対応の q 類似を使って構成した (神保道夫氏, 名古屋創氏との共同研究).

My research interest is in theory of differential and difference equations in complex domains. In particular, I have been studying special functions and integrable systems in this field.

Recent results are as follows:

1. All of 4 4-dimensional Painlevé-type equations which is obtained from deformation theory of Fuchsian equations, were formulated and expressed in the form of Hamiltonian systems. This is motivated by an attempt to classify the 4-dimensional Painlevé-type equations.
2. We gave a correspondence between 22 4-dimensional Painlevé type equations and Fuchsian and non-Fuchsian linear differential equations. This is obtained from a degeneration scheme of the 4 4-dimensional Painlevé type equations which is calculated from deformation theory of Fuchsian equations. This study contains only unramified case, and ramified case would be another story (joint work with KAWAKAMI Hiroshi and NAKAMURA Akane).
3. We gave a classification of Hamiltonian systems corresponding to Oguiso-Shioda's classification of rational elliptic surfaces. We also construct a kind of Bäcklund transformations of the Hamiltonian systems.
4. We constructed “middle convolution” for linear q -difference equations of Fuchsian type. Some important properties of the transformation are proved (joint work with YAMAGUCHI Masashi).
5. We gave a concrete expression of general solutions of a q -Painlevé equation. We used q -analog of AGT correspondence. (joint work with JIMBO Michio and NAGOYA Hajime).

B. 発表論文

1. H. Sakai and M. Yamaguchi: “Spectral types of linear q -difference equations and q -analog of middle convolution”, *Int.*

Math. Res. Not. IMRN (2017), no. 7, 1975–2013.

2. M. Jimbo, H. Nagoya, and H. Sakai: “CFT approach to the q -Painlevé VI equation”, *J. Integrable Syst.* **2** (2017), no. 1, xyx009, 27 pp.
3. K. Hiroe, H. Kawakami, A. Nakamura, and H. Sakai: “4-dimensional Painlevé-type equations”, *MSJ Memoirs*, 37. Mathematical Society of Japan, Tokyo, 2018.
4. T. Mase, A. Nakamura, and H. Sakai: “Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations”, *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.* **29** (2020), no. 5, 1251–1264.

C. 口頭発表

1. Ordinary differential equations on rational elliptic surfaces: Integrable systems, symmetries, and orthogonal polynomials (ICMAT, Madrid, Spain) 2017 年 9 月.
2. A rigid, irreducible Fuchsian linear q -equation can be reduced to a 1st order equation by integral transformation: 25th International Conference on Integrable Systems and Quantum Symmetries (Czech Technical University, Prague, Czech) 2017 年 6 月.
3. CFT approach to the q -Painlevé equations (joint work with M. Jimbo and H. Nagoya): Asymptotic, Algebraic and Geometric Aspects of Integrable Systems (TSIMF, Sanya, China) 2018 年 4 月; 可積分系理論から見える数理構造とその応用 (京大数理研) 2018 年 9 月.
4. Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations (joint work with T. Mase and A. Nakamura): Integral Systems Workshop 2019 (University of Sydney, Sydney, Australia) 2019 年 11 月.
5. Painlevé 方程式の世界: 日本数学会秋季総合分科会, 函数方程式論分科会特別公演

(オンライン) 2020 年 9 月.

6. Painlevé 超越函数と共形場理論: 2020 年度表現論シンポジウム (オンライン) 2020 年 11 月.

D. 講義

1. 常微分方程式: 常微分方程式に関する入門講義を行った (教養学部前期課程講義)
2. ベクトル解析: ベクトル解析に関する入門講義を行った (教養学部前期課程講義)
3. 代数解析学・解析学 XH: パンルヴェ方程式と共形場理論について講義をした. パンルヴェ・タウ函数のネクラソフ函数を使った級数表示のベルシュタイン, シーチキンによる証明を見た. パンルヴェ方程式の研究の背景やヴィラソロ代数の表現論, AGT 対応についても解説した. (数理大学院・4 年生共通講義)
4. 構造幾何学: 力学系の講義 (教養学部統合自然科学科)
5. 構造幾何学演習: 構造幾何学の演習 (教養学部統合自然科学科)

F. 対外研究サービス

1. Funcialaj Ekvacioj 編集委員

G. 受賞

2019 年度日本数学会解析学賞

逆井 卓也 (SAKASAI Takuya)

A. 研究概要

自由 Lie 代数のシンプレクティック微分 Lie 代数の構造について, その次数つき Lie 代数の次数 1 で生成される部分 Lie 代数を決定することは曲面の写像類群に対する有理 Johnson 準同型の像を決定することと同等であり, 大きな問題となっている. 森田茂之氏, 鈴木正明氏との共同研究により, 第 8 Johnson 準同型の像の決定を進めていたが, 我々の計算結果と Kupers, Randal-Williams の最新の結果を合わせることで決着をつけることができた.

また, Kim-Manturov によって定義された, 曲面の三角形分割の空間から作られる群 Γ_n^4 に注目し, 田所勇樹氏, 田中心氏と共同で, その Artin 群

的対応物である $\bar{\Gamma}_n^4$ を定義し, それらの最小生成系やアーベル化の決定を行った. また, この群が $n = 5$ のときには property (T) を持たないことを確認した.

In the study of the symplectic derivation Lie algebra of a free Lie algebra, it is important to determine the subalgebra generated by its degree 1 part, which turns out to be the same as the image of rational Johnson homomorphisms for mapping class groups of surfaces. This academic year, in a joint work with Shigeyuki Morita and Masaaki Suzuki, we investigated the 8th Johnson homomorphism. By combining our computational result and a recent work by Kupers and Randal-Williams, we determined the image of the homomorphism.

Also, in a joint work with Yuuki Tadokoro and Kokoro Tanaka, we studied the groups Γ_n^4 defined by Kim-Manturov in their study on the space of triangulations of surfaces. We defined the “Artin counterpart” $\bar{\Gamma}_n^4$ of Γ_n^4 and determined minimal generating systems and abelianizations. Also, we showed that Γ_5^4 does not have property (T).

B. 発表論文

1. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “An abelian quotient of the symplectic derivation Lie algebra of the free Lie algebra”, *Experimental Mathematics* **27** (2018) 302–315.
2. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “Symmetry of symplectic derivation Lie algebras of free Lie algebras”, *RIMS Kôkyûroku Bessatsu* **B66** (2017) 185–193.
3. T. Sakasai : “Johnson-Morita theory in mapping class groups and monoids of homology cobordisms of surfaces”, *Winter Braids Lecture Notes*, **3** (2016) Course no IV, 1–25.
4. 逆井卓也: 曲面の写像類群と自由群の外部自己同型群のコホモロジーに関するこれまでの歩みと最近の進展, *数学* 第 70 卷 第 3

号, 日本数学会 (2018) 225–254.

5. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “Torelli group, Johnson kernel and invariants of homology spheres”, *Quantum Topology* **11** (2020) 379–410.
6. T. Sakasai and G. Massuyeau : “Morita’s trace maps on the group of homology cobordisms”, *Journal of Topology and Analysis* **12** (2020) 775–818.

C. 口頭発表

1. Torelli group, Johnson kernel and invariants of homology 3-spheres, トポロジー火曜セミナー, 東京大学, 2018 年 11 月.
2. Topological studies of moduli spaces of Riemann surfaces and their generalizations, *Quantum Math*, 沖縄科学技術大学院大学, 2019 年 3 月.
3. グラフホモロジー: 定義と応用, EN-COUNTER with MATHEMATICS, 中央大学, 2019 年 3 月.
4. Computations on Johnson homomorphisms and their applications, *Computational Problems in Low-dimensional Topology II*, 沖縄科学技術大学院大学, 2019 年 4 月.
5. Johnson homomorphisms up to degree 7, ジョンソン準同型とその周辺 2019, 東京大学, 2019 年 5 月.
6. Computations in symplectic derivation Lie algebras and their applications, Graph complexes in algebraic geometry and topology, The University of Manchester (イギリス), 2019 年 9 月.
7. Higher dimensional extensions of Johnson homomorphisms via bordism groups, 低次元トポロジー in 白神 2019, あきた白神体験センター, 2019 年 11 月.
8. (1) Outer space and tropical curves, (2) Applications of the moduli space of tropical curves, リーマン面のモジュライ空間の諸相, 東京大学, 2020 年 1 月.
9. Higher dimensional extensions of Johnson homomorphisms via bordism groups,

Geometry of discrete groups and hyperbolic spaces, 京都大学数理解析研究所 (オンライン), 2021 年 6 月.

10. On a group of Kim-Manturov, Workshop on Groups in Geometry, 東京工業大学, 2021 年 12 月.

D. 講義

1. 幾何学 XC・位相幾何学 II : 前半はファイバーバンドルの定義とその基本性質について説明し, 後半はベクトルバンドルの特性類について入門的内容を説明した. (数理大学院・4 年生共通講義)
2. 数理科学基礎 (補修) : オンラインで, 数理科学基礎の内容を共通資料をもとに説明した. 理解を確認するための問題解説や小テストなどを行った. (教養学部前期課程講義)

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 盛 小冰 (SHENG Xiaobing): Geometric and combinatorial properties of some generalisations of Thompson’s groups.
2. (修士) 小菅 亮太郎 (KOSUGE Ryotaro): 曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について

F. 対外研究サービス

1. 研究集会: Geometry of discrete groups and hyperbolic spaces (2021 年 6 月, 京都大学数理解析研究所, オンライン), 世話人.
2. オンラインセミナー: Johnson homomorphisms and related topics (2021 年 10, 11 月, 2022 年 1 月, 2 月), 世話人.

佐々田 槇子 (SASADA Makiko)

A. 研究概要

結晶格子上的の大規模相互作用系から定まる配置空間に対して, L^2 形式を導入し, 一定の条件のもとで, シフト不変な L^2 の閉形式の分解定理が成り立つことを証明した. このような分解定理は, 非勾配型の系に対する拡散型スケール極限の証明

において本質的なものである。個別のモデルに対する結果から、この分解を保存量を用いて普遍的に表現することができるが、正確な定式化と厳密な証明はこれまで行われていなかった。我々の結果は、以前の論文で得ていた、シフト不変な一様閉形式の分解定理の結果に基づくものである。この結果は、一般化排他過程、多種排他過程などの一般的な格子気体モデルに適用することができる。この研究は坂内健一氏との共同研究である。

We rigorously formulate and prove for a relatively general class of interactions the characterization of shift-invariant closed L^2 -forms for a large scale interacting system on a crystal lattice. Such characterization of closed forms has played an essential role in proving the diffusive scaling limit of nongradient systems. The universal expression in terms of conserved quantities was sought from observations for specific models, but a precise formulation or rigorous proof up until now had been elusive. Our result is based on the universal characterization of shift-invariant closed uniform forms studied in our previous article. Our result is applicable for generalized exclusion processes, multi-species exclusion processes, and more general lattice gas models. This is a joint work with Kenichi Bannai.

B. 発表論文

1. K. Saito, M. Sasada : “Thermal Conductivity for Coupled Charged Harmonic Oscillators with Noise in a Magnetic Field” , Commun. Math. Phys. 361-3 (2018), 951-995.
2. M. Sasada : “On the Green-Kubo formula and the gradient condition on currents ” , Ann. Appl. Probab. 28, No. 5, (2018), 2727-2739.
3. D. A. Croydon and M. Sasada : “Invariant measures for the box-ball system based on stationary Markov chains and periodic Gibbs measures” , J. Math. Phys. 60 083301 (2019).

4. K. Saito, M. Sasada and H. Suda : “5/6-Superdiffusion of energy for coupled charged harmonic oscillators in a magnetic field” , Comm. Math. Phys. 372-1 (2019), 151-182.
5. D. A. Croydon, T. Kato, M. Sasada and S. Tsujimoto : “Dynamics of the box-ball system with random initial conditions via Pitman’s transformation” , Mem. Amer. Math. Soc., (2020).
6. D. A. Croydon and M. Sasada : “Duality between box-ball systems of finite box and/or carrier capacity” , RIMS Kokyuroku Bessatsu,79 (2020), 63-107.
7. D. A. Croydon, M. Sasada and S. Tsujimoto : “Dynamics of the ultra-discrete Toda lattice via Pitman’s transformation” , RIMS Kokyuroku Bessatsu, 78 (2020), 235-250.
8. O. Blondel, C. Erignoux, M. Sasada and M. Simon : “Hydrodynamic limit for a facilitated exclusion process” , Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist., 56-1 (2020), 667-714.
9. D. A. Croydon, M. Sasada : “Discrete integrable systems and Pitman’s transformation” , Advanced Studies in Pure Mathematics 87 381-402 (2021).
10. D. A. Croydon, M. Sasada : “Generalized hydrodynamic limit for the box-ball system” , Comm. Math. Phys., 383(1) 427-463 (2021).

C. 口頭発表

1. Hydrodynamic limit of nongradient models, One World Probability Seminar, Online, 2020年10月.
2. Geometric Perspectives for the Theory of Hydrodynamic Limits, Department Colloquium at McMaster University, Online, 2020年11月.
3. Pitman’s transform description and invariant measures for KdV- and Toda-type discrete locally-defined dynamics,

University of Arizona and University of Utah Mathematical physics and probability joint online seminar, Online, 2021年3月.

4. 流体力学極限の幾何学的考察, 岡潔女性数学者セミナー, Online, 2021年9月.
5. Varadhan の分解定理の抽象的な定式化と証明について, 東京確率論セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, 2021年10月.
6. On Varadhan's decomposition theorem in an abstract setting, Rigorous Statistical Mechanics and Related Topics, Online, 2021年11月.
7. Varadhan の閉形式分解定理の抽象的な定式化と証明, The 19th Symposium Stochastic Analysis on Large Scale, Online, 2021年12月.
8. A probabilistic view of the box-ball system and other discrete integrable systems, Pacific Workshop on Probability and Statistical Physics, Online, 2021年12月.
9. On Varadhan's decomposition theorem in a general setting, 5th Colloquium on Interacting Particle Systems, Online, 2022年1月.
10. Topological structures and the role of symmetry in the hydrodynamic limit of nongradient models, One world IAMP mathematical physics seminar, Online, 2022年3月.

D. 講義

1. 確率統計学 III・確率過程論: 条件付き期待値, 離散時間マルチンゲールの収束定理, 関連する種々の不等式等を扱った. (数理大学院・4年生共通講義)
2. 基礎数理特別講義 VII・解析学 XA: 原子や分子などで構成される大自由度を持つミクロ系の相互作用則から, マクロな時間発展方程式を導出することは, 統計力学の基本的な主題である. 流体力学極限は, 大自由度を持つ確率過程から, 少数のマクロパラメータに関する決定論的な偏微分方程式

を導出する数学的に厳密な手法であり, 30年以上にわたって広く研究されてきた. 近年, 非勾配型とよばれる広いクラスのモデルの包括的な理論の整備を目指して導入された, 無限直積空間上の一様性という概念を導入したコホモロジーの定式化について紹介した. 特に授業前半では, 流体力学極限に関する基本的な事項として, マルコフ連鎖やグラフ上のランダムウォークを扱った. その後, 無限直積空間上のコホモロジーと, その流体力学極限への応用について扱った. (数理大学院・4年生共通講義)

3. 確率統計学 I: 測度論に基づく現代確率論の基礎事項を扱った. (3年生向け講義)
4. 学術フロンティア (セメスター中4回担当): 確率論を主な題材に, 現代数学の考え方を紹介した. (教養学部前期課程講義)

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 学術委員会委員
2. 日本数学会 地方区代議員
3. 理化学研究所 AIP センター客員研究員
4. 理化学研究所 数理創造プログラム数理物理ワーキンググループ 世話人
5. 数学オリンピック財団 評議員
6. 科学技術専門家ネットワーク 専門調査員
7. Probability Theory and Related Fields, Associate Editor
8. Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilités et Statistiques, Associate Editor
9. International Mathematical Union Committee for Women in Mathematics, Ambassador
10. 月例談話会「Catch-all Mathematical Colloquium of Japan」世話人
11. ワークショップ「PDEs and Probability Theory -beyond boundaries」世話人

G. 受賞

1. 2021年11月 国立研究開発法人 科学技術振興機構 輝く女性研究者賞 (ジュン アシダ賞)
2. 2022年1月 藤原洋数理科学賞奨励賞

下村 明洋 (SHIMOMURA Akihiro)

A. 研究概要

関数解析やフーリエ解析の手法を用いて、発展方程式論や偏微分方程式の研究を行った。例えば、空間遠方でクーロンポテンシャルより緩やかに減衰する長距離型ポテンシャルを伴うハートリー・フォック型方程式の初期値問題について、小さい初期データに対して、分散性を持つ時間大域解の一意存在とその漸近形について検討した。それに関連して、実関数論についても検討を行った。

I studied on the theory of evolution equations and partial differential equations by using functional analysis and Fourier analysis. For example, I considered the existence, uniqueness and the large time behavior of dispersive global solutions to the initial value problem of the Hartree-Fock type equation with a long-range potential for small initial data. I also studied real analysis.

D. 講義

1. 初年次ゼミナール理科「解析学の基礎」：数学的に厳密な微積分学に関する文献の輪講。(教養学部前期課程, 1年生 理系, S セメスター).
2. 自然科学ゼミナール「自然科学に現れる微分方程式」：変分法の基礎を扱った。(教養学部前期課程, 2年生 理系, S セメスター).
3. 数学講究 XA：理学部数学科 4 年生のセミナー。(理学部数学科 4 年生, S セメスター).
4. 関数解析学・解析学 VII：関数解析の基礎の講義。(数理大学院・4 年生共通講義, S セメスター).
5. 全学自由研究ゼミナール「無限次元ヒルベルト空間の初歩を学ぶ」：無限次元ヒルベルト空間の基礎に関する文献の輪講。(教養学部前期課程, A セメスター).
6. 実解析学 II：フーリエ解析の基礎の講義。(教養学部後期課程 統合自然科学科 3 年生, A セメスター).
7. 実解析学演習 II：「実解析学 II」(フーリエ解析の基礎)の講義に対応する演習。(教

養学部後期課程 統合自然科学科 3 年生, A セメスター).

8. 数学特別講究：理学部数学科 4 年生のセミナー。(理学部数学科 4 年生, A セメスター).
9. 基礎解析学概論・解析学 XB：実解析学の基礎の講義。主に、 L^p -空間(の統論)とソボレフ空間の基礎について講義した。(数理大学院・4 年生共通講義, A セメスター).

白石 潤一 (SHIRAISHI Junichi)

A. 研究概要

Edwin Langmann 氏、野海正俊氏、との共同研究により、楕円関数的 Ruijsenaars 差分作用素の同時固有関数の構成を行なった。次の 2 種類の固有関数が構成された。(i) 楕円関数的 Ruijsenaars 差分作用素の漸近自由解。これは Macdonald 作用素に関する漸近自由解(野海・白石)を初項として楕円ノーム p に関する無限級数として展開される。この無限級数はある領域で収束して解析関数を与える。(ii) Macdonald 多項式を初項に持ち、 p に関する級数として定められる解。その存在・収束を、(i) の漸近自由解に対してある種の積分変換を施すことによって証明した。

星野歩氏、大久保勇輔氏との共同研究により、 B_n 型 q 差分戸田方程式の固有関数についての予想(星野・白石)について、証明が与えられた。

By the collaboration with Edwin Langmann and Masatoshi Noumi, the joint eigenfunctions for the elliptic Ruijsenaars difference operators are constructed. We have studied the two types of eigenfunctions as follows. (i) Asymptotically free solutions. These are the p series having the asymptotically free Macdonald functions (Noumi, Shiraishi) as their leading terms, being convergent hence representing analytic functions in certain domains. (ii) Eigenfunctions as the p series having the Macdonald polynomials as their leading terms. The existence and the convergence in this case are proved by applying a certain integral transformation to the asymptotically free solutions as stated in (i) above.

By the collaboration with Ayumu Hoshino and Yusuke Ohkubo, a proof for the conjecture (Hoshino, Shiraishi) is obtained concerning the explicit formula for the eigenfunctions of the type B_n q -difference Toda system.

B. 発表論文

1. E. Langmann, M. Noumi and J. Shiraishi, Construction of Eigenfunctions for the Elliptic Ruijsenaars Difference Operators. *Commun. Math. Phys.* 391 (2022), 901-950, 10.1007/s00220-021-04195-8.
2. A. Hoshino, Y. Ohkubo and J. Shiraishi, Branching formula for q -Toda functions of type B , *Lett. Math. Phys.* 111 (2021), 126, 10.1007/s11005-021-01461-7.
3. E. Langmann, M. Noumi and J. Shiraishi, Basic Properties of Non-Stationary Ruijsenaars Functions, *SIGMA* 16 (2020), 105, 26 pages arXiv:2006.07171 <https://doi.org/10.3842/SIGMA.2020.105>
4. J. Shiraishi, Affine screening operators, affine Laumon spaces and conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions. *J. Integrable Syst.* 4 (2019), no. 1, xyz010, 30 pp.
5. A. Hoshino and J. Shiraishi, Macdonald polynomials of type C_n with one-column diagrams and deformed Catalan numbers, *SIGMA Symmetry Integrability Geom. Methods Appl.* 14 (2018), Paper No. 101, 33 pp.

C. 口頭発表

1. J. Shiraishi, Quantization of Discrete Sixth Painleve Equation and Shakirov's Conjecture, 2022 Workshop on Elliptic Integrable Systems, March 8th-11th 2022 over Zoom.
2. 大久保勇輔, 白石潤一, 星野歩, 変形 Koornwinder 作用素と C 型 Macdonald 多項式 I,II, 日本数学会年会 (埼玉大) 2022 年 3 月 30 日.

3. 大久保勇輔, 白石潤一, 星野歩, B 型 q -戸田関数の明示公式 日本数学会秋季総合分科会 (千葉大) 2021 年 9 月 14 日.
4. J. Shiraishi, Branching formula for q -Toda function of type B , Workshop on Elliptic Integrable Systems March 7th-9th 2021 over Zoom
5. J. Shiraishi, Some conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions, New Connections in Integrable Systems September 29 – October 2, 2020
6. J. Shiraishi, Affine screening operators, affine Laumon spaces, and conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions, “Elliptic integrable systems, special functions and quantum field theory” 16-20 June 2019 Nordita, Stockholm.
7. 星野歩, 白石潤一, Kostka polynomials with one column diagrams of type B_n , C_n and D_n , 日本数学会年会, 2019 年 3 月 20 日, 東京工業大学
8. 星野歩, 白石潤一, Matrix inversion for Koornwinder polynomials with one-column diagram 日本数学会秋季総合分科会, 2018 年 9 月 24 日, 岡山大学
9. 星野歩, 白石潤一, 一列型 C, D 型 Macdonald 多項式の明示公式, 日本数学会年会, 2018 年 3 月 20 日, 東京大学
10. J. Shiraishi, Some conjectures about duality identities associated with affine root systems and screened vertex operators with toroidal structure, “Exact methods in low dimensional statistical physics” (from 25 July to 4 August, 2017, Institut d'Études Scientifiques de Cargèse).

D. 講義

1. 数理科学基礎, 同演習: 理科一類一年生 (線型代数部分を担当)
2. 線型代数学 $\hat{\mathfrak{sl}}_n$, 線型代数学 $\hat{\mathfrak{sl}}_n$, 数理基礎理論演習: 理科一類一年生
3. 常微分方程式論, 同演習: 主に教養学部統

合自然科学科の学生向けに行われる常微分方程式論についての入門的講義。

4. 応用数学 XE, 離散数理学概論: 変形 W 代数と量子トロイダル代数について説明した. A 型の変形 W 代数について, (1) gl_1 型の量子トロイダル代数を用いてその表現論がどのように構成されるか, (2) シャッフ代数としての構成法, また, (3) いくつかの (幾何学的) 頂点作用素を導入してネクラソフ分配関数を (代数的な設定で) 記述することを述べた. A 型以外の変形 W 代数について, gl_1 型の量子トロイダル代数と境界加群を用いた (ある程度統一的な) 構成ができることを説明した.

関口 英子 (SEKIGUCHI Hideko)

A. 研究概要

数理論物理で現れる Penrose 変換を半単純 Lie 群の表現論の立場から研究しています. 特に, 等質多様体の幾何構造を用いて Penrose 変換の一般化を考察し, その中で, 特異な無限次元のユニタリ表現を具体的にとらえようと試みています.

Penrose 変換の像はサイクル空間上の偏微分方程式系を満たす場合があります. 変換群が実シンプレクティック群の場合, この偏微分方程式系を具体的に書き下し (青本-Gel'fand の超幾何微分方程式系を高階に一般化した形をしている), 逆にその大域解が全て Penrose 変換で得られることを証明しました.

発表論文 [Contemporary Mathematics, AMS] では, 2 つの相異なる不定値グラスマン多様体上の Dolbeault コホモロジー群で実現される無限次元表現の間に絡作用素 (ツイスター変換) が存在するためのパラメータと, 表現の特異性について考察しました. 次に従来の結果を非管状領域に拡張し, 続いてユニタリ表現をある対称対に関して制限したときの具体的な分岐則の公式を Penrose 変換を用いて決定しました. 特に, その分岐則は無重複であり, さらに離散的に分解可能になります. 口頭発表 [2,3] では 2 つの異なる複素多様体上で構成された無限次元表現が同型になることが Penrose 変換を用いて証明できる一例を示しました.

I have been studying so called the Penrose transform, which originated in mathematical physics. My view point is based on representation theory of semisimple Lie groups, especially, a geometric realization of singular (infinite-dimensional) representations via the Penrose transform. Our main concern is with the characterization of the image of the Penrose transform by means of a system of partial differential equations on the cycle space, e.g., a generalization of the Gauss-Aomoto-Gelfand hypergeometric differential equations to higher degree. In [Contemporary Mathematics, AMS] I discussed intertwining operators between Dolbeault cohomologies on two indefinite Grassmannian manifolds, and studied a condition on the possible parameters in connection with singular representations. I have extended my previous results to non-tube domains of type AIII [Internat. J. Math., 2011], and found explicit branching laws with respect to symmetric pairs of certain family of infinite-dimensional representations which are realized in the spaces of Dolbeault cohomologies on non-compact complex homogeneous manifolds [Internat. J. Math., 2013].

B. 発表論文

1. H. Sekiguchi: Twistor and Penrose transform for indefinite Grassmannian manifolds, in preparation.

C. 口頭発表

1. Representations of semisimple Lie groups and Penrose transform, Tokyo-Lyon Conference in Mathematics (February 19-20, 2018, organizers: Taro Asume, Étienne Ghys, Toshitake Kohno, Takashi Tsuboi), Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, February 20, 2018.
2. Representations of Semisimple Lie Groups and Penrose Transform, トポロジー火曜セミナー, リー群論・表現論セミナーと合同, 東京大学大学院数理科学研究

科, September 26, 2017.

D. 講義

1. 数理科学基礎 (線型代数): (教養学部理科 I 類 1 年生講義 S1 ターム).
2. 数理科学基礎 (微分積分学): (教養学部理科 II, III 類 1 年生講義 S1 ターム).
3. 線型代数学: (教養学部理科 I 類 1 年生講義 S2 ターム, A セメスター).
4. 微分積分学: (教養学部理科 II, III 類 1 年生講義, S2 ターム, A セメスター).

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会広報委員 (2017 年度-).
2. 日本数学会函数解析学分会委員 (2017 年度-2019 年度).
3. オーガナイザー, Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, 27-28 January 2020.

田中公 (TANAKA Hiromu)

A. 研究概要

正標数における代数多様体の極小モデル理論が研究テーマである。本年度は、正標数の極小モデルプログラムとファノ型多様体について研究した。これらの研究テーマに関していくらか新しい結果が得られた。

I study minimal model program for algebraic varieties in positive characteristic. In this academic year, I studied minimal model program and varieties of Fano type in positive characteristic. I established some new results on these topics.

B. 発表論文

1. P. Cascini, H. Tanaka: “Purely log terminal threefolds with non-normal centres in characteristic two”, *Amer. J. Math.* **141** (2019), no. 4, 941–979.
2. A. Sannai, H. Tanaka: “Infinitely generated symbolic Rees algebras over fi-

nite fields”, *Algebra Number Theory* **13** (2019), no. 8, 1879–1891.

3. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka: “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, *J. Eur. Math. Soc.* **21** (2019), no. 12, 3759–3795.
4. Y. Nakamura, H. Tanaka: “A Witt Nadel vanishing theorem for threefolds”, *Compos. Math.* **156** (2020), no. 3, 435–475.
5. H. Tanaka: “Abundance theorem for surfaces over imperfect fields”, *Math. Z.* **295** (2020), no. 1-2, 595–622.
6. P. Cascini, H. Tanaka: “Relative semi-ampleness in positive characteristic”, *Proc. Lond. Math. Soc.* (3) **121** (2020), no. 3, 617–655.
7. H. Tanaka: “Pathologies on Mori fibre spaces in positive characteristic”, *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci.* (5) **20** (2020), no. 3, 1113–1134.
8. K. Hashizume, Y. Nakamura, H. Tanaka: “Minimal model program for log canonical threefolds in positive characteristic”, *Math. Res. Lett.* **27** (2020), no. 4, 1003–1054.
9. H. Tanaka: “Invariants of algebraic varieties over imperfect fields”, *Tohoku Math. J.* (2) **73** (2021), no. 4, 471–538.
10. H. Tanaka: “On p-power freeness in positive characteristic”, *Math. Nachr.* **294** (2021), no. 10, 1968–1976.

C. 口頭発表

1. On Witt analogues of the Kodaira vanishing theorem, Algebraic Geometry in Positive Characteristic and Related Topics, The University of Tokyo, Japan, 2018 年 12 月.
2. Del Pezzo fibrations in positive characteristic, Del Pezzo surfaces and Fano varieties, Heinrich Heine Universität Düsseldorf, Germany, 2019 年 7 月.
3. On Mori fibre spaces in positive charac-

teristic, ファノ多様体及び関連する代数幾何学, 九州大学, 2019 年 11 月.

4. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Tokyo-Seoul Conference in Mathematics 2019 - Algebraic Geometry -, The University of Tokyo, Japan, 2019 年 11 月.
5. Rational points and minimal model program in positive characteristic, RIMS Symposia: Rational Points on Higher Dimensional Varieties, Research Institute for Mathematical Sciences, Japan, 2019 年 12 月.
6. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Algebraic and Arithmetic Geometry Conference, the University of Science and Technology of China, China, 2019 年 12 月.
7. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Zoom in Algebraic Geometry, Zoom, 2021 年 1 月.
8. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Workshop on birational geometry, Zoom, 2021 年 4 月.
9. Pathological examples in minimal model program of positive characteristic, Arithmetic algebraic geometry and mathematical physics, Zoom+ 京都大学 RIMS, 2021 年 12 月.
10. Pathological examples in minimal model program of positive characteristic, National Taiwan University-The University of Tokyo, Zoom+National Taiwan University, 2021 年 12 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎：微分積分学の導入部分に関する講義を行った。(S1 ターム、教養学部前期課程講義)
2. 微分積分学 1：微積分の講義を行った。(S2 ターム、教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学 2：微積分の講義を行った。(A セメスター、教養学部前期課程講義)
4. 代数学 II：可換環論と有限群の表現論の講

義を行った。(A セメスター、3 年生向け講義)

5. 代数学特別演習 II：可換環論と有限群の表現論の演習。(A セメスター、3 年生向け講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 浅井 柁哉 (ASAI Masaya): 奇数標数における原始的 3 次元ファノ多様体について

F. 対外研究サービス

1. 東大京大代数幾何セミナー世話人.
2. 城崎代数幾何学シンポジウム 2021 世話人.

寺田 至 (TERADA Itaru)

A. 研究概要

以前, Brauer diagram と updown tableau の対応を与える Stanley/Sundaram の対応を, 冪零線型変換と symplectic form と flag に関連するある代数多様体を構成して幾何的に解釈できることを示した (“Brauer diagrams, updown tableaux and nilpotent matrices”, J. Algebraic Combin. **14** (2001), 229–267) が, これに関連して, Springer による一般化された Steinberg 多様体を用いて Trapa が与えた, Brauer diagram と列の長さが偶数の標準盤との間の対応に関する研究を進めている. 特に, Trapa と類似の対応を上述の代数多様体に関して考えると, 通常の Robinson–Schensted 対応の一部が得られる. また, 形が λ/μ で重みが ν の Littlewood–Richardson tableau は, Grassmann 多様体とベキ零線型変換から決まるある代数多様体の既約成分を parametrize する. Azenhas の記述した, μ と ν を交換する Littlewood–Richardson tableau の間の全単射が, 双対空間の間の自然な対応から引き起こされる既約成分の間の全単射と一致することを示した (2010 年にコインブラ大学のセミナーおよび第 65 回ロタリングア組合せ論セミナーで口頭発表し, 論文を投稿用に編集). これに関連し, Azenhas の全単射の対合性の組合せ論的証明を, Azenhas の方針を途中まで用いながら完成した. これらを hive という概念を用いた形に

言い換え, Azenhas, King 両氏との共同研究としてまとめた (arXiv:1603.05037 に保存 (109pp.)), 大改訂版が出版済み [B1]). さらに, 冪単線型変換で固定される flag 全体のなす多様体とよく似た構造をもつ, 有限 abel p 群の組成列の集合およびその “係数拡大” に関する研究も続けている.

In relation to my former study on a geometric interpretation of Stanley and Sundaram’s correspondence between the Brauer diagrams and the updown tableaux by constructing an algebraic variety concerning nilpotent linear transformations, symplectic forms, and complete flags (“Brauer diagrams, updown tableaux and nilpotent matrices”, *J. Algebraic Combin.* **14** (2001), 229–267), some progress has been made on the study of the correspondence between the Brauer diagrams and the standard tableaux with even column lengths, given by Trapa using Springer’s generalized Steinberg variety. In particular, a correspondence similar to Trapa’s for the algebraic variety mentioned above produces a part of the ordinary Robinson–Schensted correspondence. In another direction, the Littlewood–Richardson tableaux of shape λ/μ and weight ν parametrize the irreducible components of a certain algebraic variety defined using the Grassmannian and a nilpotent linear transformation. The bijection between the Littlewood–Richardson tableaux switching μ and ν , as described by Azenhas, has been shown to coincide with the bijection between the irreducible components induced by a natural correspondence between the dual Grassmannians (talks were given at a seminar at University of Coimbra and at the 65th Séminaire Lotharingien de Combinatoire in 2010; the paper is under preparation for publication). A combinatorial proof of the involutiveness of Azenhas’ bijection has been completed by following her method up to a certain point. These have been converted into collaborations with Azenhas and King using the notion of hives (a preprint was stored in

arXiv:1603.05037 (109 pp.), and an extensively revised edition has been published [B1]). Also in progress is the study of the set of composition series of a finite abelian p -group and its “scalar extensions”, which have a structure similar to the variety of flags fixed by a unipotent linear transformation.

B. 発表論文

1. I. Terada, R. C. King, and O. Azenhas: “The symmetry of Littlewood–Richardson coefficients: a new hive model involutory bijection”, *SIAM J. Discrete Math.* **32** (2018) 2850–2899.

C. 口頭発表

1. On an involution on the set of Littlewood–Richardson tableaux—A module model for Azenhas’ bijection, Algebraic and enumerative combinatorics in Okayama, 岡山大学大学院自然科学研究科, 2018 年 2 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎 (線型代数部分)・線型代数学: 線型代数学入門. (教養学部前期課程講義)
2. 数学統論 XB・組合せ論: Young 図形に関連する組合せ論. 今回は特に組合せ論的な側面に着目し, Robinson–Schensted 対応の基本的なことを解説したのち, Robinson–Schensted 対応によって順列に対応する Young 盤の形を, 順列の中の複数の増加部分列・減少部分列の大きさによって特徴づける C. Greene の結果を, 非輪状有向グラフの不変量に拡張する Saks の結果などを紹介した. (数理概学院・4 年生共通講義)
3. 数学 I: 文科学向けの 1 変数関数の微分法・積分法の基礎. (教養学部前期課程講義)
4. 代数学 III: 体の拡大, とくに Galois 拡大の基礎理論. (3 年生向け講義)

長谷川 立 (HASEGAWA Ryu)

A. 研究概要

(1) コンパイラバックエンドの数学的モデル化: コンパイラの構成は大きくみて, 構文解析とコード生成の二つのフェーズからなっている。構文解析に関しては標準的な数学理論が完成しているが, コード生成に関しては標準理論がなく, プログラミング言語ごとにアドホックになされてきた。当該研究の目標は, コード生成に関して理論的な基盤を作ることである。従来のコンパイラ構成法は, コードの変換を繰り返すことで高級言語から機械で実行可能な言語へ近づけていくというものであった。それに対し, コードを固定したままで数学的なモデルの変換を繰り返すことでコンパイラを作るという手法を提案している。ターゲットアーキテクチャを多様化するための準備を行った。

(2) 圏の計算体系化の研究: 圏論の図式追跡はできたものを追いかけるだけならば誰でもできるが, 自分で可換図を作るのは非自明な作業である。古典的なコヒーレンス定理は, たとえばモノイド圏において図式追跡が自明となることを意味している。しかし, 少し複雑な圏になるとコヒーレンス定理は成り立たない。圏と計算体系との一対一対応はプログラミング言語理論における基礎事実である。Lawvere-Lambek によるラムダ計算とデカルト閉圏との同値性の発見に端を発し, いろいろな対応が知られている。計算体系の側には名前が示す通り, 計算の概念がある。それに一対一対応する圏の方にも計算が入ると考えるのは自然である。本研究では線形論理に対応する線形圏の上には妥当な計算体系が構築できることを示した。これにより可換図の作成が機械的にできるようになる。Mix 規則の入った圏への拡張を考察した。

(3) 動的なグラフの組合せ最適化: 伝統的なグラフ理論が対象とするのは主に静的なグラフである。グラフがダイナミックに変化する状況は標準的なテキストではあまり論じられていない。圏の計算体系化の研究で我々が利用したグラフも動的なグラフである。そこで, 標準的なグラフ理論の事実を動的なグラフに拡張できるかどうかを調べている。マッチング等のグラフ理論の基本構造を動的グラフに拡張し, 組合せ最適化の観点からそ

の効果的なアルゴリズムの研究を行った。

(1) The study of the back-end of compilers. Compilers are largely composed of two phases: parsing and code generation. Although the former has standard mathematical theory, the latter, often called back-end, has no standard reasoning, thus treated in an ad hoc manner for each implementation of a language. The goal of this research is to establish a theoretical foundation for the back-end. The traditional method carries out stepwise code translations from the high-level programming languages to those of target architectures. We have proposed a method of compiler construction with no code translations, instead successively transferring mathematical models. We made preparatory investigations toward allowing multiple architectures as compiler targets.

(2) The study of computational systems on categories. Diagram chasing is easy if we only have to check the validity of a diagram, whereas it is completely non-trivial if we must construct the diagram by ourselves. The classical coherence theorem asserts that it turns out to be trivial, e.g., for the monoidal category. Unfortunately, the theorem does not apply to more complicated categories. One-to-one correspondences between categories and computational systems are the underscoring basis in the theory of programming languages. A number of correspondences are known, following the discovery of the relation between lambda calculus and cartesian closed categories by Lawvere and Lambek. The computational systems have the notion of computation, as their names imply. We thus naturally expect that the corresponding categories also have computational facilities. We have shown that a suitable computational structure is available for the linear category corresponding to linear logic. This observation enables us the automatic construction of commutative diagrams. We considered extensions to the categories possessing the Mix

rule.

(3) The combinatorial optimization of dynamic graphs. Traditional graph theory applies mainly to static graphs. Standard texts of graph theory seldom deal with the situation where graphs change their shapes dynamically. We are concerned with dynamic graphs in the study of computational structures in categories. We have thus investigated basic graph-theoretical concepts, such as matching, in the context of dynamic graphs. In particular, we have explored effective algorithms in terms of combinatorial optimization.

B. 発表論文

1. R. Hasegawa: "A Categorical Reduction System for Linear Logic", Theory and Applications of Categories, Vol. 35, 2020, No. 50, pp 1833-1870.
2. R. Hasegawa: "Complete Call-by-Value Calculi of Control Operators II: Strong Termination", Logical Methods in Computer Science, March 2, 2021, Volume 17, Issue 1

D. 講義

1. 常微分方程式：常微分方程式の入門. 解法, 解の存在・一意性, 線形常微分方程式, 力学系の大域挙動. (教養学部前期課程講義)
2. 計算数学 I：プログラミング言語の数学的基礎理論. ラムダ計算をベースにプログラミング言語の背後にある数理を概説した. 合流性・停止性等の基本性質を説明した. また Turing 完全性の意味とその証明の概略を示した. 操作的意味論に基づき実装の概略を述べた. (理学部 3 年生向け講義)
3. 応用数学 XC(本郷): 計算複雑性の基礎理論：オートマトンと正規言語との関連を用いて仮想機械とそれが生成する言語の導入を行った後, Turing 機械とそれに基づく計算可能性の説明を行った. 計算複雑性のクラスを定義し, NP 完全問題や PSPACE 完全問題等の基本事項を説明した. (理学部 3 年生向け講義)

林 修平 (HAYASHI Shuhei)

A. 研究概要

一昨年度に出版された forward Ergodic Closing Lemma ([1] 参照) は, コンパクト多様体上の C^1 endomorphism について, その臨界点の集合がすべての不変測度の台の和集合の閉包と交わらないとき, (与えられた不変測度に関する) ほとんどすべての点について, ある C^1 摂動により強い意味で閉軌道にすることが可能な前方軌道の有限部分が見つかるというものであった. 今年度になってその証明にギャップが見つかったため, その部分を埋める補題を証明した ([2] 参照). その補題は, 閉じる候補となる軌道の有限部分の長さが十分に長ければ, その選択によらず実際に閉じることが可能であるというものであり, それによって forward Ergodic Closing Lemma の証明自体も簡略化された.

The forward Ergodic Closing Lemma published in the academic year before last (see [1]) is that: for a C^1 endomorphism on a compact manifold whose critical points are disjoint from the closure of the union of supports of all invariant measures, we can find almost every point (with respect to a given invariant measure) having a finite part of its forward orbit which is closable in a strong sense. In this academic year, a gap was found in the proof, so we proved a lemma filling that part (see [2]). The lemma claims that if the length of the finite part of the forward orbit is sufficiently long then it is actually closable independent of the choice of it, from which the proof of the forward Ergodic Closing Lemma itself became simpler.

B. 発表論文

1. S. Hayashi: "A forward Ergodic Closing Lemma and the Entropy Conjecture for nonsingular endomorphisms away from tangencies", Discrete Contin. Dyn. Syst. **40** (2020) 2285–2313.
2. S. Hayashi: "Erratum and Addendum to "A forward Ergodic Closing Lemma and the Entropy Conjecture for nonsin-

gular endomorphisms away from tangencies" (Volume 40, Number 4, 2020, 2285-2313)", *Discrete Contin. Dyn. Syst.* (2022) Online First.

C. 口頭発表

1. A refinement of Mañé's generic dichotomy for surface diffeomorphisms, 「葉層構造と微分同相群 2017 研究集会」, *Foliations and Diffeomorphisms Groups 2017*, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2017 年 10 月.
2. On linearly entropy expansive diffeomorphisms, 「葉層構造と微分同相群 2018 研究集会」, *Foliations and Diffeomorphisms Groups 2018*, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018 年 10 月.
3. An asymptotic closing lemma and its applications, 冬の力学系研究集会, 日本大学軽井沢研修所, 2019 年 1 月.
4. The forward Ergodic Closing Lemma for nonsingular C^1 endomorphisms, RIMS 研究集会「力学系 -新たな理論と応用に向けて-」 京都大学 2019 年 6 月.

D. 講義

1. 数学 II : 文科生を対象とした線型代数学の入門講義. (教養学部前期課程講義)
2. 全学自由研究ゼミナール: 少人数によるゼミナー形式の講義. 1 次元力学系の入門講義として 2 次写像族やシャルコフスキーの定理を扱った. (教養学部前期課程講義)
3. 集合と位相・同演習: 理学部数学科進学予定の学部 2 年生を主な対象とした講義および演習. (第 2 学年理学部専門科目)

松尾 厚 (MATSUO Atsushi)

A. 研究概要

私は、共形場理論に関連するさまざまな数学的構造の研究を行ってきたが、現在では、主として頂点作用素代数の対称性に関する研究を行っている。

今年度は、かねてより連続講義を依頼されていた夏の学校がコロナのために一年遅れで開催されることとなり、その準備も兼ねて頂点代数の基礎理論の見直しを行った。連続講義で頂点代数上のツイスト加群について述べるよう依頼されていたため、特にこの点に重点をおき、詳しく考察を行った。

頂点代数上のツイスト加群の概念は、頂点代数に有限位数の巡回群が自己同型として作用する状況で、その群作用に関する分解を通じて定義される加群の概念の一般化だが、近年の研究によって、群の作用がない場合にも意味を持つように定式化することが行われている。今回、議論の構成を工夫することにより、基礎的な性質を保つ形でツイスト加群のさらなる一般化が得られるなど、頂点代数の基礎理論にいくつかの改善を施すことができたので、これらの成果を取り入れて連続講義を行った。ただし、実際には、講義は東京からオンラインで行った。

また、夏の学校終了後に講義録・講演論文集が出版されることとなったので、講義録の執筆のため頂点代数の基礎理論についての考察を続け、さらなる証明の改善や定式化の工夫を得た。

I have been working on various mathematical aspects of two-dimensional conformal field theories. Currently, I am mainly working on symmetries of vertex operator algebras (VOAs).

As I was appointed to deliver a series of lectures on vertex algebras as one of the minicourses in a summer school, I reconsidered basic theory of vertex algebras. In the lectures, I was to explain especially twisted modules over vertex algebras.

Although the concept of twisted modules over vertex algebras had been originally defined according to the decomposition of the vertex algebra with respect to an action of a cyclic group of automorphisms of finite order, it was pointed out recently that the concept generalizes to the case without such a group action. In preparing for the lectures, I achieved several improvements in basics of twisted modules by modifying the formulations, and I included them as

well as some other reformulations and improvements in the lectures, which was actually delivered online from Tokyo.

After the summer school, I continued reformulating concepts and improving proofs in basics of vertex algebras for the lecture notes to be published in the proceedings of the summer school.

B. 発表論文

1. 松尾 厚: “大学数学ことはじめ”, 東京大学出版会, 2019. (東京大学数学部会編)
2. A. Matsuo and A.P. Veselov: “Universal formula for the Hilbert series of minimal nilpotent orbits”, Proc. Amer. Math. Soc. **145** (2017), 5123–5130.

C. 口頭発表

1. “Introduction to vertex algebras and vertex operator algebras”, Minicourse for Graphs and Groups, Geometries and GAP (G2G2) Summer School — External Satellite Conference of the 8th European Congress of Mathematics. Rogla, Slovenia, June 2021. (10 Lectures delivered online.)
2. “Around Symmetries of Vertex Operator Algebras”, The International Conference and PhD-Master Summer School on Graphs and Groups, Representations and Relations, Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia, August, 2018.

D. 講義

1. 数学 II (PEAK) : 英語による線型代数の入門講義, (教養学部前期課程講義)
2. 常微分方程式 : 常微分方程式の入門講義, (教養学部前期課程講義)
3. 幾何学 III : 多様体上のベクトル場と微分形式に関する講義, (3年生向け講義)
4. 数学統論 XE・無限次元構造論 : 頂点代数の入門講義を主に英語で行った。Special Lectures in Mathematics XE, Infinite dimensional structures: Introduction to vertex algebras After its discovery

by R.E. Borcherds in 1986, the concept of vertex algebras has proved to be crucial in various areas of mathematics and physics. This course serves as an elementary introduction to vertex algebras.

松本 久義 (MATUMOTO Hisayosi)

A. 研究概要

複素半単純 Lie 代数の放物型部分代数の一次元表現からの誘導表現はスカラー型の一般化 Verma 加群と呼ばれる。スカラー型の一般化 Verma 加群の間の準同型は一般化旗多様体上の同変直線束の間の不変線形微分作用素と対応しており、Baston らによって提唱されている一般化された旗多様体をモデルとする、parabolic geometry の観点からも興味深い。放物型部分代数が Borel 部分代数の時は Verma 加群であり、Verma 加群の間の準同型を決定することは、Verma, Bernstein-Gelfand-Gelfand によって 1970 年前後あたりから知られている有名な結果がある。(Verma は準同型の存在の十分条件を与え、Bernstein-Gelfand-Gelfand はそれが必要条件になっていることを示した。)1970 年代に Lepowsky が実半単純 Lie 代数の極小放物型部分代数の複素化の場合に Verma の結果を拡張するなど、基本的な結果を幾つか得たが一般には未解決である。

g を複素簡約リー代数、 p をその放物型部分代数とする。 g の p の一次元表現からの誘導表現はスカラー型の一般化 Verma 加群と呼ばれる。 p が Borel 部分代数の時は Verma 加群である。スカラー型の一般化 Verma 加群の間の準同型は一般化旗多様体上の同変直線束の間の不変線形微分作用素と対応しており、一般化された旗多様体をモデルとする、parabolic geometry の観点からも興味深い。Verma 加群の間の準同型を決定することは、Verma, Bernstein-Gelfand-Gelfand によって 1970 年前後に達成された。一般化 Verma 加群の場合は、1970 年代に Lepowsky が実半単純 Lie 代数の極小放物型部分代数の複素化の場合に Verma の結果を拡張するなど、基本的な結果を幾つか得たが同時に Verma 加群の場合に比べはるかに難しいことが認識されいまだ分類問題は一般的な状況では未解決である。極大放物型部分代数

の場合は以前の研究で解決した。Soergel の Category \mathcal{O} の各ブロックの圏としての構造極大放物型部分代数の場合のスカラー型一般化 Verma 加群の間の準同型の存在から組織的に一般の場合のスカラー型一般化 Verma 加群の間の準同型の存在が示せる。これを elementary homomorphism という。上述の Bernstein-Gelfand-Gelfand の結果は Verma による準同型の合成によってすべての 0 でない Verma 加群の間の準同型が得られるというように言い換えられるのでそれに対応してスカラー型一般化 Verma 加群の間の 0 でない準同型はすべて elementary homomorphism の合成になっているという予想が定式化できこの予想が肯定的なら準同型の分類問題が解決できたことになる。最近の成果は以下のとおりである。まず、A 型単純リー代数に対して上記予想を肯定的に解決した。A 型以外の古典型リー代数の場合について現在は取り組んでいる。A 型の場合に適用した手法を B 型、C 型の場合に適用しようとすると残念ながら一般的な放物型部分代数の場合はいまうまく行かない。ただし、A 型で得られた結果を拡張できる場合もある。例えば C 型の場合放物型部分代数の Levi part は「ランクの落ちた C 型」といくつかの \mathfrak{gl} たちの直和になっているがすべての \mathfrak{gl} のランクの偶奇が一致しているような場合である。無限小指標が regular という条件がつくが対応する一般化旗多様体の余接束からのモーメント射がその像の上で双有理の場合はこの条件がはずせる。

本年度の成果であるが scalar 型とは限らない一般化バルマ加群の間の準同型の準同型の次元の上からの評価を試み以下のような結果を得た。 V_1, V_2 を \mathfrak{p} の有限次元既約表現とし M_1, M_2 をそれぞれ V_1, V_2 からの \mathfrak{g} への誘導表現とする。このとき $\dim Hom_{U(\mathfrak{g})}(M_1, M_2) \leq \dim V_1 \dim V_2$ となる。

右辺は一般化バルマ加群のパラメーターに依存していくらでも大きくなるが実際には移送原理と組みあわせると有限個のパラメーターしか見なくてよく \mathfrak{g} と \mathfrak{p} のみによって決まる定数での上からの評価が得られる。

My research interests are in representation theory, in particular representation theory of real

reductive groups and complex reductive Lie algebras. A finite dimensional Lie algebra is a semidirect product of a reductive algebra and a nilpotent algebra. This fact more or less implies any finite-dimensional symmetry is understood as a combination of a reductive Lie group and a Lie nilpotent group. Nilpotent groups can be understood as combinations of abelian groups. So, reductive groups form essential parts of symmetries. Recently, I have been working mainly on the classification of the homomorphisms between scalar generalized Verma modules.

Let \mathfrak{g} be a complex semisimple Lie algebra and let \mathfrak{p} be its parabolic subalgebra. The induced module of one-dimensional representation of \mathfrak{g} is called a (scalar) generalized Verma module. If \mathfrak{g} is a Borel subalgebra, it is called a Verma module. Classification of the homomorphisms between scalar generalized Verma modules is equivalent to that of equivariant differential operators between the spaces of sections of homogeneous line bundles on generalized flag manifolds. So, it is important from the viewpoint of the parabolic geometry. A sufficient condition for the existence of the homomorphisms between Verma modules is given by Bernstein, I. M. Gelfand, and S. I. Gelfand proved the condition of Verma is also a necessary condition. Later, Lepowsky studied the generalized Verma modules case and obtained some elementary results. As Lepowsky pointed out, the classification problem for homomorphisms between generalized Verma modules is much more difficult than the Verma modules. The problem is still open. I have classified the homomorphisms between scalar generalized Verma modules associated with maximal parabolic subalgebras. Soergel established that blocks of category \mathcal{O} are characterized in terms of integral Weyl groups. Using this result of Soergel, we can construct a homomorphism between scalar generalized Verma modules associated to a general parabolic subalgebra from a ho-

homomorphism between scalar generalized Verma modules associated to a maximal parabolic subalgebra. We call such a homomorphism an elementary homomorphism. I proposed the following conjecture.

Conjecture An arbitrary nontrivial homomorphism between scalar generalized Verma modules is a composition of elementary homomorphisms.

The conjecture in the case of the Verma modules is nothing but the result of Bernstein-Gelfand-Gelfand. The conjecture is affirmative in the case of the type A. Unfortunately, the method of [Ma3] is not applicable to general parabolic subalgebras of other classical Lie algebras. However, using the method, we can generalize the result of (A) to a class of parabolic subalgebras of simple Lie algebras of type B and C, under the assumption that the infinitesimal character is regular. If the moment map of the cotangent bundle of the generalized flag variety to its image, we may remove the assumption.

In this academic year, I obtained the following result. Let V_1 and V_2 be finite-dimensional irreducible representations of \mathfrak{g} . For $i = 1, 2$, we put M_i the induced \mathfrak{g} -module from V_i . Then we have $\dim \text{Hom}_{U(\mathfrak{o})}(M_1, M_2) \leq \dim V_1 \dim V_2$. Applying the translation principle, we get that $\dim \text{Hom}_{U(\mathfrak{o})}(M_1, M_2) \leq \dim V_1 \dim V_2$ is less than a constant only depending on \mathfrak{g} and \mathfrak{p} .

C. 口頭発表

1. (1) 一般化バルマ加群を巡って (概説講演), 表現論シンポジウム 2021年 11月 online
2. (2) On the homomorphisms between scalar generalized Verma modules for complex simple Lie algebras of type B and C, International Symposium on "Advances and Perspectives in Representation Theory" 2019年 10月 Qingdao, China
3. (3) On the homomorphisms between scalar generalized Verma modules for

complex simple Lie algebras of type B and C, Representation theory of reductive Lie groups and algebras 2019年 3月 東京大学

4. (4) スカラー型一般化バルマ加群の annihilator について, RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の広がり」 2017 京都大学数理科学研究所

D. 講義

1. 「全学自由研究ゼミナール」, 教養学部 1, 2年生対象 対称群の表現論

三枝 洋一 (MIEDA Yoichi)

A. 研究概要

p 進簡約代数群の表現を局所 Galois 表現によってパラメータ付ける局所ラングランズ対応に興味を持っている. 特に, Rapoport-Zink 空間と呼ばれる p 進体上のリジッド空間の ℓ 進エタールコホモロジーと局所ラングランズ対応の関係を中心的なテーマとして研究を進めている.

今年度は, 前年度に引き続き, 一般斜交群 $\text{GSp}(4)$ に伴う Rapoport-Zink 空間のエタールコホモロジーと局所 Arthur 分類の関係についての研究を行った. 局所 Arthur 分類とは, 大域的な保型表現の局所成分に現れる既約表現を, A パラメータと呼ばれる局所 Galois 表現の変種によってパラメータ付けるものであり, ある意味で局所ラングランズ対応の一般化にあたるものである. $\text{GSp}(4)$ の Rapoport-Zink 空間のエタールコホモロジー H_{RZ}^i には, $G = \text{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$, その内部形式 J , および \mathbb{Q}_p の Weil 群 $W_{\mathbb{Q}_p}$ が作用する. 今年度は, Fargues-Scholze による最近の結果を用いることで, 前年度までの研究成果を精密化し, H_{RZ}^i の G 超尖点部分の $G \times J \times W_{\mathbb{Q}_p}$ 表現としての既約分解を局所 Arthur 分類を用いて完全に記述することに成功した. H_{RZ}^i の J 超尖点部分についても同様のことが可能である.

$\text{GSp}(4)$ の内部形式の保型表現に対する Arthur 予想にも取り組んだ. Gan-Tantono および Chan-Gan の研究に基づき, p 進体上の内部形式の局所 A パッケージを明示的に構成し, 期待される指標関係式が成立することを確認した. Arthur

予想はこの結果から標準的な議論によって導かれると考えており、その部分の研究は次年度に実施する予定である。

This year, I continued my research on the relation between the étale cohomology of the Rapoport-Zink space of the symplectic similitude group $\mathrm{GSp}(4)$ and the local Arthur classification. The local Arthur classification parametrizes irreducible representations appearing as local components of global automorphic representations by A -parameters, which are variants of local Galois representations. It can be regarded as a generalization of the local Langlands correspondence in some sense. The étale cohomology H_{RZ}^i of the Rapoport-Zink space for $\mathrm{GSp}(4)$ is equipped with actions of $G = \mathrm{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$, its inner form J , and the Weil group $W_{\mathbb{Q}_p}$ of \mathbb{Q}_p . This year I applied recent results of Fargues-Scholze to refine the result I obtained last year, and succeeded to give complete description of the irreducible decomposition of the G -supercuspidal part of H_{RZ}^i as a representation of $G \times J \times W_{\mathbb{Q}_p}$ by means of the local Arthur classification. It is possible to have a similar result on the J -supercuspidal part of H_{RZ}^i .

I also worked on the Arthur conjecture for automorphic representations of an inner form of $\mathrm{GSp}(4)$. Based on previous works by Gan-Tantono and Chan-Gan, I explicitly constructed the local A -packets of an inner form of $\mathrm{GSp}(4)$ over a p -adic field, and checked the expected character identities. I think that the Arthur conjecture can be deduced from this result by standard argument. I plan to work it out in the next year.

B. 発表論文

1. Y. Mieda: “Lefschetz trace formula and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $\mathrm{GSp}(4)$ ”, *Mathematische Annalen* に採録決定済.
2. Y. Mieda: “On the formal degree conjecture for simple supercuspidal represen-

tations”, *Mathematical Research Letters* **28** (2021), 1227–1242.

3. Y. Mieda: “Parity of the Langlands parameters of conjugate self-dual representations of $\mathrm{GL}(n)$ and the local Jacquet-Langlands correspondence”, *Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu* **19** (2020), 2017–2043.
4. Y. Mieda: “On irreducible components of Rapoport-Zink spaces”, *International Mathematics Research Notices*, Volume 2020, 2361–2407.
5. N. Imai and Y. Mieda: “Potentially good reduction loci of Shimura varieties”, *Tunisian Journal of Mathematics* **2** (2020), 399–454.
6. Y. Mieda: “Note on weight-monodromy conjecture for p -adically uniformized varieties”, *Proceedings of the American Mathematical Society* **147** (2019), 1911–1920.
7. T. Ito, T. Koshikawa and Y. Mieda: “Galois representations associated with a non-selfdual automorphic representation of $\mathrm{GL}(3)$ ”, preprint, arXiv:1811.11544.
8. 三枝 洋一: Arthur 分類とその応用, *RIMS 講究録別冊 B77 「代数的整数論とその周辺 2016」*, 75–126.

C. 口頭発表

1. $\mathrm{GSp}(4)$ の Rapoport-Zink 空間の ℓ 進コホモロジーの超尖点部分について, 代数的整数論とその周辺 2021, 京都大学, 2021 年 12 月.
2. 局所 Langlands 対応と p 進幾何, 大岡山談話会, 東京工業大学, 2021 年 11 月.
3. Local Saito-Kurokawa A -packets and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $\mathrm{GSp}(4)$, 保型形式, 保型表現, ガロア表現とその周辺, 京都大学 (オンライン), 2021 年 1 月.
4. Local Saito-Kurokawa A -packets and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $\mathrm{GSp}(4)$, *The Eighth Pacific Rim Con-*

ference in Mathematics, UC Berkeley (オンライン), 2020 年 8 月.

5. Local Langlands correspondence and p -adic geometry, NTU Mathematics Colloquium, 国立台湾大学, 2020 年 3 月.
6. Introduction to the Langlands program, 国立台湾大学, 2020 年 3 月.
7. Local Saito-Kurokawa A -packets and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $\mathrm{GSp}(4)$, Arithmetic Geometry and Representation Theory, 富山県民会館, 2019 年 12 月.
8. ある代数曲面のエタールコホモロジーと $\mathrm{GL}(3)$ の自己双対的でない保型表現の関係について, 早稲田大学整数論セミナー, 早稲田大学, 2019 年 7 月.
9. On the formal degree conjecture for simple supercuspidal representations, Workshop on arithmetic geometry, Tokyo-Princeton at Komaba, 東京大学, 2019 年 3 月.
10. Cohomology of perfectoid spaces and their reductions, with application to the local Langlands correspondence, Arithmetic and Algebraic Geometry 2019, 東京大学, 2019 年 1 月.

D. 講義

1. 全学自由研究ゼミナール (モジュラー曲線と数論幾何学): モジュラー曲線を通して, Weil 予想やフェルマー予想, ラングランズ予想等, 現代整数論における大定理・大予想を概観する講義を行った. (教養学部前期課程講義)
2. 代数学 I: 群と環の理論の入門講義 (理学部 3 年生向け講義)
3. 代数学特別演習 I: 代数学 I の演習 (理学部 3 年生向け講義)

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 沖 泰裕 (OKI Yasuhiro): On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables.
2. (修士) 恩田 直登 (ONDA Naoto): Classi-

fication of 4×4 symmetric matrix pencils over an algebraically closed field of characteristic 2.

3. (修士) 高梨 悠吾 (TAKANASHI Yugo): Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of GL_n over p -adic fields.

三竹 大寿 (MITAKE Hiroyoshi)

A. 研究概要

研究対象として扱ってきたものは非線形偏微分方程式であり, 特に Hamilton-Jacobi (HJ) 方程式に重点を置いてきた. この HJ 方程式は, 解析力学, 幾何光学, 最適制御, 微分ゲームにおける重要な基礎方程式である. 近年, 同方程式に対する均質化, 解の長時間挙動といった, 基本的な漸近解析が著しく進展してきた. これらの解析では, 偏微分方程式における粘性解理論が基本的な役割を果たしているが, 私は従来の同理論に比べより一層, 力学系理論との関連に注目してきた. 具体的には, 同方程式の背景にあるハミルトン系, 又は確率ハミルトン系の関係を深めようとする弱 Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM) 理論, またその一般化について, その発展に貢献してきた. 特に, 今年度は,

- (a) 時間分数べき熱方程式,
- (b) Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式の長時間漸近解析における解の表現定理,
- (c) 外力付平均曲率流方程式のコーシー・ノイマン問題の解の大域的リプシッツ正則性
- (d) 平均場ゲーム理論に現れる選択問題,

について取り組み, 幾つかの結果を得ることができた. 論文として, 今年度に [1], [2] (B. 発表論文を参照) とプレプリント 2 本を発表した.

B. 発表論文

1. Y. Giga, H. Mitake, S. Sato: “On the equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional diffusion equation, J. Differential Equations 316 (2022), 364–386.

2. D. A. Gomes, H. Mitake, H. V. Tran, "The large time profile for Hamilton-Jacobi-Bellman equations, to appear in Math. Ann. Preprint is available from arXiv:2006.04785.
 3. H. Mitake, H. V. Tran, T. S. Van : "Large time behavior for a Hamilton-Jacobi equation in a critical Coagulation-Fragmentation model", to appear in Comm Math Sci. Preprint is available from arXiv:2004.13619.
 4. H. Mitake, L. Zhang : "Remarks on the generalized Cauchy-Dirichlet problem for graph mean curvature flow with driving force", SN Partial Differ. Equ. Appl. (2021) 2:40.
 5. H. Mitake, H. Ninomiya, K. Todoroki : "A level set approach for multilayered interface systems", Interfaces Free Bound. 22 (2020), no. 4, 383–400.
 6. D. A. Gomes, H. Mitake, K. Terai : "The selection problem for some first-order stationary mean-field games", Netw. Heterog. Media 15 (2020), no. 4, 681–710.
 7. Y. Giga, H. Mitake, H. V. Tran : "Remarks on large time behavior of level-set mean curvature flow equations with driving and source terms, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 25 (2020), no. 10, 3983–3999.
 8. Y. Giga, Q. Liu, H. Mitake : Discrete schemes for time-fractional fully nonlinear evolution equations and their convergence", Asymptot. Anal. 120 (2020), no. 1-2, 151–162.
 9. W. Jing, H. Mitake, H. V. Tran : "Generalized ergodic problems: existence and uniqueness structures of solutions", J. Differential Equations 268 (2020), no. 6, 2886–2909.
 10. H. Mitake, H. V. Tran, Y. Yu, "Rate of convergence in periodic homogenization of Hamilton-Jacobi equations: the convex setting, Arch. Ration. Mech. Anal. 233 (2019), no. 2, 901–934.
- C. 口頭発表
1. On the equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional diffusion equation, 2021/10/22, The Hong Kong University of Science and Technology, PDE seminar, オンライン開催.
 2. On weak solutions to first-order discount mean field games, 2021/10/08, OIST Analysis Seminar, オンライン開催.
 3. 時間分数拡散方程式に対する粘性解と超関数解の同値性, 2022/1/07, 京都大学 NLPDE セミナー, オンライン開催.
 4. On weak solutions to first-order discount mean field games, 2022年3月, 日本数学会年会 (埼玉大学). (新型コロナウイルスの社会的影響により中止. 日本数学会は講演は成立したとしている)
- D. 講義
1. 微分積分学統論 (同じ講義をニコマ)
 2. 常微分方程式
 3. 解析 XF (数理大学院・4年生共通講義): 非線形随伴法を利用したハミルトン・ヤコビ方程式の漸近解析について学ぶ. 偏微分方程式論におけるハミルトン・ヤコビ方程式の解析は粘性解理論を利用したものが主流である. この粘性解理論は 1980 年代から 2000 年代にかけて解の適切性 (存在, 一意性, 安定性) 整備された. 一方で, ハミルトン・ヤコビ方程式の初期値問題の粘性消滅法における, 解の勾配の収束に関する収束 (ほとんど至る点での各点収束) は, この範疇にない. そのため, 解の内在する性質をより深く見抜く必要があった. Lawrence C. Evans は, この粘性消滅法における解の勾配の収束を動機に非線形随伴法といった手法を導入した (Arch. Ration. Mech. Anal. 197, 2010 年). 本講義では, "解の well-posedness を超えて" をスローガンに, この非線形随伴法を利用した, 近年発展したハミルトン・ヤコビ方程式の漸近解析に

ついて学ぶ。

E. 修士・博士論文

1. (博士) 寺井 健悟 (TERAI Kengo):
Some asymptotic problems for systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations.

宮本 安人 (MIYAMOTO Yasuhito)

A. 研究概要

楕円型と放物型の偏微分方程式を研究している。15年以上楕円型偏微分方程式を研究してきたが、楕円型で培った技術を用いて、直近の3年は放物型の研究にも力を注いできた。過去2年の具体的なテーマは次の通り：

1. 偏微分不等式の **Liouville 型定理** [1,7]:
[1] は偏微分不等式 $(-\Delta)^{\alpha/2}u \geq (I_\beta * u^p)u^q$ a.e. in \mathbb{R}^N の正值解の存在または非存在のための p, q, α, β, N に関する条件を求めた。ここで、 $I_\beta(x) = A_\beta|x|^{-(N-\beta)}$ は Riesz ポテンシャルである。[7] では偏微分不等式 $\pm \Delta^m u \geq (\Psi(|x|) * u^p)u^q$ in \mathbb{R}^N について上記と同様の問題を研究した。
2. 特異非線形項を持つ方程式の分岐図式 [5,6]: 球領域上の Dirichlet 問題 $-\Delta U = (\lambda + \delta|\nabla U|^2)/(1-U)$ の正值解の完全分岐図式を得た [5]。一般的な非線形項を持つ方程式 $\Delta u = 1/f(u)$ (ここで $f(0) = 0$ を満たすとす) の球対称の退化解の存在、一意性、古典解による近似や交点数を研究し、それらを用いて対応する Dirichlet 問題 $\Delta U + \lambda/f(1-U) = 0$ の球対称解の分岐図式を研究した [6]。
3. 劣臨界方程式の変分法を用いた解構造の解明 [2,10]: L^2 ノルム一定の拘束条件の元で、一般的な非線形項 $F(u)$ と遠方で0に減衰する負のポテンシャル項 $V(x)$ を持つエネルギーの最小エネルギー解

$$\inf_{\|u\|_{L^2}^2 = \alpha} \int_{\mathbb{R}^N} \frac{|\nabla u|^2}{2} + V(x)u^2 - F(u)dx$$

の存在と非存在について研究した [10]。[10] の手法を用いて連立 Schrödinger 系の場合を研究した [2]。

4. 準線型方程式の解の交点数 [3]:
 $r^{-(\gamma-1)}(r^\alpha|u'|^{\beta-1}u')' + kr^{\alpha-\beta-\gamma}u^\beta + u^p = 0$, $0 < r < \infty$ に対して、 p が優臨界の場合に (α, β, γ) の全ての組み合わせについて2つの解の交点数を求めた。微分作用素は球対称関数に関する m -ラプラシアンや k -ヘシアンを含む。この研究によって、よく知られているジョセフ・ルンドグレン指数の一般化に相当する指数を特定した。
5. 放物型方程式系の可解性 [4,8]: 分数冪ラプラシアンを持ち、一般的な増大度を持つ放物型方程式に対して、一様局所ルベグ空間に初期関数を持つとき時間局所解の存在と非存在の境目となる指数を研究した [4]。藤田方程式 $\partial_t u = \Delta u + |u|^{2/N}u$ in \mathbb{R}^N はスケール不変となる空間 $L^1(\mathbb{R}^N)$ では解けないことが知られている。これに対して解が存在するような初期関数に関する必要十分条件を初期関数の可積性を用いて記述した [8]。
6. 非局所項を持つ1次元 Allen-Cahn 方程式の分岐構造と安定性 [9]: 先行研究において $(-1, 1)$ 上の Neumann 問題

$$du'' + (1-u^2) \left(u - \frac{\mu}{2} \int_{-1}^1 u dx \right) = 0$$

の1モード解の完全分岐図式は、自明解からの1次分岐の枝とその枝から2次分岐する枝からなることが明らかにされていた。この研究では、1次分岐枝の全ての解の安定性を決定し、2次分岐枝は特異摂動領域 ($d > 0$ が小さいとき) の解の安定性を SLEP 法と呼ばれる手法を用いて決定した。

My research area is parabolic and elliptic PDEs. I am mainly studying elliptic problems for more than 15 years. However, I am recently interested in parabolic problems. Topics in recent two years are listed below:

1. **Liouville theorem for partial differential inequalities** [1,7]: In [1] a necessary and sufficient condition on

p, q, α, β, N for existence of a positive solution for $(-\Delta)^{\alpha/2} \geq (I_\beta * u^p)u^q$ a.e. in \mathbb{R}^N is studied. In [7] the inequality $\pm \Delta^m u \geq (\Psi(|x|) * u^p)u^q$ in \mathbb{R}^N is studied.

2. Bifurcation diagram for elliptic PDEs with singular nonlinearities [5,6]:

A complete bifurcation diagram for positive solutions of $-\Delta U = (\lambda + \delta|\nabla U|^2)/(1 - U)$ on a ball is obtained in [5]. Existence, uniqueness and other properties of a degenerate radial solution for $\Delta u = 1/f(u)$ are studied in [6]. Moreover, a bifurcation diagram for the Dirichlet problem $\Delta U + \lambda/f(1 - U) = 0$ on a ball is studied.

3. Constraint variational problems [2,10]:

In [10] existence and nonexistence of minimizers for

$$\inf_{\|u\|_{L^2}^2 = \alpha} \int_{\mathbb{R}^N} \frac{|\nabla u|^2}{2} + V(x)u^2 - F(u)dx$$

is studied. Here $V(x) \leq 0, \neq 0$ and $V(x) \rightarrow 0$ as $|x| \rightarrow \infty$. The same problem for a nonlinear schrödinger system is studied in [2].

4. Intersection number for a quasilinear elliptic equations [3]:

When p is supercritical in some sense, the intersection number of two solutions for $r^{-(\gamma-1)}(r^\alpha |u'|^{\beta-1} u')' + kr^{\alpha-\beta-\gamma} u^\beta + u^p = 0, 0 < r < \infty$ is obtained. We found a certain exponent which corresponds to the Joseph-Lundgren exponent for the Laplacian case.

5. Solvability for parabolic problems [4,8]:

In [4] existence and nonexistence of solutions for parabolic equations with fractional Laplacian are studied. In [8] a necessary and sufficient condition for existence of a solution for the so-called doubly critical parabolic problem $\partial_t u = \Delta u + |u|^{2/N} u$ is obtained.

6. Stability and bifurcation diagram for a non-local Allen-Cahn equation

tion in an interval [9]: In the previous study the complete bifurcation diagram of 1-mode solutions for the Neumann problem

$$du'' + (1 - u^2) \left(u - \frac{\mu}{2} \int_{-1}^1 u dx \right) = 0$$

on $(-1, 1)$ was obtained. In this study we determine the stability of each solution on the first branch. The first branch has a second bifurcation point. Then we determine the stability of a solution on the second branch in the case where $d > 0$ is small, using the so-called SLEP method.

B. 発表論文

1. M. Ghergu, Z. Liu, Y. Miyamoto and V. Moroz, "Nonlinear inequalities with double Riesz potentials", to appear in Potential Anal.
2. N. Ikoma and Y. Miyamoto, "The compactness of minimizing sequences for a nonlinear schrödinger system with potentials", to appear in Commun. Contemp. Math.
3. K. Ikeda, Y. Miyamoto and K. Nishigaki, "Intersection properties for singular radial solutions of quasilinear elliptic equations with Hardy type potentials", to appear in Complex Var. Elliptic Equ.
4. T. Giraudon and Y. Miyamoto, "Fractional semilinear heat equations with singular and nondecaying initial data", to appear in Rev. Mat. Complut.
5. M. Ghergu and Y. Miyamoto, "Radial regular and rupture solutions for a PDE problem with gradient term and two parameters", Proc. Amer. Math. Soc. **150** (2022) 1697–1709.
6. M. Ghergu and Y. Miyamoto, "Radial single point rupture solutions for a general MEMS model", Calc. Var. Partial Differential Equations **61** (2022) Article 47, 29 pages.
7. M. Ghergu, Y. Miyamoto and V. Moroz,

- “Polyharmonic inequalities with nonlocal terms”, *J. Differential Equations* **296** (2021) 799-821.
8. Y. Miyamoto, “A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space”, *J. Evol. Equ.* **21** (2021) 151–166.
 9. Y. Miyamoto, T. Mori, T. Tsujikawa and S. Yotsutani, “Stability for stationary solutions of a nonlocal Allen-Cahn equation”, *J. Differential Equations* **275** (2021) 581–597.
 10. N. Ikoma and Y. Miyamoto, “Stable standing waves of nonlinear schrödinger equations with potentials and general nonlinearities”, *Calc. Var. Partial Differential Equations* **59** (2020) Article 48, 20 pages.

C. 口頭発表

1. Polyharmonic inequalities with nonlocal terms, 日本数学会 2022 年度年会, 埼玉大学 (オンライン), 2022 年 3 月 28 日.
2. Singular solution and separation property for semilinear elliptic equations with general supercritical growth, 日韓共同研究集会 International Workshop on Nonlinear Elliptic Equations and Its Applications(オンライン), Jan. 26, 2022.
3. Stable standing waves for nonlinear Schrödinger equations with potentials and general nonlinearities, 第 175 回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学 (オンライン), 2021 年 10 月 23 日.
4. Stable standing waves for nonlinear Schrödinger equations with potentials and general nonlinearities, 日本数学会 2021 年秋季総合分科会, 千葉大学 (オンライン), 2021 年 9 月 14 日.
5. 優臨界楕円型方程式の球対称解の構造 Part 1 & 2, RIMS 共同研究 (公開型)「偏微分方程式の解の幾何的様相」, 京都大学 (オンライン), 2021 年 6 月 29, 30 日.
6. 優臨界楕円型方程式の球対称特異解と分岐構造, 応用解析セミナー, 東大数理 (オンラ

イン), 2021 年 4 月 15 日.

7. Existence and uniqueness of singular solutions for supercritical semilinear elliptic equations, 日本数学会 2021 年度年会, 慶應義塾大学 (オンライン), 2021 年 3 月 15 日.
8. A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space, 第 4 回反応拡散方程式と非線形分散型方程式の解の挙動, 宮崎大学 (オンライン), 2021 年 2 月 16 日.
9. A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space, 第 38 回九州における偏微分方程式研究集会, 九州大学 (オンライン), 2021 年 1 月 25 日.
10. (1) A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space, (2) Radial single point rupture solutions for a general MEMS model, 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会, 熊本大学 (オンライン), 2020 年 9 月 23 日.

D. 講義

1. 学術フロンティア講義 (S セメスター全 13 回のうち 4 回) : チューリングパターンへの入門的講義 (教養学部 1・2 年生)
2. 偏微分方程式論 (S セメスター) : 1 階と 2 階の線形偏微分方程式 (熱方程式, ラプラス方程式, 波動方程式) を関数解析を用いずに解説した (統合自然 3・4 年生)
3. 数理科学セミナー III (S セメスター) : 黒田成俊著『関数解析』共立出版を受講者 2 名で輪読した (統合自然 4 年生)
4. 卒業研究 (A セメスター) : 受講者 1 名と共に区間上のスカラーフィールド方程式に付随する固有値の明示的表示について研究し英語論文を執筆した (統合自然 4 年生)
5. 数理科学概論 (A セメスター全 13 回のうち 1 回) : 非線形偏微分方程式の定性的理論 (統合自然 2 年生)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 佐久間正樹 (SAKUMA Masaki): 凝集コンパクト性原理の一般化と拘束条件に畳み込みを伴う変分法的最小化問題への応用

F. 対外研究サービス

1. (世話人) 木曜応用解析セミナー 東大数理
2. (書評委員) 『数学セミナー』 日本評論社

助教 (Research Associates)

清野 和彦 (KIYONO Kazuhiko)

A. 研究概要

4次元多様体における局所線形な群作用と滑らかな群作用の違いについて研究している。

数年前スピン4次元多様体への群作用の行列式直線束が自明であるようなスピン・シー構造への持ち上げでスピン構造への持ち上げにはなっていないものを利用してスピン構造への持ち上げで得られることしか得られないと結論したのだが、計算に間違いがあるようなので考え直してみた。しかし、まだ正しいことはわかっていない。

I have been studying the difference between locally linear group actions and smooth ones on 4-manifolds.

I had studied group actions on spin 4-manifolds using the lift actions on the spin^c structures with trivial determinant line bundle which do not act on the spin structures few years ago. Though I concluded at that time that this method would not yield results that could not be obtained by using the lift actions on the spin structures, I reconsidered because there seems to be a mistake in the calculation. However, I have not yet come to the correct calculation.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習：大学で数学を学ぶための基礎についての演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生S1ターム)
2. 数理科学基礎演習：大学で数学を学ぶための基礎についての演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生S1ターム)
3. 数学基礎理論演習：微分積分学と線型代数学の初歩についての演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生S2ターム)
4. 数学基礎理論演習：微分積分学と線型代数学の初歩についての演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生S2ターム)
5. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生A

セメスター)

6. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生Aセメスター)
7. 線型代数学演習：線型代数学の演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生Aセメスター)
8. 線型代数学演習：線型代数学の演習を行った。(教養学部前期課程理科I類1年生Aセメスター)
9. 全学自由研究ゼミナール「多変数関数の微分」：多変数関数の微分について解説した。(教養学部前期課程S1ターム)
10. 全学自由研究ゼミナール「電磁気学で使う数学」：多変数関数の積分とベクトル解析について解説した。(教養学部前期課程Aセメスター)

牛腸 徹 (GOCHO Toru)

A. 研究概要

位相的場の理論に付随する不変量に対して、“母空間”という見方から理解を深めることを試みている。そのために、シンプレクティック多様体のループ空間の半無限同変コホモロジーや“半無限同変K群”に入る構造を調べている。ここ数年の研究を通して、筆者はシンプレクティック多様体のループ空間の同変K群には、自然に差分作用素が作用することを確かめ、トーリック多様体やその完全交叉に対して、対応する差分方程式やその解を求めた。その結果、これらの差分方程式やその解のある種の“q-類似”になっていることが分かった。筆者自身の定式化によれば、同様の考察は、同変 elliptic cohomology を用いても可能であるように思われるので、この場合に、どのような構造が得られることになるのか研究を続けているところである。

I have been trying to have a better understand-

ing of various topological invariants associated with topological field theories from the viewpoint of "Bo-kuukan". For that purpose, I have been studying the structure of the semi-infinite equivariant cohomology and "the semi-infinite equivariant K group" of the loop space of a symplectic manifold. In the last few years, I found that there exists a natural action of difference operators on the equivariant K group of the loop space of a symplectic manifold, and I obtained the corresponding difference equation and its solutions in the case of a toric manifold and its complete intersection. As a result, I found that the difference equation and its solution so obtained are a kind of "q-analogue" of the differential equation and its solutions associated with their quantum cohomology. Using my formulation, the same consideration seems to be possible also in the case of the equivariant elliptic cohomology, and I have been studying to clarify what kind of structures we obtain in this case.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習：教養一年生の S1 タームの演習
2. 数学基礎理論演習：教養一年生の S2 タームの演習
3. 微分積分学演習：教養一年生の A セメスターの微分積分学の演習
4. 線型代数学演習：教養一年生の A セメスターの線型代数学の演習
5. 全学ゼミナール「じっくり学ぶ数学 I」：教養一年生を対象に、微積分学や線型代数学における基本的な考え方を順番に取り上げて説明した。
6. 全学ゼミナール「じっくり学ぶ数学 II」：教養一年生を対象に、微積分学や線型代数学における基本的な考え方を順番に取り上げて説明した。

今野 北斗 (KONNO Hokuto)

A. 研究概要

主たる研究領域は、ゲージ理論の低次元トポロジー・微分幾何学への応用である。今年度は、3つの異なるテーマについて研究を行った。最初の二つの研究結果は論文にまとめたものを投稿済みで、最後の研究はプレプリントの推敲段階である。一つ目の研究は、正スカラー曲率計量に関するものである（谷口正樹氏との共同研究）。与えられた可微分多様体が正スカラー曲率計量を許容するか否かは古典的な問題だが、4次元多様体であって特にそのホモロジーが $S^1 \times S^3$ のそれと同型であるようなもの（ホモロジー $S^1 \times S^3$ と呼ばれる）に対しては、よく知られている正スカラー曲率計量の存在のための障害は消えているか、定義不能である。このクラスの4次元多様体に対する正スカラー曲率計量の障害を、周期的端を持つ非コンパクト4次元多様体の上の Seiberg–Witten 理論を考察することにより与える研究が J. Lin および谷口正樹と私により既になされていた。今年度の結果では、Manolescu の Seiberg–Witten Floer 安定ホモトピー型を用いることで、これらの先行する結果を統合し、より強力な障害を得た。この障害は、Seiberg–Witten 理論を用いてこの方向性で得られるものとしては原理的にもっとも強力と思われるものである。

二つ目の研究は、3次元多様体上の involution と結び目に関するものである（宮澤仁氏・谷口正樹氏との共同研究）。スピン構造を与えた有理ホモロジー3球面の上の involution であって、その固定点集合が余次元2で現れるようなものに対し、Seiberg–Witten Floer 安定ホモトピー型の上に誘導される作用を考えることで、involution に対する Floer K 理論的な不変量を得た。Seiberg–Witten Floer 安定ホモトピー型の上に誘導される作用は通常の変理論で考察するものとは異なり、加藤佑矢氏が定義した、4次元スピン閉多様体の上の involution が Seiberg–Witten 方程式に誘導する作用の3次元版である。さらにこれを用い、加藤佑矢氏が閉4次元多様体に対して示した involution に対する $10/8$ 型不等式を境界付き4次元多様体に拡張した。応用として、境界付き4次元多様体に対する non-smoothable な群作用を detect した。さらに、与えられた結び目に沿っ

た S^3 の二重分岐被覆に対し上述の involution に対する枠組みを適用することで、結び目に対する Floer K 理論的不変量と $10/8$ 型の制約を得た。これには結び目のいくつかの不変量への強力な応用がある。例えば、stabilizing number と呼ばれる結び目の 4 次元的不変量が、滑らかなカテゴリーとトポロジカルなカテゴリーで真に異なる振る舞いをすることが、この制約を用いて初めて示された。

三つ目の研究は、族のゲージ理論の境界付き 4 次元多様体への応用である（飯田暢生氏・Anubhav Mukherjee 氏・谷口正樹氏との共同研究）。Seiberg–Witten 方程式の族を、コンタクト構造を付与した 3 次元多様体を境界に持つ境界付き 4 次元多様体の上で考察することで、境界付き 4 次元多様体の微分同相写像の数値的な不変量を定義した。正確には、コンタクト構造が誘導するシンプレクティック構造が乗ったコーンを貼って得られる非コンパクト 4 次元多様体の族を考察することでこの不変量は定義される。この不変量を用いて、境界付き 4 次元多様体の上のエキゾチックな微分同相写像やエキゾチックな余次元 1 の部分多様体を detect した。当該不変量は、Kronheimer–Mrowka が既に定義していたコンタクト境界を持つ 4 次元多様体の不変量の族版の類似であるが、境界における微分同相写像のアイソトピーに関する情報を得るために、境界上のコンタクト構造の空間の基本群の情報を乗せた不変量を定義する工夫が有効であることを見いだした。

I have been working on applications of gauge theory to low-dimensional topology and geometry. In this year, I studied three different themes.

The first study, which is joint work with Masaki Taniguchi, is about positive scalar curvature metrics. It is a classical question whether a given smooth manifold admits a positive scalar curvature metric. For a 4-manifold whose homology is isomorphic to that of $S^1 \times S^3$, classical obstructions to the existence of positive scalar curvature metric vanish or are not well-defined. Recently, J. Lin and Taniguchi and I constructed new obstructions to this class of 4-

manifolds by considering Seiberg–Witten equations on 4-manifolds with periodic end. In the study in this year, we constructed a new obstruction which unites J. Lin’s obstruction and our past obstruction. Our new method is based on Manolescu’s Seiberg–Witten Floer stable homotopy type, and this obstruction seems to be the best possible obstruction which can be obtained from Seiberg–Witten theory along the direction started by J. Lin.

The second study, which is joint work with Jin Miyazawa and Masaki Taniguchi, is about involutions on 3-manifolds and knots. For a given involution on a spin rational homology 3-sphere whose fixed-point set is of codimension-2, we considered an induced involutions on the Seiberg–Witten Floer stable homotopy type of the 3-manifold, and defined a Floer K -theoretic invariant of involution using this induced action. This induced action on Seiberg–Witten Floer stable homotopy type is not a usual one considered in equivariant theory, but is a 3-dimensional analogue of Yuya Kato’s involution on the Seiberg–Witten equations induced from an involution on a closed spin 4-manifold. Using this induced action and K -theoretic invariant, we extended a $10/8$ -type inequality for involutions by Kato to 4-manifold with boundary. As an application, we detected non-smoothable involutions on some spin 4-manifolds with boundary. Furthermore, applying this framework to the covering involution of the double branched covering of S^3 along a given knot, we defined a Floer K -theoretic invariant of a knot and obtained a $10/8$ -type constraint on knots and surfaces bounded by them. This constraint has an interesting application to knot theory: for example, we gave the first example of a knot for which a certain 4-dimensional knot invariant, called stabilizing number, behaves differently in the smooth category and in the topological category.

The third study, which is joint work with Nobuo Iida, Anubhav Mukherjee, and Masaki

Taniguchi, is about applications of gauge theory for families to 4-manifolds with boundary. We defined numerical invariants of diffeomorphisms of a 4-manifold with boundary, equipped with a contact structure on the boundary, by considering families of Seiberg–Witten equations. More precisely, these invariants are defined by considering families of non-compact 4-manifolds, which is modeled by a 4-manifold obtained by attaching a cone with a symplectic structure induced from the contact structure with the original 4-manifold with boundary. Using these invariants, we detected exotic diffeomorphisms of 4-manifolds with boundary and exotic codimension-1 submanifolds of 4-manifolds with boundary. These invariants are parametrized analogue of an invariant of 4-manifolds with contact boundary due to Kronheimer and Mrowka, but as a non-trivial twist, we found that it is effective to take into account the fundamental group of the space of contact structures on the boundary to obtain information about isotopies of diffeomorphisms on the boundary.

B. 発表論文

1. H. Konno: “Positive scalar curvature and higher-dimensional families of Seiberg–Witten equations”, *J. Topol.* **12** (2019), no. 4, 1246–1265.
2. H. Konno and M. Taniguchi: “Positive scalar curvature and 10/8-type inequalities on 4-manifolds with periodic ends”, *Invent. Math.* **222** (2020), no. 3, 833–880.
3. D. Baraglia and H. Konno: “A gluing formula for families Seiberg–Witten invariants”, *Geom. Topol.* **24** (2020), no. 3, 1381–1456.
4. H. Konno: “Characteristic classes via 4-dimensional gauge theory”, *Geom. Topol.* **24** (2020), no. 3, 1381–1456.
5. T. Kato, H. Konno, and N. Nakamura: “Rigidity of the mod 2 families Seiberg–Witten invariants and topology of fami-

lies of spin 4-manifolds”, *Compos. Math.* **157** (2021), no. 4, 770–808.

6. D. Baraglia and H. Konno: “A note on the Nielsen realization problem for K3 surfaces”, to appear in *Proc. Amer. Math. Soc.*
7. H. Konno and N. Nakamura: “Constraints on families of smooth 4-manifolds from $\text{Pin}^-(2)$ -monopole”, to appear in *Algebr. Geom. Topol.*
8. H. Konno: “A cohomological Seiberg–Witten invariant emerging from the adjunction inequality”, to appear in *J. Topol.*
9. D. Baraglia and H. Konno: “On the Bauer–Furuta and Seiberg–Witten invariants of families of 4-manifolds”, to appear in *J. Topol.*
10. H. Konno and M. Taniguchi: “The groups of diffeomorphisms and homeomorphisms of 4-manifolds with boundary”, arXiv:2010.00340.
11. T. Kato, H. Konno, and N. Nakamura: “A note on exotic families of 4-manifolds”, arXiv:2101.00367.
12. H. Konno and M. Taniguchi: “Positive scalar curvature and homology cobordism invariants”, arXiv:2104.10860.
13. H. Konno, J. Miyazawa, and M. Taniguchi: “Involutions, knots, and Floer K-theory”, arXiv:2110.09258.

C. 口頭発表

1. Gauge theory for families of 4-manifolds, Gauge Theory and Applications, the University of Regensburg (ドイツ), 2018年7月
2. Difference between the diffeomorphism and homeomorphism groups of 4-manifolds, Four manifolds: Confluence of high and low dimensions, the Fields Institute (カナダ), 2019年7月
3. The diffeomorphism and homeomorphism groups of 4-manifolds, Floer Ho-

motopy Theory and Low-Dimensional Topology, University of Oregon (アメリカ), 2019年8月

4. Seiberg-Witten theory for families I, II (連続講演), Gauge Theory Virtual, オンライン [アメリカ], 2021年1月
5. Gauge theory and diffeomorphism and homeomorphism groups, 日本数学会 2021年度年会 特別講演, オンライン [慶應義塾大学], 2021年3月
6. Floer K-theory for knots, Stanford Topology Seminar, オンライン [Stanford University], 2022年1月
7. Seiberg-Witten Floer K-theory for knots, CGP Seminar, オンライン [IBS-CGP], 2022年1月
8. Positive scalar curvature and higher-dimensional families of Seiberg-Witten equations, Seminar on Seiberg-Witten theory, オンライン [ドイツ], 2022年2月
9. Floer K-theory for knots, MIT Geometry and Topology Seminar, オンライン [MIT], 2022年2月
10. Recent developments in Seiberg-Witten theory (短期課程), オンライン [清華大学 丘成桐数学科学中心], 2022年3月

D. 講義

1. 数理科学基礎演習: 大学での数学の基礎・微分積分と線型代数の基礎の演習. (教養学部前期課程, S1 ターム・S2 ターム)
2. 学修相談室: 数学に関する学修相談. (教養学部前期課程, S セメスター)
3. 微分積分学・線型代数学演習: 微分積分・線型代数の演習. (教養学部前期課程, A セメスター)
4. 集合と位相補習: 集合と位相に関する小テストの実施. (理学部 3 年生, A セメスター)
5. FMSP 社会数理実践研究・接合班担当

田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

A. 研究概要

小林俊行氏によって導入された複素多様体に対する可視的な作用の理論では、リー群がコンパクトであるか非コンパクトであるかを問わず、また、表現が有限次元であるか無限次元であるかを問わず、リー群の表現の無重複性を統一的に扱うことができる。今年度の研究で、複素代数多様体へのコンパクト実形による作用の強可視性から inner type の非コンパクト実形による作用のそれが得られることが分かった。

The notion of visible actions on complex manifolds has been introduced by T. Kobayashi with the aim of uniform treatment of multiplicity-free representations of Lie groups. This year I have found that the strong visibility of the action of a compact real form on an irreducible complex algebraic variety implies that of the action of a non-compact real form of inner type.

B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for Gelfand pairs and induction of spherical functions, J. Math. Soc. Japan, Advance Publication 1–25 (February, 2022) DOI: 10.2969/jmsj/85588558.
2. Yuichiro Tanaka, Double coset decomposition for reductive absolutely spherical pairs, Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics **366**, 229–267, 2021.
3. Yuichiro Tanaka, Visible actions of compact Lie groups on complex spherical varieties, J. Differential Geom. **120** (2), 375–388, (February 2022) DOI: 10.4310/jdg/1645207534.
4. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, Kyoto Journal of Mathematics, Advance Publication, 1–8, (2022) DOI: 10.1215/21562261-2021-0020.

5. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 函数解析学分科会講演アブストラクト (2019), 67-76.
6. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 数理解析研究所講究録, RIMS, Kyoto University, No. 2139 (2019), 37-49.

C. 口頭発表

1. 田中雄一郎, 無重複性のユニタリトリックについて, Lie 群論・表現論セミナー, Zoom meeting, 2022 年 3 月 15 日.
2. 田中雄一郎, 簡約型実球部分群に対するカルタン分解について, Lie 群論・表現論セミナー, Zoom meeting, 2021 年 11 月 23 日.
3. 田中雄一郎, G 多様体上の解析について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", Zoom meeting, 2021 年 8 月 18 日.
4. 田中雄一郎, Gelfand 対の球関数について, Langlands and Harmonic Analysis (第 5 回), Zoom meeting, 2021 年 3 月 9 日.
5. 田中雄一郎, 無重複性の伝播定理について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", Zoom meeting, 2020 年 8 月 19 日.
6. Yuichiro Tanaka, Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, 6th Tunisian-Japanese Conference, Mahdia, Tunisia, December 16, 2019.
7. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学 角間キャンパス, 2019 年 9 月 18 日.
8. 田中雄一郎, Introduction of symplectic techniques for group actions, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 群馬県, 2019 年 8 月 21 日.
9. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 表現論とその周辺分野の進展, 京都大学数理解析

研究所, 2019 年 7 月 10 日.

10. 田中雄一郎, 簡約型実球部分群に対するカルタン分解, 2018 年度表現論ワークショップ, 九州大学伊都キャンパス, 2019 年 3 月 12 日.

D. 講義

1. 数理学基礎演習 (微積分・線型代数): 微積分・線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
2. 数学基礎理論演習 (微積分・線型代数): 微積分・線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学演習: 微分積分学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
4. 線型代数学演習: 線型代数学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
5. 複素解析学補習: 複素解析学に関する補習の実施 (教養学部前期課程学生)

中村 勇哉 (NAKAMURA Yusuke)

A. 研究概要

(1) 昨年度に引き続き LSC 予想と PIA 予想を研究した. 昨年度は線形な群作用によって生じる商特異点に対して PIA 予想を証明していた. 今年度はこれを非線形な群に拡張し, 論文として発表した (B. 発表論文の 1, 柴田康介氏との共同研究).

(2) 一般対 (generalized pair) について ACC 予想と LSC 予想を研究した. 通常の対 (log pair) について知られている結果が一般対についても正しいことを証明し, 論文として発表した (B. 発表論文の 2, W. Chen 氏と権業善範氏との共同研究).

(1) As joint work with K. Shibata, we continued to study the LSC conjecture and the PIA conjecture from the previous year. Last year, we proved the PIA conjecture for quotient singularities for linear group actions. This year, we extended it to nonlinear group actions.

(2) As joint work with W. Chen and Y. Gongyo, we studied the ACC conjecture and the LSC conjecture for generalized pairs. We proved

that some results known for usual log pairs are also true for generalized pairs.

B. 発表論文

1. Y. Nakamura, K. Shibata: “Inversion of adjunction for quotient singularities II: Non-linear actions”, preprint available at arXiv:2112.09502.
2. W. Chen, Y. Gongyo, Y. Nakamura: “On generalized minimal log discrepant”, preprint available at arXiv:2112.09501.
3. Y. Nakamura, J. Song: “Upper bounds of orders of automorphism groups of leafless metric graphs”, preprint available at arXiv:2110.05946.
4. Y. Nakamura, K. Shibata: “Inversion of adjunction for quotient singularities”, preprint, Algebraic Geometry **9** (2022), no. 2, 214-251.
5. Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase, J. Nakagawa: “Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type”, Acta Crystallogr. Sect. **A77** (2021), no. 2, 138-148.
6. Y. Nakamura: “Dual complex of log Fano pairs and its application to Witt vector cohomology”, Int. Math. Res. Not. IMRN **2021**, no. 13, 9802-9833.
7. Y. Nakamura, H. Tanaka: “A Witt Nadel vanishing theorem for threefolds”, Compos. Math. **156** (2020), no. 3, 435-475.
8. K. Hashizume, Y. Nakamura, H. Tanaka: “Minimal model program for log canonical threefolds in positive characteristic”, Math. Res. Lett. **27** (2020), no. 4, 1003-1054.
9. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka: “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) **21** (2019), no. 12, 3759-3795.
10. M. Mustața, Y. Nakamura: “A boundedness conjecture for minimal log discrepancies on a fixed germ”, Contemp.

Math., **712** (2018), 287-306.

C. 口頭発表

1. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, Algebraic Geometry and Related Topics, National Taiwan University, 台湾 (オンライン開催), 2021年12月.
2. “Minimal log discrepancies of quotient singularities”, Interactions of new trends in Algebraic Geometry and singularities, OIST (オンライン開催), 2021年10月.
3. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, Zoom Algebraic Geometry Seminar, オンライン開催, 2021年2月.
4. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, Fudan-SCMS AG Seminar, Fudan University, 中国 (オンライン開催), 2021年1月.
5. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, 特異点セミナー, オンライン開催, 2020年12月.

D. 講義

1. 数学演習 (教養学部1年, 通年).
2. 社会数理実践研究 k グラフ班.

F. 対外研究サービス

1. (オーガナイザー) Algebraic Geometry in East Asia Online Seminar, オンライン開催 (2週間に1度), 2020年8月-.

G. 受賞

1. 2018年度 日本数学会賞建部賢弘賞奨励賞, 2018年10月.

間瀬 崇史 (MASE Takafumi)

A. 研究概要

Laurent 性を持つ差分方程式について, 主に既約性と coprimeness (互いに素条件) の観点から調べた.

L を格子 (主に多次元を想定) とし, L 上で定義された単独形の自励系差分方程式を考える. 差分方程式が, ひとつのよい領域上で4つの条件

1. Laurent 性を持つ (任意の項が初期値の Laurent 多項式になる)
2. 既約性を持つ (その Laurent 多項式が既約になる)
3. coprimeness を満たす (その Laurent 多項式たちが互いに素になる)
4. Laurent 単項式が時間発展の途中で出現しない (Laurent 単項式として許されるのは初期値のみ)

を満たすならば, L 内の任意のよい領域において, その方程式は 4 つの条件を満たすことを, 以前証明していた.

今年度は, 4 つめにある Laurent 単項式の条件について主に考察した. その結果, Laurent 性と coprimeness から, Laurent 単項式の性質が従うことがわかった. これを用いることで, 格子方程式がひとつのよい領域で Laurent 性, 既約性, coprimeness を満たすならば, 任意のよい領域でこれら 3 つの性質が従うことがわかる. これにより, Laurent 性, 既約性, coprimeness は, (少なくともセットで考える限りは) 領域に依存しない方程式に固有の性質であることがわかった.

I studied discrete equations with the Laurent property, focusing on the irreducibility and coprimeness properties.

Let L be a lattice and consider an autonomous discrete equation on L . I had already proved that if the equation satisfies the following four properties

1. it has the Laurent property (i.e. each iterate is a Laurent polynomial in the initial variables),
2. it has the irreducibility (i.e. each iterate is irreducible as a Laurent polynomial),
3. it has the irreducibility (i.e. each pair of iterates is coprime as Laurent polynomials),
4. Laurent monomials appear only as initial values,

on one good domain, then the equation possesses the above four properties on any good domain as well.

This year, I considered the condition about Laurent monomials. I proved that this condition follows from the Laurent and coprimeness properties. This means that if a discrete autonomous equation satisfies the Laurent, irreducibility and coprimeness properties on one good domain, then the equation also possesses these three properties on any good domain. Therefore, these three properties are, as far as considered together, independent of the choice of domains and inherent in the equation.

B. 発表論文

1. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Coprimeness-preserving discrete KdV type equation on an arbitrary dimensional lattice, *Journal of Mathematical Physics* 62 (2021): 102701.
2. T. Mase, A. Nakamura, H. Sakai, Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 6 (2021): 1251–1264.
3. Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase, J. Nakagawa, Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type, *Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances* A77 (2021): 138–148.
4. J. Hietarinta, T. Mase, R. Willox, Algebraic entropy computations for lattice equations: why initial value problems do matter, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 52 (2019): 49LT01.
5. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Algebraic entropy of a multi-term recurrence of the Hietarinta-Viallet type, *RIMS Kôkyûroku Bessatsu* B78 (2020): 121–153.
6. B. Grammaticos, A. Ramani, R. Willox, T. Mase, Detecting discrete integrability: the singularity approach, *Nonlinear Systems and Their Remarkable Mathematical Structures*, N. Euler (Ed.) (CRC Press, Boca Raton FL, 2018),

arXiv:1809.00853.

7. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, N. Okubo, T. Tokihiro, Toda type equations over multi-dimensional lattices, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 51 (2018): 364002.
8. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Nonlinear forms of co-primeness preserving extensions to the Somos-4 recurrence and the two-dimensional Toda lattice equation –investigation into their extended Laurent properties–, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 51 (2018): 355202.
9. T. Mase, Studies on spaces of initial conditions for nonautonomous mappings of the plane, *Journal of Integrable Systems* 3 (2018): xyy010.
10. M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, On the coprimeness property of discrete systems without the irreducibility condition, *SIGMA* 14 (2018): 065.

C. 口頭発表

1. T. Mase, Integrability tests for lattice equations - or why initial value problems do matter, Integrable Systems 2019, Sydney (Australia), November 2019.
2. 間瀬崇史, 2 階差分方程式の初期値空間, 2019 年函数方程式 A セミナー, 新潟県, 2019 年 3 月.
3. 間瀬崇史, ある方程式の次数増大について, 可積分系ウィンターセミナー 2019, 長野県, 2019 年 2 月.
4. T. Mase, R. Willox, A. Ramani, B. Grammaticos, Dynamical degrees and singularity patterns, International Conference on Symmetry and Integrability in Difference Equations, Fukuoka (Japan), November 2018.
5. 間瀬崇史, R. Willox, A. Ramani, B. Grammaticos, 特異点閉じ込めと代数的エントロピー I, 非線形波動研究の新潮流 - 理論とその応用-, 九州大学応用力学研究所

(福岡), 2017 年 11 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習: 教養学部前期過程, S1 ターム, 理科二三類 1 年 (18–20). 微積分学, 線形代数学の演習をオンラインで行った.
2. 数学基礎理論演習: 教養学部前期過程, S2 ターム, 理科二三類 1 年 (18–20). 微積分学, 線形代数学の演習をオンラインで行った.
3. 微積分学演習: 教養学部前期過程, A セメスター, 理科二三類 1 年 (18–20). 微積分学の演習を対面で行った.
4. 線形代数学演習: 教養学部前期過程, A セメスター, 理科二三類 1 年 (18–20). 線形代数学の演習を対面で行った.
5. 微積分学演習: 教養学部前期過程, A セメスター, 理科一類 1 年 (20–23). 微積分学の演習を対面で行った.
6. 線形代数学演習: 教養学部前期過程, A セメスター, 理科一類 1 年 (24–27). 線形代数学の演習を対面で行った.
7. 数学学修相談室: 教養学部前期過程, S セメスター, 1–2 年生対象. 教養学部生からの数学に関する質問をオンラインで受け付けた.

BAO Yuanyuan (鮑 園園)

A. 研究概要

Viro は量子展開環 $U_q(\mathfrak{gl}(1|1))$ の既約表現を利用して, 向き付けられた三価空間グラフの $\mathfrak{gl}(1|1)$ -Alexander 多項式を構成した. 今年度, この多項式のある種の一次結合が三次元多様体の不変量になることを証明した (伊藤昇氏との共同研究). 以下詳しく述べる.

任意の閉向き付け可能な 3 次元多様体 M は 3 次元球面の中の枠つき絡み目 L に沿った手術で得られる. L が M の手術表現と呼ばれる. 同じ 3 次元多様体の手術表現が Kirby 移動と呼ばれる移動で移りあうことができる.

枠つき絡み目の量子不変量の一次結合で, Kirby 移動で値を変えないものは, 3 次元多様体の不変

量となる。Reshetikhin と Turaev は初めてこの方針を利用して 3 次元多様体の量子不変量を作った。彼らが用いた圏はモジュラーなテンソル圏で、半単純や quantum dimension が非零などの特徴を持つ。

Costantino, Geer と Patureau-Mirand (CGP) は Reshetikhin と Turaev の構成の精密化を考えた。彼らは relative G -modular 圏という概念を導入し、このような構造を持つ圏から 3 次元多様体の不変量を作れることを示した。モジュラーなテンソル圏がもちろん relative G -modular 圏であり、半単純や quantum dimension が非零などの条件を満たさない relative G -modular 圏も多く存在する。

私たちは $U_q(\mathfrak{gl}(1|1))$ の部分代数である U^1 の既約表現に生成される圏 \mathcal{M}_B を考えた。この圏は relative G -modular 圏であるかどうか現在のところ不明であるが、私たちは \mathcal{M}_B に対応する Alexander 多項式を利用して $\Delta(M, \Gamma, \omega)$ という量を構成し、そして $\Delta(M, \Gamma, \omega)$ は Kirby 移動で不変であることを証明した。よって、この量は 3 次元多様体の不変量になることを言えた。

By using the irreducible representations of the q -deformed universal enveloping superalgebra $U_q(\mathfrak{gl}(1|1))$, Viro defined the $\mathfrak{gl}(1|1)$ -Alexander polynomial for oriented trivalent graphs. This year, we showed that a certain linear sum of such polynomial provides a topological invariant for 3-manifold (This is a joint work with Noboru Ito). The details are as follows.

Given a framed link L in S^3 , the integral surgery along L produces a 3-manifold. The link L is called a surgery presentation of the resulting manifold. Kirby calculus says that any 3-manifold can be obtained in this way. In addition, surgery presentations of the same 3-manifold are related to each other by Kirby moves.

A linear sum of quantum invariants of framed links defines a topological invariant for 3-manifolds, if it is invariant under Kirby moves. Reshetikhin and Turaev gave the first rigorous construction of 3-manifold invariant along this

line. Their invariant was defined for a modular category, which is semisimple and all simple objects are required to have non-zero quantum dimensions.

Costantino, Geer and Patureau-Mirand (CGP) extended Reshetikhin and Turaev's construction to categories which may not be semisimple or may contain objects with zero quantum dimensions. They proposed the concept: relative G -modular category and proved that the quantum invariant of framed links constructed from a relative G -modular category can be used to define a 3-manifold invariant.

In our research, we consider a category \mathcal{M}_B of finite dimensional modules over a subalgebra U^1 of $U_q(\mathfrak{gl}(1|1))$. Instead of proving that \mathcal{M}_B has a relative G -modular category structure, we show directly that a value $\Delta(M, \Gamma, \omega)$ defined from \mathcal{M}_B is invariant under Kirby moves. So the flavor of this research is quite combinatorial without involving many algebras. However we believe the existence of a relative G -modular category structure on \mathcal{M}_B . We hope to discuss this topic in our future work. In the definitions of compatible triple, Kirby color and the proof of our main result, we imitate many ideas from CGP.

B. 発表論文

1. Yuanyuan Bao and Zhongtao Wu, Alexander polynomial and spanning trees, *Internat. J. Math.* 32 (2021), no. 08, 2150073.
2. Yuanyuan Bao and Zhongtao Wu, An Alexander polynomial for MOY graphs, *Selecta Math. (N.S.)* 26 (2020), no. 2 Article No. 32.
3. Yuanyuan Bao, A topological interpretation of Viro's $\mathfrak{gl}(1|1)$ -Alexander polynomial of a graph, *Topology Appl.*, Vol. 267, (2019), pp. 106870, 25.
4. Yuanyuan Bao, The Heegaard Floer complexes of a trivalent graph defined on two Heegaard diagrams, *京都大学数理研究講究録*, No. 2129, (2019), pp. 69–82.

C. 口頭発表

1. 3-manifold invariant derived from $gl(1|1)$ -Alexander polynomial, 結び目の数理 IV, 早稲田大学, 2021 年 12 月.
2. An Alexander polynomial of MOY graphs, 大阪市立大学 Friday Seminar, Zoom, 2020 年 10 月.
3. Alexander polynomial and spanning trees, 拡大 KOOK セミナー 2020, Zoom, 2020 年 9 月.
4. The Heegaard Floer homology of a trivalent graph defined on two Heegaard diagrams, Intelligence of Low-dimensional Topology, 京都大学, 2019 年 5 月.
5. A topological interpretation of Viro's $gl(1|1)$ -Alexander polynomial of a graph, East Asia conference on Gauge theory and related topics, 京都大学, 2018 年 9 月.
6. The Alexander polynomial of a trivalent spatial graph and its MOY-type relations, 岡潔女性数学者セミナー, 奈良女子大学, 2017 年 12 月.
7. The Alexander polynomial of a colored trivalent graph and its MOY-type relations, 4 次元トポロジー, 大阪市立大学, 2017 年 11 月.
8. The Alexander polynomial of the balanced bipartite graph, 微分トポロジー 17, 電気通信大学, 2017 年 3 月.

D. 講義

1. 数学 I ①(PEAK) : 一変数微分積分学入門.
(PEAK 一年生向け講義, A セメスター)
2. 数学 I ②(PEAK) : 多変数微分積分学入門.
(PEAK 一年生向け講義, S セメスター)
3. 数理科学基礎演習 (教養学部前期課程, S1 セメスター)
4. 数学基礎理論演習 (教養学部前期課程, S2 セメスター)
5. 線型代数学演習 (教養学部前期課程, A セメスター)
6. 微分積分学演習 (教養学部前期課程, A セメスター)

特任教授 (Project Professors)

大田 佳宏 (OHTA Yoshihiro)

A. 研究概要

応用数理解析を用いて、自動化ロボットに搭載する AI (Artificial Intelligence) の研究開発をアイソトープ総合研究センターなどと共同研究で行っている。複雑かつ繊細な作業とビッグデータ解析まで行う自律発見ロボットの開発をめざす。

現在は、自治体、企業、病院、研究機関などと連携することで融合研究を推進しており、特に応用分野としては放射性物質を使った薬の開発と、遺伝子の転写のメカニズムの解明をターゲットとしている。

遺伝子の転写とは、DNA 配列を鋳型に RNA polymerase II (RNAPII) という酵素によって遺伝子が読まれ RNA が合成される現象を指し「生命の基本原則」とも考えられている。一方で、転写の生成物である RNA は時間変異性が高く微小不均一性を持つため、細胞を用いた実験において高時間分解能の現象観察を行うことは難しいのが現状である。そこで、観察不可能な領域における高分解能の検証を可能とし、構築したモデルの再現性を保証するため、超離散系シミュレーションなどの数理科学的手法が必須となる。

我々はセルオートマトンを用いた RNAPII のシミュレーションによって、速度変化をしながら自由流として運動する転写の様子を再現した。この速度変化領域と前方の RNAPII との時空間の間隔によって RNAPII の衝突が起こることを示し、渋滞の発生する相転移の閾値も導出することができた。

一方で、生物医学分野における大規模次世代遺伝子解析装置などの実験手法の進歩によって、転写運動の基盤となるクロマチン構造が動的に変化していることもわかってきている。そのため、セルオートマトンを用いた転写モデルについても、サイトの動的変化まで取り入れたモデルを導入する必要性が出てきた。我々は本問題点を解決するため、確率セルオートマトンのモデルである ASEP を拡張し、DNA 構造が 3 次元的近傍にあるサイト間で写像を導入することで RNAPII の転移が

可能となる新規モデルを構築した。この新規モデルのシミュレーション結果によって、一部の遺伝子についての細胞実験の結果を正確に再現することができた。

By leveraging applied mathematical analysis, the research and development of AI (Artificial Intelligence) for the automated robot as joint research with Isotope Science Center and others are ongoing. We target to develop an autonomous discovery robot that can perform complicated and delicate work and even big data analysis.

Currently, we are promoting integrated studies by collaborating with municipalities, leading companies, hospitals, research institutes, etc. In particular, as an application, we target our interests to develop drugs using radioactive substances and to elucidate the mechanism of the transcription of genes.

Transcription is a fundamental cellular process in which the RNA polymerase enzymes play a central role. In eukaryotes, RNA polymerase II (RNAPII) is responsible for this process, and genome-wide studies show that transcription by RNAPII is dynamically regulated. Due to the experimental difficulty in the molecular biological approach, the picture of the gene transcription remains snapshot rather than dynamical views. Therefore, to reveal the principles of transcription, the mathematical modeling and simulation by fusing deep spatiotemporal analysis of real data are crucial.

By the cellular automaton (CA) simulation of the mobility of RNAPII over long distances, we found that the RNAPII molecules move as a free flow state, though there exist regions of reduced velocity, as far as the time interval between nearest RNAPII molecules is larger than the time required for an RNAPII passing the exclusion length in the reduction region. If the reduction is strong enough to reach a certain

threshold, a transition occurs from the free flow state to the states with congested and repetitive flows.

On the other hand, by combining next-generation sequencing and chromosome conformation capture (3C), it becomes evident that chromatin domains representing the transcription basic structural units move dynamically within the nucleus. Therefore, it is required to apply this dynamical movement and configurational changes to the CA model.

We previously identified transitions of RNAPII in the spatial configuration of DNA. Our formulation was extending the asymmetric simple exclusion process (ASEP) and derived an analytical expression for the dwell time distribution of the RNAPIIs during transcription. Also, we adopt the RNAPII transfer methods by mapping n forward (or backward) jump routes and m proximal points. Then we show that the simulation results of this model are consistent with the experimental findings for actual gene transcriptions. After that, we will make a detailed comparison of the results from the realistic simulation for a specific gene with the experimental data obtained here. Studies in this model also emphasize RNAPII flow stability and a fault-tolerant system of the gene transcription.

B. 発表論文

1. 上坂正晃, 新田恭平, 佐藤大輔, 大田佳宏, “3次元点群のアノテーションを効率化するための半自動化システム”, 応用数理 (日本応用数理学会) 32 巻 1 号 (2022).
2. Yoichi Nakata, Yoshihiro Ohta and Yoichiro Wada: Transcription Dynamics: Cellular Automaton Model of Polymerase Dynamics for Eukaryotes. In: Tokihiro T. (eds) Mathematical Modeling for Genes to Collective Cell Dynamics, (2021) p.1–23, Springer.
3. 上坂正晃, 石橋佳久, 佐藤大輔, 中野嵩士, 八登浩紀, 大田佳宏, “統計学はどのように使われているのか”, 『数学セミナー』 (日本評論社) 2020 年 6 月号 p. 36.
4. Yoichi Nakata, Yoshihiro Ohta and Sigeo Ihara: “Periodic orbit analysis for the deterministic path-preference traffic flow cellular automaton”, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics (2019) 36:25-51.

C. 口頭発表

1. 大田佳宏, 「AI の基礎」, 第二地方銀行協会主催「デジタル人材育成講座」招待講演, 2022 年 3 月 3 日, オンライン.
2. 大田佳宏, 「AI/DX による社会課題の解決事例」, 第二地方銀行協会主催セミナー招待講演, 2022 年 2 月 8 日, 第二地方銀行協会.
3. 大田佳宏, 「AI と DX を用いた社会課題解決の事例」, e-とくしまビジネスセミナー招待講演, 2022 年 1 月 25 日, PARK WESTON HOTEL.
4. 大田佳宏, 総務省主催「次なる共創社会構想会議 CIADC」招待講演, 2022 年 1 月 7 日, オンライン.
5. 大田佳宏, 総務副大臣主催 全省勉強会 招待講演, 2021 年 12 月 24 日, 総務省 省議室.
6. 大田佳宏, 「高度数学を用いた AI 技術の産業応用」, 中部経済同友会 11 月度会員懇談会, 招待講演, 2021 年 11 月 25 日, ANA クラウンプラザホテルグランコート名古屋.
7. 大田佳宏, 「数理学と AI を用いた社会課題解決の取り組み事例」, 日本数学会, 日本応用数理学会, 統計関連学会連合主催「数学・数理学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会」基調講演, 2021 年 11 月 13 日, オンライン.
8. 大田佳宏, 「金融分野の AI 活用法」, 第二地銀協会 招待講演, SARBLAB-Digital 基礎 第 1 回 Meetup 「金融 AI ソリューションとデータ利活用」, 2021 年 11 月 2 日, オンライン.
9. 大田佳宏, 「数理学と AI を用いた社会課題の解決事例」, JST-iTHEMS-IMI 合同シンポジウム 社会課題は数理学で解決できる!?-試みと課題- 招待講演, 2021

- 年 10 月 26 日, 名古屋大学 野依記念学術交流館.
10. 大田佳宏, 「アフターコロナでは、テクノロジーによる『見える化』は、販促につながる～アスリマーが描くりテール領域における AI がもたらす大きな革新～」, データマーケティングセミナー 招待講演, 2021 年 9 月 24 日, 日本ショッピングセンター協会.
 11. 大田佳宏, 「起業による地方創生」, 四国地区経済同友会交流懇談会パネルディスカッション, 2021 年 8 月 6 日, JR ホテルクレメント徳島.
 12. 大田佳宏, 「水災査定業務への AI 活用」, 日本共済協会業務研究会 招待講演, 2021 年 6 月 11 日, 日本共済協会.
 13. 大田佳宏, 「科学技術イノベーションと倫理・法・社会」, 大阪大学 ELSI センターシンポジウム パネルディスカッション, 2021 年 3 月 2 日, オンライン.
 14. 大田佳宏, 「数学ベンチャー Arithmer の医学分野への応用事例について」, 医学研究における数理的方法, 2021 年 2 月 24 日, オンライン.
 15. 大田佳宏, 「数理と人工知能の医学分野などへの産業応用」, 数理・人工知能・医学: 数理科学と医学との協働, 2021 年 1 月 14 日, オンライン.
 16. 大田佳宏, NICT イノベーションデザインイニシアティブ (Innovation Design Initiative: IDI), 2020 年 12 月 16 日, オンライン.
 17. 大田佳宏, 「with コロナ社会と AI」, 集客交流産業論 2020 with コロナ社会における持続可能な地域づくり, 2020 年 12 月 2 日, 徳島文理大学.
 18. 大田佳宏, 「数学と AI による社会課題の解決」, IMI Colloquium, 2020 年 10 月 14 日, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所.
 19. 大田佳宏, 「数学と AI を駆使して社会課題に挑む東大発ベンチャー Arithmer」, 第 339 回科学技術展望懇談会, 2020 年 8 月 28 日, 株式会社テクノバ.
 20. 大田佳宏, 「最先端技術を活用した起業について」, 平成成長久館「特別塾」・最先端技術導入講座 とくしま・スタートアップ・プラットフォーム, 2020 年 7 月 29 日.
 21. 大田佳宏, 「AI と数学が変える医療と危機管理」, 参議院上公会, 2020 年 2 月 21 日, 参議院議員会館.
 22. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 徳島県関西本部 共催 (公社) 関西経済連合会 ソーシャル・イノベーション・セミナー, 2020 年 2 月 20 日, 関西経済連合会.
 23. 大田佳宏, 「AI Smart Network -AI の様々な業界への適用事例-」, 徳島新聞 滴翠クラブ, 2020 年 2 月 13 日, 新聞放送会館.
 24. 大田佳宏, 「AI と日本の未来」, ジュピタートレコム 経営層向けセミナー, 2020 年 2 月 7 日, 丸の内トラストタワー N 館.
 25. 大田佳宏, 徳島ビジネスフォーラム in 大阪, 2020 年 2 月 4 日, ホテル阪神大阪.
 26. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 徳島広告協会/徳島新聞アド・クラブ新春合同講演会, 2020 年 1 月 29 日, 徳島グランヴィリオホテル.
 27. 大田佳宏, 「AI・IT 技術を活用した業務効率化について」, 徳島県庁トップセミナー, 2020 年 1 月 21 日, 徳島グランヴィリオホテル.
 28. 大田佳宏, 総務省 グローバルコミュニケーション開発推進協議会および全体総括, 2019 年 11 月 22 日, 凸版印刷 NIPPON GALLERY.
 29. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 第 125 回産業立地研修会, 2019 年 11 月 8 日, 中央大学駿河台記念館.
 30. 大田佳宏, “Change The World”, PITCH CEATEC JAPAN 2019, 2019 年 10 月 17 日, 幕張メッセ.
 31. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会 数学連携ワークショップ, 2019 年 9 月 19 日, 金沢大学.
 32. 大田佳宏, AI/SUM デモステージ登壇 2019 年 4 月 22 日, 日本経済新聞社 丸の内ビルディング.

33. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 2019年4月2日, 人工知能未来社会経済戦略本部 自民党本部.
34. 大田佳宏, 「AI SMART ROBOT NETWORK」, 鹿児島大学トップセミナー, 2019年2月14日, 鹿児島大学.
35. 大田佳宏, 「情報通信技術関連の企業としての AI の活用」, 徳島ビジネスマッチングデー in 東京 2018, 2018年11月1日, ホテルオークラ東京.
36. 大田佳宏, 「AI・ロボット技術の活用事例と今後の技術的進化」, 徳島経済同友会, 2018年10月22日, 阿波観光ホテル.
37. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 平成30年度国立大学理学系学長会議, 2018年10月12日, 徳島大学新蔵キャンパス.
38. 大田佳宏, 「AI スマートロボットネットワーク」, とくしま経済飛躍サミット, 2018年10月11日, ときわホール.
39. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 第3回ドリンクジャパンセミナー, 2018年6月28日, 東京ビックサイト.
40. 大田佳宏, 「AI スマートロボットネットワーク」, 一般社団法人徳島ニュービジネス協議会, 2018年6月16日, 徳島グランヴィリオホテル.
41. 大田佳宏, 「データ資産と AI を活用したビジネス価値の創造」, Google Leaders Circle, 2018年5月16日, 六本木ヒルズ Google オフィス.
42. 大田佳宏, 「AI スマートロボットネットワーク」, 徳島商工会議所金融部会主催公演会, 2018年4月19日, 徳島ワシントンホテルプラザ.
43. 大田佳宏, 「AI スマートロボットネットワーク」, 第1回 AI・RPA セミナー, 2018年2月26日, 徳島県徳島市港産業株式会社本社.
44. 大田佳宏, 「AI スマートロボットネットワーク」, 平成29年度徳島県産業教育振興会情報交換会, 2018年1月16日, 徳島県徳島市ザ・グランドパレス.
45. 大田佳宏, 「AI スマートロボットネットワーク」, 東京徳島産業経済倶楽部会合, 2017年11月30日, 東京都千代田区学士会館.
46. 大田佳宏, 「AI SMART ROBOT の研究開発とそのビジネスモデル」, 産学連携数理レクチャー, 2017年10月5日, 理化学研究所大河内記念ホール.
47. 大田佳宏, 「高度数学を用いた AI プロファイリング・スコアリングの金融・ヘルスケア分野への応用」, 2017年6月23日, 一般社団法人 FinTech 協会.
48. Yoshihiro Ohta, 「AI Smart Robot Network for Biomedical Analysis」, AI in Asia, 2017年3月6日, 早稲田大学国際会議場井深大記念ホール.

D. 講義

1. 社会数理先端科学 II (10/8, 10/15 担当): 「AI, そして数理科学は社会にどう応用されているか〜活用事例から学ぶ AI と数理の力」のタイトルで, 数理科学, AI の活用事例について講義した.

桂 利行 (KATSURA Toshiyuki)

A. 研究概要

正標数において, $K3$ 曲面, Enriques 曲面, 楕円曲面, Coble 曲面, アーベル多様体, Calabi-Yau 多様体などの研究を行なっている. また, 最近ではポスト量子暗号で用いられる Jacobi 多様体の Richelot isogeny にも興味を持っている.

自己同型群が有限な Enriques 曲面に含まれる nodal 曲線の数は有限個であることが知られているが, 複素数体上の場合, nodal 曲線のなす configuration は, 金銅誠之によって7種類に分類され, それぞれの場合の自己同型群の構造とモジュライ数が決定されている. 標数2の代数的閉体上の Enriques 曲面は, Bombieri-Mumford による分類理論で指摘されたように singular, classical, supersingular の3つに分かれ, 他の標数とは異なる様相を呈する. 金銅誠之, G. Martin との共同研究で, 標数2の有限自己同型群を持つ Enriques 曲面の nodal 曲線の configuration は, singular Enriques は3種類, classical Enriques は8種類, supersingular Enriques は5種類に分

類されるという結果を得、それぞれの場合に自己同型群の構造を与えた。singular Enriques 曲面の configuration の 3 種類は複素数体上で現れる configuration に全て含まれるが、classical と supersingular の場合は、そこに現れる VII 型の configuration は複素数体上で現れるものと同じであるが、この他の configuration は全て新規のものである。

標数 2 の有限自己同型群を持つ Coble 曲面については、金銅誠之氏との共同研究で、nodal 曲線のなす configuration を用いて 7 種類に分類できることを証明した。

supersingular K3 曲面の単有理性の問題や、位数 3 の自己同型を有するアーベル曲面の構造については M. Schuett との共同研究でいくつかの結果を与えた。

Richelot isogeny については、高島克幸との共同研究で、種数 2 の superspecial 曲線のなす isogeny グラフの edge の正確な数を計算し、そのグラフの全容を明らかにした。

The subjects of my research are K3 surfaces, Enriques surfaces, elliptic surfaces, Coble surfaces, abelian varieties and Calabi-Yau varieties in positive characteristic. Lately, I also study the structure of Richelot isogenies of algebraic curves which are used in the theory of post quantum crypto-system.

I've been studying Enriques surfaces in characteristic 2. Over the complex number field Enriques surfaces with finite automorphism group contain a finite number of nodal curves and S. Kondo classified these surfaces into 7 classes, using configurations of nodal curves. In positive characteristic, the number of nodal curves which are contained in an Enriques surface with finite automorphism group is also finite, but the situation of their configurations is different. In particular, in characteristic 2, Bombieri and Mumford showed that Enriques surfaces are divided into 3 classes, i.e., singular, classical and supersingular ones. As a joint work with S. Kondo and G. Martin, we showed that the configurations of nodal curves of Enriques surfaces

with finite automorphism group in characteristic 2 are given as follows: 3 types for singular Enriques surfaces, 8 types for classical Enriques surfaces and 5 types for supersingular Enriques surfaces. We also gave the structures of finite automorphism groups. It is worth noticing that all three types for singular Enriques surfaces appear in characteristic 0, but that the type which appears in characteristic 0 for other cases is only type VII.

I also classified Coble surfaces with finite automorphism group in characteristic 2 by a joint-work with S. Kondo.

Jointly with S. Schuett, I study the unirationality of K3 surfaces and the structure of abelian surfaces with automorphism of order 3, and gave some results.

As a joint-work with Katsuyuki Takashima, we calculated the number of Richelot isogenies for superspecial curves of genus 2, and made clear the structure of their isogeny graph.

B. 発表論文

1. T. Katsura, Decomposed Richelot isogenies of Jacobian varieties of curves of genus 3, *J. Algebra.*, 588 (2021), 129-147. doi.org/10.1016/j.jalgebra.2021.08.020
2. T. Katsura and N. Saito, On multicanonical systems of quasi-elliptic surfaces, *J. Math. Soc. Japan*, 73(4) (2021), 1253-1261. doi: 10.2969/jmsj/85058505
3. T. Katsura and K. Takashima, Counting Richelot isogenies between superspecial abelian surfaces, in "Proceedings of the Fourteenth Algorithmic Number Theory Symposium (ANTS-XIV)" (edited by Steven Galbraith), Open Book Series 4, Mathematical Sciences Publishers, Berkeley, 2020, 283-300. DOI 10.2140/obs.2020.4.283
4. T. Katsura and M. Schuett, K3 surfaces with 9 cusps in characteristic p , accepted in *J. Pure and Applied Algebra*, 225 (2021), doi.org/10.1016/j.jpaa.2020.106558.

5. T. Katsura and M. Schuett, Zariski K3 surfaces, Zariski K3 surfaces, Rev. Mat. Iberoam, Eur. Math. Soc., 36 no.3 (2020), 869–894, DOI 10.4171/RMI/1152.
6. T. Katsura, S. Kondo and G. Martin, On classification of Enriques surfaces with finite automorphism group in characteristic 2, Algebraic Geometry 7 (4) (2020), 390–459, doi:10.14231/AG-2020-012
7. T. Katsura and S. Kondo, On Enriques surfaces in characteristic 2 with finite group of automorphisms, J. Algebraic Geometry, 27 (2018), 173–202, doi.org/10.1090/jag/697.
8. T. Katsura, On the multi-canonical systems of quasi-elliptic surfaces in characteristic 3, the EMS Series of Congress Report, European Mathematical Society, 2018, 153–157.
9. T. Katsura, Lefschetz pencils on a certain hypersurface in positive characteristic, Advanced Studies. Pure Math.,74 (2017), 265–278

C. 口頭発表

1. Decomposed Richelot isogenies of curves of genus 3, 「同種写像暗号とその暗号への応用」研究集会, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 [Zoom],2021年8月30日.
2. On the classification of Enriques surface with finite automorphism group, Conference on Theory and Applications of Supersingular Curves and Supersingular Abelian Varieties, RIMS Conference [Zoom], 京都大学数理解析研究所, October 13, 2020.
3. Counting Richelot isogenies of supersingular curves of genus 2, Seminar of Algebraic Geometry in East Asia [Zoom], October 9, 2020.
4. Supersingular Richelot isogenies of curves of genus 2, 湯布院代数幾何学ワークショップ, 日本文理大学湯布院研修所, December 27, 2019.
5. On the supersingular locus of the moduli space of principally polarized abelian varieties in positive characteristic, "Supersingular abelian varieties and related arithmetic", Nagoya Univ., September 30, 2019.
6. Algebraic geometry in positive characteristic, Research Seminar Algebraic Geometry, Leibniz University Hannover, August 15, 2019; Conference on Algebraic Geometry in Positive Characteristic and Related Topics, Univ. of Tokyo, Tokyo, December 18, 2018; (正標数の代数幾何学) 2017年度日本数学会代数学賞特別講演, 首都大学東京, March 26, 2017.
7. Zariski K3 surfaces, 第6回代数幾何研究集会一字部一, 宇部高専, 宇部, January 13, 2019; "K3 surfaces and Related Topics", Nagoya Univ., December 20, 2017.
8. Construction of numerically trivial automorphism of Enriques surfaces in characteristic 2, Research Seminar Algebraic Geometry, Leibniz Univ. Hannover, Germany, September 4, 2018.
9. Automorphism groups of Enriques surfaces with quasi-elliptic fibration in characteristic 2, Conference on Differential, Algebraic and Topological Methods in Complex Algebraic Geometry, Cetraro, Italy, September 10, 2018.
10. Classification of Enriques surfaces with finite automorphism groups in characteristic 2, Algebraic Geometry Conference, Hotel Libero, Busan, Korea, March 29, 2017; New Trends in Arithmetic and Geometry of Algebraic Surface, Banff International Research Station, Banff, Canada, March 17,2017; Arithmetic and Algebraic Seminar, University of Amsterdam, The Netherlands, September 5, 2017.

F. 対外研究サービス

1. 2012 年度～2021 年度 藤原洋数理科学賞審査委員会委員長
2. 2016 年 6 月～2022 年 5 月 日本数学会理事 会長補佐
3. 2016 年度～2021 年度 猿橋賞選考委員
4. 2018 年度 第 34 回京都賞基礎科学部門専門委員会委員長, 審査委員会委員
5. 2018 年度 お茶の水女子大学外部評価委員会委員
6. 2019 年度 東北大学理学部・理学研究科外部評価委員会委員
7. 2020 年度 東京理科大学総合研究院アドバイザー委員会委員
8. 2021 年度 東京理科大学総合研究院先端的代数学融合研究部門アドバイザー委員会委員

G. 受賞

2017 年度日本数学会代数学賞

I. 連携併任講座など

1. 「情報数学セミナー」主催 藤原洋客員教授
2. WISE Program FoPM セミナー 2 回開催

儀我 美一 (GIGA Yoshikazu)

A. 研究概要

非平衡非線形現象の解析は、材料科学、流体力学のような自然科学だけではなく、産業技術にとっても重要である。拡散や摩擦による平滑化効果を微分方程式や変分問題の枠組で捉えることは、例えば、画像からノイズを減少させるという工学的な問題を扱ううえで鍵となる。典型的成果は以下のとおりである。

1. 小林・ワレン・カーターエネルギー：材料科学の多粒界問題の研究に各粒（結晶）の方位といったバルクの構造を考慮したエネルギーとして、小林・ワレン・カーターエネルギーが広く用いられている。しかし、界面（粒界）の厚さをゼロとした特異極限については、1次元の場合でさえわかっていなかった。これは従来の L^1 位相では捉えられない挙動であるからである。そこで

グラフ収束という概念を導入することにより、特異極限を捉えることを可能にした。

2. 結晶表面の成長速度：結晶表面の成長メカニズムとして、2次元核生成によるものと、渦巻転位によるものの2つが典型的である。渦巻成長については、その成長を表す方程式は古くから知られているが、その成長速度については全くわかっていない。2次元核生成の場合についてさえ、成長速度は研究されていなかった。その理由は、表面での水平方向への広がり速さに、その等高線の曲率が関係して、2階方程式になってしまうからである。数学解析では、時間無限大での解の挙動はハミルトン・ヤコビ方程式を中心に活発に研究されているが、その設定に含まれない問題である。この問題に対して、核生成が起こる場所の形状により、成長速度が大きく異なりうることを示した。さらに成長形状も求めた。
3. ナヴィエ・ストークス方程式：3次元流の場合、初速度の大きさの制限をつけずに時間無限大までなめらかな解が存在するかは、有名な未解決問題で、2000年に提示されたクレイ社の7つの難問のうちの1つになっている。一方で、地球の大気のような薄膜上の流体の場合、異方的ナヴィエ・ストークス方程式より導出されたプリミティブ方程式がしばしば用いられている。この方程式については3次元流であっても時間大域的な滑らか解の存在が知られている。しかし、プリミティブ方程式の解が、異方的ナヴィエ・ストークス方程式の解で近似できるかどうかについては、エネルギー法による収束が示されているだけであった。そのため初期値の微分について強い仮定が必要であった。これに対し、エル・ピー最大正則性の理論を拡張することにより、初期値の微分に対する仮定を弱めるなど、この近似性をさまざまな設定で示した。特に粘着条件の場合の解の収束定理は、この分野で最初のものとなった。

Analysis of nonlinear nonequilibrium phenomena is important not in natural sciences includ-

ing materials science, fluid mechanics but also in industrial technology. Studying smoothing effects due to diffusion or friction in the framework of differential equations and variational problems is a key to handling engineering problems, for example, reduction of noises from images. Here is explanation of our typical achievements.

1. Kobayashi-Warren-Carter energy: The Kobayashi-Warren-Carter energy is widely used as an energy taking bulk structure like crystalline direction of each grain (crystal) into account in researches on multi-grain problems in materials science. However, its singular limit as letting the thickness of an interface (grain-boundary) to zero was not known even in one-dimensional setting. This is because conventional L^1 topology misses such a limit. We are able to catch the singular limit by introducing the notion of graph-convergence.
2. Growth rate of a crystal surface: There are two typical mechanisms of the growth of a crystal surface. One is by two-dimensional nucleations, the other is by screw dislocations. The equation which describes screw dislocations is well-known. However, its growth rate has been unknown. The growth rate even for two-dimensional nucleation was not studied. The reason is that the horizontal spreading velocity depends on the curvature so that the equation becomes an equation of the second order. In mathematical analysis, large time behavior has been actively studied for the Hamilton-Jacobi equation. However, our setting is not included in such a theory. For this problem, we show that the growth rate depends on the shape of the nucleation place. Moreover, we characterize the growth profile.
3. Navier-Stokes equations: It is a famous

open problem whether or not a smooth solution exists globally-in-time for three-dimensional flow when the initial velocity is not necessarily small. This problem became one of the famous seven unsolved mathematical problems posed by Clay Institute in 2000. If one considers a fluid in a thin film like the atmosphere, the primitive equation derived from some anisotropic Navier-Stokes equations is often used. For this equation, it is known that there exists a global smooth solution even for three-dimensional flow. However, the convergence of a solution of the anisotropic Navier-Stokes equations to that of the primitive equation was only proved by an energy method. For this reason, a strong assumption on derivative of initial data was assumed. We weaken the assumption on initial data for the convergence in various setting by using $W^{2,p}$ maximal regularity theory. In particular, our convergence theorem under the no-slip condition is the first result in this field.

B. 発表論文

1. Y. Giga, M. Gries, M. Hieber, A. Hussein and T. Kashiwabara : “The hydrostatic Stokes semigroup and well-posedness of the primitive equations on spaces of bounded functions”, *J. Funct. Anal.* **279** (2020) 108561.
2. Y. Giga, H. Mitake and H. V. Tran : “Remarks on large time behavior of level-set mean curvature flow equations with driving and source terms”, *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B* **25** (2020) 3983–3999.
3. Y. Giga, F. Onoue and K. Takasao : “A varifold formulation of mean curvature flow with Dirichlet or dynamic boundary conditions”, *Differential Integral Equations* **34** (2021) 21–126.
4. Y. Giga, H. Mitake, T. Ohtsuka and H.

- V. Tran : “Existence of asymptotic speed for birth and spread model equations”, *Indiana Univ. Math. J.* **70** (2021) 121–156.
5. K. Furukawa, Y. Giga and T. Kashiwabara : “The hydrostatic approximation for the primitive equations by the scaled Navier-Stokes equations under the no-slip boundary condition”, *J. Evol. Equ.* **21** (2021), 3331–3373.
6. Y. Giga, M. Gries, M. Hieber, A. Hussein and T. Kashiwabara : “The primitive equations in the scaling invariant space $L^\infty(L^1)$ ”, *J. Evol. Equ.* **21** (2021), 4145–4169.
7. Y. Giga, J. Okamoto and M. Uesaka : “A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications to the Kobayashi-Warren-Carter energy”, *Adv. Calc. Var.*, published online (2021).
8. M.-H. Giga, Y. Giga, R. Kuroda and Y. Ochiai : “Crystalline flow starting from a general polygon”, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **42** (2022), 2027–2051.
9. Y. Giga and Z. Gu : “Normal trace for vector fields of bounded mean oscillation”, *Potential Anal.*, published online (2022).
10. Y. Giga, H. Mitake and S. Sato : “On the equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional diffusion equation”, *Journal of Differential Equations* **316** (2022), 364–386.

C. 口頭発表

1. 有界領域上の有界平均振動ベクトル場のヘルムホルツ分解, 応用解析研究会, 早稲田大学理工学術院 (オンライン), 2021年7月.
2. 相転移を伴う熱流体現象の数値モデリング 第1話 – 第10話, 社会連携講座「冷媒熱流体の数値」, 東京大学大学院数理科学研究科 (オンライン), 2021年7月–9月.

3. On the Helmholtz decomposition of BMO space of vector fields, *Geometric and Functional Inequalities and Applications* (オンライン), 2021年9月.
4. 熱交換器 1 – 6, 社会連携講座「冷媒熱流体の数値」, 東京大学大学院数理科学研究科 (オンライン), 2021年10月–2022年3月.
5. On a singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications, *Nonlinear Analysis Seminar Series*, Okinawa Institute of Science and Technology Graduate University, Japan (オンライン), 2021年12月.
6. On a singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications, *ESI workshop: Free Boundary Problems and related Evolution Equations*, Erwin Schrödinger International, Austria (オンライン), 2022年2月.
7. Motion by crystalline-like mean curvature, *SIAM Conference on Analysis of Partial Differential Equations*, Society for Industrial and Applied Mathematics, USA (オンライン), 2022年3月.

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 顧 仲陽 (Gu, Zhongyang): On the Helmholtz decomposition of vector fields with bounded mean oscillation in various domains. (諸領域における有界平均振動ベクトル場のヘルムホルツ分解)

F. 対外研究サービス

〈委員会委員等〉

1. 科学技術政策研究所科学技術動向センター 専門調査員 (2002年–)

〈雑誌のエディター〉

1. *Advances in Differential Equations* (Editor-in-chief)
2. *Advances in Mathematical Sciences and Applications*
3. *Boletim da Sociedade Paranaense de*

Matemática

4. Calculus of Variations and Partial Differential Equations
5. Differential and Integral Equations
6. Evolution Equations and Control Theory
7. Hokkaido Mathematical Journal
8. Interfaces and Free Boundaries
9. Journal of Mathematical Fluid Mechanics
10. Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo
11. Mathematische Annalen

〈研究集会のオーガナイズ〉

1. Yoshikazu Giga, Kohichi Sudoh, Etsuro Yokoyama, Preliminary meeting for Interfaces and Free Boundaries, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Japan (オンライン), 2021年6月16日-17日.
2. 柴伸一郎, 小澤徹, 儀我美一, 久保英夫, 黒田紘敏, 坂上貴之, 神保秀一, 津田谷公利, 浜向直, 劉逸侃, 第46回偏微分方程式論札幌シンポジウム, 北海道大学理学部およびオンライン, 2021年8月10日-12日.
3. Daniel Hauer, Ben Andrews, Yoshikazu Giga, Ben Goldys, Ki-Ahm Lee, Yoshihiro Sawano, Gang Tian, Enrico Valdinoci, Zhouping Xin, Asia-Pacific Analysis and PDE Seminar, School of Mathematics and Statistics, The University of Sydney, Australia (オンライン), 2020年5月11日-毎月曜日.

H. 海外からのビジター

1. Michał Łasica (Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences)
Mathematical analysis on total variation type equations especially fourth-order problems which was not yet studied so much.

河野 俊丈 (KOHNO Toshitake)

A. 研究概要

Temperley-Lieb-Jones 圏の射の集合と, Wess-Zumino-Witten 理論の共形ブロックの空間の同型を証明し組みひも群の作用が同変的であることを示した. また, この方法によって共形ブロックの空間への組みひも群の表現が既約でユニタリ性を持つことの証明を与えた.

多様体の基本群の線形表現は, 平坦ベクトル束のホロノミー表現と対応するが, この構成を高次圏に拡張する研究を行なった. 具体的には, K.-T. Chen による形式的接続を用いて, 反復積分により, 高次のホモトピー重群の高次圏としての表現に拡張した.

I proved that the set of morphisms of the Temperley-Lieb-Jones category is isomorphic to the space of conformal blocks in the Wess-Zumino-Witten conformal field theory. I described the braid group action on these spaces and showed that the above isomorphism is equivariant and that the representations are unitary and irreducible.

Linear representations of the fundamental groups of manifolds correspond to the holonomy representations of flat vector bundles over the manifolds. I generalized this construction to higher categories and investigated the theory of representations of homotopy path groupoids by means of iterated integrals based on the notion of formal connections due to K.-T. Chen.

B. 発表論文

1. T. Kohno : *Quantum representations of braid groups and holonomy Lie algebras*, Advanced Studies in Pure Mathematics 72 (2017), 117-144.
2. T. Kohno : *Configuration spaces, KZ connections and conformal blocks*, Topology of Arrangements and Representation Stability, Oberwolfach Reports No.2 (2018), 52-54 DOI: 10.4171/OWR/2018/2
3. T. Kohno : *Homological representations*

of braid groups and the space of conformal blocks, F. Callegaro et al. (eds.), Perspectives in Lie Theory, Springer INdAM Series 19, DOI 10.1007/978-3-319-58971-8, 2018.

4. T. Kohno : *Higher holonomy and iterated integrals*, Topology and Geometry, A collection of papers dedicated to Vladimir G. Turaev (ed. A. Papadopoulos), European Mathematical Society Press, (2021), 307-325.
5. T. Kohno : Formal connections, higher holonomy functors and iterated integrals, Topology and Its Applications, (2021), <https://doi.org/10.1016/j.topol.2021.107985>.
6. T. Kohno : Temperley-Lieb-Jones category and the space of conformal blocks, preprint, 2022.
7. (著書) 河野俊丈: 「曲率とトポロジー - 曲面の幾何から宇宙のかたちへ」東京大学出版会, 2021 年.
8. (著書) 河野俊丈: 「組みひもの数理 新装版」日本評論社. 2022 年.

C. 口頭発表

1. Higher category extensions of holonomy maps and iterated integrals, Higher structures in algebra, geometry and quantum field theory, University of Hamburg, Germany, February 2019.
2. Higher holonomy maps and iterated integrals, New trends in geometry and mathematical physics, CSF Monte Verità, Switzerland, August 2019.
3. Mathematical forms - geometric models, lattices and crystals, Design Innovation from Nature Symposium, Jacobs Hall, UC Berkeley, USA, November 2019.
4. Higher holonomy maps and iterated integrals, Hyperplane Arrangements and Singularities, Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, December 2019.
5. Higher holonomy functors and iterated

integrals, Homotopy Theory Symposium 2020, online, November 2020.

6. Monodromy representations in higher categories and iterated integrals, 東京大学数理科学研究科談話会 2021 年 3 月.
7. Quantum computation and homological representations of braid groups, Workshop on "Computational Knot Theory" KAIST (on line), Korea, June, 2021.
8. 数理模型から空間の幾何化定理を読み解く, 分野協働のための図学, 日本図学会, 2021 年 6 月.
9. 多様体上の大域解析とサーストンの幾何化定理, 明治大学非線形数理セミナー, 2021 年 8 月.
10. Temperley-Lieb-Jones category and the space of conformal blocks, Low Dimensional Topology and Number Theory XIII, Kyushu University (on line), March, 2022.

D. 講義

1. 数理科学広域演習 : Academic writing に関する FoPM プログラムの講義で, oral presentation に関わる部分を担当した.

F. 対外研究サービス

1. カブリ数物連携宇宙研究機構 (Kavli IPMU) 主任研究者 (兼任)
2. Kyushu Journal of Mathematics, Editor.
3. Annales de l'Institut Henri Poincaré D, Editor.
4. East Asian Conference on Geometric Topology, Program Committee Member.

藤原 毅夫 (FUJIWARA Takeo)

A. 研究概要

- 密度汎関数数理論に基づいた強結合電子構造モデルと分子動力学法の確立:
数百万原子系の大規模固有値問題を解く効率的アルゴリズム開発 (課題 1), および数万原子系における数 10 ナノ秒に亘る全原子配置の変化を (固有値問題を忠実に解

くことをせずに) 追う分子動力学手法の開発(課題2)を行っている。実空間における全エネルギーを表現する一般的な関数形表式および数値計算の手法を定めた。

Molecular Dynamics based on semi-empirical Hamiltonian: A novel tight-binding method has been developed, based on the extended Hückel approximation, with reference to the electronic structure and the total energy, obtained by the first principles method. These semi-empirical Hamiltonian parameters are determined by computer, so that the result can reproduce the electronic structure of the first principles calculation. We have defined a general functional expression and numerical calculation method that express the total energy in real space.

- 文科系学部における数学基礎教育の在り方: 実社会における数学の利用は, 文科系も含めて至るところに広がりかつ深まっている。我々は, 経済学部講義としてより実用に密着した講義の形を検討し, 実施している。一般論ではなく実例に即して数学理論を講じ, 具体的に計算プログラム MATLAB でそれを体験させるという方法を試みている。さらにプログラムと数学の一体化を図る数学テキストを出版し, 実践を試みている。

Basic education of mathematics in social sciences : The use of mathematics in the real world is widespread and deepening. We are conducting lectures that are more practically related to the Faculty of Economics. Incorporate mathematical theory based on examples instead of general theory, and we are trying to let them experience concretely with the calculation program MATLAB.

B. 発表論文

1. 藤原毅夫, “「数学基礎教育」と計算プログラムの利用”, 工学教育, **70**, (2022) 58.

2. T.Fujiwara, "Mathematical Analysis of Epidemic Disease Models and Application to COVID-19", J. Phys. Soc. Jpn **90**, (2021) 023801.
3. T. Fujiwara, S. Nishino, S. Yamamoto, T. Suzuki, M. Ikeda, and Y. Ohtani, "Total-energy assisted tight-binding method based on local density approximation of density functional theory", J. Phys. Soc. Jpn. **87**, (2018) 064802.
4. 三浦 沖, 増田 勝也, 坂田 加奈子, 藤原 毅夫, “複数講義室をつなぐ講義のためのシステム開発”, 工学教育, **66**, (2018) 13.
5. 坂田 加奈子, 戸川 久美子, 三浦 沖, 藤原 毅夫, “OCW 向け教育コンテンツ作成の効率化の試み”, 工学教育, **66**, (2018) 73.
6. 藤原毅夫, “数学基礎教育を再考する”, 数理科学 (サイエンス社), **645**, 2017 年 3 月号, (2017) 59.
7. 藤原毅夫, 藤堂真治著, データ科学のための微分積分・線形代数 (東京大学出版会 2021).
8. 藤原毅夫, MATLAB クイックスタート (東京大学出版会 2021).
9. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 代数学第 2 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴圃 2020).
10. 藤原毅夫, “大学数学のお作法と無作法” (近代科学社 2019)
11. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 代数学第 1 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴圃 2019).
12. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 数学解析第一編 微分積分学第 2 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴圃 2017).
13. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 数学解析第一編 微分積分学第 1 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴圃 2016).

村田 昇 (MURATA Noboru)

A. 研究概要

生体の学習機能を数理的にモデル化して工学に応用することに取り組んでいる。特に大量のデータ

からその確率的構造を獲得する統計的学習を対象に、様々な学習アルゴリズムの動特性や収束の解析を行っている。また、脳波、筋電、音声といった生体が発生する信号の生成機構にも興味を持ち、これらの解析に適した信号処理の方法を研究している。

We try to understand learning mechanisms of biological systems mathematically, and to apply them to a variety of problems in the field of engineering. Particularly, we focus on statistical learning, which enables us to capture the probabilistic structure inside a large amount of data, and analyze dynamics and convergence property of various learning algorithms. We are also interested in generating mechanisms of biological signals such as EEG (electroencephalogram), EMG (electromyogram), and voice, and we study on signal processing methods suitable for analyzing them.

B. 発表論文

1. T. Aritake, H. Hino, S. Namiki, D. Asanuma, K. Hirose and N. Murata: “Fast and robust multiplane single-molecule localization microscopy using a deep neural network”, *Neurocomputing*, **451** (2021) 279–289.
2. K. Oda, R. Kawamata, S. Wakao and N. Murata: “Fast Multi-objective Optimization of Magnetic Shield Shape by Combining Auto-Encoder and Level-set Method”, *IEEE Transactions on Magnetics*, **57**(7) (2021) 1–5.
3. T. Aritake, H. Hino, S. Namiki, D. Asanuma, K. Hirose and N. Murata: “Single-molecule localization by voxel-wise regression using convolutional neural network”, *Results in Optics*, **1** (2020) 100019.
4. S. Sonoda and N. Murata: “Transport analysis of infinitely deep neural network”, *Journal of Machine Learning Research*, **20** (2019) 1–52.
5. T. Iwasaki, H. Hino, M. Tatsuno, S.

Akaho and N. Murata: “Estimation of neural connections from partially observed neural spikes”, *Neural Networks*, **108** (2018) 172–191.

6. S. Sonoda, K. Nakamura, Y. Kaneda, H. Hino, S. Akaho, N. Murata, E. Miyauchi and M. Kawasaki: “EEG dipole source localization with information criteria for multiple particle filters”, *Neural Networks*, **108** (2018) 68–82.
7. S. Sonoda and N. Murata: “Neural network with unbounded activation functions is universal approximator”, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **43** (2017) 233–268.
8. H. Hino, J. Fujiki, S. Akaho and N. Murata: “Local intrinsic dimension estimation by generalized linear Modeling”, *Neural Computation*, **29** (2017) 1838–1878.
9. T. Kato, H. Hino and N. Murata: “Double sparsity for multi-frame super resolution”, *Neurocomputing*, **240** (2017) 115–126.
10. T. Chiba, H. Hino, S. Akaho and N. Murata: “Time-varying transition probability matrix estimation and its application to brand share analysis”, *PLoS ONE*, **12** (2017) e0169981.

D. 講義

1. 数理科学統論 I：統計データ解析の入門講義，計算機実験によって確率的現象に慣れ，統計推測法の意味を理解し，データ解析の方法を実習する。（理学部 2 年生（後期）・3 年生向け講義）
2. 数理科学統論 J：統計データ解析の入門講義，高次元大規模データに潜む相関構造を発見し計量する多変量解析，および時系列データの基本的な解析法を学ぶ。（理学部 2 年生（後期）・3 年生向け講義）

特任准教授 (Project Associate Professor)

上坂 正晃 (UESAKA Masaaki)

A. 研究概要

最小化問題においては、計算困難な汎関数に関して、その近似を与えるような別の形の汎関数を考えることが有益である。例えば、画像処理やセグメンテーション問題で利用される Mumford–Shah 型の汎関数は、関数の不連続集合の表面積を含んでいるため数値計算が困難であるが、Ambrosio と Tortorelli によって与えられた近似汎関数を用いることによって数値計算が非常に簡単になることがわかっている。

一方、Ambrosio–Tortorelli 汎関数と良く似た形を持つモデルに、多結晶物質の結晶粒界のダイナミクスを記述する Kobayashi–Warren–Carter モデルがある。AT 汎関数と KWC 汎関数の相違点は、AT 汎関数では勾配の絶対値の 2 乗で与えられる Dirichlet 汎関数の項が、KWC 汎関数では勾配の絶対値の 1 乗で与えられる全変動汎関数になっていることである。しかしこの違いは AT 汎関数と KWC 汎関数の振る舞いを決定的に異なるものにさせる。

今回、岡本潤氏 (東京大学) と儀我美一氏 (東京大学) との共同研究で、「関数のグラフの収束」というより細かい位相を用意し、さらに多価関数も許すことによって、1 次元での KWC 汎関数の精密な特異極限を特徴づけることに成功した。本論文は今年 6 月に *Advances in Calculus of Variations* から出版された。

さらに、本結果は、Ambrosio–Tortorelli 汎関数の特異極限で用いられる slicing のテクニックを用いることで多次元にもある程度拡張ができる。本結果は現在準備中である。

For the minimization problem, it is useful to consider another form of a functional giving an approximation for a difficult function. For example, the Mumford–Shah type functional, which is used in image processing and segmentation problems, is difficult to compute numerically because it contains the surface area of a discontinuous set of functions, but it has been

found that the approximate functional given by Ambrosio and Tortorelli is very easy to compute numerically.

On the other hand, the Kobayashi–Warren–Carter model, which describes the dynamics of grain boundaries in polycrystalline materials, is a model similar to the Ambrosio–Tortorelli functional. The difference between the AT and KWC functionals is that the term of the Dirichlet functional, given by the square of the absolute value of the gradient in the AT function, becomes a total variation functional, given by the square of the absolute value of the gradient in the KWC function. This difference, however, makes the AT and KWC functions behave decisively differently.

In collaboration with Jun Okamoto (The University of Tokyo) and Yoshikazu Giga (The University of Tokyo), we have succeeded in characterizing the precise singular limit of the KWC functional in one dimension by providing a finer topology of “graph convergence of functions” and by allowing multi-valued functions. The results of this study are currently being submitted.

This paper was published by *Advances in Calculus of Variations* in June this year.

Furthermore, the results can be extended to some extent to multi-dimensional domain by using the slicing technique used in the singular limit of the Ambrosio–Tortorelli functional. These results are currently in preparation.

B. 発表論文

1. Hamada, H., Matsutani, S., Nakagawa, J., Saeki, O., and Uesaka, M.: “An algebraic description of screw dislocations in SC and BCC crystal lattices”, *Pac. J. Math. Ind.* **10**, 3 (2018).
2. Kumamoto, J., Nakanishi, S., Makita, M., Uesaka, M., Yasug-

- ahira, Y., Kobayashi, Y., Nagayama, M., Denda, S., and Denda, M.: “Mathematical-model-guided development of full-thickness epidermal equivalent”, *Sci. Rep.* **8**, 17999 (2018).
3. Giga, Y., Sakakibara, K., Taguchi, K., and Uesaka, M.: “A new numerical scheme for discrete constrained total variation flows and its convergence”, *Numer. Math.* **146**, 181–217 (2020).
 4. Uesaka, M., Nakamura, K.-I., Ueda K., and Nagayama M.: “Stability of stationary points for one-dimensional Willmore energy with spatially heterogeneous term”, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **417**, 132812 (2021).
 5. Nakatani, M., Kobayashi, Y., Ohno, K., Uesaka, M., Mogami, S., Zhao, Z., Sushida T., Kitahata H., and Nagayama, M.: “Temporal coherency of mechanical stimuli modulates tactile form perception.” *Sci. Rep.* **11**, 11737 (2021).
 6. Ohno, K., Kobayashi, Y., Uesaka, M., Gotoda, T., Denda, M., Kosumi, H., Watanabe, M., Natsuga, K., and Nagayama, M.: “A computational model of the epidermis with the deformable dermis and its application to skin diseases.” *Sci. Rep.* **11**, 13234 (2021).
 7. Giga, Y., Okamoto, J., and Uesaka, M.: “A finer singular limit of a single-well Modica–Mortola functional and its applications to the Kobayashi–Warren–Carter energy” *Adv. Cal. Var.*, pp. 000010151520200113 (2021).
 8. 上坂正晃, 新田恭平, 佐藤大輔, 大田佳宏, “3次元点群のアノテーションを効率化するための半自動化システム”, *応用数理 (日本応用数理学会)* 32巻1号 (2022).
 9. ahira, Y., Kobayashi, Y., Nagayama, M., Denda, S., and Denda, M.: “Mathematical-model-guided development of full-thickness epidermal equivalent”, *Sci. Rep.* **8**, 17999 (2018).
 10. A discrete total variation flow with rotation matrix-valued function coming and directional data processing in crystal structure, *Inverse problems and medi-*

C. 口頭発表

1. A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its appli-

cal imaging, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018年2月.

D. 講義

1. 社会数理先端科学 II (10/8, 10/15 担当):
「AI, そして数理科学は社会にどう応用されているか〜活用事例から学ぶ AI と数理の力」のタイトルで, 数理科学, AI の活用事例について講義した.

許 本源 (HSU Penyuán)

A. 研究概要

流体力学における基礎方程式のナビエ・ストークス方程式 (以降NS方程式) を中心に研究しています。NS方程式は非圧縮性粘性流体の運動を記述する方程式として広く用いられます。3次元NS流に対して、有限時間で解が爆発するかどうかはミレニアム問題として有名な未解決問題であります。この問題に対して、いろいろなアプローチする方法があって、その一つはSerrinの条件を満たすレイ弱解 (時間局所的強解) の延長可能性を考えることであります。他のアプローチは例えば、フィールズ賞の受賞者であるFefferman氏及びConstantin氏が提案した幾何的正則性判定法であります。現在は主に前述の二つのアプローチ及びその関連する流体の問題に取り組んでいます。具体的には次の問題に取り組んできて成果を上げました。1. NS方程式に対して、2次元半平面における粘着境界条件下でのリウヴィル型定理の構築とその応用。2. NS方程式の軸対称双曲型流の数値解析。3. 時間変数に対する重み付きSerrin条件及び重み付き強解に対し、存在性と一意性についての考察。4. 歪み流を伴う定常NS方程式に対するリウヴィル型定理の構築。

My research interest lies in the area of fluid mechanics, especially incompressible Navier-Stokes equations. So far I have worked on questions involving regularity criterion for the incompressible Navier-Stokes equations and obtained the following results. 1. A Liouville type result for a backward global solution to the Navier-Stokes equations in the half plane with the no-slip boundary condition and its applica-

tion to a geometric regularity criterion. 2. A numerical simulation based on the axisymmetric Navier-Stokes equations for hyperbolic flow with swirl. 3. Introduction of a weighted Serrin condition that yields a necessary and sufficient initial value condition to guarantee the existence of local strong solutions contained in the weighted Serrin class. 4. A Liouville type result on stationary solutions to the 3D Navier-Stokes equations for viscous incompressible flows in the presence of a linear strain.

B. 発表論文

1. Reinhard Farwig, Yoshikazu Giga and Pen-Yuan Hsu: The Navier-Stokes equations with initial values in Besov spaces of type $B_{q,\infty}^{-1+3/q}$, Journal of the Korean Mathematical Society, 54 (2017) no.5, 1483-1504.
2. Reinhard Farwig, Yoshikazu Giga and Pen-Yuan Hsu: On the continuity of the solutions to the Navier-Stokes equations with initial data in critical Besov spaces, Annali di Matematica 198 (2019) no.5, 1495-1511.
3. Yoshikazu Giga, Zhongyang Gu and Pen-Yuan Hsu: Continuous alignment of vorticity direction prevents the blow-up of the Navier-Stokes flow under the no-slip boundary condition, Nonlinear Analysis, 189 (2019) 111579.

C. 口頭発表

1. Initial value conditions for the Navier-Stokes equations in the weighted Serrin class, NCTS PDE Workshop on Fluid Dynamics and Related Problems, National Taiwan University (Taiwan), Sep. 2017.
2. A Liouville theorem for the planar Navier-Stokes equations with the no-slip boundary condition and its application to a geometric regularity criterion, National Central University (Taiwan), Sep. 2017.

3. Swirling flow of the Navier-Stokes equations near a saddle point and no-slip flat boundary, Conference on Mathematical Fluid Dynamics, Bad Boll (Germany), May 2018.
4. Continuous alignment of vorticity direction prevents the blow-up of the Navier-Stokes flow under the no-slip boundary condition, RIMS Gasshuku-style Seminar Workshop on physical and mathematical approaches to geophysical fluid problems, 北海道ニセコ, Sep. 2019.
5. Continuous alignment of vorticity direction prevents the blow-up of the Navier-Stokes flow under the no-slip boundary condition, UTokyo-NTU Joint Symposium in Mathematics, The University of Tokyo, Dec. 2019.
6. National roadkill survey results and discussion on reducing outdoor breeding cats (poster session), 26th Annual Meeting of The Association of Wildlife and Human Society, Gifu, Nov. 2021.

特任助教 (Project Research Associates)

木村 雄太 (KIMURA Yuta)

A. 研究概要

代数の導来圏を始めとする三角圏の同値は傾対象によって制御される. そのため傾対象の構成および分類は重要な問題である. 私は今年度の研究で以下の 1 と 2 の研究を公開した. 2 の研究は雑誌から出版予定である.

1. ネター代数の傾理論と捻じれ部分圏

R を可換ネター環とする. R 加群として有限生成な R 代数 A をネター代数と呼ぶ. R が体の場合に, 変異の観点からの傾加群の一般化である準傾加群が足立-伊山-Reiten により導入された.

伊山修氏との共同研究で今年度公表した論文では, 準傾加群および準傾複体が局所化で保たれることを示した. 更にその逆も成立することを示した. A の加群圏の特別な捻じれ部分圏と準傾加群が対応していることは以前から知られていた. 局所化で捻じれ部分圏が保たれることを示し, 特に捻じれ部分圏の分類を R が体の場合に帰着させる手法を導入した. 特にディンキン型籓 (有向グラフ) の R 係数道代数の捻じれ部分圏を分類した.

2. 変形前射影代数の傾理論

籓から定義される前射影代数 Π は, 籓の道代数の表現論を制御する代数であり, 単純特異点の解消を与える. 変形前射影代数 Π^λ は単純特異点の変形を考察するために Crawley-Boevey と Holland により導入された. Π^λ は籓の各点に重み λ を付けることで, 前射影代数 Π の変形として定義される. Crawley-Boevey 氏との共同研究で今年度公表した論文では, 単純 Π^λ 加群の零化イデアルが Π^λ の傾イデアルだと示した. また単純 Π^λ 加群の族から得られるグラフの Coxeter 群と, Π^λ の傾イデアルが対応することを示した. これらの結果は Π に対して知られていた Buan-Iyama-Reiten-Scott の結果の一般化となっている.

Tilting objects control equivalences of triangulated categories, such as derived categories of algebras. So constructing and classifying tilting objects are important problems. This academic

year, I studied the following topics 1 and 2. The second one will be published in a journal.

1. Tilting theory of Noetherian algebras and torsion classes.

Let R be a commutative Noetherian ring. We call an R -algebra A Noetherian algebra if A is finitely generated as an R -module. If R is a field, silting modules are introduced by Adachi-Iyama-Reiten from the viewpoint of mutation as a generalization of tilting modules.

In this academic year, by a joint work with Professor Iyama, we proved that localization functors preserve silting modules and silting complexes. Moreover we proved that the converse is also true. It was known that silting modules correspond to some torsion classes of the module category of A . We proved that localization functors preserve torsion classes, which implies that the classification problem of torsion classes can be reduced to that of finite dimensional algebras. For a Dynkin quiver (a directed graph) Q , we classified all torsion classes of the path algebra of Q over R .

2. Tilting theory of deformed preprojective algebras.

The preprojective algebra Π is defined from a quiver Q , which controls representation theory of Q . It is also known that the algebra gives a resolution of a simple singularity. The deformed preprojective algebra Π^λ was introduced by Crawley-Boevey and Holland to study deformations of a simple singularity, where λ is a weight. In this academic year, by a joint work with Professor Crawley-Boevey, we proved that the annihilator ideal of a simple Π^λ -module is a tilting ideal. We also proved that there exists a bijection between tilting ideals of Π^λ and the Coxeter group defined by a graph which is obtained from simple modules. These results generalize results by Buan-Iyama-Reiten-Scott for Π .

B. 発表論文

1. Y. Kimura and W. Crawley-Boevey : “On deformed preprojective algebras”, arXiv:2108.00795.
2. O. Iyama and Y. Kimura : “Classifying subcategories of modules over Noetherian algebras”, arXiv:2106.00469.
3. Y. Kimura : “Tilting and sifting theory of noetherian algebras”, arXiv:2006.01677.
4. M. Flores, Y. Kimura and B. Rognerud : “Combinatorics of quasi-hereditary structures”, J. Combin. Theory Ser. A 187 (2022), Paper No. 105559, 54 pp.
5. Y. Kimura and Y. Mizuno : “Two-term tilting complexes for preprojective algebras of non-Dynkin type”, Comm. Algebra 50 (2022), no. 2, 556–570.
6. Y. Kimura : “A characterization of hereditary algebras via thick subcategories”, Proc. Amer. Math. Soc. 148 (2020), 2819–2822.
7. Y. Kimura : “Singularity categories of derived categories of hereditary algebras are derived categories”, J. Pure Appl. Algebra 224 (2020), no. 2, 836–859.
8. Y. Kimura, “Tilting and cluster tilting for preprojective algebras and Coxeter groups”, Int. Math. Res. Not. IMRN, no. 18, pp. 5597–5634.
9. Y. Kimura, “Tilting theory of preprojective algebras and c -sortable elements”, J. Algebra, 503, pp. 186–221.

C. 口頭発表

1. Subcategories and silting objects of Noetherian algebras, 第 5 3 回環論および表現論シンポジウム, 山口大学 (オンライン), 2021 年 9 月.
2. ネター代数の部分圏の分類問題, オンライン可換環論セミナー 2021, 早稲田大学 (オンライン), 2021 年 6, 7 月.
3. Classifying torsion classes over noetherian algebras, OCAMI 代数セミナー, 大

阪市立大学 (オンライン), 2020 年 12 月.

4. Torsion classes over noetherian algebras, 可換環オンラインワークショップ, オンライン, 2020 年 11 月.
5. Combinatorics of quasi-hereditary structures II, Paris Algebra Seminar, オンライン, 2020 年 6 月.

山本 宏子 (YAMAMOTO Hiroko)

A. 研究概要

反応拡散系などに現れるパターン形成問題が主な研究対象である. 本年度は, (i): 消散項を持つ半線型波動方程式に対する反応拡散近似, (ii): 非局所反応拡散系に対する解の安定性問題に取り組んだ.

(i): 反応拡散近似は, 微分方程式の解を多成分の反応拡散方程式系の解により近似することであり, 様々な方程式に対し, 性質の良い半線型放物型方程式の特性を適用できるという観点から, 理論と応用の両面から重要な近似方法である. 本研究では, 消散項を持つ半線型波動方程式の解を 2 成分の反応拡散方程式系の解により近似できることを示した. さらに, 半線型波動方程式の反応拡散近似に関して非線型項の条件を緩和することができた.

(ii): 非局所発展方程式は積分項を含む積分微分方程式で表され, 進行波解やパルス解などの様々な非自明解を豊富に含むことが知られている. このような非自明解の豊富さから, 進行波解やパルス解などの安定性を統一的に議論することは非常に重要である. 本研究では, 非局所反応拡散系の解に対する安定性問題を論じるため, 線型化作用素のスペクトル問題に対する Evans 関数の構成を行った. これは所謂, Fredholm 行列式によって定義される解析的関数であり, Deng-新居 (2006) が構成したものと同様の性質を持つものである. また, ある非局所項を持つ反応拡散方程式に対して, 反応拡散近似を用いて安定性問題を調べることができることも示した. これは関坂歩幹氏 (明治大学) との共同研究に基づくものである.

My research is mainly concerned with reaction-diffusion systems and pattern formation. In

this year, we studied (i): a reaction-diffusion approximation of semilinear wave equations with damping and (ii): stability problem of solutions for nonlocal reaction-diffusion systems. (i): Reaction-diffusion approximation is an approximation method that solutions of differential equations are approximated by solutions of multi-component reaction-diffusion systems. This method attracts interest from a viewpoint that it is possible to apply the nature of semilinear parabolic system to various differential equations. It is an important approximation method in both theory and application. We proved that the solution of a semilinear wave equation with damping can be approximated by the solution of a two-component reaction-diffusion system. Furthermore, we relaxed the condition of the nonlinear term for the reaction-diffusion approximation of the semilinear wave equation.

(ii): Nonlocal evolution equations are expressed as integro-differential equations, and it is well known that there are many types of solutions to the nonlocal evolution equations such as traveling wave solutions and pulse solutions. Since the nonlocal equations have such various solutions, it is very important to discuss the stability of the traveling wave solutions and pulse solutions in general. In order to discuss the stability problems for the solutions of nonlocal reaction-diffusion systems, we constructed the Evans function for the spectral problem associated with the linearized operator. The Evans function is an analytical function based on the Fredholm determinant, and it has similar properties to the original Evans function constructed by Deng-Nii(2006). Moreover, we proved that the stability problem for the nonlocal equation with a certain nonlocal term can be investigated by studying the stability problem for the reaction-diffusion system that approximates the nonlocal equation. This is a joint work with Ayuki Sekisaka(Meiji University).

B. 発表論文

1. H. Sekisaka-Yamamoto: “A reaction-diffusion approximation of a semilinear wave equation with damping”, submitted.
2. H. Ninomiya and H. Yamamoto: “A reaction-diffusion approximation of a semilinear wave equation”, *J. Differential Equations* **272** (2021) 289–309.
3. A. Sekisaka and H. Yamamoto: “Instability in the nebula model of compressive viscous gases”, *Phys. D* **403** (2020) 132290.
4. I. Takagi and H. Yamamoto: “Locator function for concentration points in a spatially heterogeneous semilinear Neumann problem”, *Indiana Univ. Math. J.* **68** (2019) 63–103.
5. M. Iida, H. Ninomiya and H. Yamamoto: “A review on reaction-diffusion approximation”, *J. Elliptic Parabol. Equ.* **4** (2018) 565–600.
6. H. Ninomiya, Y. Tanaka and H. Yamamoto: “Reaction-diffusion approximation of nonlocal interactions using Jacobi polynomials”, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* **35** (2018) 613–651.
7. H. Ninomiya, Y. Tanaka and H. Yamamoto: “Reaction, diffusion and nonlocal interaction”, *J. Math. Biol.* **75** (2017) 1203–1233.

C. 口頭発表

1. 波動方程式に対する反応拡散近似, 第5回反応拡散方程式と非線形分散型方程式の挙動, オンライン開催, 2022年2月17–18日.
2. 非局所反応拡散系の進行波解に対する安定性解析, 2021年度応用数学合同研究集会, オンライン開催, 2021年12月17–19日.
3. 半線型波動方程式に対する反応拡散近似, 南大阪応用数学セミナー, オンライン開催, 2021年11月27日.
4. 非局所反応拡散方程式に対する Evans

関数 (The Evans function for reaction-diffusion equations with nonlocal effects), 2021 年度日本数学会年会 (応用数学分科会), 慶應義塾大学 (オンライン開催), 2021 年 3 月 15–18 日.

5. いくつかの偏微分方程式に対する反応拡散近似, 数学と諸分野の連携に向けた若手数学者交流会 SESSION “Young Mathematicians’ Challenge”, オンライン開催, 2021 年 3 月 13–14 日.
6. A reaction-diffusion approximation of a semilinear wave equation, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, オンライン開催, 2021 年 1 月 5–7 日.

連携併任講座 (Special Visiting Chairs)

☆客員教授 (Visiting Professors)

藤原 洋 (FUJIWARA Hiroshi)

A. 研究概要

情報数学セミナーの一環として産学連携講座として、毎週木曜日 16:50~18:35 講義を実施した。『AI と量子計算を主題とする新たな数理学とは?』を共通テーマとした。背景としては、今日の情報科学および情報工学における発展トレンドの大きな流れは、「実用化段階に入った AI (人工知能)」、「演算速度のさらなる高速化」、「増大するサイバーセキュリティの重要性」の3つがあげられる。本研究での産学 連携講座では、このトレンドに沿って、新たな情報科学/情報工学における数理科学的アプローチについて論じることとした。

I carried out a 16:50-18:35 lecture as a university-industry research collaboration lecture as part of an information mathematics seminar every Thursday. With "the new mathematics science to assume AI and a quantum calculation the subject" I assumed this a common theme. By way of background, "AI (artificial intelligence) which the big flow of the development trend in today's information science and computer science entered for a practical use stage," I include three of "the importance of the cyber security to increase" "further speedup of the operation speed". In the university-industry research collaboration lecture in this study, I decided to discuss it about mathematics scientific approach in new information science/computer science along this trend.

B. 発表論文

1. 藤原洋: “深層学習とは異なる, 独自の「共感性 AI」共同研究のススメ (巻頭コラム)”, 情報処理学会誌, 2018 年 1 月, Vol. 59, No.1, 2â$

2. 藤原洋:書籍 “日本はなぜ負けるのかインターネットが創り出す 21 世紀の経済力学”, (NextPublishing) オンデマンド (ペーパーバック), インプレス R& D, 2016 年 6 月.
3. 藤原洋: 書籍 “次世代産業の共通基盤となる IoT /スマートプラットフォーム [農業から医療・健康、スマートハウス/在宅ヘルスケアまで]” (藤原洋 (著, 編集), 山下 徹 (監修), 村井純 (監修)), インプレス新産業調査レポートシリーズ, 2018 年 5 月.
4. 藤原洋: 書籍 “全産業「デジタル化」時代の日本創生戦略”, PHP 研究所, 2018 年 8 月.
5. 藤原洋: 書籍 “数学力で国力が決まる”, 日本評論社, 2018 年 9 月.
6. 藤原洋, 他 17 人:書籍 “「未踏の時代」のリーダー論——挑戦する経営者たち”, 日本経済新聞出版, 2019 年 3 月.
7. 藤原洋, 他:書籍 “SDGs の本質:企業家と金融によるサステナビリティの追求”, 中央経済社, 2020 年 7 月.

C. 口頭発表

1. Hiroshi Fujiwara San Diego-Japan Innovation: Common Avenues in IoT and Biotech, An Evening of Art and Science Conference, UC San Diego Japan and San Diego, May 15, 2015.
2. Hiroshi Fujiwara Japan-Israel Cyber Security Coalition, Cybertech 2019, Tel Aviv, Jan. 29, 2019.
3. Hiroshi Fujiwara IoT/5G Technology & Business in Japan, Greater Sci-tech innovation conference 2020, Shenzhen, China, Nov.11, 2020.
4. 藤原洋 INTEROP TOKYO 2021 技術講演『5G から Beyond 5G へ向けて』2021

年 4 月 14 日

5. 藤原洋 RESTEC フォーラム 2021 基調講演『DXによる社会の変化と新たなビジネスチャンス』2021 年 10 月 15 日
6. 藤原洋 第 5 回東海スタートアップコンファレンス基調講演『DXの本質と製造業DXの展望』2022 年 2 月 1 日

D. 講義

1. 情報数学セミナー (数理科学総合セミナー II) : 新型コロナウイルスの感染症拡大でオンライン講義となり毎週木曜日の 16:50 ~18:35 以下の 26 回の講義を行った。4 月 22 日 (木) (前期総論) 第 1 回高速コンピューティング・AI・サイバーセキュリティ、『デジタル・テクノロジーへの挑戦と起業の半生を振り返る』、5 月 6 日 (木) 第 2 回『コンピュータの誕生から高速コンピューティングへ』、5 月 13 日 (木) 第 3 回『古典コンピューティングの高速化と量子コンピューティング』、5 月 20 日 (木) 第 4 回『古典コンピューティングの高速化原理と量子コンピューティングにおける因果律の革新』、5 月 27 日 (木) 第 5 回『古典コンピューティングの高速化手法の実際と量子コンピューティングの基本=重ね合わせ原理』、6 月 3 日 (木) 第 6 回『AIの過去・現在・未来』、6 月 10 日 (木) 第 7 回『AIの技術基盤と基礎となる機械学習』、6 月 17 日 (木) 第 8 回『機械学習からディープラーニングへ』、6 月 24 日 (木) 第 9 回『ニューラルネットワークからディープラーニングへ』、7 月 1 日 (木) 第 10 回『テレワーク社会と増大するサイバーセキュリティの重要性』、7 月 8 日 (木) 第 11 回『テレワーク社会とサイバー攻撃の脅威』、7 月 15 日 (木)、第 12 回『マルウェアによるサイバー攻撃からゼロトラストネットワークへ』、7 月 29 日 (木) 第 13 回『情報セキュリティ 10 大脅威 2021 からゼロトラストを考える』、10 月 7 日 (木)、第 1 回 (後期総論) 『DXの本質~産業革命史と数学の役割~』、10 月 14 日 (木) 第 2 回 PC 攻防史、並列演算とは? 量子ゲートとは?』、10 月 21 日

(木)、第 3 回『PC-LAN 攻防史・フリンの分類・量子ゲートの実際』、10 月 28 日 (木) 第 4 回『ネットビジネス登場・GPUの基礎・2 入力量子ゲート』、11 月 4 日 (木) 第 5 回『ネットビジネス確立・GPU 応用・量子コンピュータ設計』、11 月 11 日 (木) 第 6 回『ディープラーニングの教師あり・なし学習と強化学習』、11 月 18 日 (木) 第 7 回『AIを支える強化学習と回帰アルゴリズム』、11 月 25 日 (木) 第 8 回『AIの機械学習における分類とクラスタリング』、12 月 2 日 (木) 第 9 回『全体まとめと AIにおけるその他の機械学習手法~LSTM/GAN/半教師あり/オートエンコーダ~』、12 月 9 日 (木)、第 10 回『口座不正引き出し事件の考察とマイクロソフトによるゼロトラスト』、12 月 16 日 (木)、第 11 回『自動車会社供給網へのサイバー攻撃とシスコによるゼロトラスト』、12 月 23 日 (木)、第 12 回『防衛省関連企業へのサイバー攻撃と Amazon/Google のゼロトラスト』、1 月 6 日 (木)、第 13 回『日本政府の次期サイバーセキュリティ戦略』

館山 翔太 (TATEYAMA Shota)

A. 研究概要

(1) VMO 係数をもつ放物型アイザックス方程式の L^p 粘性解に対する空間 1 階微分のヘルダー評価 (発表論文 1) VMO とは Vanishing Mean Oscillation の略で, VMO 条件とは有界変動平均条件において球上の積分平均が半径と共にゼロに収束することである. 一方, アイザックス方程式とは 2 人のプレイヤーの確率微分ゲームから現れる方程式であり, 2 階微分項に関して非凸な方程式である. 既存の研究では, 2 階微分項係数が VMO 条件を満たす放物型アイザックス方程式の L^p 粘性解の存在が示されたが, 粘性解の正則性理論を一切使っていない. また, 一般にこのような方程式に対して解の一意性はなく, 空間 1 階微分のヘルダー評価が解の正則性の限界である. 本研究では, 粘性解理論を改めて整備することで, 既存の研究で扱った方程式の L^p 粘性解の正則性について調べた.

(2) 完全非線形放物型方程式に対する両側障害問題の L^p 粘性解の同程度連続性評価, 存在定理及び空間 1 階微分のヘルダー評価 (発表論文 2) 両側障害問題とは, 自由境界問題の典型例であり, 解の大きさを上下に制限する条件付きの方程式である. 既存の研究は, 空間 (時空) 変数に依存しない最も単純な非発散型の方程式に対するもののみであり, 解の同程度連続性評価に方程式の平行移動不変性が必要であった. しかし, 古典的な解の振動評価に新たなアイデアを加えることで, 方程式の適用範囲を広げた. そのアイデアとは, 上下の障害物に触れないような摂動を施した優解及び劣解の振動を評価する際に弱ハルナック不等式を用いた点で, これが本研究の特色である. ここで, 弱ハルナック不等式とは解のある可積分評価を表す. 一方, 放物型では, Shahgholian(2008)により片側障害問題の粘性解の空間 1 階微分の評価が与えられており, その証明の鍵は, 背理法によりバリア関数を具体的に時空変数の多項式を与えることで矛盾を導くというものであった. この論法の改良を行い適用範囲を広げ, 楕円型に対応

する放物型方程式を扱えるようにした.

- (1) The local Hölder continuity estimate on the space derivative of L^p -viscosity solutions of fully nonlinear uniformly second-order parabolic partial differential equations when coefficients in vanishing mean oscillation in the space variables is established when $p > n + 2$.
- (2) The global equi-continuity estimate on L^p -viscosity solutions of parabolic bilateral obstacle problems with unbounded ingredients is established when obstacles are merely continuous. The existence of L^p -viscosity solutions is established via an approximation of given data. The local Hölder continuity estimate on the space derivative of L^p -viscosity solutions is shown when the obstacles belong to $C^{1,\beta}$, and $p > n + 2$.

B. 発表論文

1. S. Tateyama : “Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coefficients”, *Partial Differential Equations and Applications*, **2**(6) (2021) 1–22.
2. S. Tateyama : “On L^p -viscosity solutions of parabolic bilateral obstacle problems with unbounded ingredients”, *J. Differential Equations*, **296** (2021) 724–758.
3. S. Koike and S. Tateyama, On L^p -viscosity solutions of bilateral obstacle problems with unbounded ingredients, *Mathematische Annalen*, **377** (2020) 883-910.
4. S. Tateyama : “The Phragmén-Lindelöf theorem for L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients”, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, **133** (2020) 172–184.
5. S. Koike, A. Swiech and S. Tateyama :

“Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly parabolic equations with unbounded ingredients and applications”, *Nonlinear Analysis*, **185** (2019) 264–285.

C. 口頭発表

1. Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coefficients, 微分方程式の総合的研究, 東京工業大学理学院, 2019 年 12 月.
2. Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coefficients, 第 166 回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学神楽坂校舎, 2019 年 11 月.
3. Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coefficients, 京都大学 NLPDE セミナー, 京都大学理学研究科, 2019 年 11 月.
4. The Phragmén-Lindelöf theorem for fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients, Viscosity solution approach to asymptotic problems in front propagation, dynamical system and related topics, RIMS, Kyoto University, Japan, 2019 年 7 月.
5. The Phragmén-Lindelöf theorem for fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients, 埼玉大学第 90 回解析ゼミ, 埼玉大学理学部, 2019 年 4 月.
6. 完全非線形方程式の両側障害問題に対する L^p 粘性解について, 熊本大学応用解析セミナー, 熊本大学大学院自然科学研究科, 2018 年 10 月.
7. 完全非線形方程式の両側障害問題に対する L^p 粘性解について, 神戸大学解析セミナー, 神戸大学理学部, 2018 年 5 月.
8. Existence of L^p -viscosity solutions to the double obstacle problem with unbounded ingredients, The 19th Northeastern Symposium Mathematical Analysis, Faculty

of Science Building, Hokkaido University, Japan, 2018 年 2 月.

9. Existence of L^p -viscosity solutions to the double obstacle problem with unbounded ingredients, 若手のための偏微分方程式と数学解析 (第 11 回), 福岡大学セミナーハウス, 2018 年 2 月.
10. The Phragmén-Lindelöf theorem for fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients, East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, Seoul National University, Korea, 2017 年 1 月.

G. 受賞

一般社団法人日本数学会, 建部賢弘奨励賞, 2019 年 9 月.

中村 力 (NAKAMURA Tsutomu)

A. 研究概要

今年度の主要な成果の一つは、完備 Gorenstein 局所環上の Gorenstein 整環とその Gorenstein 射影加群に対して、Auslander–Ringel–Tachikawa 型の結果を与えたことである。特に、完備 Gorenstein 整環が有限 Cohen–Macaulay 表現型であることと、Gorenstein 射影加群の安定圏の全ての直既約純移入の対象がコンパクトであることが同値になることを示した。この研究に関する準備中の論文は Rosanna Laking 氏による付録を含んでいる。

上述の内容と関連した研究として、Cohen–Macaulay 環上の極大 Cohen–Macaulay 加群および正準加群の無限生成版の概念を整環上で導入し、それぞれ large Cohen–Macaulay 加群、および large 正準加群と呼んでいる。これらの概念に基づいて、Auslander–Buchweitz の Cohen–Macaulay 近似の large Cohen–Macaulay 版を完全余ねじれ対の存在性として与えた。また、正準加群を持つ有限次元 Cohen–Macaulay 環上の整環に対して、極大 Cohen–Macaulay 加群と large Cohen–Macaulay 加群の間に Govolov–Lazard 型の定理が成り立つことを示した。さらに、整環が非特異であることや Gorenstein であることの特徴づけを、余ねじれ対の観点から与えること

に成功した。

これらの他に、前年度から続く3つのプロジェクトに取り組んだ。一つ目は神田 遼 氏との共同研究で、ネーター代数上の平坦余ねじれ加群の構造定理を与えるものである。この研究に関する論文は arXiv で [B.1] として公開し、学術雑誌へと投稿した。二つ目は Michal Hrbek 氏と Jan Šťovíček 氏との共同研究であり、可換ネーター環上の非有界導来圏における（コンパクトとは限らない）準傾複体の具体的な構成を与えている。この研究に関する論文は完成間近である。三つ目は、Beilinson が Parshin による2次元のアデールを任意のネータースキームへと一般化する際に導入した、アデリック複体と呼ばれる対象の研究である。アフラインネータースキーム上では [B.6] で導入した Čech 複体によってアデリック複体が明快に実現できることが分かっており、この結果を含む論文を執筆中である。

One of the main results in this academic year is an Auslander–Ringel–Tachikawa type result for a Gorenstein order over a complete Gorenstein local ring and its Gorenstein-projective modules. In particular, I proved that the Gorenstein order is of finite Cohen–Macaulay representation type if and only if every indecomposable pure-injective object in the stable category of Gorenstein-projective modules is compact. The paper containing this result is in preparation and includes an appendix written by Rosanna Laking.

In relation to the above research, I introduced the notions of large Cohen–Macaulay modules and large canonical modules over an order, which are infinitely generated versions of maximal Cohen–Macaulay modules and canonical modules over an order. Based on these notions, I gave a perfect cotorsion pair that yields an infinitely generated version of Auslander–Buchweitz’s Cohen–Macaulay approximations. Moreover, for an order over a finite-dimensional Cohen–Macaulay ring with a canonical module, I established a Govorov–Lazard type theorem between the maximal Cohen–Macaulay mod-

ules and the large Cohen–Macaulay modules.

I also gave characterizations for the order to be non-singular and Gorenstein from the viewpoint of cotorsion pairs.

Besides the above themes, I worked on three projects continuing from the last academic year. The first one is joint work with Ryo Kanda, and this proves a structure theorem of flat cotorsion modules over a Noether algebra. A paper on this work was posted on arXiv as [B.1], and submitted to a journal. The second project is joint work with Michal Hrbek and Jan Šťovíček, and this concretely constructs (possibly non-compact) silting objects in the unbounded derived category of a commutative noetherian ring. A paper on this work is going to be completed. The third project studies adelic complexes, which were originally introduced by Beilinson generalizing Parshin’s 2-dimensional adèles to arbitrary noetherian schemes. I am writing a paper that gives a clearer construction of the adelic complex over an affine noetherian scheme of finite Krull dimension by using a Čech complex introduced in [B.6].

B. 発表論文

1. R. Kanda and T. Nakamura : “Flat cotorsion modules over Noether algebras”, arXiv:2108.03153, 44 pages.
2. M. Hrbek and T. Nakamura : “Telescope conjecture for homotopically smashing t-structures over commutative noetherian ring”, J. Pure Appl. Algebra **225** (2021), no. 4, 106571, 13 pages.
3. T. Nakamura and P. Thompson : “Minimal semi-flat-cotorsion replacements and cosupport”, J. Algebra **562** (2020), 587–620.
4. T. Nakamura, R. Takahashi, and S. Yassemi : “Little dimension and the improved new intersection theorem”, Math. Scand. **126** (2020), no. 2, 209–220.
5. T. Nakamura : “Cosupports and minimal pure-injective resolutions of affine rings”,

- J. Algebra **540** (2019), 306–316.
6. T. Nakamura and Y. Yoshino : “Localization functors and cosupport in derived categories of commutative Noetherian rings”, Pacific J. Math. **296** (2018), no. 2, 405–435.
 7. T. Nakamura and Y. Yoshino : “A local duality principle in derived categories of commutative Noetherian rings”, J. Pure Appl. Algebra **222** (2018), no. 9, 2580–2595.
 8. “Large tilting objects in derived categories of commutative noetherian rings”, 数学シンポジウム, オンライン, 2021 年 8 月
 9. “Large tilting and cotilting objects in derived categories of commutative noetherian rings”, オンライン可換環論セミナー 2021, 2021 年 6 月
 10. “Large tilting objects in derived categories of commutative noetherian rings”, OCAMI 代数セミナー, 大阪市立大学, オンライン, 2021 年 3 月

C. 口頭発表

1. “Indecomposable pure-injective objects in stable categories of Gorenstein-projective modules over Gorenstein orders”, Online Satellite Event to Homological Methods in Representation Theory, 2022 年 2 月
2. “Koszul duality functors”, Winter School on Koszul Algebra and Koszul Duality, 大阪市立大学、現地およびオンライン, 2022 年 2 月
3. “The definable subcategory induced by a large canonical module”, FD Seminar, オンライン, 2022 年 2 月
4. “Indecomposable pure-injective balanced big Cohen-Macaulay modules”, 第 42 回可換環論シンポジウム, オンライン, 2021 年 11 月
5. “Flat cotorsion modules over Noether algebras and derived categories”, Triangulated Categories in Representation Theory, オンライン, 2021 年 11 月
6. “Adelic complexes over commutative noetherian rings”, 日本数学会秋季総合分科会, 千葉大学, オンライン, 2021 年 9 月
7. “Large tilting objects induced by codimension functions and homomorphic images of Cohen-Macaulay rings”, 第 53 回環論および表現論シンポジウム, 山口大学, オンライン, 2021 年 9 月
8. “Toward large Cohen-Macaulay representation theory via purity”, 第 66 回代

コウ キンチ (HUANG Xinchi)

A. 研究概要

数理物理学に現れる偏微分方程式における逆問題の一意性及び安定性を考察する。主たる手法はカーレマン評価という重み付き L^2 評価である。特にここ一年、時間非整数階偏微分方程式 (TFDE) を中心に研究を進んでいる。

非均質媒体における異常拡散現象において通常の拡散方程式で説明できないことがしばしばある。ここ数十年、地中における拡散現象の実測データによって時間非整数階微分を導入した拡散方程式はより良いモデルとして認識された。また、医療分野などで時間分数階微分を含む波動方程式によるモデルかも近年提起され、時間非整数階偏微分方程式に関する理論的な研究が重要である。

時間非整数階微分に対してライブニッツの公式が成立しないことでカーレマン評価の確立は困難である。ただし、最高階時間微分階数が 1 の場合において TFDE が放物型方程式系に帰着できる、延いては、放物型カーレマン評価を利用し、ソース項決定の逆問題の安定性が証明される。一方で、最高階微分階数が 2 の場合において非整数階微分を摂動項と見なし、ソース項の一部として取り扱える。従って、波動型カーレマン評価を用いて幾つかの逆問題の安定性が確立される。なお、時間微分階数が $1/2$ という特殊な有理数をとる場合、TFDE の解を時間 1 階と空間 4 階の高階偏微分方程式の解に同一させることができ、その高階偏微分方程式のカーレマン評価を利用して幾つかのソース項決定・係数項決定の逆問題の安定性評価を確立した。

We consider some inverse problems for several partial differential equations in mathematical physics by the method of Carleman estimate. In particular, in the recent year, we focus on the time-fractional differential equations (TFDE).

Numerous field experiments show that TFDE gives a better description of the solute transport in highly heterogeneous media than the classical diffusion equation. In recent decades, TFDE has been a well-known model for anomalous diffusion. Moreover, TFDE with a second-order time derivative, so-called time-fractional wave equation, is also important as a candidate model of photoacoustic tomography.

By definition, the time-fractional derivative does not admit Newton-Leibniz formula, which prevents us from establishing Carleman estimate for TFDE directly in general cases. However, in some special cases, we manage to prove Carleman estimate for TFDE. For example, in the case that the highest time derivative is a first order, we can consider an equivalent coupled parabolic system instead, while in the case of a second order, we regard the fractional derivatives as perturbations and move them into the source term. In such cases, we are able to apply the Carleman estimate of either parabolic type or hyperbolic type and result in the stability estimates for inverse problems. Moreover, in the case that the highest order of the time derivative is one half which is a special rational number, we can regard the solution to TFDE as a solution to a higher order partial differential equation which includes a first-order time derivative and fourth-order space derivatives. Therefore, we can immediately apply the Carleman estimates for such higher order partial differential equations to prove the stability estimates for some inverse source problems and inverse coefficient problems.

B. 発表論文

1. X. Huang, Z. Li and M. Yamamoto: “Carleman estimates for the time-

fractional advection-diffusion equations and applications”, *Inverse Problems* **35** (2019) 045003.

2. X. Huang, Y. Kian, E. Soccorsi and M. Yamamoto: “Carleman estimate for the Schrödinger equation and application to magnetic inverse problems”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **474** (2019) 116–142.
3. Z. Li, X. Huang and M. Yamamoto: “Initial-boundary value problems for multi-term time-fractional diffusion equations with x-dependent coefficients”, *Evolution Equations & Control Theory* **9** (2020) 153–179.
4. Z. Li, X. Huang and M. Yamamoto: “A stability result for the determination of order in time-fractional diffusion equations”, *Journal of Inverse and Ill-posed Problems* **28** (2020) 379–388.
5. X. Huang, O.Yu. Imanuvilov and M. Yamamoto: “Stability for inverse source problems by Carleman estimates”, *Inverse Problems* **36** (2020) 125006.
6. X. Huang: “Carleman estimate for a general second-order hyperbolic equation”, *Inverse Problems and Related Topics* Chapter 7, Springer, Singapore, 2020, DOI: 10.1007/978-981-15-1592-7.
7. X. Huang: “Inverse coefficient problem for a magnetohydrodynamics system by Carleman estimates”, *Appl. Anal.* **100** (2021) 1010–1038.
8. C. Ren, X. Huang and M. Yamamoto: “Conditional stability for an inverse coefficient problem of a weakly coupled time-fractional diffusion system with half order by Carleman estimate”, *Journal of Inverse and Ill-posed Problems* **29** (2021) 635–651.
9. X. Huang and A. Kawamoto: “Inverse problems for a half-order time-fractional diffusion equation in arbitrary dimension by Carleman estimates”, *Inverse Prob-*

lems and Imaging **16** (2022) 39–67.

10. X. Huang and M. Yamamoto: “Carleman estimates for a magnetohydrodynamics system and application to inverse source problems”, *Mathematical Control and Related Fields* (2022) in press, DOI: 10.3934/mcrf.2022005.

C. 口頭発表

1. Inverse problems for a magnetohydrodynamics system by Carleman estimates, The 9th International Conference on Inverse Problems and Related Topics, National University of Singapore, Singapore, 2018 年 8 月.
2. Carleman estimate for the Schrödinger equation and application to magnetic inverse problems, Workshop for young scholars, Control and inverse problems on waves, oscillations and flows, Doshisha University, 2018 年 8 月.
3. Carleman estimate for the Schrödinger equation and application to magnetic inverse problems, International Conference on Inverse Problems, Fudan University, China, 2018 年 10 月.
4. Inverse problems for a magnetohydrodynamics system by Carleman estimates, The 17th Workshop on Mathematical Analysis for Nonlinear Phenomena, Kanazawa, Japan, 2019 年 2 月.
5. Carleman estimates for a time-fractional advection-diffusion equation and application to inverse source problems, (1) The 11th Conference on Inverse Problems, Imaging and Applications, Lanzhou, China, (2) Applied Inverse Problems Conference 2019, Grenoble, France, 2019 年 6,7 月.
6. (1) Carleman estimate for a time-fractional advection-diffusion equation and application to a lateral Cauchy problem, (2) Inverse problems for a magnetohydrodynamics system by Carleman esti-

mates, International Congress on Industrial and Applied Mathematics 2019, Valencia, Spain, 2019 年 7 月.

7. Inverse problems for a magnetohydrodynamics system by Carleman estimates, Summer School on Applied Inverse Problems and Related Topics, Tambara Institute of Mathematical Sciences, 2019 年 8 月.
8. Inverse source problems for the time-fractional differential equations with integer time derivatives, Workshop for young scholars Control and inverse problems on waves, oscillations and flows, Tokyo University of Science, 2019 年 8 月.
9. Inverse source problems for diffusion/wave equations with time-fractional derivatives by Carleman estimates, The 17th Mathematics Conference for Young Researchers, Hokkaido University, online, 2021 年 3 月.
10. Well-posedness of time-fractional diffusion-wave equations with time-dependent coefficients and related topics, Workshop for young scholars Control and inverse problems on waves, oscillations and flows, online, 2021 年 9 月.

G. 受賞

東京大学大学院数理科学研究科 博士課程研究科長賞 (2019 年 3 月) .

ストークス アレクサンダー (STOKES Alexander)

A. 研究概要

Since starting my JSPS Postdoctoral Fellowship on 29 November 2021 I have begun work with Professor Ralph Willox in several directions within the area of discrete integrable systems, under the single theme of extending ideas from the geometric theory of discrete Painlevé

equations. In particular we have begun work on the following three topics.

- We have begun preliminary work toward the development, in the case of delay-differential equations, of a version of Halburd’s method for deducing the degree growth of iterates of certain discrete equations directly from the structure of their singularities.
- With a view to a deeper algebro-geometric understanding of the relationship between singularities and integrability in higher dimensional discrete systems, we have constructed several examples of four-dimensional mappings with the singularity confinement property but non-vanishing algebraic entropy.
- We have made steps toward settling an important conjecture regarding the relation between singularities and entropy for three-point discrete equations. This conjecture states that if one takes an appropriate non-autonomous generalisation of an equation whose singularities are confined, then the evolution of various parameters required for this singularity structure to remain unchanged under de-autonomisation reflects the algebraic entropy of the equation. A proof of this conjecture would justify the method of singularity confinement and full de-autonomisation as a test for integrability in this class of equations.

Prior to the JSPS Fellowship my research in 2021 was grouped mainly into the following projects.

- Together with Anton Dzhamay (the University of Northern Colorado), Galina Filipuk (Warsaw University), and Adam Ligeża (Warsaw University), I have applied a method proposed in [B.3] for identifying connections between recurrence coefficients for semi-classical orthogonal

polynomials and Painlevé equations, either differential or discrete, based on the geometric theory. We have applied this to study several examples of differential systems related to different families of orthogonal polynomials. We also applied a similar method to compare different Hamiltonian forms of differential Painlevé equations. A paper based on this work has been submitted.

- With Galina Filipuk, I studied a Hamiltonian system related by an algebraic but not birational transformation to the fourth Painlevé equation and showed that it admits a kind of regularisation on rational surfaces, despite not having the Painlevé property. We are finalising a paper based on this work currently.
- Also together with Galina Filipuk, I studied double scaling phenomena in differential equations related to semi-classical orthogonal polynomials, in which the limit causes a degeneration from one Painlevé equation to another. We have given a geometric explanation of this fact, and are currently preparing a paper reporting this.
- In collaboration with Alexander Veselov (Loughborough University) and John Gibbons (Imperial College London), I have been studying delay-differential analogues of the Painlevé equations. Of particular interest is a delay-differential version of the first Painlevé equation related to Shabat’s dressing chain of Schrödinger operators.

B. 発表論文

1. A. Stokes: “Full-parameter discrete Painlevé systems from non-translational Cremona isometries”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **51** (2018) 495206 (31pp).
2. A. Stokes: “Singularity confinement in delay-differential Painlevé equations”, *J.*

- Phys. A: Math. Theor. **53** (2020) 435201 (31pp).
3. A. Dzhamay, G. Filipuk and A. Stokes: “Recurrence coefficients for discrete orthogonal polynomials with hypergeometric weight and discrete Painlevé equations”, J. Phys. A: Math. Theor. **53** (2020) 495201 (29pp).
 4. A. Dzhamay, G. Filipuk, A. Ligeza and A. Stokes: “Hamiltonian structure for a differential system from a modified Laguerre weight via the geometry of the modified third Painlevé equation”, Appl. Math. Lett. **120** (2021) 107248 (7pp).
 5. A. Dzhamay, G. Filipuk and A. Stokes: “On differential systems related to generalized Meixner and deformed Laguerre orthogonal polynomials”, Integral Transforms Spec. Funct. **32** (2021) 483–492.
 6. A. Dzhamay, G. Filipuk, A. Ligeza and A. Stokes: “On Hamiltonians related to the second Painlevé equation”, Proceedings of the conference Contemporary Mathematics in Kielce 2020, February 24–27 2021, (2021) 73–84
- net20 Workshop (Formal and Analytic Solutions of Differential Equations on the Internet), School of Architecture, University of Alcalá, Spain, held online, 2020 年 6 月.
5. What is an integrable difference equation?, What is ...? Seminar (WiSe), University of Queensland, Australia, held online, 2021 年 3 月.
 6. Identifying Painlevé equations related to orthogonal polynomials: the geometric approach, OPSFOTA (Orthogonal Polynomials, Special Functions, Operator Theory and Applications) Seminar, International Centre for Mathematical Sciences, Edinburgh, Scotland, held online, 2021 年 5 月.
 7. Geometric regularisation of a Hamiltonian system from a rational Calogero potential related to the fourth Painlevé equation, School of Mathematics and Physics Colloquium, University of Portsmouth, UK, 2021 年 11 月.

C. 口頭発表

1. Full-parameter discrete Painlevé systems from non-translational Cremona isometries, 青山数理セミナー, 青山学院大学理工学部, 2018 年 11 月.
2. Why take the geometric approach to Painlevé equations?, Dynamical Systems Seminar at the Institute of Mathematics, Warsaw University, Poland, 2019 年 12 月.
3. An introduction to the geometry of discrete Painlevé equations, Analytic Theory of Differential Equations Seminar, Banach Center, Mathematical Institute of the Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland, 2020 年 2 月.
4. Singularity confinement in delay-differential Painlevé equations, FAS-

Eom Junyong

A. 研究概要

様々な非線形放物型方程式において、対応する常微分方程式系の解の様に振る舞う解 (ODE 型解) の時間大域挙動を調べる。特に, (1) 同じ拡散係数をもつ弱連立非線形放物型方程式系における ODE 型解 (2) 多孔質媒体方程式における ODE 型解 (3) p-Laplacian 方程式における ODE 型解の漸近挙動について研究を行った。(1) 同じ拡散係数をもつ弱連立非線形放物型方程式系における ODE 型解: ODE 解の挙動によって誘発されるある変換によって導かれる方程式系はある弱連立特有の特別な構造を持ち, その構造とスカラー方程式の解の高次漸近展開理論を用いて ODE 型解の漸近挙動はある熱方程式の解を用いて表現できることを示した。結果として同じ拡散係数をもつ弱連立非線形放物型方程式系の ODE 型解は単独方程式とは異なるシステム特有の漸近挙動をもつことが明らかになった。(2) 多孔質媒体方程式に

おける ODE 型解：多孔質媒体方程式における解の漸近展開は Barenblatt 解と呼ばれる自己相似解を用いて記述されるのがほとんどであり、さらに、第一漸近形を求めるところで漸近解析を終えることが大半である。本研究では、ODE 型解の特徴を用いて非線形拡散項を時間のみに依存する拡散係数を持つ線形拡散項によって近似し高次漸近解析を行った。これにより、既存の研究結果とは全く異なる描像を持つ高次漸近挙動が得られ、それらの主要項がある特殊な時間スケールを持つ熱方程式の解として表現されることが明らかになった。(3) p-Laplacian 方程式における ODE 型解：ODE 型解の第二漸近形が Barenblatt 解と呼ばれる自己相似解を用いて記述されることを示した。これは、(2) の研究と比べ、非線形拡散が解の勾配に依存する場合は拡散の非線形性がそのまま維持されることを表している。

We investigate the large time behavior of solutions for the various type of nonlinear parabolic equations, where the solution behaves like the ODE solution, which we call ODE type solution. Especially, we conducted the research for the following cases: (1) weakly coupled nonlinear parabolic system, (2) parabolic porous medium equation and (3) parabolic p-Laplacian equation. For the research (1): we derived the parabolic system having a special structure by using the certain transformation which is based on the fact that the solution behaves like the ODE solution. The structure enable us to apply the known results for the higher order asymptotic expansion of the solution in the case of scalar equations. As a result, we showed that asymptotic behavior of the ODE type solution can be described as solutions of the Heat equation and peculiar behavior of the solution our system has, which is different to the scalar equation. For the research (2): Most of work is shown that asymptotic behavior of the solution for porous medium equation is described as the self-similar solution which is called Barenblatt solution. Furthermore, there is little study on the higher order asymptotic behavior of the so-

lution. In this research, by using the property of the ODE type solution, we approximated a nonlinear diffusion term by the linear diffusion which is only dependent on the time. For this reason, we are able to obtain the higher order asymptotic expansion of the solution which is very different to known results so far. Higher order asymptotic expansion of the ODE type solution is described as a time rescaling solution of the Heat equation. For the research (3): Second order asymptotic of the ODE type solution is described as the self-similar solution which is called Barenblatt solution. Contrary to the research (1), we observe that higher order asymptotic expansion of the ODE type solution preserves the diffusion nonlinearity our equation has in the case that nonlinear diffusion term is governed by the gradient of the solution.

B. 発表論文

1. Junyong Eom and Ryuichi Sato, Large time behavior of ODE type solutions to parabolic p-Laplacian type equation. *Commun. Pure Appl. Anal.* **19** (2020), 4373–4386.
2. Junyong Eom and Kazuhiro Ishige, Large time behavior of ODE type solutions to a nonlinear parabolic system. *Nonlinear Anal.* **191** (2020), 111631, 19 pp.
3. Junyong Eom and Kazuhiro Ishige, Large time behavior of ODE type solutions to nonlinear diffusion equations, *Discrete Contin. Dyn. Syst. -A* **40** (2020), 3395–3409.
4. Junyong Eom and Gen Nakamura, Completeness of representation of solutions for stationary homogeneous isotropic elastic/viscoelastic systems, *Quar. Appl. Math.* **77** (2019), 497–506.

C. 口頭発表

1. Expression of the peak time for time-domain boundary measurements in dif-

- fuse light, RIMS Workshop on - Theory and practice in inverse problems -, Online.
2. Existence of Peak Time and Point Target Approximation for Time-domain Fluorescence Diffuse Optical Tomography, Workshop for young scholars - Control and inverse problems on waves, oscillations and flows -, Online, September 2021.
 3. Asymptotic expansion of ODE type solutions to a nonlinear parabolic system, 2020 Seoul-Tokyo Conference - Partial Differential Equations -, Online, November 2020.
 4. 非線形放物系に対する ODE 型解の漸近展開, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学, 2019 年 9 月.
 5. 非線形放物系に対する ODE 型解の漸近展開, 応用解析セミナー, 東京大学, 2019 年 10 月.
 6. Large time behavior of ODE type solutions to a nonlinear parabolic system, Summer school on applied inverse problems and related topics, Tambara institute of mathematical sciences, August 2019.
 7. 非線形放物系に対する ODE 型解の漸近展開, 応用数理解析セミナー, 東北大学, 2019 年 7 月.
 8. 非線形拡散方程式の ODE 型解の時間大域漸近展開, 日本数学会 2019 年度年会, 東京工業大学, 2019 年 3 月.
 9. Large time behavior of ODE type solutions to nonlinear diffusion equations, The 20th Northeastern Symposium on Mathematical Analysis, Tohoku Univ., Feb 2019.
 10. 非線形拡散方程式の ODE 型解の時間大域漸近展開, 楕円型 $\hat{A}u$ 放物型微分方程式研究集会, 大阪府立大学, 2018 年 11 月.
 11. Reconstruction of the shear modulus of viscoelastic systems in a thin cylinder: an inversion scheme and experiments, A3 Workshop on Applied Inverse Problems and Related Topics, The University of Tokyo, Nov 2017.
 12. Reconstruction of the shear modulus of viscoelastic systems in a thin cylinder: an inversion scheme and experiments, 若手研究集会「波動・振動・流れの制御と逆問題 -理論と数値計算-」, 同志社大学, 2017 年 8 月.

特任研究員 (Project Researchers)

池川 隆司 (IKEGAWA Takashi)

A. 研究概要

- 産学協働による高度数学人材育成方法論
インターンシップや PBL (Project/Problem Based Learning) のような産学協働による高度数学人材 (学生を含む) の育成に関する方法論を研究している。
- 通信ネットワークと行動パターンの数理モデル
無線ネットワークを中心とした通信ネットワークの振る舞いを表現する数理モデルを研究している。さらに、通信ネットワークを通して得られるユーザの時空間データを使った行動パターンの数理モデルを研究している。
- 技術文書作成技術の教育方法論
科学論文、報告書、プレゼン資料のような技術文書の作成技術を向上させる教育方法論を研究している。
- **Methodology for nurturing of talented mathematical persons through academic-industrial collaboration**
I explore the methodology to nurture talented mathematical persons including students through academic-industrial collaboration such as internship and project/problem based learnings.
- **Mathematical models of communication networks and network-user trajectory patterns**
I develop the mathematical models to represent the behavior of communication networks, especially wireless networks, and to represent the trajectory patterns obtained from communication networks.
- **Methodology for improvement of technical writhing and presentation**

skills

I study the methodology to improve the skills for writing technical documents such as scientific papers and technical reports and presentation.

B. 発表論文

1. 池川 隆司：“長さが可変であるパケットを転送する低速・低品質無線ネットワークでのグッドプット解析—バースト的にビット誤りが発生する場合—”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 **46** (2022) 7–15.
2. T. Ikegawa：“Science and technology fields and higher education institutions with mathematically trained contributors: Metadata analysis of IEEE papers”, 2021 IEEE Frontiers in Education Conference (IEEE FIE 2021), Lincoln, Nebraska, USA, October (2021) 1–9.
3. T. Ikegawa：“Goodput analysis for lossy low-speed wireless networks during message segmentation”, 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2021), Nanjing, China, March (2021) 1–7.
4. 池川 隆司：“メッセージ分割が発生する無線ネットワークでのグッドプット解析—ビット誤りが独立的に発生する回線の場合—”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 **45** (2021) 17–26.
5. 池川 隆司, 牧野 壽永, 中川路 克之：“時空間データマイニング装置”, 特願 2017-1133, 特許 6877677 (2021).
6. 池川 隆司：“無線ネットワークにおける動的ペイロード長方式の研究動向”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 **44** (2020) 23–28.
7. T. Ikegawa：“Effect of payload size on mean response time when message segmentations occur: Case of burst packet arrival”, VALUETOOLS 2019: Pro-

ceedings of the 12th EAI International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools (2019) 7–14.

8. 池川 隆司: “研究者・技術者のための文書作成・プレゼンメソッド”, 日本評論社 (2018) pp. 253 (単著).
9. 池川 隆司: “数学履修生のキャリアとそのデザイン”, 数学セミナー増刊「数学ガイドンス 2018」 (2018) 176–181 (招待論文).
10. T. Ikegawa: “Effect of payload size on mean response time when message segmentations occur using $M^X/G/1$ queueing model”, <https://arxiv.org/abs/1803.10553> (2018).

C. 口頭発表

1. 数理人材が貢献している科学技術分野と高等教育機関—IEEE 論文のメタデータ解析—, 日本工学教育研究講演会, 2C12, 2021年9月.
2. デジタルトランスフォーメーション時代を迎えた情報通信産業とキャリアデザインの基礎, 群馬大学講義「情報と職業」, 2021年1月5日 (招待講演)
3. 講義「テクニカルライティング」を通じたハラスメント防止への取組, 日本工学教育研究講演会, 3E07, 2020年9月.
4. 数学が人生を変える!, 数学の魅力—女子中高生のために—, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019年3月 (招待講演).
5. Effect of Payload Size on Goodput when Message Segmentations Occur for Wireless Networks: Case of Packet-Corruptions Recovered by Stop-and-Wait Protocol, the Thirteenth International Symposium on Operations Research and Its Applications, ISORA 2018, Guizhou China, Aug. 2018.
6. Career Support Activities for Mathematical Students through Academic-Industrial Collaboration, Forum on Innovation Talent through Academic-Industry Partnerships, Shanghai Univer-

sity of Finance and Economics, Oct. 2017 (Keynote speech).

7. 技術文書作成のための技術・知識体系の提案と筆記試験と演習を併用したシラバスの開発, 日本工学教育研究講演会, 2017年8月.
8. 数学・データサイエンス分野における産学連携教育の現状と課題, 理工系プロフェッショナル教育推進委託事業シンポジウム, 2017年3月 (招待講演).

F. 対外研究サービス

1. 2022 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2022) TPC Member.
2. 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2021) TPC Member.

神谷 亮 (KAMIYA Ryo)

A. 研究概要

有理式により時間発展が記述される可積分な差分方程式を持つ、特異点閉じ込めと関係する Coprimeness 性と呼ばれる性質が可積分性とのような関係にあるか調べている。2次元格子上の可積分な差分方程式である離散 KdV 方程式も Coprimeness 性を持つ。一方、代数的エントロピーが正であり、従って非可積分な方程式である Hietarinta-Viallet 方程式も Coprimeness 性を持つことが知られている。神吉雅崇氏、間瀬崇史氏、時弘哲治氏との共同研究の中で、離散 KdV 方程式と Hietarinta-Viallet 方程式を特別な場合として含む任意多次元の格子方程式系を考察し、その Coprimeness 性を示した。

I am studying the relationship between integrability and the coprimeness-property of integrable difference equations whose time evolution is described by rational expressions. The discrete KdV equation, which is an integrable difference equation on a 2-dimensional lattice, also has coprimeness-property. On the other hand, the Hietarinta-Viallet equation, which

has positive algebraic entropy and is therefore non-integrable, is also known to have coprimeness-property. In collaboration with Masataka Kanki, Takafumi Mase, and Tetsuji Tokihiro, We considered an arbitrary multidimensional system of lattice equations including the discrete KdV equation and the Hietarinta-Viallet equation as special cases and showed that they have coprimeness-property.

B. 発表論文

1. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase and T. Tokihiro: “Coprimeness-preserving discrete KdV type equation on an arbitrary dimensional lattice”, J. Math. Phys. **62** (2021) 102701 ;
2. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase and T. Tokihiro: “Algebraic entropy of a multi-term recurrence of the Hietarinta-Viallet type”, RIMS Kokyuroku Bessatsu B78 (2020), 121–153 .
3. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, N. Okubo and T. Tokihiro : “Toda type equations over multi-dimensional lattices”, J. Phys. A: Math. Theor. **51** (2018) 364002 (16pp).
4. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase and T. Tokihiro: “A two dimensional lattice equation as an extension of the Heideman-Hogan recurrence”, J. Phys. A: Math. Theor. **51** (2018) 125203 (16pp).
5. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase and T. Tokihiro: “Nonlinear forms of coprimeness preserving extensions to the Somos-4 recurrence and the two-dimensional Toda lattice equation –investigation into their extended Laurent properties–”, J. Phys. A: Math. Theor. **51** (2018) 355202 (23pp).
6. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase and T. Tokihiro: “Coprimeness-preserving non-integrable extension to the two-dimensional discrete Toda lattice equation”, J. Math. Phys. **58**, (2017) 012702.

C. 口頭発表

1. 円分多項式の積に付随する離散力学系の可積分判定について, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 筑波大学, 2019年3月
2. Two dimensional lattice equation as extension of Heideman-Hogan recurrence. Symmetries and Integrability of Difference Equations, Fukuoka, (ポスター発表) 2018年11月.

儀我 美保 (GIGA Mi-Ho)

A. 研究概要

特異な非等方的曲率を含むいくつかの発展方程式について広義解の解析を行った.

非等方的曲率流で界面エネルギー密度にカドがあり, 解にファセットと呼ばれる平らな面が出現するような現象は, 2階非線形退化特異放物型偏微分方程式で形式的に表わすことが出来る. 解のクラスを適切に定義することにより様々な比較定理を確立した. 平面上の閉曲線に対する非等方的曲率流の解の, 時間離散的決定論的ゲーム理論による近似を見出した.

一方, 結晶成長におけるファセット面の現れる表面拡散現象などは, 4階の特異拡散方程式で記述されうる. 界面エネルギーがクリスタラインで, 増大度が1次より大きい場合, 結晶形状の動きを表すODE系と代数方程式系の連立方程式を導出し, 区分一次関数からなるある特定の族に属する初期値に対して時間局所解の一意存在性を示した.

また複雑流体の動きを記述する様々なモデルを変分的に統一的視点から導出することについて解説した.

さらに拡散方程式による曲面の動きを応用して, 創薬につながるデータ分離法を確立した.

This work is concerned with analysis of generalized solutions for some nonlinear evolution equations with singular diffusivities.

We are interested in a singular anisotropic curvature flow. In evolving curves governed by singular interfacial energy density with corners, we often observe that a flat portion called a facet

appears. Such a phenomena can be described as a nonlinear degenerate singular parabolic partial differential equation of second order.

We also found a time-discrete deterministic game approximation for an anisotropic curve shortening flow in the plane. By introducing suitable notion of solutions we have been establishing various comparison principles and existence theorems.

On the other hand, we also focused on a surface diffusion flow with very singular interfacial energy in crystal growth, which is a fourth order nonlinear partial differential equations. For crystalline energy density we derived an ODE system with a system of algebraic equations to describe the solution and local-in-time unique solvability of the solution for an initial curve in a special family of piecewise linear functions, provided that the growth order of the energy density is super linear.

In the meanwhile we explain several models describing motion of complex fluids from synthetic viewpoint of variational theory.

As an application of motion of a surface by diffusion equations, we established a method for data separation which leads creation of new medicine.

B. 発表論文

1. M.-H. Giga, A discrete deterministic game approach for the planer motion by crystalline energy, Proc. of Workshop: Emerging Developments in Interface and Free Boundaries (eds. C. M.Elliott et al.) Overwolfach Reports, 14 (2017), 295-296.
2. M.-H. Giga, A. Kirshtein and C. Liu: "Variational modeling and complex fluids ", In : Y. Giga, A. Novotny (eds), Handbook of Mathematical Analysis in Mechanics of Viscous Fluids, vol.1 (2018), 73-113, Springer.
3. M.-H. Giga, Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, Proc. of Workshop: Surface, Bulk, and Geomet-

ric Partial Differential Equations (eds. C. M. Elliott et al.), Overwolfach Reports, 16(2019), 194-197.

4. T. Hidaka, K. Imamura, T. Hioki, T. Takagi, Y. Giga, M.-H. Giga, Y. Nishimura, Y. Kawahara, S. Hayashi, T. Niki, M. Fushimi and H. Inoue : "Prediction of compound bioactivities using heat-diffusion equation", Patterns 1 (2020) 100140.
5. M.-H. Giga, Y. Giga, R. Kuroda and Y. Ochiai, Crystalline flow starting from a general polygon, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Online(2021), DOI:10.3934/dcds.2021182.

C. 口頭発表

1. A discrete deterministic game approach for the planer motion by crystalline energy, (Emerging Developments in Interfaces and Free Boundaries (January 22-28, 2017), Organized by Charles M. Elliott, Yoshikazu Giga, Michael Hinze and Vanessa Styles) Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, January 27, 2017.
2. On planar anisotropic curvature flow and its approximation by deterministic games, (Partial Differential Equations and their Applications 2016/17 Organized by Charles M. Elliott, Jose Dorigo) University of Warwick, United Kingdom, May 3, 2017.
3. Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, (Surface, bulk and geometric partial differential equations: interfacial, stochastic, non-local and discrete structures (January 20-25, 2019), Organized by Charles M. Elliott, Harald Garcke and Ralf Kornhuber) Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, January 25, 2019.
4. On crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, PDE Seminar series

(Seminar by NYU-ECNU Institute of Mathematical Sciences at NYU Shanghai), Geography Building, Zhongbei Campus, East China Normal University Shanghai, April 23, 2019.

5. Crystalline surface diffusion flow for graph like curves, mini-symposium 2020 (Analysis on metric spaces unit) Partial Differential Equations under Various Metrics (December 8-11, 2020), Organized by Yoshikazu Giga, Qing Liu, Xiaodan Zhou), Okinawa institute of science and technology graduate university, Japan (online), December 8, 2020.

関野 希望 (SEKINO Nozomu)

A. 研究概要

3次元多様体をその中のファイバー結び目、それに対応したヒーガード分解を用いて調べようとした。

I tried to research 3-manifolds by using its fibered knots and the corresponding Heegaard splitting.

B. 発表論文

1. N. Sekino: “Genus one fibered knots in 3-manifolds with reducible genus two Heegaard splittings”, *Topology and its Applications* **239** (2018) 46–64.
2. N. Sekino: “Lens spaces which are realizable as closures of homology cobordisms over planar surfaces”, *Illinois J. Math.* Volume 64, Number 4 (2020), 481–492.
3. N. Sekino: “The existence of homologically fibered links and solutions of some equations”, *Topology and its Applications* **302** (2021).

C. 口頭発表

1. 可約な種数 2 Heegaard 分解を持つ 3 次元多様体の GOF-knot, 東北結び目セミナー 2017, 山形大学, 2017 年 9 月.
2. Genus one fibered knots in 3-manifolds with reducible genus two Heegaard splittings, The 13th East Asian School of Knots and Related Topics, KAIST (韓国), 2018 年 1~2 月.
3. 可約な種数 2 Heegaard 分解を持つ多様体の種数 1 ファイバー結び目, 広島大学トポロジー・幾何セミナー, 広島大学, 2018 年 10 月.
4. 平面曲面上の homology cobordism の閉包として表されるレンズ空間, 研究集会「低次元トポロジー in 白神 2019」, あきた白神体験センター, 2019 年 10 月.

千葉 悠喜 (CHIBA Yuki)

A. 研究概要

力学系は, 平衡点などの回帰的な部分と, それらをつなぐ勾配的な部分に分解できる. その方法の 1 つに Morse 分解があるが, 微分方程式により表現される力学系に対して適用する場合, 矩形領域の像の近似計算をする必要がある. 既存の手法は, 区間演算を用いて, 厳密に像を含む領域を計算しており, 精度が良い一方, 計算コストが非常に多いという問題がある. 多少精度は犠牲になるが, 計算コストを抑える計算手法の研究を行い, 京都大学の宮路准教授らと共に, Runge-Kutta 法とアフィン近似を用いた Morse 分解の計算手法について効率的な実装を行った. さらに, 提案手法について, 既存の手法との計算コストを中心とした比較を行い, 計算時間が抑えられることを示した.

また, 手法の有用性を確かめるために, いくつかの数理モデルに対し, この手法を用いて構造の確認を行った. その結果, Slow-Fast 系の構造を持つ数理モデルに対しては適切な計算を行うことができなかった. 微分方程式の計算手法を変更したり, 分割のパラメーターを変更するなどの工夫を

行っているが、個々の問題に合わせたものになっており、現状は汎用性が低いものとなっている。

A dynamical system can be decomposed into a recurrent part, such as equilibrium points, and gradient-like structure connecting each recurrent part. Morse decomposition is one of the method. If we apply to a dynamical system represented by ordinary differential equations, it is necessary to approximate the image of rectangular regions. Present method uses interval arithmetic to compute the rectangle containing the image through ODE, which is accurate but computational cost is very expensive. We studied computational methods that reduce computational cost at the expense of some accuracy and proposed an efficient implementation of Morse decomposition using Runge-Kutta method and affine approximation. Furthermore, we applied the proposed method to some ODE in order to make a comparison with the existing method. It was shown that the proposed method reduces the computation time. To confirm the usefulness of the method, the structure of several mathematical models was verified using this method. As a result, the calculation could not be performed properly for the mathematical model with the structure of the Slow-Fast system. Although we have tried to change the method of computing the differential equations and the parameters of the partitioning, it has been tailored to individual problems and is currently not very versatile.

B. 発表論文

1. Y. Chiba and N. Saito : “Weak discrete maximum principle and L^∞ analysis of the DG method for the Poisson equation on a polygonal domain”, Jpn. J. Ind. Appl. Math. **36** (2019) 809–834.
2. 千葉悠喜 : “EV の確率を用いた充電開始時刻の決定による総消費電力量の操作”, 数理解科学実践研究レター (2019) LMSR 2019-14.
3. Y. Chiba and T. Miyaji and T.

Ogawa : “Computing Morse decomposition of ODEs via Runge-Kutta method”, JSIAM Letters, **13** (2021) 40–43

C. 口頭発表

1. L^∞ error estimates of discontinuous Galerkin methods for the Poisson equation on a polygonal domain, SIAM: East Asian Section Conference 2017, 韓国, 2017年6月.
2. N次元球状領域上の Poisson 方程式に対する不連続 Galerkin 法, 日本応用数学会 2017 年度年会, 武蔵野大学有明キャンパス, 2017年9月.
3. Discontinuous Galerkin method for an N-dimensional spherically symmetric Poisson equation, SIAM: East Asian Section Conference 2018, 日本, 2018年6月.
4. 滑らかな領域上の Robin 境界条件を持つ Poisson 方程式に対する Nitsche 法, 日本数学会 2018 年度秋季総合分科会, 岡山大学津島キャンパス, 2018年9月.
5. 滑らかな領域上の Robin 境界条件を持つ Poisson 方程式に対する不連続 Galerkin 法, 日本数学会 2019 年度年会, 東京工業大学大岡山キャンパス, 2019年3月.
6. Nitsche’s method and discontinuous Galerkin method for Poisson equation with Robin boundary condition in a smooth domain, International Congress on Industrial and Applied Mathematics 2019, スペイン, 2019年7月.
7. 一般化 Robin 境界条件に対する不連続 Galerkin 法, 日本応用数学会 2019 年度年会, 東京大学駒場キャンパス, 2019年9月.
8. 滑らかな領域上の方程式に対するハイブリッド型不連続 Galerkin 法, RIMS 共同研究 諸科学分野を結ぶ基礎学問としての数値解析学, 京都大学数理解析研究所, 2019年11月
9. Runge-Kutta 法による Morse 分解の近似計算の性能, 日本応用数学会第 17 回研究部会連合発表会, オンライン, 2021年3

月

10. Runge-ÅKutta 法による ODE の Morse 分解の近似計算, 応用数学フレッシュマンセミナー 2021, オンライン, 2021 年 12 月

茅原 涼平 (CHIHARA Ryohei)

A. 研究概要

閉較正カレントに収束する近似列について考察している。 k 次較正形式 ϕ を持つ較正多様体を (M, ϕ) とし, M 上の $(n - k)$ 次 L^2 微分形式全体からなる実ヒルベルト空間を H とする。較正条件を満たす元全体からなる H の部分空間を C とすると, C は閉凸錐となる。さらに微分形式に対する全変動エネルギーの類似を外微分作用素 d を使って, $F(\omega) = \int_M |d\omega| dv$ によって定める。 C 上での $F(\omega)$ の最適化問題を考えると凸性から極値をとる点 ω で $F(\omega) = 0$ となり, ω は閉較正カレントを定める。この問題に近接点法を適用して与えられる点列 $\{\omega^k\}$ は, ある閉較正カレント ω^∞ に弱収束する。問題は与えられた初期値 ω^0 に対してどのような閉較正カレント ω^∞ が得られるか? ということで, この点について考察している。

I am studying a sequence that converges to a closed calibrated current. Let (M, ϕ) be a calibrated manifold with a calibration form ϕ of degree k . Let H be the real Hilbert space consisting of all L^2 differential forms of degree $(n - k)$. Let C be a closed convex cone of calibrated sections in H . Moreover, a variant of total variation energy is defined by $\int_M |d\omega| dv$. Given an optimizing problem of $F(\omega)$ subject to $\omega \in C$, at an extreme point ω , $F(\omega) = 0$ and ω defines a closed calibration current. The point sequence $\{\omega^k\}$ given by applying the proximity point method to this problem converges weakly to some closed calibration current ω^∞ . The question is what closed calibration current ω^∞ can be obtained for a given initial value ω^0 ? I am studying this point.

B. 発表論文

1. R. Chihara: “ $SO(3)$ -invariant G_2 -cobordisms”, *J. Geom.* **112** (2021)
2. R. Chihara: “ G_2 -manifolds and ADM formalism”, *Differ. Geom. Appl.* **66** (2019)
3. R. Chihara: “ G_2 -metrics arising from non-integrable special Lagrangian fibrations”, *Complex Manifolds* **6** (2019)

C. 口頭発表

1. $SO(3)$ -invariant G_2 -geometry, トポロジー火曜セミナー, 2020 年 1 月
2. $SO(3)$ -invariant G_2 -manifolds, East Asian Symplectic Conference, 2019 年 10 月
3. 3 次元リーマン幾何と G_2 多様体, 幾何学シンポジウム, 2019 年 8 月
4. G -invariant special Lagrangian fibrations with torsion, 首都大学東京幾何セミナー, 2019 年 5 月
5. G_2 多様体と ADM 形式, 日本数学会年会, 2019 年 3 月
6. G_2 多様体と ADM 形式, 異分野異業種研究交流会, 2018 年 11 月

橋本 健治 (HASHIMOTO Kenji)

A. 研究概要

主に K3 曲面の自己同型について研究を行った。特に、以下の論文を発表した。

K3 曲面に有限群がシンプレクティックに作用する場合について、極大な 11 個の群があることが知られている。そのような状況における、有限群の作用の（非シンプレクティックな）拡大の分類をした (Simon Brandhorst 氏との共同研究)。特に、最大位数 3840 をもつ群 $M_{20}.C_4$ の場合について、K3 曲面の射影多様体としての定義方程式と、クレモナ変換としての群作用を具体的に与えた。(論文 1)

K3 曲面の無限位数の自己同型の応用として、新しいカラビ・ヤウ多様体 (の族) を構成した。このカラビ・ヤウ多様体はケーラー性の条件は満たさず、単連結であってベッチ数 b_2 を任意に大き

くすることができる (佐野太郎氏との共同研究、論文 2)。

We mainly studied on automorphisms of K3 surfaces. In particular, we published the following papers.

It is known that there are totally eleven maximal finite groups acting on K3 surfaces symplectically. We classified the extensions of such actions (as non-symplectic actions of finite groups). This is a joint work with Simon Brandhorst. In particular, in the case of the group $M_{20}.C_4$ with maximal order 3840, we gave an explicit project model of the corresponding K3 surface and the group action consisting of Cremona transformations. [1]

As an application of automorphisms of K3 surfaces with infinite order, we constructed new families of Calabi–Yau threefolds (CY3s). Each CY3 in the family is non-Kähler and simply connected, and the second Betti number b_2 is unbound (arbitrarily large). This is a joint work with Taro Sano. [2]

B. 発表論文

1. S. Brandhorst and K. Hashimoto: “Extensions of maximal symplectic actions on K3 surfaces”, *Ann. Henri Lebesgue* **4** (2021), 785–809.
2. K. Hashimoto and T. Sano: “Examples of non-Kähler Calabi–Yau 3-folds with arbitrarily large b_2 ”, to appear in *Geom. Topol.*
3. K. Hashimoto and K. Ueda: “Reconstruction of general elliptic K3 surfaces from their Gromov-Hausdorff limits”, *Proc. Amer. Math. Soc.* **147** (2019), no. 5, 1963–1969.
4. K. Hashimoto, JongHae Keum and Kwangwoo Lee: “K3 surfaces with Picard number 2, Salem polynomials and Pell equation”, *J. Pure Appl. Algebra* **224** (2020), no. 1, 432–443.
5. K. Hashimoto and A. Kanazawa: “Calabi–Yau threefolds of type K (I)

Classification”, *International Mathematics Research Notices*, Vol. 2017, Issue 21, 6654–6693.

6. K. Hashimoto, Hwayoung Lee and K. Ueda: “On a certain generalization of triangle singularities”, *manuscripta math.* **153** (2017), 35–51.
7. Jae-Seung Jeong, Hantao Lu, Ki Hoon Lee, K. Hashimoto, Suk Bum Chung and Kwon Park: “Competing states for the fractional quantum Hall effect in the $1/3$ -filled second Landau level”, *Phys. Rev. B* **96** (2017), 125148.

C. 口頭発表

1. Generalized triangle singularities (日本語), ミラー対称性の諸相 2020, オンライン研究集会, 2020 年 9 月
2. Period map of a certain family of K3 surfaces with an S_5 action, Japanese–European symposium on Symplectic Varieties and Moduli Spaces 第三 edition, 東京理科大学, 2018 年 8 月.
3. Mirror symmetry for complete intersection K3 surfaces in weighted projective spaces, Working Workshop on Calabi–Yau Varieties and Related Topics, 学習院大学, 2018 年 8 月.
4. Global sections of some special elliptic surfaces, Workshop on algebraic surfaces 2018, Leibniz University Hannover, Germany, 2018 年 3 月
5. Global sections of some special elliptic surfaces, UC Riverside Algebraic Geometry Seminar, UC Riverside, USA, 2018 年 2 月.
6. Symplectic automorphisms of K3 surfaces and applications, 11th Conference on Arithmetic and Algebraic geometry, 東京大学, 2018 年 1 月.

山岸 颯 (YAMAGISHI Hayate)

A. 研究概要

Wiener 空間上の極限定理は 2005 年ごろに発見された“4 次モーメント定理”以来, Malliavin 解析, Stein’s method などと融合しながら発展してきた. 当初は固定された次数の Wiener Chaos 上の確率変数列についての中心極限定理から始まった研究分野であったが, Malliavin 解析と結びついた結果, より一般の Wiener 汎関数を扱えるようになり, Stein’s method 等を用いることで極限定理について定量的な評価を与えることが可能になった.

旧来の中心極限定理においては極限分布はランダムでない分散を持っていたのに対し, 非エルゴードな統計解析においては分散がランダムネスを持つ混合正規分布が極限分布として現れ, 推定量のこの分布への安定収束が議論される. 安定収束はセミマルチンゲール論においてはよく研究された対象であった一方で, Malliavin 解析の枠組みでの安定収束の十分条件は 2010 年ごろから与えられ, 2016 年にこの収束の定量的な評価を含む定理が, 2019 年に高次の誤差評価を与える漸近展開の一般論が与えられた.

この一年の研究において, この漸近展開の一般論を応用することで, fractional Brownian motion により駆動される確率微分方程式の解によりモデルされる確率過程の二次変分の推定量である realized volatility の中心極限定理の漸近展開公式を求めた. この際, 漸近展開の一般論を適応する中で, fBm の増分に対応する Wiener Chaos の元を factor にもつ確率変数の和によって表される functional に対して, オーダー評価を繰り返し行う必要が生じた. これに対して, 著者は functional に対応するグラフにより定まる指数を用いたオーダーの計算方式を作った. この exponent は, 漸近展開中に現れる functional に対する操作によって起こる functional のオーダーの変化を捉えることにも成功した. この functional に対するオーダーの評価は漸近展開よりも広い一般の問題においても適応可能である. また, 計算機を用いたモンテカルロ法による実験も行い, 推定量の分布の中心極限定理による近似の精度向上に寄与していることも確認した. 一方で, いくつかの場合において, 近似精度が悪くなるケースも

あり, そうした場合に精度を上げるための漸近展開法についても研究を続けている.

Limit theorems on the Wiener space has been developed since the discovery of the fourth moment theorem in 2005 closely relating to the Malliavin calculus and Stein’s method. At first, the theory was initiated in the setting of sequences of random variables belonging to a Wiener chaos of a fixed order. After the Malliavin calculus was set to the main tool of this theory, Wiener functionals in general can be tackled within this theory and quantitative estimates for the limit theorems can be derived with Stein’s method.

While the limit distributions of classical central limit theorems have deterministic variances, in the field of statistical analysis of non-ergodic models, estimators converge to mixed normal distributions, which are a generalization of normal distribution whose variance is allowed to be a random variable. The convergence occurring in this situation is often a stable convergence, which is well studied in the framework of the semimartingale theory. Conditions of stable convergences were given using the Malliavin calculus since 2010. Quantitative ones and asymptotic expansion were presented in 2016 and 2019, respectively.

This year, the author applied the theory of asymptotic expansion to the realized volatility estimator for the model given by the solution of SDE driven by fractional Brownian motion. Through this work, there was a need to repeatedly calculate the order of functionals which are represented as sums of random variables having as factors elements from Wiener chaos corresponding to the increment of fBm. To solve this problem, he developed a method to calculate the order through exponents defined using some weighted graph related to each functional. This exponent can be used to tell the change of the order of functionals by the action of certain operation appearing in the calculation

in the asymptotic expansion. The exponents are applicable to more general cases other than the asymptotic expansion. He also conducted some numerical experiments by Monte Carlo method and checked that the asymptotic expansion contributes to better approximations.

B. 発表論文

1. H. Yamagishi : “Asymptotic expansion of multiple Skorohod integrals by the commutation relation”, 東京大学修士論文 (2019)

マーラ パスカーレ (MARRA Pasquale)

A. 研究概要

My research activity is focussed on topological states, in particular topological superconductivity in condensed matter systems, Thouless quantum pumps in cold atoms, and on the various generalizations of the Harper-Hofstadter model. In my research, I use analytical and numerical methods such as the theory of tight-binding models, the calculation of topological invariants, transport properties, response spectra, and perturbation theory. I acquired a theoretical knowledge of one dimensional topological superconductors, Hofstadter-like systems, and their generalizations. I implemented numerical tools to calculate the band structure, edge states, local density of states, topological invariants, localization length, coherence time, Josephson current, and other measurable properties.

B. 発表論文

1. Majorana/Andreev crossover and the fate of the topological phase transition in inhomogeneous nanowires, P. Marra, A. Nigro, *J. Phys.: Condens. Matter* **34** 124001 (2022)
2. 1D Majorana Goldstinos and extended supersymmetry in quantum wires, P. Marra, D. Inotani, M. Nitta, preprint,

arXiv:2106.09039 (2021)

3. Dispersive 1D Majorana modes with emergent supersymmetry in 1D proximitized superconductors via spatially-modulated potentials and magnetic fields, P. Marra, D. Inotani, M. Nitta, preprint, accepted on *Phys. Rev. B*, arXiv:2106.09047 (2021)
4. Competition and interplay between topology and quasi-periodic disorder in Thouless pumping of ultracold atoms, S. Nakajima, N. Takei, K. Sakuma, Y. Kuno, P. Marra, Y. Takahashi, *Nature Physics* **17**, 844–849 (2021)
5. Topologically quantized current in quasiperiodic Thouless pumps, P. Marra, M. Nitta, *Phys. Rev. Research* **2**, 042035(R) (2020)
6. Topologically nontrivial Andreev bound states, P. Marra, M. Nitta, *Phys. Rev. B* **100**, 220502(R) (2019)
7. Degeneracy lifting of Majorana bound states due to electron-phonon interactions, P. P. Aseev, P. Marra, P. Stano, J. Klinovaja, D. Loss, *Phys. Rev. B* **99**, 205435 (2019)
8. Editorial for the volume *Topological states of matter: Theory and applications*, R. Citro, P. Marra, F. Romeo, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **227**, 1291–1294 (2018)
9. A zero-dimensional topologically nontrivial state in a superconducting quantum dot, P. Marra, A. Braggio, R. Citro, *Beilstein J. Nanotechnol.* **2018**, 9, 1705-1714 (2018)
10. Controlling Majorana states in topologically inhomogeneous superconductors, P. Marra, M. Cuoco, *Phys. Rev. B* **95**, 140504(R) (2017)
11. Fractional quantization of charge and spin in topological quantum pumps, P. Marra, R. Citro, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **226**, 2781-2791

(2017)

C. 口頭発表

1. Extended quantum-mechanical supersymmetry in Majorana nanowires, APS March Meeting 2022, Chicago, USA, 14 March 2022
2. Topologically nontrivial phases induced by inhomogeneous fields in one-dimension, YITP workshop “Theoretical studies of topological phases of matter”, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Japan, 18 October 2021
3. Topologically nontrivial Andreev bound states, 1D Majorana fermions, and supersymmetry in quantum wires, CMD29 online series, mini-colloquium “Bound states in hybrid superconductor nanostructures”, online meeting, 29 June 2021
4. Topological superconductors with periodically modulated magnetic fields Andreev vs Majorana bound states, and emergent supersymmetry, APS March Meeting 2021, Chicago, USA, 17 March 2021
5. Topological nontrivial Andreev bound states, double dimensionality, and synthetic dimensions, University of Salerno, Italy, 13 January 2020
6. Topologically nontrivial Andreev bound states, CMD2020GEFES, Madrid, Spain, 1 September 2020
7. The Hofstadter model, fractality, and topology, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Komaba, Tokyo, Japan, 18 December 2019
8. Topological nontrivial Andreev bound states, double dimensionality, and synthetic dimensions, Kyoto University, Japan, 21 August 2019
9. Topological states of matter induced by spatially modulated fields, Keio University, Yokohama, Japan, 17 April 2019
10. Decoherence of Majorana bound states by electron-phonon interaction, 18th RIKEN Interdisciplinary Exchange/Discovery Evening, RIKEN, Saitama, Japan, 1 March 2019
11. Electron-phonon coupling in superconducting nanowires, 4th SuperFox conference on Superconductivity and Functional Oxides, University of Salerno, Italy, 14 September 2018
12. Fractional quantization of the charge and spin transport in 1D quantum pumps, 16th RIKEN Interdisciplinary Exchange/Discovery Evening, RIKEN, Saitama, Japan, 11 November 2017

博士課程学生 (Doctoral Course Students)

学振 DC1, DC2 : 日本学術振興会・特別研究員 DC

F MSP コース生 : 数物フロンティア・リーディング大学院プログラムコース生

☆ 3 年生 (Third Year)

浅香 猛 (ASAKA Takeru)

A. 研究概要

地震定理を曲面に付随するクラスター代数を用いて表した形より、他のクラスター代数についても同様の定理が成立するか考え、有限型のクラスター代数について成立することを示した。また、Dehn ツイストに関する地震変形についてはクラスター代数の c -ベクトルおよび F -多項式との関係も得られた。これらは東北大学の石橋典氏と狩野隼輔氏との共同研究に基づく。By the

representation of the earthquake theorem with cluster algebras of surface type, we show this theorem for cluster algebras of finite type. We get the relation between the earthquake deformation with respect to Dehn twist and c -vector and F -polynomial. This is done with Tsukasa Ishibashi and Shunsuke Kano.

C. 口頭発表

1. Earthquake maps of a once-punctured torus, 東京工業大学理学院, 2018, 4 月
2. Earthquake maps of a once-punctured torus, 早稲田大学教育学部, 2018, 4 月
3. Earthquake theorem of cluster algebras of finite type, Korea Institute for Advanced Study, 2022, 1 月
4. クラスター代数と地震変形, 東北大学理学部, 2022, 2 月

飯田 暢生 (IIDA Nobuo)

(学振 DC1)

A. 研究概要

筆者の研究の主題は、ゲージ理論とシンプレクティック構造・コンタクト構造である。

ゲージ理論とは、可微分多様体上でゲージ対称性とよばれる無限次元の対称性を持つ非線形 PDE を考察する理論であり、その PDE の解析を通してその多様体の幾何学を調べることが盛んに行われてきた。ゲージ理論は物理学に由来し、現在は数理学の多岐にわたる分野と接点を持つものであるが、特に筆者が研究しているのは主に、3, 4 次元多様体上の Seiberg-Witten 方程式および ASD 方程式である。これらの PDE は、3, 4 次元多様体の微分トポロジーを調べる道具として、重要な役割を果たしてきた。

他方、シンプレクティック構造・コンタクト構造は、可微分多様体上の幾何構造であり、それぞれ、シンプレクティック形式、コンタクト形式とよばれる微分形式を用いて記述できる。シンプレクティック構造は偶数次元多様体上で定義される幾何構造であり、物理学の解析力学に由来する。コンタクト構造は奇数次元多様体上で定義される幾何構造であり、シンプレクティック多様体の中の余次元 1 部分多様体がある性質を満たすとき、その上に誘導されるコンタクト構造はその典型例である。また、連結和のような、余次元 1 部分多様体に沿った多様体の切り貼りをシンプレクティック構造込みで行う際に、コンタクト構造はシンプレクティック構造の「のりしろ」としての役割を担うことができる。

Seiberg-Witten 方程式は、4 次元多様体上のシンプレクティック構造および 3 次元多様体上のコンタクト構造と密接な関係を持つ。Seiberg-Witten 方程式の解のゲージ同値類の数え上げにより、Seiberg-Witten 不変量とよばれる閉 4 次元多様体の整数値不変量が定義される。これはシンプレクティック 4 次元多様体に対しては非自明となることが Taubes によって証明された。この結果は、シンプレクティック構造を用いて、Seiberg-Witten 方程式の解を明示的に構成することができるという事実に基づく。また、これをはじめとする Taubes の仕事に端

を発し, Kronheimer-Mrowka は, 境界にコンタクト構造を持つ 4 次元多様体に対し, Seiberg-Witten 不変量の変種として, 整数値不変量を定義した. 後に, モノポール Floer ホモロジーとよばれる Seiberg-Witten 不変量の (3+1) TQFT 化が Kronheimer-Mrowka によって確立され, その枠組みの中で Kronheimer-Mrowka-Ozsváth-Szabó により, コンタクト閉 3 次元多様体の不変量が定式化された. この不変量は, モノポールコンタクト不変量とよばれ, 上の Kronheimer-Mrowka の不変量から, コンタクト構造の情報を抽出したものと見ることができる.

筆者は, 修士論文において, 境界にコンタクト構造を持つ 4 次元多様体に対する Kronheimer-Mrowka の不変量を, Bauer-Furuta の有限次元近似の方法により, ホモトピー版として精密化した不変量を構成した. また, Anubhav Mukherjee 氏, 谷口正樹氏との共同研究においてこの不変量の幾何学的応用を与えた. また, 谷口正樹氏との共同研究において, Manolescu の Seiberg-Witten Floer ホモトピー型の枠組みにおいて, モノポールコンタクト不変量のホモトピー版も構成した. 現在, 今野北斗氏, Anubhav Mukherjee 氏, 谷口正樹氏との共同研究において, Kronheimer-Mrowka の不変量の, 境界にコンタクト構造が与えられた 4 次元多様体の族に対するバージョンを構成し, その応用を与えるという研究を行っている. また, ASD 方程式の様々なゲージ群に対する考察や, シンプレクティック, コンタクト構造との関係についての考察も行っている.

The main topics of the author's research are gauge theory and symplectic, contact structures.

Gauge theory is a theory to study non linear PDEs with infinite dimensional symmetries on differentiable manifolds. Geometry of the manifolds has been intensively studied through analysis of such PDEs. Gauge theory has its origin in physics and now has a lot of connections with various fields of mathematics. Among those, the author mainly studies Seiberg-Witten equation and ASD equation on 3- and 4-manifolds. These PDEs have played an

important role in studies of differentiable topology of 3 and 4-manifolds.

On the other hand, symplectic and contact structures are geometric structures on differentiable manifolds and these can be described using differential forms called "symplectic forms" and "contact forms" respectively. Symplectic structure is a structure that can be defined on even dimensional manifolds and it has its origin in mechanics in physics. Contact structure is a structure that can be defined on odd dimensional manifolds. A typical example is the contact structure induced on a codimension 1-submanifold in a symplectic manifold satisfying some properties. Contact structure can play a role of "glue" for symplectic structures when we do some cut-and-paste operations (such as connected sum) for symplectic manifolds.

Seiberg-Witten equation is closely related to symplectic structures on 4-manifolds and contact structures on 3-manifolds. An integer valued invariant for closed 4-manifolds called "Seiberg-Witten invariant" is defined by counting the number of gauge equivalence classes of solutions to Seiberg-Witten equation. Taubes proved that this invariant is non-trivial for symplectic 4-manifolds. This result is based on the fact that we can explicitly construct a solution of the Seiberg-Witten equation using symplectic structure. Stimulated by Taubes's works starting from this, Kronheimer and Mrowka constructed an integer-valued invariant for 4-manifolds with contact boundary, which is a variant Seiberg-Witten invariant. Later, a (3+1)-TQFT type extension of Seiberg-Witten invariant called monopole Floer homology is established and in that framework, Kronheimer-Mrowka-Ozsváth-Szabó constructed an invariant for contact structures on closed 3-manifolds, which is called the monopole contact invariant. We can regard that this invariant extracts information on contact structure from Kronheimer-Mrowka's invariant above.

The author constructed a refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary using Bauer-Furuta's method of finite dimensional approximation in his master thesis. In a joint work with Anubhav Mukherjee and Masaki Taniguchi, the author gave geometric applications of this invariant. In a joint work with Masaki Taniguchi, the author constructed a homotopy version of the monopole contact invariant. Now the author is studying family version of Kronheimer-Mrowka's invariant and its applications with Hokuto Konno, Anubhav Mukherjee and Masaki Taniguchi. The author is studying ASD equations for various gauge groups and their relations to symplectic and contact structures.

B. 発表論文

1. Nobuo Iida : "A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary", Algebraic & Geometric Topology Volume 21 issue 7 (2021) 3303-3333,
2. Nobuo Iida and Masaki Taniguchi : "Seiberg-Witten Floer homotopy contact invariant", Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica Combinatorics, Geometry and Topology, Volume 58 (2021): Issue 4 (Dec 2021) 505-558.
3. Nobuo Iida, Anubhav Mukherjee and Masaki Taniguchi "An adjunction inequality for Bauer-Furuta type invariants, with application to sliceness and 4-dimensional topology", arXiv:2102.02076 , preprint.
4. A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, 関西ゲージ理論セミナー, 京都大学, 2019年7月.
5. A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, Floer Homotopy Theory and Low-Dimensional Topology, アメリカ合衆国, オレゴン大学, 2019年8月.
6. A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, 4次元トポロジー, 大阪大学, 2019年11月.
7. A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, トポロジー金曜セミナー, 九州大学, 2020年1月.
8. Seiberg-Witten Floer homotopy contact invariant, International Workshop on 4-Manifold Theory and Gauge Theory, オンライン, 2020年11月.
9. Seiberg-Witten Floer homotopy contact invariant, The 16th East Asian Conference on Geometric Topology, オンライン, 2021年1月.
10. Seiberg-Witten Floer homotopy and contact structures, トポロジー火曜セミナー, 東京大学, オンライン, 2021年10月.

口頭発表

1. A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, Kyoto Young Topologists seminar, 京都大学数理解析研究所, 2019年2月.
2. A Bauer-Furuta type refinement of

岡本 潤 (OKAMOTO Jun)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

本年度は昨年度に引き続き, 多結晶構造を記述する Kobayashi-Warren-Carter エネルギーの特異極限問題について取り扱った。昨年度は界面集合が滑らかな場合における Kobayashi-Warren-Carter エネルギーの特異極限を考察したが, 本年度は界面が一般の Countably $(N-1)$ -rectifiable set の場合で考察をした。特異極限として取り扱う位相として新たに「スライス-グラフ収束」という収束概念を導入した。スライス-グラフ収束

とは、球面上稠密な方向の切り口において、ほとんど全ての位置でグラフ収束するというものである。この収束概念は、1次元領域における Γ -収束の結果を多次元領域に援用する Slicing method を用いるのに適合しており、Kobayashi-Warren-Carter エネルギーの多次元領域における Γ -収束先を明示的に求めることに成功した。この特異極限として得られたエネルギー汎関数は、最小元のジャンプの幅に対して凹である関数を最小化するという顕著な性質を持っていることも示された。

We consider the singular limit problem of a single-well Modica-Mortola energy and the Kobayashi-Warren-Carter energy. In this study, We introduce a new convergence concept called sliced graph convergence. Sliced graph convergence is, roughly speaking, graph convergence in almost every slice line for dense direction. This is because the method used to show Γ -convergence in multi-dimensional domains, called the "slicing method," is also used for finer topology. The energy functional obtained as this singular limit is also shown to have the remarkable property of a minimizing function that is concave concerning the strength of jumps of a function.

B. 発表論文

1. Yoshikazu Giga, Jun Okamoto, Masaaki Uesaka, "A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications to the Kobayashi-Warren-Carter energy", *Advances in Calculus of Variations*, DOI : 10.1515/acv- 2020-0113, (2021).
2. Jun Okamoto, "Random discretization of O'Hara knot energy", *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, Vol.30, pp.507-520, (2021).

C. 口頭発表

1. ランダムなデータサンプル上の Total Variation によるグラフカット, データ分離問題の基礎と新展開, 東京大学, 2018 年

12月.

2. O'Hara エネルギーのランダムな離散化と連続極限, 岡山確率論セミナー, 岡山大学, 2019 年 2 月.
3. Random discretization of O'Hara knot energy, 第 20 回北東数学解析研究会 (ポスター発表), 東北大学, 2019 年 2 月.
4. Random discretization of O'Hara knot energy, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2019 年 3 月.
5. Random discretization of O'Hara knot energy, 日本数学会 2019 年度年会, 東京工業大学, 2019 年 3 月.
6. O'Hara エネルギーのランダムな離散化と連続極限, 東京確率論セミナー, 慶応大学, 2019 年 5 月.
7. Random discretization of O'Hara knot energy, Viscosity solution approach to asymptotic problems in front propagation, dynamical system and related topics, RIMS, 2019 年 7 月.
8. O'Hara エネルギーのランダムな離散化と連続極限, 第 41 回発展方程式若手セミナー, 2019 年 8 月.
9. Random discretization of O'Hara knot energy, *Geometry and Probability 2019*, 大阪大学, 2019 年 9 月.
10. O'Hara エネルギーのランダムな離散化と連続極限, 日本数学会 異分野・異業種研究交流会 (ポスター発表), 東京大学, 2019 年 10 月.
11. Random discretization of O'Hara knot energy 関西確率論・NLPDE 合同セミナー, 京都大学, 2020 年 1 月.
12. Kobayashi-Warren-Carter エネルギーの微細な特異極限, 偏微分方程式セミナー, 北海道大学, 2020 年 11 月.
13. A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications to the Kobayashi-Warren-Carter energy, 第 22 回北東数学解析研究会 (ポスター発表), 東北大学, 2021 年 2 月.
14. A finer singular limit of a single-well

Modica-Mortola functional and its applications to the Kobayashi-Warren-Carter energy, 数理解析若手交流会, オンライン開催, 2021 年 11 月.

15. A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications to the Kobayashi-Warren-Carter energy, 第 23 回北東数学解析研究会 (ポスター発表), 北海道大学, 2022 年 2 月.

E. 修士・博士論文

1. (博士) 岡本 潤 (OKAMOTO Jun): Convergence of some non-convex energies under various topology.

G. 受賞

1. 東京大学大学院数理科学研究科研究科長賞, 2019 年 3 月.
2. 日本数学会 異分野・異業種研究交流会 2019, ベストポスター発表, 2019 年 10 月.
3. 第 23 回北東数学解析研究会, 優秀ポスター賞, 2022 年 2 月.

沖 泰裕 (OKI Yasuhiro)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

志村多様体の数論幾何および関連する整数論を中心に研究を行っている. 今年度は, 有理数体 \mathbb{Q} 上の連結簡約代数群の弱近似について分析した.

G を \mathbb{Q} 上の連結簡約代数群とする. p を素数とし, K_p を $G(\mathbb{Q}_p)$ の parahoric 部分群とする. このとき, $G(\mathbb{Q}_p)$ が $G(\mathbb{Q})$ および K_p によって生成されるか, という問題 $(A_{G,p})$ を考察する. G がトーラスのとき, これは Bruhat-Colliot-Thélène-Sansuc-Tits によって提唱された問題の精密化である. 今年度は, 以下の結果を得た.

- (1) L を CM 体, L^+ を L の最大総実部分体とするとき, T_{L/L^+} を $\text{Res}_{L/\mathbb{Q}}G_m$ の部分トーラスで L/L^+ のノルムによる像が G_m に含まれるような元からなるものとする. L/\mathbb{Q} がアーベル拡大のとき, $(A_{T_{L/L^+},p})$ の成否は前年度に得られた結果と

全く同様であることを示した. 一方, L/\mathbb{Q} の拡大次数が 6 以下ならば $(A_{T_{L/L^+},p})$ は肯定的であることを証明した. さらに, これらの結果を, 奇数変数 CM ユニタリ群に対する志村多様体の連結成分からなる集合への p と互いに素な Hecke 作用の研究へ応用した.

- (2) G が \mathbb{Q}_p の有限次 Galois 拡大体 F で分裂し, F/\mathbb{Q}_p は完全分岐または Galois 群のすべての Sylow 部分群が巡回群であるとする. このとき, $(A_{G,p})$ が肯定的であることを証明した. これは, Colliot-Thélène-Suresh によって得られた, Bruhat-Colliot-Thélène-Sansuc-Tits によって挙げられた問題が肯定的であるための判定法の部分的な一般化である. さらに, $p > 2$ かつ G が D^H 型の Hodge 型志村データに現れる代数群の場合にも $(A_{G,p})$ が肯定的であることを示した.

I study arithmetic geometry on Shimura varieties and related arithmetic. In this year, I analyzed the weak approximation on reductive connected groups over the rational number field \mathbb{Q} .

Let G be a reductive connected groups over \mathbb{Q} . Let p be a prime number and K_p a parahoric subgroup of $G(\mathbb{Q}_p)$. Then we consider the question $(A_{G,p})$ of whether $G(\mathbb{Q}_p)$ is generated by $G(\mathbb{Q})$ and K_p . If G is a torus, this is a precision of the question proposed by Bruhat-Colliot-Thélène-Sansuc-Tits. In this year, I obtained the following.

- (1) Let L be a CM field, and L^+ the maximum totally real subfield of L . We denote by T_{L/L^+} the subtorus of $\text{Res}_{L/\mathbb{Q}}G_m$ consisting of elements whose image under the norm map of L/L^+ is contained in G_m . If L/\mathbb{Q} is abelian, then I proved that whether or not $(A_{T_{L/L^+},p})$ holds is the same as my result obtained in the last year. On the other hand, I gave a proof of the assertion that $(A_{T_{L/L^+},p})$ is affirmative if the degree of L/\mathbb{Q} is less than or equal to 6. Moreover, I applied these results to a study on the prime-to- p Hecke actions on the sets of connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables.

(2) Assume that G splits over a Galois extension field F of \mathbb{Q}_p such that F/\mathbb{Q}_p is totally ramified or all Sylow subgroups of its Galois group are cyclic. Then I proved that $(A_{G,p})$ is affirmative. This is a partial generalization of the affirmative criteria for the question raised by Bruhat–Colliot–Thélène–Sansuc–Tits, which are obtained by Colliot–Thélène–Suresh. Furthermore, I also gave the positivity of $(A_{G,p})$ in the case $p > 2$ and G is the algebraic group appearing in some Shimura datum of Hodge type D^H .

B. 発表論文

1. Y. Oki, *On supersingular loci of Shimura varieties for quaternionic unitary groups of degree 2*, *manuscripta math.* **167** (2022), 263–343.
2. Y. Oki, *On the supersingular locus of the Shimura variety for $GU(2, 2)$ over a ramified prime*, arXiv:2002.01158.
3. Y. Oki, *Notes on Rapoport–Zink spaces of Hodge type with parahoric level structure*, arXiv:2012.07076.
4. Y. Oki, *Rapoport–Zink spaces for spinor groups with special maximal parahoric level structure*, arXiv:2012.07078.
5. Y. Oki, *On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables*, arXiv:2104.13086.
4. On the supersingular locus of the Shimura variety for $GU(2, 2)$ over a ramified prime, *Arithmetic Geometry and Representation Theory*, 富山県民会館, 2019年12月.
5. Basic loci of some Shimura varieties for unitary groups in four variables over a ramified prime, *East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics*, 東京大学 Kavli IPMU, 2020年1月.
6. On basic loci of Shimura varieties for spinor groups, *代数的整数論とその周辺*, 京都大学数理解析研究所, 2020年11, 12月.
7. スピノル群に対する志村多様体の basic locus について, 第2回神戸整数論ミニワークショップ, 神戸大学, 2021年2月.
8. On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables, 第20回広島仙台整数論集会, 広島大学, 2021年7月.
9. 有理数体上のトーラスの弱近似に関する問題, 日本数学会秋季総合分科会, 千葉大学, 2021年9月.
10. 奇数変数 CM ユニタリ群に対する連結成分について, 九州代数的整数論 2021 夏 on Zoom, 九州大学, 2021年9月.
11. On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables, *Berkeley–Tokyo workshop on Number theory and Arithmetic geometry*, 東京大学, 2022年3月.

C. 口頭発表

1. On supersingular loci of Shimura varieties for quaternion unitary groups of degree 2, *代数学コロキウム*, 東京大学, 2019年5月.
2. On supersingular loci of Shimura varieties for quaternion unitary groups of degree 2, *Workshops on Shimura varieties, representation theory and related topics*, 北海道大学, 2019年7月.
3. On some moduli spaces of supersingular QM abelian 4-folds, *Supersingular abelian varieties and related arithmetic*, 名古屋大学, 2019年9, 10月.

G. 受賞

1. 2018年度数理科学研究科長賞

亀岡 健太郎 (KAMEOKA Kentaro)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年度は2つの成果をあげた。1つ目はシュタルクハミルトニアン共鳴の複素吸収ポテンシャル法による特徴づけの証明である。私が以前に

導入した錐集合の外での作用素の複素変形を用いて証明した。2つ目は離散シュレーディンガー作用素の固有関数の指数減衰に関するものである。半古典的設定でフィンスラー計量を用いて固有関数のアグモン評価を示した。ただし Klein-Rosenberger (2008) が既に違う議論で特別な場合に同様のことを示していたことが後に分かった。また半古典でない標準的設定での離散シュレーディンガー作用素の固有関数の遠方での非等方的な最良な指数減衰も示した。

I obtained two results in this year. The first is the proof of the characterization of resonances of Stark Hamiltonians by the complex absorbing potential method. I proved this result using the complex distortion outside a cone, which I introduced in a previous work. The second is on the exponential decay of eigenfunctions of discrete Schrödinger operators. In a semiclassical setting, I showed the Agmon estimate for eigenfunctions using a Finsler metric. It turned out later that a similar result was already obtained by Klein-Rosenberger (2008) in a special case by a different argument. I also proved the optimal anisotropic exponential decay at infinity of eigenfunctions of discrete Schrödinger operators in the non-semiclassical standard setting.

B. 発表論文

1. K. Kameoka : “Remarks on Semiclassical Wavefront Set”, *Funkcialaj Ekvacioj*, 64-2 (2021), 189-198.
2. K. Kameoka : “Semiclassical study of shape resonances in the Stark effect”, *J. Spectr. Theory*, 11-2 (2021), 677-708.
3. K. Kameoka and S. Nakamura : “Resonances and viscosity limit for the Wigner-von Neumann-type Hamiltonian”, *Pure and Applied Analysis* 2-4 (2020), 861-873.
4. 亀岡 健太郎 : “数え上げ擬結晶と非結晶性指数”, *数理科学実践研究レター* 2021-13.
5. K. Kameoka : “Complex absorbing potential method for Stark resonances”, *J.*

Math. Phys. 63-2 (2022), 022103.

6. K. Kameoka : “Semiclassical analysis and the Agmon-Finsler metric for discrete Schrödinger operators”, arXiv:2108.11078.

C. 口頭発表

1. Semiclassical shape resonances for the Stark Hamiltonian, 学習院大学スペクトル理論セミナー, 学習院大学, 2019年6月.
2. Semiclassical shape resonances for the Stark Hamiltonian, 作用素論セミナー, 京都大学, 2019年11月.
3. Semiclassical shape resonances for the Stark Hamiltonian, スペクトル・散乱那覇シンポジウム, 沖縄県市町村自治会館, 2020年1月.
4. Resonances and complex absorbing potential method for the Wigner-von Neumann type Hamiltonian, 作用素論セミナー, 京都大学 (オンライン), 2021年1月.
5. Resonances and complex absorbing potential method for the Wigner-von Neumann type Hamiltonian, 偏微分方程式姫路研究集会 (オンライン), 2021年3月.
6. Resonances and complex absorbing potential method for the Wigner-von Neumann type Hamiltonian, Séminaire EDP-PM, LAGA, Institut Galilée, Université Sorbonne Paris Nord, France (オンライン), 2021年3月.
7. Discrete Schrödinger operators and Finsler metric, スペクトル・散乱理論とその周辺, RIMS (オンライン), 2021年12月.

G. 受賞

2019年3月 数理科学研究科長賞, 東京大学大学院数理科学研究科

河上 龍郎 (KAWAKAMI Tatsuro)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年度はまず正標数の対数的標準因子が巨大でない曲面に対し Bogomolov-Sommese 消滅定理を示し、その応用として、対数的小平次元が非負な対数的滑らかな曲面が十分大きい標数で Witt 環に持ち上げ可能であることを証明した (論文 5). 小平次元が非負な滑らかな曲面は標数が 5 以上で Witt 環に持ち上げ可能であることがよく知られているが、上記の結果はこの対数版と見なすことができる。前年度の研究 (論文 3) などにより、特異点を持つ曲面の持ち上げ可能性を考える際は、曲面そのものの持ち上げ可能性よりも、対数的特異点解消とその例外因子の対の持ち上げ可能性を考える“対数的持ち上げ可能性”の方が、多くの場合で適切であることがわかった。論文 5 の結果より、標準因子の飯高次元が非正な曲面は十分大きい標数で $W(k)$ に対数的持ち上げ可能であることがわかる。

さて、この対数的持ち上げ可能性には標数と標準因子の飯高次元に関するの仮定が必須であるが、 F 分裂な曲面を扱う際はこれらの仮定は不要であると予想される。実際、滑らかな F 分裂曲面は Witt 環に持ち上げ可能であることが知られている。今年度は、Bernasconi 氏、Brivio 氏、Witaszek 氏との共同研究 (論文 6) の中で、すべての F 分裂曲面は、 $W(k)$ に対数的持ち上げ可能であることを証明した。

In this year, I proved the Bogomolov-Sommese vanishing theorem for a log canonical projective surface whose log canonical divisor is not big, and as an application, I showed that a log smooth projective surface of non-positive log Kodaira dimension lifts to the ring $W(k)$ of Witt vector in large characteristic (Paper 5). It is well-known that a smooth projective surface of non-positive Kodaira dimension lifts to $W(k)$ when the characteristic is bigger than five, and the above result can be seen as a log version of this fact. By research in the previous year (Paper 3), when we treat a singular surface,

it is often more suitable to consider “log liftability”, a liftability of a pair of a log resolution and its exceptional divisor than that of a surface itself. By results in Paper 5, we can see that a normal projective surface whose canonical divisor has non-positive Iitaka dimension is log liftable to $W(k)$ in large characteristic.

For the log liftability, we need the assumptions of the characteristic and the Iitaka dimension of the canonical divisor, but this is expected to be unnecessary when we treat a “global F -splitting” surface. Indeed, every smooth globally F -split projective surface lifts to $W(k)$. In this year, I prove that every globally F -split surface is log liftable to $W(k)$ in joint work with Bernasconi, Brivio, and Witaszek (Paper 6).

B. 発表論文

1. T. Kawakami, Bogomolov-Sommese type vanishing for globally F -regular threefolds, *Math. Z.* **299**(3)(2021), pp. 1821–1835.
2. T. Kawakami, On Kawamata-Viehweg type vanishing for three dimensional Mori fiber spaces in positive characteristic, *Trans. Amer. Math. Soc.* **374**(2021), pp. 5697–5717.
3. T. Kawakami and M. Nagaoka, Pathologies and liftability of Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic, to appear in *Math. Z.*
4. T. Kawakami and M. Nagaoka, Classification of Du Val del Pezzo surfaces of Picard rank one in positive characteristic, preprint, arXiv:2012.09405.
5. T. Kawakami, Bogomolov-Sommese vanishing and liftability for surface pairs in positive characteristic, preprint, arXiv:2108.03768.
6. F. Bernasconi, I. Brivio, T. Kawakami, J. Witaszek, On the log liftability of globally F -split surfaces over the Witt vectors, preprint.

C. 口頭発表

1. Bogomolov–Sommese type vanishing theorem on globally F -regular threefolds(ポスター), 城崎代数幾何学シンポジウム, 城崎国際アートセンター, October 21–25, 2019.
2. Bogomolov–Sommese vanishing theorem on smooth Fano threefolds and its applications, ファノ多様体及び関連する代数幾何学, 九州大学, November 13–15, 2019.
3. Bogomolov–Sommese type vanishing for globally F -regular 3-folds, Singularities and Arithmetics, 東北大学, February 17–20, 2020.
4. On liftability of Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic, 特異点セミナー, 日本大学 (Zoom 開催), September 2, 2020.
5. Pathologies on Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic, 東大京大代数幾何セミナー, Zoom 開催, October 7, 2020.
6. On liftability of Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic(ポスター), 城崎代数幾何学シンポジウム, Zoom 開催, October 21, 2020.
7. Bogomolov–Sommese vanishing and liftability for surface pairs in positive characteristic, Algebraic Geometry Seminar, the University of Utah, アメリカ (Zoom 開催), March 9, 2021.
8. On liftability of log surfaces in positive characteristic, 城崎代数幾何学シンポジウム, Zoom 開催, October 28, 2021.
9. Quasi F -splitting and del Pezzo surfaces, NTU-UTokyo Bilateral Meeting, 台湾 (Zoom 開催), December 9–10, 2021.
10. 準 F 分裂と del Pezzo 曲面, 九大代数学セミナー, 九州大学, December 20, 2021.

郷田 昌稔 (GODA Masatoshi)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

1. Hawkes 過程の漸近展開と最尤推定量への応用

1次元指数型 Hawkes 過程の汎関数の分布の漸近展開に関する理論を構築した。その重要な応用として、1次元指数型 Hawkes 過程の最尤推定量の誤差分布に対して2次項までの漸近展開を与えた。さらに、Rを用いて数値シミュレーションを行い、上記の理論の有用性の確認とブートストラップ法との比較を行なった。

2. 多変量 Hawkes 過程によるウェブサイトへの投稿の解析

スパースな構造を持つ多変量指数型 Hawkes 過程を用いて、ウェブサイトにおける複数のグループ間でのテキスト投稿の時間間隔をモデル化する方法を提案した。この際にパラメータの推定方法として擬似最尤推定量と L^1 罰則項付き擬似最尤推定量を組み合わせた方法を導入した。実例として、性別に関連する不満を集めたデータを扱い、年齢と性別でユーザーを12のグループに分類し、各グループ間における不満の伝搬の様子を多変量指数型 Hawkes 過程により定量化した。

3. 一般化指数型マーク付き Hawkes 過程のスパース推定

局外パラメータが存在し、パラメータの真値がパラメータ空間の境界で実現し得る場合に P-O (Penalized Method to Ordinary Method) 推定がオラクル性を満足する十分条件を与え、適当な仮定の下で変数が正しく選択される確率を評価した。その重要な応用として、一般化指数型マーク付き Hawkes 過程の P-O 推定量がオラクル性を満足する事を証明し、変数が正しく選択される確率を評価した。さらに、幾つかの重要な例について、Pythonを用いて数値シミュレーションを上記の理論の有用性の確認と従来の手法との比較を行なった。

4. トピックでマークされた Hawkes 過程の Twitter データへの応用

ウェブサイトにおける複数のグループ間でのテキスト投稿の時間間隔の数理モデルとして、潜在的 Dirichlet 配分法を用いて、文章に含まれる各

トピックの割合をマークとして設定した一般化指数型マーク付き Hawkes 過程を提案した。このモデルにより、過去の投稿内容が次の投稿の発生確率に与える影響の定量化を可能とした。実例として、2020年2月1日–2020年9月27日における米国、中国、英国の各大使館のツイッターアカウントによるツイートの時間間隔をモデル化した。解析結果から、Covid-19に関連するツイートが各国のツイートを相互に誘発させている事が確認された。

1. Hawkes process and Edgeworth expansion with application to MLE

I provided a rigorous mathematical foundation of the theory for the higher-order asymptotic behaviour of the one-dimensional Hawkes process with an exponential kernel. As an important application, I gave the second-order asymptotic distribution for the maximum likelihood estimator of the exponential Hawkes process. Finally, by using R, numerical simulations were given to confirm the usefulness of the above theory and to compare it with the bootstrap method.

2. Multivariate Hawkes process analysis of posts on a web service

We proposed a method for the modelling of propagation of text data in website space among some groups by using a multivariate Hawkes process with a sparse structure. For estimation, we introduced a hybrid method using the quasi-maximum likelihood estimator (QMLE) and the L^1 -penalized QMLE. As a real example, we investigated posts on a web service about uncomfortable gender experiences, which were classified into 12 groups by user's age and sex, and we calculated the magnitude of the correlation between each group.

3. Sparse estimation for generalized exponential marked Hawkes process

I established a framework for the penalized method to ordinary method (P-O) estimation when there might be nuisance parameters, and

the true value of the parameter might be at the boundary of the parameter space. In particular, I gave sufficient conditions for the oracle properties and evaluated the probability of the correct variable selection. As an important application, I established a sparse estimation method for the generalized exponential marked Hawkes process by the P-O estimator. Finally, by using Python, numerical simulations were given for several important examples and compared with the classical methods.

4. Hawkes process marked with topic and its application to Twitter data

We proposed a method to model propagation of text data in website space among some groups by using a generalized exponential marked Hawkes process where we set the proportion of each topic as marks by Latent Dirichlet Allocation. By this model, we can quantify the impact of each topic of past tweets on the probability of the occurrence of the next tweet. As a real example, we modelled the time intervals of tweeting by the United States, Chinese, and British embassies' accounts from 1st February to 27th September 2020 by the Hawkes process marked with topic. We see that, for example, the topic related to Covid-19 in a tweet excites future tweeting among all accounts.

B. 発表論文

1. M. Goda : “Hawkes process and Edgeworth expansion with application to maximum likelihood estimator”, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, **24** (2021) 277–325.
2. M. Goda, R. Yano and T. Mizuno : “Multivariate Hawkes process analysis of posts on a web service about uncomfortable gender experiences”, *Journal of Complex Networks*, **9** (2021).
3. M. Goda : “Sparse estimation for generalized exponential marked hawkes process”, arXiv 2107.14004 (2021)
4. M. Goda, T. Mizuno and R. Yano :

“Hawkes process marked with topic and its application to Twitter data analysis”, COMPLEX NETWORKS 2021 Book of Abstracts, (2021)

C. 口頭発表

1. Hawkes process and Edgeworth expansion with application to Maximum Likelihood Estimator, 統計数学セミナー, 数理科学研究科棟, 2020年4月.
2. Hawkes 過程のエッジワース展開と最尤推定量への応用, 2020年度統計関連学会連合大会, オンライン開催, 2020年9月.
3. Multivariate Hawkes process analysis of posts on a web service about uncomfortable gender experiences, IDR ユーザーフォーラム 2020, オンライン開催, 2020年11月.
4. Marked Hawkes process and sparse estimation, the 4th International Conference on Econometrics and Statistics, 中国(オンライン開催), 2021年6月.
5. Hawkes process marked with topic and its application to Twitter data analysis, COMPLEX NETWORKS 2021, スペイン(オンライン開催), 2021年12月.

G. 受賞

平成 31 年 数理科学研究科長賞受賞

佐藤 謙 (SATO Ken)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

代数体に対してレギュレーターと呼ばれる値が定義され, Dirichlet の類数公式を通じて, ゼータ関数の特殊値や類数などの数論的に重要な量と結びつくことが古典的に知られている. Beilinson によりレギュレーターの構成は一般化され, 代数多様体のモチヴィックコホモロジーから Deligne コホモロジーへの写像として定義されるようになった. このレギュレーター写像による元の値は, 多様体のモチーフの L 関数の特殊値の無理数部分と関連することが期待されているが, 予想が成り立つことが確かめられているケースは数少ない.

ただし, これらの背景から, レギュレーターの値に現れる特殊関数は与えられた代数多様体の数論的, 幾何的性質と深く関連すると期待されており, 実際, レギュレーター写像の値には超幾何関数, ポリログ関数などの興味深い特殊関数の特殊値が現れることが知られている. 私は特に $K3$ 曲面族のレギュレーター写像の値として現れる特殊関数に注目して研究している. 私は楕円曲線の直積に付随する Kummer 曲面の族 $\mathcal{X} \rightarrow T$ の上のあるモチヴィックコホモロジーの元の族のレギュレーターの値から

$$\int_{s=0}^{s=1} \int_{t=0}^{t=s} \frac{dsdt}{\sqrt{s(s-1)(s-a)t(t-1)(t-b)}} \quad (1)$$

の様な a, b に関する多値正則関数が現れることを示した. この表示から, $K3$ 曲面の周期を考えることで, 構成したモチヴィックコホモロジーの元の族は, 十分一般場合トーションとなっていないこともわかる. 本年度は上記の $K3$ 曲面族 $\mathcal{X} \rightarrow T$ の「族としての自己同型」, およびその自己同型のモチヴィックコホモロジーの元の族への作用について研究した. 「族としての自己同型」とは, 底空間 T と全体空間 \mathcal{X} の自己同型のペアで, $\mathcal{X} \rightarrow T$ を保つようなものであり, モジュライ空間上の普遍族および関手の自己同型から得られるものが典型的である. 本年度はこのような「族としての自己同型」が, 巡回被覆, 底変換, ブローアップなどの幾何学的な操作に対してどう振る舞うかを考察し, 一般的な結果を得, その応用として $K3$ 曲面族 $\mathcal{X} \rightarrow T$ の「族としての自己同型」およびそのモチヴィックコホモロジーの元の族への作用に関する詳細な結果を得た. また, その結果として, (1) の特殊関数に関する多くの関係式が得られた. 今後, 他の多様体の族についても「族としての自己同型」およびその自己同型のモチヴィックコホモロジーの元の族への作用を考えることで, 上記のような周期として現れる特殊関数の関係式を得るのが目標である.

Beilinson defined regulator maps from motivic cohomology of algebraic varieties to Deligne cohomology. It is conjectured that values of regulator relate to values of L -function of motives if varieties are smooth projective and defined

over \mathbb{Q} . Though there are few cases that the conjecture is true, the special functions appearing in the value of the regulator map seem to have a deep connection with arithmetic and geometric properties of the given algebraic varieties. In fact, many interesting functions such as hypergeometric functions or polylogarithm functions appear in the value of the regulator maps. I study the special functions appearing in the values of the regulator map on the $K3$ surface families. I constructed explicitly certain family of elements in motivic cohomology of the family of Kummer surfaces $\mathcal{X} \rightarrow T$ associated with products of elliptic curves and showed that their values via the regulator map is a multi-valued holomorphic function about a, b having an integral expression (1). Considering the periods of such $K3$ surface, I showed that these elements are not torsion on the very general member of this family. This year I studied “automorphisms of a family” $\mathcal{X} \rightarrow T$ and its action on the elements of the motivic cohomology. An “automorphism of a family” is a pair of an automorphism of base scheme T and an automorphism of the total space \mathcal{X} which preserves $\mathcal{X} \rightarrow T$. Typically, “automorphisms of a family” are obtained by considering a universal family of a moduli space and an automorphism of the functor. This year I studied about the behavior of “automorphisms of a family” under the geometric construction such as cyclic covering, base change and the blowing up and get general results. As an application of the general results, we obtain the specific description of “automorphisms of a family” of the $K3$ surface family and their action on elements of motivic cohomology. As a result, we have many relations about the special function in (1). My next aim is to apply these general results to other families of varieties and get relations about special functions appearing as periods of varieties.

B. 発表論文

1. Indecomposable parts of higher Chow groups of a certain type of Kummer sur-

faces, 東京大学修士論文, 2019.

2. Construction of higher Chow cycles and calculation of the regulator map, 北海道大学数学講究録 (178), 2020.
3. 等スペクトル問題を用いた cloaking device 作成へのアプローチ, 数理科学実践研究レター, 2021.

C. 口頭発表

1. Kummer 曲面上の regulator の計算, 第 12 回玉原特殊多様体研究集会, 2018 年 9 月.
2. Higher Chow groups of Kummer surfaces, 第 2 回数理新人セミナー, 2019 年 2 月.
3. Explicit calculation of values of the regulator maps on a certain type of Kummer surfaces, 代数学コロキウム, 2019 年 7 月.
4. Calculation of the regulator map, Younger generations in Algebraic and Complex geometry VI, 2019 年 8 月.
5. Construction of higher Chow cycles and calculation of the regulator on certain surfaces, Regulators in Niseko 2019, 2019 年 9 月.
6. ある種の Kummer 曲面におけるレギュレーターの計算, 北陸数論セミナー, 2019 年 10 月.

里見 貴志 (SATOMI Takashi)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私は \mathbb{R} 上の畳み込みの積分に関する (いくつかは既知の) 不等式を一般のユニモジュラー局所コンパクト群 G 上に拡張する研究を行っている. 具体的には, 次の不等式の拡張について研究している.

1. 凸関数と畳み込みの合成に関する不等式: 任意の凸関数 $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ と任意の可測関数 $\phi_1, \phi_2: G \rightarrow [0, 1]$ に対し $\int_G f \circ (\phi_1 * \phi_2)(g) dg \leq 2 \int_0^{\|\phi_1\|} f(y) dy + (\|\phi_2\| -$

$\|\phi_1\|)f(\|\phi_1\|)$ となるという不等式を発見した。これは畳み込みの L^p ノルムやエントロピーを評価する不等式を与え、 $G = \mathbb{R}$ のときに等号成立する例が存在する。さらに、この系として Brunn–Minkowski–Kemperman の不等式より強い不等式を導いた。

2. Wang–Madiman による畳み込みと再配分に関する不等式：

前述の不等式を用いて、任意の可測関数 $\phi_1, \phi_2: G \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対し $\int_G f \circ (\phi_1 * \phi_2)(g)dg \leq \int_{\mathbb{R}} f \circ (\phi_1^* * \phi_2^*)(y)dy$ が成り立つ事を示した（ここで ϕ^* は ϕ の対称減少再配分とする）。これは $G = \mathbb{R}$ の場合の Wang–Madiman の不等式の拡張にあたる。

3. (逆) Young の不等式と Hausdorff–Young の不等式の最適定数：

$1 + 1/p = 1/p_1 + 1/p_2$ をみたすような実数 $1 < p_1, p_2, p < \infty$ を固定すると、Young の不等式の最適定数 $Y(G) := \sup\{\|\phi_1 * \phi_2\|_p \mid \|\phi_1\|_{p_1} = \|\phi_2\|_{p_2} = 1\}$ は 1 以下である。Fournier は G が開かつコンパクトな部分群を持たないことと $Y(G) < 1$ が同値であることを示し、さらにこの場合の $Y(G)$ の上限が 1 未満であることを示した。私は前述の Wang–Madiman の不等式の拡張を用いて Fournier の主張を改良した。すなわち、(1) G が開かつコンパクトな部分群を持たないことと (2) G の連結成分がコンパクトでないことと (3) $Y(G) \leq Y(\mathbb{R})$ がすべて同値であることを示した。従って、Klein–Russo の結果から Hausdorff–Young の不等式の最適定数 $H(G)$ も新しい評価が与えられる。すなわち、前述の同値条件は (4) $H(G) \leq H(\mathbb{R})$ とも同値である。さらに、逆 Young の不等式でも同様の主張が成り立つことを証明した。

I am studying a generalization for any unimodular locally compact group G of inequalities (some of which are known) for the integral of the convolution on \mathbb{R} . That is, I am studying a generalization of the following inequalities.

1. An inequality for the composition of convex functions with convolutions:

I had $\int_G f \circ (\phi_1 * \phi_2)(g)dg \leq 2 \int_0^{\|\phi_1\|} f(y)dy + (\|\phi_2\| - \|\phi_1\|)f(\|\phi_1\|)$ for any convex functions $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ and any measurable functions $\phi_1, \phi_2: G \rightarrow [0, 1]$. This gives inequalities which bound L^p -norm and the entropy of the convolution. There are examples where the equality holds in the case of $G = \mathbb{R}$. As a corollary, I had a stronger version of Brunn–Minkowski–Kemperman inequality.

2. An inequality for the convolution and the rearrangement by Wang–Madiman:

By using the above inequality, I showed $\int_G f \circ (\phi_1 * \phi_2)(g)dg \leq \int_{\mathbb{R}} f \circ (\phi_1^* * \phi_2^*)(y)dy$ for any measurable functions $\phi_1, \phi_2: G \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, where ϕ^* is the symmetric decreasing rearrangement of ϕ . This is a generalization of the inequality by Wang–Madiman in a case of $G = \mathbb{R}$.

3. The optimal constants of (the reverse) Young’s inequality and the Hausdorff–Young inequality:

When real numbers $1 < p_1, p_2, p < \infty$ with $1 + 1/p = 1/p_1 + 1/p_2$ are fixed, the optimal constant $Y(G) := \sup\{\|\phi_1 * \phi_2\|_p \mid \|\phi_1\|_{p_1} = \|\phi_2\|_{p_2} = 1\}$ of Young’s inequality is not more than 1. Fournier proved that $Y(G) < 1$ holds if and only if G has no open compact groups, and furthermore, the upper bound of $Y(G)$ in this case is less than 1. I improved Fournier’s claim by using the generalization of the inequality of Wang–Madiman described above. That is, they are equivalent that (1) G has no open compact groups, (2) the connected component of G is not compact and (3) $Y(G) \leq Y(\mathbb{R})$ holds. Thus, the optimal constant $H(G)$ of the Hausdorff–Young inequality has a new bound from above by a result of Klein–Russo. That is, these conditions

are also equivalent to (4) $H(G) \leq H(R)$. Furthermore, I showed that the similar claim holds for the reverse Young's inequality.

B. 発表論文

1. T. Satomi: “算術的組み合わせ論による等質空間上のたたみ込みのスペクトル評価”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2019).
2. T. Satomi: “局所コンパクト群上のたたみ込みの L^p 収束性と Young の不等式の関係”, 京都大学数理解析研究所講究録 **2139** (2019) 136–147.
3. T. Satomi: “局所コンパクト群の畳み込みに関する Young-Beckner-Fournier の不等式の最適定数”, 表現論シンポジウム 2020 講演集 (2020) 128–139.
4. T. Satomi: “An inequality for the compositions of convex functions with convolutions and an alternative proof of the Brunn-Minkowski-Kemperman inequality”, arXiv preprint arXiv:2111.15349 (2021).

C. 口頭発表

1. 群上のたたみ込み関数の L^2 評価とグラフ理論の関係, 作用素環セミナー (世話人: 河東泰之先生), 東京大学数理科学研究科, 2019 年 4 月.
2. 群上のたたみ込みに関する Young の不等式の拡張, RIMS 共同研究「表現論とその周辺分野の進展」(世話人: 大島芳樹先生), 京都大学数理解析研究所, 2019 年 7 月.
3. Larsen-Pink-Tao による $SL_d(k)$ の Product theorem の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
4. ユニモジュラーな局所コンパクト群上でのたたみ込みの L^p 評価と Young の不等式の関係, 2019 年度表現論ワークショップ, 県民ふれあい会館 (鳥取県立生涯学習センター) (世話人: 伊師英之先生), 2020 年 1

月.

5. たたみ込みの L^p ノルムに関する Beckner の不等式の, 凸関数への一般化とその応用, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), オンライン, 2020 年 8 月.
6. 局所コンパクト群の畳み込みに関する Young-Beckner-Fournier の不等式の最適定数, 2020 年度表現論シンポジウム (世話人: 織田寛先生, 廣恵一希先生), オンライン, 2020 年 11 月.
7. ユニモジュラー局所コンパクト群上の Young-Beckner-Fournier の畳み込み不等式の最適定数, 日本数学会 2021 年度年会, オンライン, 2021 年 3 月.
8. ユニモジュラー局所コンパクト群上の畳み込みと凸関数の合成に関する不等式と Kemperman の定理への応用, RIMS 共同研究 (公開型) 「リー群論, 表現論およびその周辺分野」(世話人: 奥田隆幸先生), オンライン, 2021 年 8 月.
9. “An Inverse Theorem for an Inequality of Kneser” (T. Tao) の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), オンライン, 2021 年 8 月.
10. ユニモジュラー局所コンパクト群上の畳み込みに関する不等式と Kemperman の定理への応用, 日本数学会 2021 年度秋季総合分科会, オンライン, 2021 年 9 月.

佐野 岳人 (SANO Taketo)

(学振 DC2)

A. 研究概要

(研究 1) 「Bar-Natan ホモトピー型の構成」

昨年度の研究で, Khovanov homology の変種の一つである Bar-Natan homology に対してその空間的実現を構成した. 課題としていた「 s -不変量の空間的持ち上げ」はまだ解決できていないが, 空間レベルの量子フィルトレーションが構成できれば, 安定コホモトピー群 (またはその他の一般コホモロジー理論) を用いて s -不変量が定義できることを示した.

(研究 2) 「HOMFLY ホモロジーの計算アルゴリズム」

ウプサラ大学の中兼慶太氏との共同研究. Khovanov-Rozansky は HOMFLY 多項式の圏論化である HOMFLY homology を導入した. 我々は Rasmussen による HOMFLY homology の定式化を用いて, その計算アルゴリズムを考案し, 実際に 695 個の結び目に対してそのホモロジー群を決定した.

Research 1 “A Bar-Natan homotopy type”

This research follows the one done in the previous fiscal year, where we constructed a spatial refinement of a variant of the Khovanov homology, namely the Bar-Natan homology. Although the problem of spatially lifting the s -invariant is unsolved, we have shown that, having proved that the spatial refinement admits a quantum filtration, we may define a spatial refinement of the s -invariant using stable cohomotopy groups (or any other general cohomological theories).

Research 2 “Computations of HOMFLY homology”

This is a joint work with Keita Nakagane (Uppsala university). Khovanov and Rozansky introduced the HOMFLY homology, which is a categorification of the HOMFLY polynomial. Based on the formalization by Rasmussen, we gave an explicit algorithm for computing the HOMFLY homology, and determined the homologies for 695 prime knots.

B. 発表論文

1. Taketo Sano : “Fixing the functoriality of Khovanov homology: a simple approach”, Journal of Knot Theory and Its Ramifications Vol. 30, No. 11, 2150074 (2021).
2. Taketo Sano : “A Bar-Natan homotopy type”, arXiv (2021) 2102.07529.
3. Keita Nakagane and Taketo Sano : “Computations of HOMFLY homology”, arXiv (2021) 2111.00388.

C. 口頭発表

1. Bar-Natan ホモトピー型の構成, 日本数学会 2021 年度秋季総合分科会, 千葉大学 (オンライン), 2021 年 9 月.
2. Bar-Natan ホモトピー型の構成, トポロジー火曜セミナー, 東京大学 (オンライン), 2021 年 12 月.

シェン シャオビン (Sheng Xiaobing)

A. 研究概要

トンプソン群 F, T, V は初めに論理学の立場から構成されたものであるが, 後に文字列書き換え系 (string rewriting system), ホモトピー論, 組み合わせ論, 力学系など, 他の多くの数学の分野との関係が見出されています.

本研究では, トンプソン群とトンプソン群のいくつかの一般化について, その幾何学的性質や組み合わせ的性質を調べました. ブラウン-トンプソン群 F_n, T_n, V_n やブレイドトンプソン群 $BF, BV, \widehat{BF}, \widehat{BV}$ といった群の発散性について調べ, それらの群は線形発散関数を持つことを示しました. また, 組み合わせ的な観点から 2 次元トンプソン群 $2V$ のねじれ元について調べ, 無限ねじれ群とある種の Baumslag-Solitar 群がその群に埋め込めないことを示しました. 他方では, Jones の仕事に基づいて, トンプソン群の特別な元から結び目の列を具体的に構成しました.

Thompson’s groups F, T, V were first constructed from a logic point of view while later found to have connections with many other branches of mathematics such as string rewriting systems, homotopy theory, combinatorics and dynamical systems.

On one hand, we investigate the geometric properties and the combinatorial properties of some generalisations of Thompson’s groups. We focus on divergence property of the Brown-Thompson groups F_n, T_n and V_n and the braided Thompson groups BF, BV and found out that these groups also have a lower bound on the divergence function for the first part while investigate combinatorially the torsion el-

ements of the two dimensional Thompson group $2V$ for the second part and found out the group does not contain infinite torsion groups and certain Baumslag-Solitar groups. We also extended the theory into nV for any positive integer n .

One the other hand, we investigate the connection between knot theoretic and group theoretic properties of Thompson's group F and provide sequences of concrete examples of knots and links that can be constructed from F motivated by V. Jones' work lately.

B. 発表論文

1. Xiaobing Sheng : "Generalised Thompson's group T_n in T ", 修士論文.
2. Xiaobing Sheng : "Quasi-isometric embedding from the generalised Thompson's group T_n to T ", to appear in Tokyo Journal of Mathematics.
3. Xiaobing Sheng : "Divergence properties of the generalised Thompson's groups and the braided-Thompson's groups", arXiv preprint 2106.15571, submitted.

C. 口頭発表

1. On the generalised Thompson's group T_n in T , discussion time, MINI SYMPOSIUM: New development in Teichmüller space theory, 沖縄科学技術大学院大学, 2017年11月.
2. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson's group T , 3-manifolds and Geometric Group Theory, CIRM, フランス, 2018年6月.
3. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson's group T , 「葉層構造と微分同相群 2018 研究集会」Foliations and Diffeomorphism Groups 2018, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018年10月.
4. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson's group T , 関東若手幾何セミナー, 東京工業大学, 2018年10月.
5. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson's group T , 14th East

Asian Conference on Geometric Topology, 北京大学, 中国, 2019年1月.

6. Contracting boundary of the CAT(0) space, ミニワークショップ「Low Dimensions」, 早稲田大学, 2019年12月.
7. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson's group T , East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, 東京大学大学院数理科学研究科, 2020年1月.
8. On Thompson's groups, GGTEA, lightning talk, オンライン, 2020年10月.
9. Some combinatorial properties of Brin-Thompson's groups, 幾何学的群とその周辺, 早稲田大学, 2020年12月.
10. Divergence property of Brown Thompson's groups and braided Thompson's groups, 16th East Asian Conference on Geometric Topology, 東京大学大学院数理科学研究科, オンライン, 2021年1月.
11. Divergence property of Brown Thompson's groups and braided Thompson's groups, GAGTA, オンライン, 2021年6月.
12. Divergence property of Brown Thompson's groups and braided Thompson's groups, World of GroupCraft, オンライン, 2021年8月.
13. Some obstructions on subgroups of Brin-Thompson's groups $2V$, 年寄りセミナー, 東京工業大学, 2021年12月.
14. Some obstructions on subgroups of Brin-Thompson groups $2V$, トポロジー火曜セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科(オンライン), 2021年1月.

高瀬 裕志 (TAKASE Hiroshi)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

ローレンツ多様体上のラプラス-ベルトラミ作用素を用いて記述される連立双曲型偏微分方程式に関する波源項決定逆問題を研究している。アイン

シュタイン方程式を線型化して得られるこの方程式は重力波の伝播を記述する方程式として知られている。したがって波源項決定逆問題を考えることは物理学においては重力波の波源決定問題に相当する。この方程式に対し重み付き L^2 評価であるカーレマン評価を確立し、観測データをコンパクトな境界付きローレンツ多様体の境界の一部でとったときの条件付きヘルダー型安定性評価を証明した。

証明の鍵となるカーレマン評価を得るには重み関数のヘッシアンに対する幾何学的仮定が必要である。係数が時間に依存しないリーマン多様体上の波動方程式は、その計量から定まる距離関数を重み関数として選ぶことで曲率に関するある十分条件下でカーレマン評価が得られる。ところが係数が時間依存するローレンツ多様体上の波動方程式については統一的な重み関数の選択に関する研究は不十分である。現在は初期時刻の摂動としてローレンツ計量を捉えた時間局所的な重み関数の取り方と、時間大域的な取り方の双方向から研究を行っている。時間大域的な重み関数を取ることができれば、前述の条件付きヘルダー型安定性評価をより改良させたりプシツツ型安定性評価を得られることが期待される。

また非コンパクトなローレンツ多様体上での波動方程式についても興味を持っている。漸近的アンチ-ドジッター空間上でのラプラス-ベルトラミ作用素は主要項が境界付近で退化するため、前述の非退化の場合と比べて解析が困難である。現在はこの非コンパクトなローレンツ多様体上でのカーレマン評価の確立と、その応用として解の一意接続性定理の確立及び逆問題解析を進めている。さらにこれまでの研究において、一階の双曲型方程式では特定の退化型方程式に対してカーレマン評価を確立した。今後は方程式のクラスをさらに広げ、より一般の退化型方程式に対する逆問題解析を推進する予定である。

The author studies inverse source problem for a system of wave equations on a Lorentzian manifold. The system, which is derived by linearizing the Einstein equation, is known as one of governing equations describing propagations of gravitational waves. Therefore, phys-

ically speaking, the inverse source problem is related to a problem of determining a source of gravitational wave. The author established the Carleman estimate, which is one kind of L^2 energy estimates with weight functions, and proved conditional Hölder stability for the inverse source problem.

To obtain the Carleman estimate, which plays an important role to prove the Hölder stability, one needs a geometric assumption on the Hessian of a weight function related to curvatures. For wave equations the coefficients of which are independent of time on Riemannian manifolds, one can prove the Carleman estimate by choosing the distance function with respect to the Riemannian metric as the weight function. However, there are not sufficient results regarding the way to choose weight functions for wave equations with time-dependent coefficients on Lorentzian manifolds. The author studies the way to choose weight functions not only locally but also globally in time. If one obtains the global Carleman estimates with the suitable weight function, there is some possibility of proving global Lipschitz stability for the inverse problems as an improvement of the local Hölder stability.

Moreover, the author is interested in analysis of inverse problems for wave equations on non-compact Lorentzian manifolds. Because the Laplace-Beltrami operator on the anti-de Sitter space has degenerate principal parts, the analysis is more difficult. The author makes efforts to establish the Carleman estimate on the anti-de Sitter space and apply the estimate to unique continuation properties from infinity and inverse problems. In addition, the author established a Carleman estimate for a certain first-order degenerate equation. He plans to generalize the methodology to wider class of degenerate equations.

B. 発表論文

1. H. Takase: "Inverse source problem for a system of wave equations on a Lorentzian

manifold”, *Comm. Partial Differential Equations* **45** (2020) no. 10 1414–1434.

2. H. Takase: “Infinitely many non-uniqueness examples for Cauchy problems of the two-dimensional wave and Schrödinger equations”, *Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.* **97** (2021) no. 7 45–50.
3. 高瀬 裕志: “クローキングと波動方程式のコーシー問題の非一意性”, *数理科学実践研究レター* 2021, LMSR 2021-7, 2021.
4. G. Floridia and H. Takase: “Inverse problems for first-order hyperbolic equations with time-dependent coefficients”, *J. Differential Equations* **305** (2021) 45–71.
5. G. Floridia and H. Takase: “Observability inequalities for degenerate transport equations”, *J. Evol. Equ.* **21** (2021) no. 4 5037–5053.
6. H. Takase: “Inverse source problem related to one-dimensional Saint-Venant equation”, *Appl. Anal.* to appear.

C. 口頭発表

1. Inverse problem related to the St. Venant equation for one dimensional water flow, A3 Workshop on Applied Inverse Problems in 2017 CSIAM Annual Meeting, Qingdao, China, Oct. 12–15, 2017.
2. Inverse source problem related to the gravitational wave in general relativity, The 9th International Conference on Inverse Problems and Related Topics, National University of Singapore, Singapore, Aug. 13–17, 2018.
3. Inverse source problem related to the gravitational waves in general relativity, International Conference on Inverse Problems, Fudan University, China, Oct. 12–14, 2018.
4. Inverse source problem related to the gravitational waves in general relativity, *Analysis, Control and Inverse Problems*

for PDEs, University of Napoli Federico II, Italy, Nov. 26–30, 2018.

5. Global Lipschitz stability by an internal subboundary observation for inverse hyperbolic problems, INDAM intensive trimester “Shape optimization, control and inverse problems for PDEs”, University of Napoli Federico II, Italy, Jul. 1–5, 2019.
6. Uniqueness and stability for inverse hyperbolic problems by an internal observation, Russia–Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications”, Novosibirsk State University, Russia, Nov. 11–13, 2019.
7. Inverse problems for general first-order hyperbolic equations, The Second Russia–Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications”, online, Dec. 15–17, 2020.
8. Inverse problems for first-order hyperbolic equations, *Analysis and Numerics of Design, Control and Inverse Problems*, online, Jul. 2021.
9. Observability inequalities for advection equations, The Third Russia–Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications”, online, Dec. 14–16, 2021.
10. Inverse problems for wave equations with time-dependent principal parts, RIMS Workshop on “Theory and practice in inverse problems”, online, Jan. 5–7, 2022.

G. 受賞

1. 2018 年度 数理科学研究科長賞

高松 哲平 (TAKAMATSU Teppei)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年度はまず、京都大学の長町一平氏との共同で、正規曲線の種数の体拡大に付随する段階的な変化の研究を行った。具体的には、Tate の種数変化公式の別証明およびある意味での精密化を与えた。ここで、Tate の種数変化公式とは、正規曲線が体拡大後に正規でなくなるという、不完全体上特有の現象をコントロールする重要な定理であり、正規さをはかる不変量である「種数変化」が、 $(p-1)/2$ で割れることを主張する。本研究では、この「種数変化」を、環論的に定まる不変量を用いて正確に計算し、応用として段階的種数変化の計算・および Jacobian number と呼ばれる不変量との関係の証明を行った。これらの結果は論文とまとめ、arXiv に公開済みである。また、すでに得ていた既約シンプレクティック多様体の twisted form の有限性の結果をまとめ、あわせて、既約シンプレクティック多様体の Shafarevich 予想の研究を行い、博士論文としてまとめた。ここで、 M 上の多様体 X の体拡大 L/M に付随する twisted form とは、 M 上の多様体 Y であり、 Y_L が X_L と同型になるようなものことである。私は、 X が既約シンプレクティック多様体の場合で L/M が標数 0 の体の有限次拡大の場合に、twisted form の同型類の有限性を証明した。一方、Shafarevich 予想とは、簡単に言うと、整数環上の多様体の有限性を主張する予想であり、Hermite–Minkowski の定理の幾何学的類似物であると同時に、有理点・整数点の有限性の問題と深く関係を持つ、重要な問題である。私は、既約シンプレクティック多様体の場合に、Shafarevich 予想の証明に成功した。既約シンプレクティック多様体は K3 曲面の高次元化であり、アーベル多様体・Calabi–Yau 多様体と並んで、滑らかな小平次元 0 の多様体のクラスとして非常に重要な役割を占めることが知られている。今後は、正標数の既約シンプレクティック多様体や、Calabi–Yau 多様体に対して、還元と有限性の研究を行っていきたい。

In this year, firstly, I studied the behavior of genus changes of normal curves via purely in-

separable extensions of base fields. This is joint work with Ipppei Nagamachi at Kyoto University. More concretely, we give a refined version of Tate’s genus change formula, which states that genus change can be divided by $(p-1)/2$. Here, genus changes are important invariants of curves that measure the smoothness of curves. In our study, we calculated genus changes by using new invariants which can be defined ring-theoretically. Moreover, as an application, we proved the relation between genus changes and Jacobian numbers, which are also important invariants of curves.

Moreover, I also studied the finiteness of irreducible symplectic varieties, including the finiteness of twisted forms, that were already proved last year, and the Shafarevich conjecture. Irreducible symplectic varieties are the higher-dimensional analogue of K3 surfaces, and they are known to be one of the building blocks of weak-Calabi–Yau varieties. This result is written in my Ph.D. thesis.

In the future, I would like to study the reduction and the finiteness for irreducible symplectic varieties and Calabi–Yau manifolds.

B. 発表論文

1. I. Nagamachi and T. Takamatsu: “The Shafarevich conjecture and some extension theorems for proper hyperbolic polycurves”, *Mathematical Research Letters* に受理決定済み。
2. T. Takamatsu: “On the Shafarevich conjecture for Enriques surfaces”, *Mathematische Zeitschrift* volume 298 (2021), 489–495.
3. T. Takamatsu: “On a cohomological generalization of the Shafarevich conjecture for K3 surfaces”, *Algebra Number Theory* 14 (2020), no. 9, 2505–2531.
4. T. Takamatsu: “On the Shafarevich conjecture for irreducible symplectic varieties”, arXiv:2201.00482.
5. I. Nagamachi and T. Takamatsu: “On behavior of conductors, Picard schemes,

and Jacobian numbers of varieties over imperfect fields", arXiv:2110.03917.

6. T. Takamatsu: "On the finiteness of twists of irreducible symplectic varieties", arXiv:2106.11651.
7. T. Takamatsu and S. Yoshikawa: "Minimal model program for semi-stable threefolds in mixed characteristic", arXiv:2012.07324.
8. T. Takamatsu: "Reduction of bielliptic surfaces", arXiv:2001.06855.

C. 口頭発表

1. On the Shafarevich conjecture for irreducible holomorphic symplectic varieties, 代数的整数論とその周辺 2021, 京都大学, 2021年12月13日.
2. Minimal model program for semi-stable threefolds in mixed characteristic, 城崎代数幾何学シンポジウム 2021, オンライン, 2021年10月26日.
3. Minimal model program for semi-stable threefolds in mixed characteristic, The 9th East Asia Number Theory Conference, 沖縄県青年会館 (オンライン), 2021年8月24日.
4. Minimal model program for semi-stable threefolds in mixed characteristic, MIT number theory seminar, Massachusetts Institute of Technology (アメリカ, オンライン), 2021年3月31日.
5. On finiteness of twisted forms of hyperkahler varieties, POINT: New Developments in Number Theory, オンライン, 2021年3月3日.
6. On the finiteness of twisted forms of hyperkahler varieties, 第19回仙台広島整数論集会, オンライン, 2020年9月8日.
7. On the Shafarevich conjecture for minimal surfaces of Kodaira dimension 0, 代数学コロキウム, 東京大学, 2019年5月.
8. K3 曲面の Shafarevich 予想のコホモロジーによる一般化について, 代数的整数論

とその周辺 2018, 京都大学, 2018年11月.

9. GSp における Deligne-Lusztig 多様体と affine Deligne-Lusztig 多様体との比較, 数論合同セミナー, 京都大学, 2018年4月.
10. Deligne-Lusztig 多様体の isocrystal による記述, 第23回代数若手研究集会, 大阪大学, 2018年3月.

G. 受賞

2019年 東京大学数理科学研究科・研究科長賞
2021年 日本数学会賞建部賢弘奨励賞

筒井 勇樹 (TSUTSUI Yuki)

(学振 DC2)

A. 研究概要

私の主な研究テーマはトロピカル幾何学であり, 特に特異点つき整アファイン多様体やトロピカル多様体の因子類とそれらに対するオイラー標数の類似について研究している. トロピカル曲線に対してはリーマン=ロッホの定理の類似が存在するが, その高次元版は今のところ存在しない. これは, トロピカル多様体上の直線束のコホモロジー群が未だ定式化されていないことに起因する. 一方で, トロピカル多様体と密接な関係をもつトーリック多様体などでは直線束のオイラー数は対応する格子凸多面体上の点の数え上げに帰着することができる.

本年度は上記の点に着目し, いくつかの特異点つき整アファイン多様体やトロピカル多様体の因子類に対して, 格子多面体複体とその上の重み付き格子点の数え上げの類似を構成する問題とその重み付き格子点の数の和をトロピカル幾何におけるチャーン類で表現するというトーリック幾何の場合のリーマン=ロッホの定理の類似を考察した. これはトロピカル曲線に対しても, 既存のリーマン=ロッホの定理とは定式化が異なる. 整アファイン多様体の因子類に対する格子多面体複体の類似物は整アファイン多様体から標準的に構成されるラグランジュトーラス束のラグランジュ部分多様体であり, この重み付き格子点の数え上げは対応するフレアーコホモロジーのオイラー数となる. また, ヘッセ計量をもつコンパクトな整アファイン多様体とトロピカル曲線上の因子類に対

しては、リーマン=ロッホの定理の類似を示した。

My main research interest is in tropical geometry. In particular, I study divisor class on integral affine manifold with singularities and an analog of Euler characteristic of it. There is an analog of Riemann-Roch theorem for tropical curves, but a higher dimensional version does not exist so far. This is because the higher cohomology of a line bundle on a tropical manifold is not still defined. On the other hand, the Euler characteristic of ample line bundle on a toric variety, which is closely related with tropical geometry, can be considered as the number of lattice points on a convex lattice polytope.

In this year, I focused on the above point and consider a construction problem for an analog of a complex of convex lattice polytopes and the number of weighted lattice point of it for a divisor class on some integral affine manifolds with singularities and tropical manifolds, and an analog of Riemann-Roch type theorem for toric variety, which is about an explicit relationship between the number of weighted lattice points and the Chern class of the divisor class. This formulation is different from the existing Riemann-Roch theorem for tropical curves. In the case of integral affine manifolds these analogs correspond for a Lagrangian submanifold of a Lagrangian torus fibration and its Euler characteristic of Floer cohomology. Besides, we proved an analog of Riemann-Roch theorem in the sense of the above explanation for compact tropical curves and compact integral affine manifolds with a Hessian form.

B. 発表論文

1. Y. Tsutsui : “Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces”, 東京大学数理解科学研究所修士論文 (2019)

C. 口頭発表

1. Radiance obstructions of tropical Kummer surface, ワークショップ「幾何学における代数的・組み合わせ的視点」第二回, 金

沢大学, 2019 年 3 月

2. Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces, Young Researchers’ Workshop on Non-Archimedean and Tropical Geometry, Regensburg, ドイツ, 2019 年 7 月
3. Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces and their quotients, 玉原代数幾何サマースクール 2019, 沼田, 2019 年 8 月
4. あるトロピカル多様体に関する格子点の数え上げ問題, 第 4 回トロピカル幾何ワークショップ, 東京都立大学, 2022 年 2 月

寺井 健悟 (TERAI Kengo)

(学振 DC2)

A. 研究概要

平均場ゲーム理論から導出される非線形偏微分方程式系の数学解析を行っている。この 1 階の連立系はベルマン型のハミルトンヤコビ方程式と連続方程式で記述される。この偏微分方程式系は非線形性の強さ故に古典解の存在が一般には期待できない。そこで種々の弱解理論が提唱され、その適切性や解の性質が議論されている。

本年度では三竹大寿氏と共に上記の連立系の割引消去問題に取り組んだ。割引消去問題とは、割引率と呼ばれる正のパラメータをゼロに近づけたときの解の漸近挙動を問うものである。特に Cardaliaguets 氏および Graber 氏によって提唱された弱解理論の枠組みで割引消去問題を考察した。

得られた結果として、割引問題の数学的適切性を示し、対応する極限問題へ弱解が部分列を選ぶことで収束することを証明した。一方でこの極限問題の弱解は多重性を有し、この収束が部分列に依存したものであるか否かは非自明である。そこで任意の収束部分列の極限が満たすべき条件を導出した。これを用いて、点列全体として一つの極限に収束するような非自明な具体例を与えた。

The main subject of my research is Nonlinear Partial Differential Equations. In particular, I study some PDE systems which appear in

the literature of optimal control theory. These PDE systems of first-order are often described by Hamilton-Jacobi-Bellman equations coupled with continuity equations. Because of non-linearity, we can not expect the existence of classical solutions. Therefore, there are several frameworks of weak solutions. Moreover, several researchers investigate the properties of weak solutions.

In this year, with Professor Hiroyoshi Mitake, we considered the vanishing discount problems for first-order mean field games. The vanishing discount problem is how the solution behaves as the discount factor tends to zero. In particular, we worked with the weak solutions introduced by Cardaliaguet and Graber.

Firstly, we proved the well-posedness of discount problem. Next, we obtained and the convergence of weak solutions to the corresponding limit problem along subsequences. However, the limit problem has multiple weak solutions. Therefore, it is not clear whether the convergence depends on its subsequences or not. Finally, we give a necessary condition that any limit of solutions under subsequence satisfies. As an application, we show a nontrivial example to get the convergence of weak solutions.

B. 発表論文

1. N. Almayouf, E. Bachni, A. Chapouto, R. Ferreira, D. Gomes, D. Jordão, D. Evangelista, A. Karagulyan, J. Monasterio, L. Nurbekyan, G. Pagliar, M. Piccirilli, S. Pratapsi, M. Prazeres, J. Reis, A. Rodrigues, O. Romero, M. Sargsyan, T. Seneci, C. Song, K. Terai, R. Tomisaki, H. Velasco-Perez, V. Voskanyan and X. Yang, “Existence of positive solution for an approximation of stationary mean-field games”, *Involve*, volume 10, No.3 (2017), 473-493.
2. K. Terai, “Uniqueness structure of weakly coupled systems of ergodic problems of Hamilton-Jacobi equations”, *NoDEA Nonlinear Differ. Equ. Appl.* **26**

(2019) no. 6, Paper No. 44, 16pp.

3. D. A. Gomes, H. Mitake and K. Terai, “The selection problem for some first-order stationary mean-field games”, *Netw. Heterog. Media* 15 (2020), no. 4, 681-710.
4. K. Terai, “Remarks on the vanishing discount problem for infinite systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations”, *Adv. Calc. Var.* (2021), DOI: 10.1515/acv-2020-0116.
5. H. Mitake and K. Terai, “On weak solutions to first-order discount mean field games”, preprint in arXiv: 2108.10306.

C. 口頭発表

1. 平均場ゲームに現れる微分方程式系のノイマン境界値問題について, 偏微分方程式の最大値原理とその周辺 第2回, 北海道大学, 2017年3月.
2. 平均場ゲーム理論に現れる1階の非線形偏微分方程式系の加法的固有値問題について, 発展方程式若手セミナー 第40回, 福岡工業大学, 2018年8月.
3. 弱結合 Hamilton-Jacobi 連立系の解の一意性構造, 発展方程式研究会 第44回, 日本女子大学, 2018年12月.
4. 空間非一様な定常 FitzHugh-Nagumo 反応拡散系の変分的手法, 非線形偏微分方程式と変分問題 第13回, 首都大学東京, 2019年2月.
5. Uniqueness structure of weakly coupled systems of ergodic problems for Hamilton-Jacobi equations, 日本数学会函数方程式論分科会, 東京工業大学, 2019年3月.
6. The vanishing discount problem for stationary first-order mean-field games, Viscosity solution approach to asymptotic problems in front propagation, dynamical system and related topics, RIMS, 2019年7月.
7. Remarks on the vanishing discount problem for infinite systems of Hamilton-

Jacobi-Bellman equations, 北海道大学偏微分方程式セミナー, オンライン, 2020年12月.

8. Remarks on the vanishing discount problem for infinite systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, 日本数学会 函数方程式論分科会, オンライン, 2021年3月.
9. 平均場ゲームに現れる1階の非線形偏微分方程式系の割引消去問題, 応用解析セミナー, 東京大学, 12月2日.
10. On weak solutions to first-order discount mean field games, 第15回 若手のための数学解析, オンライン, 2022年2月.

G. 受賞

1. 「数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2019」 ベストポスター発表.

福嶋 翔太 (FUKUSHIMA Shota)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

多様体上の Schrödinger 方程式の解の構成や挙動の解析を超局所解析の手法によって研究している. 本年度は昨年度に引き続き (1) Feynman 経路積分の手法による多様体上の Schrödinger 方程式の基本解の構成と, (2) 非コンパクト多様体上の Schrödinger 方程式による特異性の伝播の研究を行った. 以降でそれぞれの研究の概略を述べる. (1) Feynman 経路積分とは, 量子系の時間発展を「作用汎関数を位相とする波の重ね合わせ」として表現する手法である. 数学的に厳密な Feynman 経路積分の定式化の一つに時間分割近似がある. これは Feynman 経路積分を有限次元の振動積分の極限として定義するというものである. 私は昨年度に一般のコンパクト Riemann 多様体上のなめらかなポテンシャルを持つ Hamiltonian に対し適切に時間分割近似を定義し, それが多様体上のスカラー曲率で補正された Schrödinger 方程式の基本解に収束することを証明し, 今年度海外雑誌で出版された (発表論文 1). 今年度の研究ではなめらかなベクトルポテンシャルを持つ場合に

についても同様の定理が成立することを示した. さらに, 時間分割近似における振幅関数の選び方によって Schrödinger 方程式の曲率項が変化することも示した. これらの成果を博士論文の一部としてまとめた.

(2) 関数の特異性は, 波面集合という, 局所的に関数の高周波成分を調べる集合を導入することで調べることができる. しかし, Schrödinger 方程式による特異性の伝播を記述するためには通常の波面集合だけでは不十分であり, 例えば空間遠方における関数の振る舞いも合わせて調べられるような別の波面集合が必要となる. 私は伊藤-中村 (Amer. J. Math. 2009) に従い radially homogeneous wavefront set という波面集合を用いて非コンパクト多様体上の Schrödinger 方程式の特異性の伝播を記述することに成功した (発表論文 3). この成果の特徴は漸近的に Euclid 的か双曲的かにかかわらず同じ手法を用いることができるということである. また, 証明に用いた擬微分作用素のクラスの構成をヒントにして, 以前発表した論文 (発表論文 2) の内容を整頓することができ, また新たな成果も盛り込んで論文としてまとめなおした (発表論文 4). 発表論文 2 との違いは, 擬微分作用素のクラスを多様体の計量に依存しない形で記述したことである. これにより非コンパクト多様体上で擬微分作用素論をより柔軟に適用できるようになる.

I study a construction and analysis of solutions to the Schrödinger equations on manifolds by the microlocal analysis. In this year, continuing from last year, I studied (1) a construction of fundamental solutions to Schrödinger equations on manifolds by the Feynman path integrals, and (2) a propagation of singularities for Schrödinger equations on non-compact manifolds. In the following, I will describe each study briefly.

(1) The Feynman path integral is the method of describing the time development of a quantum system as “a sum of waves whose phase is the action functional.” One of mathematically rigorous methods of formulating the Feynman path integral is the time-slicing approxi-

mation. It is the method that one define the Feynman path integral as a limit of oscillatory integrals on finite dimensional spaces. Last year, I defined the time-slicing approximation for the Hamiltonian with the smooth potential on a general compact Riemannian manifold appropriately and proved that it converges to the fundamental solution to the Schrödinger equation modified by the scalar curvature. This result was published this year (Publication 1). In my study this year, I extended my result to the case of the Hamiltonian with a smooth vector potential. I also proved that the curvature term of the modified Schrödinger equation varies by the choice of the amplitude function in the definition of the time-slicing approximation. These results are contained in my Ph.D. thesis.

(2) Singularities of functions can be investigated by wavefront sets, which is defined by the local high frequency component of the function. However, the usual wavefront set is not enough for describing the propagation of singularity for the Schrödinger equation, and we need another notion of wavefront set which enables us to investigate the behavior of functions near infinity, for example. In the Publication 3, I succeeded describing the propagation of singularities under Schrödinger equations on non-compact manifolds by the radially homogeneous wavefront set, which was introduced by Ito-Nakamura (Amer. J. Math., 2009). The characteristic of my result is that one can employ the same method both in the cases of asymptotically Euclidean and hyperbolic manifolds. In addition, I sophisticated my previous result (Publication 2) inspired by the construction of the pseudodifferential calculus in my proof of the propagation of singularity, added a new result, and wrote the paper (Publication 4). The difference from the previous paper (Publication 2) is that one describes the class of the pseudodifferential operators independently of the metric on the manifold. This enables us to apply the theory of pseudodif-

ferential operators on non-compact manifolds more flexibly.

B. 発表論文

1. S. Fukushima: “Time-slicing approximation of Feynman path integrals on compact manifolds”, Ann. Henri Poincaré **22** (2021) 3871–3914.
2. S. Fukushima: “ L^2 boundedness of pseudodifferential operators on manifolds with ends”, arXiv:2011.06162 [math.AP].
3. S. Fukushima: “Propagation of singularities under Schrödinger equations on manifolds with ends”, arXiv:2201.09466 [math.AP].
4. S. Fukushima: “Semiclassical pseudodifferential operators and resolvent parametrices on manifolds with ends”, arXiv:2201.10331 [math.DG].
5. 福嶋翔太: “変換光学によるメタマテリアルのデザイン”, 数理学実践研究レター LMSR-2021-5 (2021).

C. 口頭発表

1. On L^2 -boundedness of pseudodifferential operator on the hyperbolic space, 第 28 回 数理物理と微分方程式, KKR はこだて, 2018 年 11 月.
2. L^2 boundedness of pseudodifferential operators on manifolds with end, 第 172 回 学習院大学スペクトル理論セミナー, 学習院大学, 2019 年 7 月.
3. On elliptic differential operators on manifolds with end, 第 29 回 数理物理と微分方程式, 瀬戸内マリンホテル, 2019 年 11 月.
4. On pseudodifferential operators on manifolds with ends, スペクトル・散乱 那覇シンポジウム, 沖縄県市町村自治会館, 2020 年 1 月.
5. Riemann 多様体上の微分作用素および測地線について, 第 2 回 スペクトル・散乱若手勉強会, 愛媛大学, 2020 年 2 月.
6. Feynman path integrals and fundamental solutions to Schrödinger equations on

compact manifolds, 2021 夏の作用素論シンポジウム, オンライン (Zoom), 2021 年 9 月.

7. Feynman path integral construction of fundamental solutions to Schrödinger equations on compact manifolds, 作用素論セミナー, オンライン (Zoom), 2021 年 10 月.
8. Construction of fundamental solutions to Schrödinger equations on compact manifolds by Feynman path integral methods, 2021 RIMS 共同研究 (公開型) スペクトル・散乱理論とその周辺, オンライン (Zoom), 2021 年 12 月.
9. Propagation of singularities for Schrödinger equations on compact manifolds with ends, 偏微分方程式姫路研究会, オンライン (Zoom), 2022 年 3 月.

ザンペイソフ エルボル (ZHANPEISOV Erbol)

(学振 DC2)

A. 研究概要

1. 解の爆発の速さ

半線形熱方程式 $u_t = \Delta u + |u|^{p-1}u$ については, 凸領域または全空間の下で, 指数 p がソボレフ劣臨界の場合に符号変化も含めて解は, 空間一様な解の爆発と同じ速さで爆発 (タイプ I 爆発) することが示されている. 近年では, リュービル型定理の研究の発展によって非線形放物型方程式系に対しても爆発問題の研究がなされており, 正值解に対して同様なタイプ I 評価が示されている. 領域が凸でない場合はエネルギーの単調性が崩れることが主たる要因になり, 単独の方程式においてもその爆発評価はあまり知られていない. 以上の研究状況を鑑みて私は次の 2 つの研究結果を得た.

1-a. 凸領域または全空間の場合

放物型グロスピタエフスキー方程式系のもつ相似性とエネルギー構造に着眼して, 局所エネルギーの評価や最大正則性定理を用いた議論によって放物型方程式系に対してもタイプ I 評価を示した. この証明法ではリュービル型定理を介さないの

解を正值解に限る必要がない点で先行研究を改善している.

1-b. 領域が凸でない場合

タイプ I よりも速く爆発する点全体をタイプ II 爆発集合と定義し, 爆発の速さとの関係を調べた. 具体的にはタイプ II 爆発集合が領域の境界の点を含まない場合はタイプ II 爆発集合は空になること, すなわちタイプ I 評価が成り立つことを示した. 本研究においてはタイプ II 爆発集合という概念を新しく導入した.

2. 非線形高階放物型方程式の解の局所存在

藤田型方程式の初期値初期値問題に関する主要な研究の一つは, 特異性を持つ初期値に対する局所可解性である. Kozono-Yamazaki '94 は非斉次ベゾフモレイ空間 $N_{q,l,r}^s(\mathbb{R}^N)$ を導入し, ラドン測度の微分を含むような広いクラスの初期値に対して適切性を示した. その手法は非斉次ベゾフモレイ空間における熱核の減衰評価と半線形放物型方程式の冪乗の非線形項に依存しているため, 高階の場合の分数冪拡散や非線形項が解自身の微分に依存する場合に直接適用することは難しいように思われる. 本研究では半線形放物型方程式 $\partial_t u + (-\Delta)^{\frac{\theta}{2}} u = |u|^{p-1}u$ 及び粘性ハミルトンヤコビ方程式 $\partial_t u + (-\Delta)^{\frac{\theta}{2}} u = |\nabla u|^p$ に対して解の存在を扱った. ただし, それぞれ $\theta > 0$, $\theta > 1$ とする. Ishige-Kawakami-Okabe (arXiv) は優解, 優核の議論を発展させこれらの方程式の解の存在に対する十分条件を, 局所 $L^1(\mathbb{R}^N)$ 空間やラドン測度の初期値に対して得た. その手法は比較原理に基づいており, ラドン測度の微分を含むような初期値に対して適用することは難しく思われる. 本研究では Kozono-Yamazaki '94 の手法を発展させ解が非斉次ベゾフモレイ空間 $N_{q,l,r}^s(\mathbb{R}^N)$ において一意に存在することをそれぞれ $\theta > 0$ 及び $\theta > 1$ の範囲で示した. これによりラドン測度以外の緩増加超関数を初期値にもつ解を得ることができる.

1. The blow-up rate of solutions

For the semi-linear heat equation $u_t = \Delta u + |u|^{p-1}u$, it was shown that on a convex domain or the entire space with Sobolev subcritical exponent, the possibly sign-changing solution blows up as fast as the spatially homoge-

neous solution does (type I blow-up). In recent years, due to the development of the research on the Liouville-type theorem, the blow-up problem has been studied also on the nonlinear parabolic systems. The type I estimate is obtained for the positive solutions to the nonlinear parabolic systems. When the domain is not convex, little is known for the blow-up estimate mainly because the monotonicity of the energy is not assured. Considering these situations, I obtained the following two results.

1-a. convex domains or the entire space

Using the similarity property and the energy structure of the parabolic Gross-Pitaevskii system, we proved the type I estimate for this system by using local energy estimates and the maximal regularity theorem. In this way, we do not use the Liouville-type theorem. Therefore we can deal with sign-changing solutions. This is the improvement of the preceding research.

1-b. non-convex domains

We define the type II blow-up set on which the type II blow-up occurs, and studied on its relation with the blow-up rate. More precisely, we show that if the type II blow-up set does not contain the boundary point, then it is empty set, that is, type I blow-up occurs. We introduced the notion of type II blow-up set in this research.

2. Local existence of the solutions to higher order parabolic equations

One of the main subjects of research on Fujita equation is the local solvability of the Cauchy problem with singular initial data. Kozono and Yamazaki '94 introduced inhomogeneous Besov-Morrey spaces $N_{q,l,r}^s(\mathbb{R}^N)$ and established the well-posedness of solutions for a large class of initial data including distributions other than Radon measures. Their arguments are based on delicate decay estimates of the heat kernel in inhomogeneous Besov-Morrey space and the power nonlinearity of the semilinear parabolic equation. It seems difficult to apply their arguments to the case of frac-

tional diffusion $\theta \neq 2$ and the case of the nonlinearity depending on ∇u . In this study, we deal with the existence of the solutions to the semilinear parabolic equations $\partial_t u + (-\Delta)^{\frac{\theta}{2}} u = |u|^{p-1}u$ and viscous Hamilton-Jacobi equations $\partial_t u + (-\Delta)^{\frac{\theta}{2}} u = |\nabla u|^p$. Ishige, Kawakami and Okabe (arXiv) developed the arguments on the majorant kernel and obtained sufficient conditions for the existence of solutions for the initial data in $L_{loc}^1(\mathbb{R}^N)$ or Radon measures. Their arguments are based on the comparison principle, and it seems difficult to apply their arguments to initial data such as the derivative of Radon measures. In our study, we developed the arguments in Kozono-Yamazaki '94 and proved the unique existence of the solutions in inhomogeneous Besov-Morrey spaces $N_{q,l,r}^s(\mathbb{R}^N)$ for general $\theta > 0$ and $\theta > 1$, respectively. This enables us to take distributions other than Radon measures as initial data.

B. 発表論文

1. E. Zhanpeisov: “Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems”, Adv. Differential Equations, **26** (2021) 563–584.

C. 口頭発表

1. Existence of solutions to nonlinear parabolic equations in Besov-Morrey spaces, 第15回 若手のための偏微分方程式と数学解析, Zoomによるオンライン開催, 2022年2月.
2. Existence of solutions to nonlinear parabolic equations in Besov-Morrey spaces, 熊本大学応用解析セミナー, 熊本大学, 2022年1月.
3. Existence of solutions for fractional semilinear parabolic equations in Besov-Morrey spaces, 応用解析セミナー, 東京大学, 2021年12月16日.
4. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, RIMS 研究集会 (公開型) 「発展方程式の広がり: 理論的基礎から実践的応用まで」, 京都大学,

2021 年 10 月.

5. 非線形放物型方程式系の符号変化解の爆発評価, 東北大学 OS 特別セミナー, 東北大学, 2021 年 8 月.
6. 非線形放物型方程式系の符号変化解の爆発評価, 第 19 回非線形発展方程式セミナー @ KUE, 京都教育大学, 2021 年 5 月.
7. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, 日本数学会 2021 年度年会, 慶応義塾大学理工学部, 2021 年 3 月.
8. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, Summer School on Applied Inverse Problems and Related Topics, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
9. 非線形放物型方程式系の符号変化解の爆発評価, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2019 年 3 月.
10. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, 第 20 回北東解析研究集会ポスターセッション, 東北大学, 2019 年 2 月.

☆ 2 年生 (Second Year)

後藤 祐輝 (GOTO Yuki)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

本年度は, 数物フロンティア・リーディング大学院 (FMSP) のカリキュラムの一環として, 機械学習の圏論的解釈に関する研究を主に行った.

近年, 機械学習は著しい発展を遂げ, 理論的な基礎付けのためにその数理的分析も広く行われているが, 圏論的な解釈を行った研究はまだ少ない. 機械学習の圏論的解釈を考察する利点としては, 以下の 2 点が挙げられる.

1 点目に, 圏論とはあらゆる数学的概念を「対象」とそれを繋ぐ「射」という形式で抽象化する理論であり, その対象や射の具体的な中身についての情報は必要としない. そのため, 一見異なる 2 つの概念が, 圏論的な抽象化によって実は同じ構造をしていると判明することがある. これにより,

ある数学的概念の理論を別の数学的概念の分析に利用できる可能性が生まれる.

2 点目に, 圏論は型理論と深い関連があることが古くから知られている. そのため, 数学的概念の圏論的解釈は, Haskell を始めとするプログラミング言語上でそれを扱うときの方針を与える.

以上を踏まえて, 機械学習の圏論的解釈について研究し, 特に「レンズ」と呼ばれる概念と機械学習との関係性について考察した. その結果として, 機械学習の学習方法がレンズのパラメータ化と見なせることを証明した. なお, レンズとは, 関数型プログラミング言語で用いられている, 大きなオブジェクトの一部を取得したり更新したりするためのデータ構造である.

さらに, 上記の結果をベースにして, 機械学習のインターフェースの Haskell 上での実装例を作成した. ここで, 実装のためのプログラミング言語に (現在広く使われている Python ではなく) Haskell を選んだ理由は, 以下の 3 点である. まず, Haskell は静的型付け言語なので, Python などと違い静的型チェックの恩恵を受けられる点. そして, Haskell は抽象化に強く, 前述の圏論的解釈をプログラムとして実現するための十分な言語機能を持っている点. 最後に, Haskell にはよく整備されたレンズライブラリがすでに存在している点である.

In this year, as a part of a curriculum of Leading Graduate Course for Frontiers of Mathematical Sciences and Physics (FMSP), I mainly studied the categorical interpretation of machine learning.

Machine learning has made remarkable progress in recent years, and its mathematical analysis has also been widely done to provide a theoretical foundation, but there are still few studies that interprets it in terms of category theory.

There are two advantages to considering a category-theoretic interpretation of machine learning.

First, category theory is a theory that abstracts any mathematical concepts in the form of “objects” and “morphisms” between them, and

does not require any information about the concrete content of the objects or morphisms. Because of this characteristic, two seemingly different concepts may turn out to have the same structure via category-theoretic abstraction. It, therefore, creates the possibility that the theory of one mathematical concept can be used to analyse other mathematical concepts.

Second, it has long been known that category theory is closely related to type theory. Therefore, a categorical interpretation to a mathematical concept gives a guideline for dealing with it in programming languages such as Haskell.

Taking the above into account, I studied the categorical interpretation of machine learning, and in particular considered the relationship between the concept of “lenses” and machine learning. As a result, I proved that each method of machine learning can be regarded as a parameterisation of a lens. Note that a lens is a data structure used in functional programming languages to get and update a part of a larger object.

Furthermore, based on the aforementioned results, I created an example implementation of the interface for machine learning on Haskell. The reasons for choosing Haskell (instead of Python which is widely used today) as the programming language for implementation are the following three points. First, since Haskell is a statically typed language, it can enjoy the benefits of static type checking unlike Python; second, Haskell is strong in abstraction and has sufficient language features to realise the aforementioned categorical interpretation; and finally, Haskell already has a well-developed lens library.

B. 発表論文

1. Yuki Goto, “Explicit construction of cofree precoalgebras and coalgebras”, arXiv:2009.06741 (2020)

齋藤 勇太 (SAITO Yuta)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

代数多様体のエタールコホモロジーなどに自然に現れるガロア表現を調べる道具である (φ, Γ) 加群に興味がある。最近は円分的 (φ, Γ) 加群が重要な役回りを担った 2019 年の p 進表現に関する論文 ([EG19]) に興味を持っている。この論文は、一つの固定された $\text{mod } p$ のガロア表現の上の p 進表現に関するモジュライ理論である変形環の理論の一般化として、 $\text{mod } p$ のガロア表現の固定を外したグローバルなモジュライの構成を行う論文である。このグローバルなモジュライの構成は直接 p 進表現のモジュライを構成するのではなく円分的 (φ, Γ) 加群のモジュライを構成することによって実現されている。変形環の理論も元々 p 進表現の研究に用いられる重要な道具の一つであり、またこの論文の中で変形環の理論では証明されなかった問題の一つが新しく構成したモジュライスタックを用いることによって証明されているため、この論文の研究は p 進表現の研究において一つ大きな前進であると言える。

これを受け最近では、他の (φ, Γ) 加群、特に私がずっと研究対象としてきた Lubin–Tate (φ, Γ) 加群で同じようなモジュライスタックの構成を行うことができるのか、またそれができたときどのようなことがわかるかということに興味を持ち、研究を行っている。

参考文献

- [EG19] M. Emerton, T. Gee, Moduli stacks of étale (φ, Γ) -modules and the existence of crystalline lifts, arXiv:1908.07185.

I’m interested in (φ, Γ) -modules used to investigate Galois representations. Recently, I’m concerned with the paper([EG19]) in which cyclotomic (φ, Γ) -modules play an important role. In this paper, writers constructed global moduli stacks of Galois representations with out restriction of underlying $\text{mod } p$ representations, as generalization of the theory of deformation rings which is the moduli theory of Galois representations over a fixed $\text{mod } p$ repre-

sentation. They didn't construct these moduli stacks of Galois representations directly, but constructed the moduli stacks of cyclotomic (φ, Γ) -modules instead. In response to this paper, I study whether we can construct moduli stacks of other (φ, Γ) -modules, especially Lubin–Tate (φ, Γ) -modules, which I have studied long time.

B. 発表論文

1. Y. Saito, Overconvergent Lubin–Tate (φ, Γ) -modules for different uniformizers, arXiv:2106.16005(2021).

C. 口頭発表

1. Overconvergent Lubin–Tate (φ, Γ) -modules for different uniformizers, 代数学コロキウム, 2021年1月.

佐藤 翔一 (SATO Shoichi)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私は、非整数階微分を含む微分方程式について興味を持っている。非整数階微分は、物理学や工学、金融学など幅広い場面で重要な役割を果たしている。そのため、非整数階微分を用いた数理モデルは、昨今、理論と応用の双方から注目を集めている。本年度は、大きく分けて2つのテーマを扱った。

時間非整数階微分項を持つ拡散方程式のディリクレ型初期値境界値問題について研究を行い、その方程式における異なる二つの弱解の同値性について調べた。二つの弱解(粘性解と超関数解)は、それぞれ最大値原理、変分原理を基に導入された弱解である。二つの理論では注目している関数の性質が異なり、例えば簡単な方程式であっても弱解の同値性は自明ではない。本研究では、初期値や作用素にいくつかの仮定をしたとき、上記の方程式における粘性解と超関数解が同値であることを証明した。この結果は、時間非整数階微分項を持つ方程式の弱解の関係性について調査した初めての結果である。この研究は、儀我美一教授、三竹大寿准教授との共同研究である。

また、空間非整数階微分項を持つ拡散方程式の半直線上での初期値境界値問題についても研究を行った。この方程式はCaputo微分を含んでいる。この問題の基本解 Ψ を導出することで、 Ψ の性質や、ディリクレ問題とノイマン問題の解の公式を示した。最後に、解の公式を用いて解の無限速度伝播性も示した。この研究は、ピョートル・リブカ教授、難波時永博士との共同研究である。

My research interests are differential equations with fractional derivatives. Fractional derivatives play an important role in many contexts in physics, engineering, and finances. For this reason, differential equations with fractional derivatives have attracted interest from various aspects of mathematical science in recent years. We studied the initial-boundary value problem with zero Dirichlet conditions for the time-fractional diffusion equation and researched whether two notions of weak solutions in this problem are equivalent. The definition of viscosity solutions and distributional solutions are based on the maximum principle and the variational principle, respectively. Because the two theories focus on different properties of the function, it is nontrivial whether the equivalence of the two notions of weak solutions. In this study, we proved that the viscosity solution and the distributional solution in this problem are equivalent under some assumptions of the initial value and the operator. This is the first result of investigating the relationship between weak solutions of the partial differential equations with the time-fractional derivative. This is a joint work with Prof. Yoshikazu Giga and Prof. Hiroyoshi Mitake.

We also studied the initial-boundary value problem for the space-fractional diffusion equation on the half-line. The equation involves the Caputo derivative. By deriving a fundamental solution Ψ to a space-fractional diffusion problem, We showed properties of Ψ as well as formulas for solutions to the Dirichlet and Neumann problems. Finally, we showed the in-

finite speed of propagation, using the solution formula. This is a joint work with Prof. Piotr Rybka and Tokinaga Namba, Ph.D.

B. 発表論文

1. S. Sato, Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文, 2020 年.
2. T. Namba, P. Rybka, S. Sato, Special Solutions to the Space Fractional Diffusion Problem, arXiv:2111.01197.
3. Y. Giga, H. Mitake, S. Sato, On the equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional diffusion equation, Journal of Differential Equations, Volume 316, 15 April 2022, Pages 364-386.

C. 口頭発表

1. Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, 第 21 回北東数学解析研究会, 北海道大学, 2020 年 2 月.
2. Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2020 年 3 月.
3. Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, 2020 Seoul-Tokyo Conference - Partial Differential Equations (Virtual Conference), zoom(オンライン開催), 2020 年 11 月.
4. 異常拡散方程式の粘性解と超関数解の同値性, 数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2021, SpatialChat(オンライン開催), 2021 年 11 月.

G. 受賞

1. 第 21 回北東数学解析研究会, 優秀ポスター賞, 2020 年 2 月.
2. 2019 年度 数理科学研究科研究科長賞 (修士論文), 2020 年 3 月.

3. 数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2021, ベストポスター賞, 2021 年 11 月.

鶴崎 修功 (TSURUSAKI Hisanori)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

C 上の有限次元単純リー代数における nilpotent orbit は、すでに分類されている。中でも次元が最大のを principal orbit という。nilpotent orbit には、 \mathfrak{sl}_2 -triple を対応づけることができる。これに対応し、H. Nicolai, D. I. Olive の研究では、hyperbolic Kac-Moody Lie algebra において、その principal $SO(1,2)$ subalgebra が構成できることを示した。

私の前年までの研究では、この principal $SO(1,2)$ subalgebra の構成に対応する \mathfrak{sl}_2 -triple の構成を念頭におきながら、rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebra、すなわち Cartan matrix が

$$\begin{pmatrix} 2 & -a \\ -a & 2 \end{pmatrix} \quad (a \geq 3)$$

である Kac-Moody Lie algebra の場合に限定し、principal の制限を外した。

具体的には、 \mathfrak{sl}_2 -triple $\{X, Y, H\}$ であって、compact involution ω_0 に対して $Y = \omega_0(X)$ であり、また、nilpositive element が real root vector の張る空間に存在するという条件をみたすもの考えた。この 2 つの条件は、principal な場合でみただけでみられているものである。

X を real root vector の線型結合として書いたとき、その項数を X の length とよぶことにする。 X の length が 2 以外のときは、条件をみたす \mathfrak{sl}_2 -triple は存在しないことがわかった。 X の length が 2 のときは、ルートを α 型、 β 型の 2 種類に分け、 X を構成する 2 つの real root vector が別々の型のルート空間に属するとき、条件をみたす \mathfrak{sl}_2 -triple を構成した。

構成した \mathfrak{sl}_2 -triple について、対応する weighted Dynkin diagram を求め、また Casimir 元の Cartan subalgebra への adjoint action の固有値を求めた。

また、構成した \mathfrak{sl}_2 -triple の作用でもととの

hyperbolic Kac-Moody Lie algebra \mathfrak{g} を分解するとき、どのような \mathfrak{sl}_2 -module が現れるかについて研究した。

この場合に現れる \mathfrak{sl}_2 -module は、ある有理数 p をとって、固有値が $\dots, p-4, p-2, p, p+2, p+4, \dots$ で各 1 次元の空間が集まった形をしており、これが固有値の大小方向に無限に続いているかどうかで、有限次元、無限次元の highest or lowest module, その他の大きく 3 種類に分かれる。 \mathfrak{g} のルートを real root である type B, real root 同士の差として書ける imaginary root である type C, それ以外の imaginary root である type A に分けると、ほとんどの imaginary root は type A になるが、これらのルートに関するルート空間は、 \mathfrak{sl}_2 による分解においては、かならず無限次元で highest or lowest module になることがわかった。

本年の研究では、type B および type C の場合を検討した。type C の場合は type B の場合に帰着でき、type B の場合は highest module でも lowest module でもない無限次元 module になることがわかった。これにより、 \mathfrak{g} が分解でどのような module に分解されるかが完全にわかったことになる。Nilpotent orbits in finite-

dimensional simple Lie algebras on \mathbb{C} have already been classified. Among them, the one with the largest dimension is called a principal orbit. An \mathfrak{sl}_2 -triple can be associated with a nilpotent orbit.

Correspondingly, the study by H. Nicolai and D. I. Olive showed that the principal $SO(1,2)$ subalgebra can be constructed in a hyperbolic Kac-Moody Lie algebra.

Last year, keeping in mind the construction of \mathfrak{sl}_2 -triples corresponding to this construction of principal $SO(1,2)$ subalgebras, I removed the restriction of principality, in the case of rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebras, whose Cartan matrix is

$$\begin{pmatrix} 2 & -a \\ -a & 2 \end{pmatrix} \quad (a \geq 3).$$

Explicitly, I considered \mathfrak{sl}_2 -triples $\{X, Y, H\}$, which satisfy that $Y = \omega_0(X)$ for the compact

involution ω_0 , and that the nilpositive element X lies in the space spanned by the real root vectors. These two conditions are satisfied in the principal case.

When X is written as a linear combination of real root vectors, I defined the length of X as the number of the terms. When the length of X is not 2, I showed that there is no \mathfrak{sl}_2 -triple satisfying the conditions.

When the length of X is 2, I classified the roots into α -type and β -type. When X is written as a sum of two real root vectors in the root spaces of different types, I constructed an \mathfrak{sl}_2 -triple satisfying the conditions.

I calculated the weighted Dynkin diagram corresponding to the \mathfrak{sl}_2 -triple, and I computed the eigenvalue of the adjoint action of the Casimir element to the Cartan subalgebra.

This year, I continued from last year's work and studied what kind of \mathfrak{sl}_2 -modules appear when the original hyperbolic Kac-Moody Lie algebra \mathfrak{g} is decomposed by the action of the constructed \mathfrak{sl}_2 -triple. the \mathfrak{sl}_2 -module appears in this case consists of one-dimension spaces whose eigenvalues are $\dots, p-4, p-2, p, p+2, p+4, \dots$, using certain rational number p . These modules can be divided into three types depending on whether each module has finite dimension, has infinite dimension and is highest or lowest module, or has infinite dimension and is not highest nor lowest module.

I divided the roots of \mathfrak{g} into type B, which are real roots, type C, which are imaginary roots that can be written as the difference of two real roots, and type A, which are other imaginary roots. Most of the imaginary roots will be type A. I discovered that the root spaces of roots of type A belong to an infinite-dimensional highest or lowest module in the decomposition by the \mathfrak{sl}_2 -module.

This year's study examined the type B and type C cases. The type C case can be attributed to the type B case, and the type B case is an infinite-dimensional module that is not highest

nor lowest module. This means that we know what kind of module appears when \mathfrak{g} is decomposed.

B. 発表論文

1. H. Tsurusaki: “Rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebra において real root vector の張る空間に nilpositive element をもつ \mathfrak{sl}_2 -triple”, 東京大学修士論文 (2020)

C. 口頭発表

1. Rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebra において real root vector の張る空間に nilpositive element をもつ \mathfrak{sl}_2 -triple, 2020 年度表現論シンポジウム, オンライン (Zoom を使用), 2020 年 11 月.

鶴橋 知典 (TSURUHASHI Tomonori)

A. 研究概要

発散方程式の弱解について、解の正則性と繰り込み可能性の関係を研究した。解の正則性が悪い場合に繰り込み可能とならない解が存在することを凸積分法により示し、微視的な外力項の有無として解釈できることを示した。また、移流拡散方程式の解の非一意性に関する結果を分数拡散項の場合にも拡張し、速度場の正則性に依って非一意な解が無数に存在しうることを示した。

We studied the relationship between regularity and uniqueness of a weak solution for a divergence equation. We proved that bad regularity gives the existence of a non-renormalized solution by the convex integration method and that it comes from the existence of a “microscopic external force.” In addition, we extended the results on non-uniqueness for a transport-diffusion equation to that with a fractional diffusion. We constructed examples for which uniqueness fails when the velocity field is irregular.

B. 発表論文

1. T. Tsuruhashi : “On divergence of products of irregular scalar and solenoidal vector fields”, Advances in Mathematical Sciences and Applications, **30** (2021) 1–21.
2. T. Tsuruhashi : “Remarks on non-uniqueness for a transport equation with a fractional diffusion”, Advances in Mathematical Sciences and Applications, **30** (2021) 415–427.

C. 口頭発表

1. Convex integration approach to a divergence equation, 第 21 回北東数学解析研究会 ポスター発表, 北海道大学, 2020 年 2 月.
2. On irregular pairs satisfying a divergence equation, Seoul-Tokyo Conference, オンライン, 2020 年 11 月.

G. 受賞

1. 第 21 回北東数学解析研究会 優秀ポスター賞, 2020 年 2 月.
2. 東京大学数理科学研究科長賞, 2020 年 3 月.

林 晃平 (HAYASHI Kohei)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

ランダムに相互作用するマイクロ粒子系モデルを考え、適切にスケール操作を行うことによりマクロな物理量の時間発展則を導出するという、非平衡統計力学に関連の深い問題に取り組んでいる。より具体的には、界面成長を記述するモデルに興味があり、本年度は特に癌細胞の成長や火を点けた紙が燃え広がる様子などを記述する確率偏微分方程式として知られる Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程式の導出に取り組んでいる。KPZ 方程式はこれまでに多くのマイクロ系から導出されており、モデルの詳細に依らない普遍性を持つと予想されている。このような普遍性に対し、確率論の立場からアプローチし解明を目指すことが目的

である。また、KPZ 方程式の両辺を微分することで、界面の高さ関数の傾きは確率 Burgers 方程式に従うことがわかる。Burgers 方程式は古典的には流れを表す方程式であり、実際、一定方向の流れのあるモデルを典型例としてこれまでスケール極限により導出されてきた。即ち、従来モデルから KPZ 方程式を導出するためには「熱拡散項 + 摂動項（非対称性が生み出す流れ）」という構造を見出すことが重要であった。

一方、O'Connell-Yor モデルと呼ばれるポリマー模型の自由エネルギーから KPZ 方程式が導出されることが最近になって証明された。O'Connell-Yor モデルは戸田格子ポテンシャル $V(x) = 1 - x - e^{-x}$ により駆動されるモデルであると考えられ、KPZ 方程式の導出のためにはポテンシャルを $V(x) = x^2/2 + \dots$ と Taylor 展開し調和ポテンシャル部分を取り出すことができ、このモデルでもやはり「熱拡散項（調和ポテンシャル） + 摂動項」という形の分解が重要である。本研究ではこの点に着目し、ポテンシャルなどのミクロ系を駆動する対象から熱拡散に対応する部分を抽出することで KPZ 方程式をより一般的なモデルから導出するという研究に取り組んでいる。実際、 q TASEP と呼ばれるミクロ粒子系を一般化し、KPZ 方程式を導出することができた。今後は上記のアプローチを他のモデルにも適用することでロバスト性があるかを確認し、抽象的なモデルから KPZ 方程式を導出することを目指している。

I am mainly concerned with a problem to explain macroscopic phenomena by taking scaling limit of microscopic system where agents randomly interact with each other. Such a problem is related to non-equilibrium statistical mechanics and the purpose of the research is to derive some partial differential equation(s) of macroscopic quantities. More specifically, I am interested in interface growth model, which is particularly described by a stochastic PDE called the Kardar-Parisi-Zhang equation (KPZ equation, in short). KPZ equation is used for a model for tumor growth or burning paper, etc, and it is expected that the equation has a universality. Indeed, several microscopic mod-

els from which the KPZ equation is derived are studied. The purpose of the research is to clarify what makes the KPZ equation a universal object. Our starting point is that tilt of the solution of the KPZ equation satisfies the stochastic Burgers equation, which is a kind of flow equation. In particular, extracting a heat diffusion term with some perturbation is crucial to derive the KPZ equation in the limit.

Recently, it is shown that the KPZ equation is derived from the scaling limit of so called the free energy of the O'Connell-Yor polymer model. The O'Connell-Yor polymer can be viewed as a model which is driven by the Toda lattice potential $V(x) = 1 - x - e^{-x}$. In this case, we can expand the driving potential as $V(x) = x^2/2 + \dots$ and thus extract the heat diffusion term with some additional terms. In this year, I am focusing on this point and trying to obtain such a decomposition for other models. As a result, I succeeded to derive the KPZ equation from an interacting particle system which is related to q TASEPs as a special case. To further generalized the result, checking robustness of the above approach and derivation of the KPZ equation from more abstract model will be taken into account.

B. 発表論文

1. Kohei Hayashi and Kei Nakagawa: “Fractional SDE-Net: Generation of Time Series Data with Long-term Memory”, preprint, arXiv: 2201.05974.
2. Kohei Hayashi: “Equilibrium fluctuations for totally asymmetric interacting particle systems”, preprint, arXiv:2201.01987.
3. Kohei Hayashi: “A one-phase Stefan problem with non-linear diffusion from highly competing two-species particle systems”, preprint, arXiv:2106.00242.
4. Kohei Hayashi: “Spatial-segregation limit for exclusion processes with two components under unbalanced reaction”, *Electron. J. Probab.* **26** (2021), 1-36.

(arXiv:2002.04802.)

C. 口頭発表

1. Equilibrium fluctuations for a class of totally asymmetric systems, 確率論ヤングサマーセミナー・オンライン, August 2021, Online.
2. Spatial-segregation limit for exclusion processes with two components under unbalanced reaction, PSPDE IX, July, 2021, Braga+Online.
3. A one-phase Stefan problem with nonlinear diffusion from highly competing two-species interacting particles: PDEs and Probability Theory - beyond boundaries -, June, 2021, Online.
4. A one-phase Stefan problem with nonlinear diffusion from two-species interacting particles, 東京確率論セミナー, 2021年4月.
5. 複雑ネットワークの数理, ワークショップ「実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点」, オンライン, 2021年2月.
6. Derivation of a stochastic Burgers equation from stationary square lattice polymers, 確率論シンポジウム, オンライン, 2020年12月.
7. Derivation of a stochastic Burgers equation from stationary square lattice polymers, 厳密統計力学および関連する話題 II, オンライン, 2020年11月.
8. Scaling limits for log-partition function of directed polymers, 確率論若手セミナー・オンライン, オンライン, 2020年9月.
9. Spatial-segregation limit for exclusion processes with two components under unbalanced reaction, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2020年3月.
10. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two component, 確率論早春セミナー 2020, 京都大学, 2020年2月.
11. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two components, 無限粒子系、確率場の諸問題 \check{A} ÉłàĚđ, 奈良女子大学, 2020年1月.
12. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two-components, One-day Symposium: Hydrodynamic limit and related topics, December, 2019, Waseda University
13. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two components, 2019年確率論シンポジウム, 慶應義塾大学, 2019年12月.
14. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two components, The 18th Symposium Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems, 大阪大学, 2019年11月.
15. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two components, 日本数学会 数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2019, 東京大学, 2019年10月.
16. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two-components, 確率論ヤングサマーセミナー 2019, 遠刈田温泉さんさ亭 (宮城県刈田市), 2019年8月.
17. KPZ universality for interacting particle systems, 確率論サマースクール 2018 (Young Forum), 名古屋大学, 2018年8月.

G. 受賞

2019年度数理科学研究科長賞

原子 秀一 (HARAKO Shuichi)

A. 研究概要

シンプレクティック微分リー代数として知られるリー代数の3系列のうち、commutative world と呼ばれる系列 $\{c_g\}_g$ がある。リー代数 c_g の (コ)ホモロジー群を知ることは、超多様体の一種であり L_∞ -代数や葉層構造などを例としてもつ Q 多様体の特性類の非自明性を調べることに重

要である。このリー代数 c_g の (コ) ホモロジー群を計算するために、 c_g にリー双代数構造を与えるアプローチが考えられる。そのため、 c_g の $\wedge^2 c_g$ に値をもつ 1 次リー代数コホモロジーを、シンプレクティック群の表現論やウェイトと呼ばれる次数付けを用いて調べた。

また、almost commutative algebra もしくは ϵ -commutative algebra と呼ばれる代数の研究も行った。この代数は Scheunert(1979) によって導入された、超代数や次数付き可換代数の一つの一般化である。そこで、超多様体や Z 次数付き多様体と同様に、多様体の関数環に almost commutative algebra を対応させることで幾何的な意味付けを考えることができる。この種の多様体に関して、 Q 多様体における Q 構造、すなわち関数環上の次数付き微分代数構造や特性類などの対応物について研究した。

A series of Lie algebras $\{c_g\}_g$ called the commutative world is one of the three series of Lie algebras known as the symplectic derivation Lie algebras. Knowing the (co)homology group of the Lie algebra c_g is important for studying the non-triviality of the characteristic classes of a Q -manifold. Q -manifold is a kind of supermanifolds and has examples including L_∞ -algebras and foliations, etc. In order to compute the (co)homology group of the Lie algebra c_g , an approach of providing a Lie bialgebra structure on c_g is considered. I studied the first cohomology group of c_g with values in $\wedge^2 c_g$ by using the representation theory of symplectic groups and a grading called weight.

I also studied algebras called almost commutative algebras or ϵ -commutative algebras. This algebra is a generalization of superalgebras and graded-commutative algebras introduced by Scheunert(1979). Hence, a geometric meaning of an almost commutative algebra is considered by corresponding the algebra of functions on a manifold to this algebra, the same way as supermanifolds or Z -graded manifolds. I studied the counterparts in this kind of manifolds, of Q -structures, that is, structures of differential

graded algebra on functions, and the characteristic classes of Q -manifolds.

B. 発表論文

1. S. Harako : “On characteristic classes of Q -manifolds”, 東京大学修士論文 (2020).
2. S. Harako : “The second homology group of the commutative case of Kontsevich’s symplectic derivation Lie algebra”, preprint, arXiv:2006.06064 (2020).

C. 口頭発表

1. The symplectic derivation Lie algebra of the free commutative algebra, Intelligence of Low-dimensional Topology, オンライン, 2020 年 5 月
2. On a computation of the symplectic derivation Lie algebra, リーマン面に関連する位相幾何学, オンライン, 2020 年 8 月
3. The commutative case of the symplectic derivation Lie algebra, 表現と特性類に関する位相幾何学, オンライン, 2021 年 3 月
4. The symplectic derivation Lie algebra and its homology, Poisson 幾何とその周辺, オンライン, 2021 年 12 月
5. Computation of the symplectic derivation Lie algebra via classical representation theory, The 17th East Asian Conference on Geometric Topology, オンライン, 2022 年 1 月
6. Computational results for the symplectic derivation Lie algebras, 日本数学会 2022 年度年会, 埼玉大学, 2022 年 3 月

G. 受賞

東京大学大学院数理科学研究科修士課程研究科長賞, 2020 年 3 月

☆ 1 年生 (First Year)

井上 大輔 (INOUE Daisuke)

A. 研究概要

大規模な制御問題に対する数値計算アルゴリズムの確立を目指している。とりわけ興味を持って

いるのが、集団の分布形状をコストを最小化するように移動させる最適輸送問題と、分布に対するコスト関数をもつ集団を Nash 均衡が達成されるように移動させる平均場ゲームである。どちらの問題も、分布の移動を記述する Fokker-Planck 方程式と、集団の最適な行動を記述する Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式の連立系として整理できる。一方、これらの偏微分方程式を具体的な制御問題に応用する際に、課題が2つある。

1. 上記の偏微分方程式は、集団数無限大の極限のもと正当化されるため、有限数の集団についての問題を適切に近似しない場合がある。
2. 上記の偏微分方程式に対する、実装容易かつ厳密解への収束性が保証されている数値計算法が確立されていない。

これらに対し、昨年度は以下の研究を実施した。

1. 最適輸送を用いた制御アルゴリズムの提案 [発表論文 1]、平均場ゲームを用いた制御アルゴリズムの提案 [口頭発表 1]
2. Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式に対するの差分法の収束証明 [口頭発表 2]

上記の 1. では、数値計算法の解は偏微分方程式の厳密解を適切に近似するという仮定を用いているが、現状これは満たされていない。これを部分的に解決するのが 2. である。今後、2. の研究を進め、最適輸送問題や平均場ゲームに対する数値計算法の収束性を保証することが目標である。

I aim to establish numerical algorithms for large-scale control problems. I am particularly interested in the optimal transport problem, in which the distribution of a population is moved to minimize its cost, and the mean-field game, in which a population with a cost function for the distribution is moved to achieve a Nash equilibrium. Both problems is arranged as a coupled system of the Fokker-Planck equation, which describes the movement of the distribution, and the Hamilton-Jacobi-Bellman equation, which describes the optimal action of the population. On the other hand, there are two

issues when applying these PDEs to actual control problems.

1. Since the above PDEs are justified under the limit of an infinite number of populations, they may not adequately approximate the problem with finite number of populations.
2. Numerical methods for the above PDEs that are easy to implement and have convergence guarantees have not yet been established.

To address these issues, the following researches were conducted last year.

1. Proposal of a control algorithm using optimal transport [paper 1], Proposal of a control algorithm using mean-field games [oral presentation 1]
2. Proof of convergence of the difference method for the Hamilton-Jacobi-Bellman equation [oral presentation 2]

In 1., the solution of the numerical method is assumed to approximate the exact solution of the PDE. However, this assumption is currently not satisfied. This problem is partially solved in 2. I will continue the research on 2. and aim to guarantee the convergence of the numerical method for optimal transport problems and mean-field games.

B. 発表論文

1. D. Inoue, Y. Ito, and H. Yoshida, “Optimal Transport-based Coverage Control for Swarm Robot Systems: Generalization of the Voronoi Tessellation-based Method”, IEEE Control Systems Letters, 2021, Vol. 5, Issue 4.

C. 口頭発表

1. D. Inoue, Y. Ito, T. Kashiwabara, N. Saito, and H. Yoshida, “Model Predictive Mean Field Games for Controlling Multi-Agent Systems”, IEEE International Conference on Systems, Man,

and Cybernetics 2021 (SMC 2021), Melbourne, Australia, 2021.

- 井上 大輔, 伊藤 優司, 吉田 広顕, 柏原 崇人, 齊藤 宣一, Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式に対する風上差分法の収束証明, 日本応用数学会 2021 年度年会, 2021.

植田 健人 (UEDA Kento)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私の研究対象は非整数ブラウン運動 (fBm) で駆動される確率常微分方程式 (SODE)

$$dy_t = \mu(y_t)dt + \sigma(y_t)dB_t$$

の数値解法に対し、その誤差分布を求めることである。

SODE は確率積分を用いて定義される積分方程式であり、この場合、確率積分が非マルチンゲールである fBm によって駆動されるために、通常の伊藤積分の構成ではなく、サンプルパスに対するラフ積分によって定義される。

ここで、結合確率分布にしたがって、時刻 $t = k2^{-n}$ における fBm のサンプルパスの値を生成可能である。この各時刻における値と方程式の初期値から逐次的に計算可能な確率過程であって、方程式の真の解 y_t に収束するもの $\hat{y}_t^{(n)}$ を確率微分方程式の数値解法という。

このとき、 $M_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$ なる M_n を用いて $M_n(y_t - \hat{y}_t^{(n)}) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \exists Y$ となるとき、この M_n を数値解 $\hat{y}_t^{(n)}$ の収束率といい、 Y を誤差分布という。

従来、特殊な場合を除いて、いくつかの数値解法に対し、 $H > 1/3$ の場合にのみ誤差分布が知られていた。一つ一つの数値解法には収束しない H の範囲が必ず存在するが、従来知られているより広い数値解法の系列に対して誤差分布の収束を正当化する方法を修士論文で発見することができた。なお、この数値解法自体の収束と収束率は既知の結果である。

さらに博士課程では、より収束速度の速い数値解法の候補を発見し、その主要項と想定される項の収束を正当化した。現在は剰余項と想定される項の収束を計算しており、これが成功すれば誤差分

布の計算は完成する。

主要項の計算には先行研究を踏襲し、確率過程の古典的な理論によって確率過程の弱収束を時刻ごとのモーメント評価に帰着させ、そのモーメント評価をマリアバン解析によって行う。一方剰余項に対しては従来と異なる方法によって明示的な表示を行い、Sewing lemma などを用いてパスごとの評価を行うことで評価することができる。

My research interest is to find the error distribution for the numerical solution of stochastic ordinary differential equations (SODEs) driven by fractional Brownian motion (fBm).

$$dy_t = \mu(y_t)dt + \sigma(y_t)dB_t$$

The SODE is an integral equation defined using stochastic integrals, in this case by rough integrals against sample paths of fBm, rather than the usual Ito integral construction, because the stochastic integrals are driven by fBm, which is non-martingale.

Then, It can be generated the value at time $t = k2^{-n}$ of the sample path of fBm according to the joint probability distribution. The stochastic process that can be calculated sequentially from the values at each time and the initial values of the equation, and if $\hat{y}_t^{(n)}$ converges to the exact solution y_t , then $\hat{y}_t^{(n)}$ is called the numerical solution of SODE.

In addition, when $M_n(y_t - \hat{y}_t^{(n)}) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \exists Y$. using M_n with $M_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$, this M_n is called the rate of convergence of the numerical solution $\hat{y}_t^{(n)}$, and Y is called the error distribution. Previous studies has shown that, the error distribution was known for some numerical solutions only for $H > 1/3$, except for special cases. Although there is always a range of H that does not converge for each numerical solution, I discovered in my master's thesis a method to justify the convergence of the error distribution for a more general series of numerical solutions than previously known. In addition, the convergence and convergence rate of this numerical solution itself are known results.

In addition, I discovered a candidate of the numerical solution with a faster convergence rate and justified the convergence of the term assumed to be the principal term. Currently, I am calculating the convergence of terms expected as remainder terms, and if this approach is succeeded, the calculation of the error distribution will be accomplished.

For the computation of the principal terms, we follow the previous studies and use the classical theory of stochastic processes to attribute the weak convergence of stochastic processes to the moment evaluation at each time, and the moment evaluation is performed by the Malliavin analysis. On the other hand, the reminder term is explicitly indicated and evaluated by pathwise evaluation using the Sewing lemma.

C. 口頭発表

1. :ラフ微分方程式の数値解法
確率論若手セミナー・オンライン:リモート参加:2020/9/8
2. :1次元ラフ確率微分方程式の数値解法の誤差分布
確率論若手セミナー・オンライン:リモート参加:2021/8/25
3. :Numerical solution and error distribution of 1-dimentional SDE driven by fBm
確率解析とその周辺:リモート参加:リモート参加:2021/11/5

江藤 徳宏 (ETO Tokuhiko)

A. 研究概要

R^N 内の領域を2つに隔てる超曲面の運動を記述するモデルとして, さまざまな偏微分方程式が考察されている. その中でも特に Mullins-Sekerka 問題を研究している. これはステファン問題の特別な形であり, 界面によって隔てられた2つの異なる媒質の時間経過に伴う温度変化が一瞬で終わる. 界面上での媒質温度は界面の曲率または平均曲率により与えられ, 媒質温度の勾配のジャンプにより動く様子を表している. 本研究では Mullins-Sekerka 問題へ数値解析的にアプローチ

した. 既存の研究では解析研究も含め, 曲線または超曲面が領域に衝突する状況を排除している一方, 本研究ではこうした状況を防ぐため, 特に2次元平面が単純閉曲線により有界, 非有界な2つの領域に分けられている状況を考えた. しかし領域が非有界になり, 有限差分法や有限要素法など空間にメッシュを設定する数値計算手法が通用しないため, メッシュレスな数値計算方法として代用電荷法を採用した. さらに運動する曲線をいくつかの分点により多角形で近似し, これを時間発展的に動かすことでシミュレーションを行なった. この手法は榊原-矢崎両氏による Hele-Shaw 問題へのアプローチ方法と同様であるが, ラプラス方程式の外部問題を解かなければならないところが異なっている. 元の連続的問題が持っている曲線短縮や面積保存の法則が, 同スキームで構成される時間発展多角形においてどのように評価されるかについて検証し, 特に曲線短縮が成立するための分点数と時間刻み幅に関する十分条件を求めた. 最後に, 両端点が領域の境界上に制限されて動く開曲線を用いて Mullins-Sekerka 境界値問題の数値シミュレーションにも取り組んだ.

Various partial differential equations have been considered so far to describe a motion of an interface that separates a domain in R^N into two phases. Among such equations, we are studying the Mullins-Sekerka problem. The Mullins-Sekerka problem is a variant of the Stefan problem. Therein, the change of temperature of two different materials promptly finishes and the temperature on the interface is given by its mean curvature. The interface evolves in time at the speed being equal to the jump of the normal derivative of the temperature of the materials across it. In this study, we approach to the problem in terms of a numerical method. While existing results excluded the case where curves and interfaces touch the boundary, we consider the situation where R^2 is separated into a bounded domain and an unbounded one by a simply closed curve. However, typical numerical methods like the finite difference method or finite element method are

not applicable because of the unboundedness of the underlying domain. Therefore, we adopt the charge simulation method as a mesh-less numerical method. The evolving curve is approximated by a sequence of polygons. Though we follow the scheme proposed by Sakakibara and Yazaki whose aim is to solve the Hele-Shaw problem, we have to solve additionally the Laplace equation in the unbounded domain. We investigate how the changing ratio of either the length of the curve or the area surrounded by the curve and derive a sufficient condition on the number of collocation points and the time step to ensure the curve shortening property still valid even when the curve is discretized by a polygon. Finally, we attempt to modify the scheme to be able to treat the case where the end points of the curve are bounded onto the boundary of the underlying domain.

B. 発表論文

1. T. Eto : “On a discrete scheme for the Mullins-Sekerka flow and its fine properties”, preprint, arXiv: 2202.13261. (2022)

C. 口頭発表

1. On a Discrete Scheme for the Mullins-Sekerka Equation and Its Fine Properties, SIAM Conference on Analysis of Partial Differential Equations (PD22), Poster session, happening virtually, March, 2022.

及川 瑞稀 (OIKAWA Mizuki)

A. 研究概要

カイラル共形場理論が有理性と呼ばれる条件を満たすとき、カイラル共形場理論の表現の指標を組み合わせるとモジュラー不変函数すなわち楕円曲線のモジュライ空間上の函数を得られることが知られている。一般にカイラル共形場理論に対してその表現の指標の組み合わせ方は一意ではなく、その分類や構成は重要な問題である。構成の例と

して、カイラル共形場理論の包含に対して α -誘導と呼ばれる表現の誘導から指標の組み合わせ方が得られることが知られている。

カイラル共形場理論に群作用があると捻れ表現という表現の一般化を考えられる。本研究は、最近2020年に野島氏により α -誘導が捻れ表現の場合に一般化されたことを受け、捻れ表現からモジュラー不変函数を構成しようとする試みである。

α -誘導によるモジュラー不変函数の構成の重要なステップにカイラル共形場理論の表現圏の Frobenius 代数対象の構成がある。本研究ではこの構成を捻れ表現圏に拡張した。さらに、表現圏の場合と同様に、この構成が純テンソル圏的なものであることを示した。

It is known that when a chiral conformal field theory satisfies a condition, rationality, we can obtain modular invariant functions i.e. functions on the moduli space of elliptic curves by combining the characters of its representations. In general for a chiral conformal field theory combinations of the characters of its modules are not unique and classifications and constructions are important problems. As an example of constructions, it is known that we can obtain combinations of characters by certain induction of representations called α -induction.

When a chiral conformal field theory admits a group action we can consider twisted representations, which give a generalization of the notion of representations. This work is an attempt to obtain modular invariant functions from twisted representations, based on the recent work by Nojima which generalizes α -induction in the twisted case.

An important step in the construction of modular invariant functions by α -induction is the construction of certain Frobenius algebra objects in the representation category of a chiral conformal field theory. In this work I generalized this construction in the twisted case. Moreover, I showed that this construction is purely tensor-categorical as in the ordinary case.

B. 発表論文

1. M. Oikawa : “Frobenius algebras associated with the α -induction for twisted representations of conformal nets”, in preparation.

C. 口頭発表

1. Mathematics of 2-dimensional chiral conformal field theory, 2019 年度関数解析研究会, 三重県伊勢市, 2019 年 9 月.
2. An introduction to modular forms and moonshine phenomena, 2020 関数解析研究会オンライン, オンライン開催 (東北大学), 2020 年 9 月.
3. An introduction to modular functions, conformal field theories, and moonshine phenomena, Math seminar, オンライン開催 (理化学研究所), 2021 年 7 月.
4. An invitation to algebraic quantum field theory, 関数解析研究会ジュニア 2021, オンライン開催 (佐世保工業高等専門学校), 2021 年 9 月.
5. Modular invariant functions and conformal field theories, 作用素環と力学系, 九州大学, 2021 年 12 月.
6. Induction for twisted representations of conformal nets and tensor categories, 第 5 回数理新人セミナー, ハイブリッド開催 (九州大学), 2022 年 2 月.

Wang Gefei (王 格非)

A. 研究概要

種数 g の超楕円的スピン写像類群の非安定有理係数コホモロジーについて研究した。超楕円的スピン写像類群の 1 次、2 次、3 次コホモロジーを既に計算結果を出した。現在 3 次以上のコホモロジーを計算している。超平面配置についても研究している。

I studied the unstable rational cohomology of the hyperelliptic spin mapping class groups of genus g . I have computed the first, second and third cohomology of the hyperelliptic spin map-

ping class groups. Now I'm computing the p -th cohomology for $p \geq 4$. I also studied the hyperplane arrangement.

B. 発表論文

1. Xiaomeng Li and Gefei Wang : “A moment-angle manifold whose cohomology has torsion, Homology Homotopy Appl. **21(2)** (2019) 199–212.
2. Gefei Wang : “Artin braid groups and spin structures, preprint (2021) arXiv:2111.10528

C. 口頭発表

1. A moment-angle manifold whose cohomology is not torsion free 幾何与拓撲研究会, 揚州大学, 中国, 2017 年 8 月
2. The cohomology operation on moment-angle complexes 代数拓撲研究会, 南開大学, 中国, 2018 年 11 月

XIA Xiaokun (夏小焜)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

Givetal-Teleman 再構成によると、母関数は次のように表されます。Dubrovin 接続から構築された微分演算子、および KdV のタウ関数の積階層。これらのタウ関数は、グロモフ・ウィッテン不変量の母関数に由来します。点。私たちが解決したい一般的な問題の 1 つは、広田双線形のシステムを構築することです。総子孫ポテンシャルの方程式。実際、頂点作用素代数の一般的な構成がありますギバンタルが彼の論文で示唆した。ギバンタルの構造は、半単純フロベニウス多様体に対して一般化するのが簡単です。反射ベクトルに対応する頂点作用素代数は、KdV 階層の頂点作用素代数に共役します。したがって、頂点作用素代数は反射ベクトルに対応することは、広田二次方程式を構築する上で重要な役割を果たします。したがって、半単純加群フロベニウスに対応する反射ベクトルを分類することに関心があります。マニホールド。反射ベクトルに対応する頂点作用素代数を使用して構築する必要があると予想されます

ギブントルの全子孫ポテンシャルに対する広田双線形方程式の形での可積分階層。特別な場合にすべての反射が見つかります。特殊な場合に使用した手法は、一般的な場合に一般化することができます。

According to the Givental-Teleman reconstruction, the generating function is expressed in terms of a differential operator, constructed from Dubrovin connection, and a product of tau-functions of the KdV hierarchy. These tau-functions come from the generating function of Gromov-Witten invariants for the point. One of the problems in general that we would like to solve is to construct a system of Hirota bilinear equations for the total descendent potential. In fact, there is a general construction of vertex operators suggested by Givental in his paper. Givental's construction is straightforward to generalize for any semi-simple Frobenius manifold. The vertex operators corresponding to reflection vectors are the ones that conjugate to the vertex operators for the KdV hierarchy. Therefore we expect that the vertex operators corresponding to the reflection vectors would play a key role in constructing Hirota quadratic equations. Hence, it comes our interest in classifying reflection vectors corresponding to semi-simple Frobenius manifolds. We expect that vertex operators corresponding to reflection vector should be used to construct integrable hierarchies in the form of Hirota bilinear equations for the total descendent potential of Givental. We find all the reflection in a special case. The technic we used in special case can be generalize to the general case.

北村 侃 (KITAMURA Kan)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

局所コンパクト群のユニタリ表現論における閉部分群からの誘導表現を特徴付ける imprimitivity

定理は、現在作用素環論の文脈では閉部分群からの作用素環への作用の誘導を通じて理解されている。作用素環についての誘導作用は、Meyer-Nest による Baum-Connes 予想の再定式化においても本質的な役割を果たしている。このような背景の下で、局所コンパクト量子群の誘導表現や Baum-Connes 予想の量子群類似への応用を動機として、Vaes は局所コンパクト量子群についての閉部分量子群からの C^* 環への作用の誘導の理論をつくりあげた。

この局所コンパクト量子群に対する誘導作用の Vaes による構成は、技術的な困難を回避するために複雑なものになっている。これに対して、 C^* 環への局所コンパクト量子群の作用の誘導と制限について、環上の加群に関する係数拡大と係数制限の可換性とよく似た関係が成立することが分かった。これにより、よい状況下では誘導作用の構成をより小さい局所コンパクト量子群についての誘導作用に帰着できる。実際はこの関係が成り立つには技術的な条件が必要なのだが、これに対しいくつかの言いかえを与え、古典的な場合を含む多くの状況でこの条件がみたされることを示した。また、局所コンパクト量子群の間の準同型が閉部分量子群を与えるとは限らない場合の C^* 環への誘導作用についても考察した。準同型が固有性の類似を満たすならばいつでも誘導作用とよべるものが構成でき、さらに imprimitivity 定理の類似や上に述べた作用の誘導と制限の間の関係をはじめとする、誘導作用についての種々の性質が適切な条件下でこの場合にもみたされることを示した。

In the context of unitary representations of locally compact groups, induced representations from a closed subgroup can be characterized by imprimitivity theorem, which can be understood through induced actions in the context of operator algebra. Induced actions on operator algebras play an important role in the reformulation the Baum-Connes conjecture by Meyer-Nest. Motivated by the induction procedure for unitary representations of locally compact quantum groups and the analogue of the Baum-Connes conjecture for quan-

tum groups, Vaes constructed induced actions on C^* -algebras of a locally compact quantum group and its closed quantum subgroup.

In order to deal with the technical difficulties, this construction of induced actions by Vaes needs complicated procedures. Motivated by this situation, we show a relation between induced actions and restrictions of actions, which is similar to the commutativity of extensions of scalars and restrictions for modules over rings. Therefore we can reduce the induction procedure to that of smaller locally compact quantum groups in a nice situation. This statement requires some technical assumption, but we give several alternative conditions and show they are satisfied in various situations, including the classical case.

We also considered induced actions on C^* -algebras along a homomorphism of locally compact quantum groups that need not give a closed quantum subgroup. It turned out that induced actions can be constructed whenever the homomorphism satisfies the analogue of properness, and that expected properties of induced actions still hold in this case, such as the analogue of imprimitivity and the relation between induced actions and restrictions as above.

B. 発表論文

1. K. Kitamura: “Induced coactions along a homomorphism of locally compact quantum groups”, to appear in *J. Funct. Anal.*

C. 口頭発表

1. KK 理論とそこに現れる構造について, 関数解析研究会, 伊勢市二見町公民館, 2019年9月.
2. Bost–Connes type systems for function fields, 関数解析研究会, オンライン, 2020年9月.
3. On induction along a homomorphism of compact quantum groups, 東大京大合同オンライン作用素環セミナー, オンライン,

2021年1月.

4. Induced coactions along a homomorphism of locally compact quantum groups, 作用素論作用素環論研究集会, 福岡, 2021年11月.
5. Induced actions of quantum groups on C^* -algebras, 数理新人セミナー, 福岡, 2022年2月.

G. 受賞

1. 数理科学研究科長賞 (2020年度).

金城 翼 (KINJO Tasuki)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年度は主に以下の二つに関する研究を行った:

- (i) 次元還元定理を用いた仮想基本類の構成.
- (ii) Higgs 束のモジュライ空間とコホモロジー的 Donaldson–Thomas 理論.

(i) に関して, 昨年自身の論文で提示した, 偏屈層を用いて擬滑らかな導来スキームの仮想基本類が構成できるという予想を準射影的の場合に証明し, 論文にまとめた. これはコホモロジー的 Donaldson–Thomas 不変量の次元還元定理を双対障害束に対する Thom 同型とみなしてオイラー類と類似の構成を行うものである. 証明は Fourier–Sato 変換を用いて障害束上のサイクルと双対障害束上の偏屈層を比較することで行われ, 背後に超局所層理論と数え上げ幾何 (または導来代数幾何) の間に深い関係があることを示唆するものである. さらにこの構成を一般化することで, 四次元カラビヤウ多様体の接続層の数え上げ不変量が構成できるという予想を立てた. また別の一般化として, この構成の K 理論的な圏化を提示し, Arinkin–Gaitsgory の singular support の理論との関係を議論した. これらの一般化も同じ論文にまとめられている.

(ii) に関して, 最初に Johns Hopkins 大学の増田成希氏との共同研究で滑らかな射影代数曲線上の Higgs 束のモジュライスタックの双対障害束の全空間が, ある滑らかなモジュライ空間上の関数の

臨界点で記述されることを証明した. より一般に射影代数曲線上の階数が 2 であるようなベクトル束の全空間として表される三次元カラビヤウ多様体 (局所曲線) の接続層のモジュライスタックに対して同様の主張を証明した. 三次元カラビヤウ多様体のコホモロジー的 Donaldson–Thomas 理論の発展の大きな障害は一般に臨界点としての記述が知られてないことであり, 増田氏とのこの結果は局所曲線のコホモロジー的 Donaldson–Thomas 理論に大きな進展をもたらすと期待される. そのような応用の一つとして Edinburgh 大学の小関直紀氏との共同研究で, 戸田氏による Gopakumar–Vafa 不変量の χ -非依存性予想を一般の局所曲線で証明した. さらに射影代数曲線 C 上の $\mathcal{O}_C \oplus \omega_C$ の全空間として表される三次元カラビヤウ多様体に対して増田氏との結果を適用することで, Hausel–Thaddeus による階数が r でオイラー数が χ であるような Higgs 束のモジュライ空間のコホモロジーが (r と χ が互いに素である場合に) χ に依存しないという予想の別証を与えた. さらにこの予想は r と χ が互いに素でない場合には通常のコホモロジーや交叉コホモロジーでは成立しないことが知られていたが, BPS コホモロジーという新たなコホモロジーを導入することで r と χ が互いに素でない場合にまで拡張した.

This year, I have studied the following two subjects:

- (i) New construction of the virtual fundamental classes based on the dimensional reduction theorem.
- (ii) Higgs bundles and cohomological Donaldson–Thomas theory.

On the subject (i), I have proved a conjecture proposed by myself last year on a new construction of the virtual fundamental classes of quasi-smooth derived schemes using perverse sheaves under the quasi-projectivity assumption. This can be regarded as an analog of the construction of the euler class via the Thom isomorphism where we replace the ordinary cohomology by the vanishing cycle cohomology and

the Thom isomorphism by the dimensional reduction theorem for cohomological Donaldson–Thomas invariants. This was done by relating cycles on the obstruction cone and perverse sheaves on the dual obstruction cone using the Fourier–Sato transform. The proof suggests that there is a deep connection between microlocal geometry and enumerative geometry (or derived algebraic geometry). Further, by generalizing the above construction, we proposed a new conjectural construction of the counting invariant of coherent sheaves on Calabi–Yau fourfolds. As another generalization, we proposed a K-theoretic categorification of the above construction, and discussed a connection between Arinkin–Gaitsgory’s theory on singular support. These generalizations are discussed in the same preprint.

On the subject (ii), we first proved with Naruki Masuda (Johns Hopkins University) that the dual obstruction cone of the moduli stack of Higgs bundles is described as the critical locus of a regular function on a certain smooth moduli space. More generally, we proved a similar result for the moduli stack of coherent sheaves on a local curve, i.e., a Calabi–Yau threefold written as the total space of a rank two vector bundle on a smooth projective curve. As the main obstruction of the development of cohomological Donaldson–Thomas theory is the absence of the global critical locus description of the moduli stack of coherent sheaves, so our result is expected to have a great impact on the development of cohomological Donaldson–Thomas theory. One of such an application is established in a joint work with Naoki Koseki (The University of Edinburgh): we have proved Toda’s χ -independence conjecture of Gopakumar–Vafa invariants for arbitrary local curves. Further, by applying the main result of the joint work with Naruki Masuda for the total space of $\mathcal{O}_C \oplus \omega_C$ for a smooth projective curve C , we gave a new proof of the Hausel–Thaddeus’s conjecture stating that the

cohomology of the moduli space of Higgs bundles with rank r and euler characteristic χ does not depend of the choice of χ as long as r and χ are coprime. Though this conjecture is known to be false if r and χ are not coprime even if we replace the cohomology with the intersection cohomology, by introducing a new cohomology called the BPS cohomology for these moduli spaces, we generalized the above conjecture for the non-coprime cases.

B. 発表論文

1. Tasuki Kinjo. Dimensional reduction in cohomological Donaldson–Thomas theory. *Compositio Mathematica* 158.1 (2022): 123-167.
2. Tasuki Kinjo. Virtual classes via vanishing cycles. arXiv preprint arXiv:2109.06468 (2021).
3. Tasuki Kinjo and Naruki Masuda. Global critical chart for local Calabi-Yau threefolds. arXiv preprint arXiv:2112.10052 (2021).
4. Tasuki Kinjo and Naoki Koseki. Cohomological χ -independence for Higgs bundles and Gopakumar-Vafa invariants. arXiv preprint arXiv:2112.10053 (2021).

C. 口頭発表

1. Dimensional reduction for (-1) -shifted cotangent stacks, AG seminar (online), Regensburg university. 2020 年 7 月 23 日.
2. Dimensional reduction in cohomological Donaldson–Thomas theory, GTM seminar (online), Kavli IPMU. 2021 年 2 月 25 日.
3. Dimensional reduction in cohomological Donaldson–Thomas theory, 東大京大代数幾何セミナー, Zoom. 2021 年 4 月 28 日.
4. Virtual classes via vanishing cycles, Aspects of Mirror Symmetry 2021. Zoom. 2021 年 8 月 20 日.
5. Virtual classes via vanishing cycles, KIAS geometry seminar (online), Korea

Institute For Advanced Study. 2021 年 10 月 14 日.

6. Virtual classes via vanishing cycles, Algebraic Geometry Seminar (online), Oxford university. 2021 年 11 月 19 日.
7. Cohomological Donaldson–Thomas theory and Higgs bundles, Geometry seminar (online), Kansas university. 2022 年 2 月 4 日.
8. Cohomological Donaldson–Thomas theory and Higgs bundles, 数理新人セミナー, 九州大学. 2022 年 2 月 10 日.

E. 修士・博士論文

(修士論文) Dimensional reduction in cohomological Donaldson–Thomas theory

G. 受賞

東京大学数理科学研究科研究科長賞, 2021 年 3 月

島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

k を q 個の元から成る体とし, G を分裂簡約代数群とする. さらに λ を支配的コウエイトとし $b \in G(\bar{k}((t)))$ とする. (アフライングラスマニアンの中の) アフライン Deligne-Lusztig 多様体 $X_\lambda(b)$ は古典的 Deligne-Lusztig 多様体のループ群に対する類似である. 集合 $X_\lambda(b)(\bar{k})$ はアフライングラスマニアンの \bar{k} 値点の局所閉部分集合であり, よって被約部分インドスキームの構造を受け継ぐ. 実際には $X_\lambda(b)$ は \bar{k} 上局所有限型スキームであることがよく知られている.

いま $G = \mathrm{GL}_3$ とし, かつ b は basic であるとす. このとき, アフライン Deligne-Lusztig 多様体の既約成分を全て決定した. 特に全ての既約成分が古典的 Deligne-Lusztig 多様体と有限次元アフライン空間との積であるような場合を全て特定した.

今年度は, 上述したような $X_\lambda(b)$ の単純な幾何構造について $G = \mathrm{GL}_n$ の場合に調べ, 一定の成果を得た. これは本研究をより一般の G へ拡張する

手がかりとなるものである。

Let k be a field with q elements, and let G be a split connected reductive group over k . Further, let λ be a dominant coweight, and let $b \in G(\bar{k}((t)))$. An affine Deligne-Lusztig variety $X_\lambda(b)$ (in the affine Grassmannian) is an analogue of classical Deligne-Lusztig varieties for loop groups. The set $X_\lambda(b)(\bar{k})$ is a locally closed subset in the \bar{k} -valued points of the affine Grassmannian for G , so it inherits the structure of a reduced sub-ind-scheme. In fact, it is well known that $X_\lambda(b)$ a scheme locally of finite type over \bar{k} .

Now, let $G = \mathrm{GL}_3$ and let b basic. In this case, we completely determine the irreducible components of the affine Deligne-Lusztig variety. In particular, we classify the cases where all of the irreducible components are classical Deligne-Lusztig varieties times finite-dimensional affine spaces. If this is the case, then the irreducible components are pairwise disjoint.

In this year, we study the simple geometric structure as above of $X_\lambda(b)$ in the case $G = \mathrm{GL}_n$. This result will be a motivation for the general case.

B. 発表論文

R. Shimada, Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for GL_3 , 2021, arXiv:2102.09169.

C. 口頭発表

Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for GL_3 , 代数学コロキウム, 東京大学, オンライン, 2021年5月26日

Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for GL_3 , 第20回広島仙台整数論集会, オンライン, 2021年6月13日

Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties, 第18回数学総合若手研究集会, オンライン, 2022年3月3日

GL_3 のアファイン Deligne-Lusztig 多様体の幾何構造, 日本数学会 2022 年度年会 一般講演, オンライン, 2021年3月31日

G. 受賞

東京大学数理科学研究科長賞, 2021年3月

ZHU Haozhe (朱 浩哲)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

WINGS-FMSP コース生として「社会数理先端科学 III」を履修した。他のコース生と共に自由確率論と経済物理学への応用を研究した。特に作用素環と random matrix の立場から研究を行った。何か面白いものを見つけて、共同研究を期待している。

同時に、修士期間勉強した von Neumann 環における超冪環と中心列因子環の理論をさらに研究するために、 C^*/W^* -tensor category に関する理論の勉強を続けていた。

This year I have been involved in the course, Frontiers of Mathematical Sciences and Society III, and started to study free probability theory and its applications to econophysics. We have studied some basic theories from the perspective of operator algebras and have been considering the part related to random matrix theory. We are expecting to find something interesting and to do some collaborative research together. I also studied further studied the theory of ultrapower algebras and central sequence subalgebras. In order to have a better understanding on this topic, I am now studying the theory of C^*/W^* -tensor categories.

C. 口頭発表

1. Classification of Regular Subalgebras of the Hyperfinite II_1 Factor, 2019 関数解析研究会, 三重県伊勢市二見公民館, 2019年9月.
2. Vanishing 2-cohomology of Free Cocycle Actions of Amenable Groups, 2020 関数解析研究会, オンライン, 2020年9月.

高野 暁弘 (TAKANO Akihiro)

A. 研究概要

組み紐群 B_n の線型表現から結び目の不変量を構成する研究は、これまでいくつも行われてきた。例えば、Bourbaki 表現は Alexander 多項式を復元することが知られている。また R 行列が与えられれば、例えば Jones 多項式を復元することも知られている。さらに、近年 Conway によってねじれ Burau 写像と呼ばれるものが導入され、それがねじれ Alexander 不変量を復元することが示された。これに対し私は、Long-Moody 構成と呼ばれる、組み紐群 B_n とランク n の自由群 F_n との半直積の表現から B_n の表現を構成する方法の行列表示が Fox 微分で書けることを示した。さらに、組み紐を固定したとき、半直積の表現がある条件を満たせば、組み紐の閉包のねじれ Alexander 不変量が Long-Moody 構成によって記述できることを示した。

There have been a number of studies of constructing knot invariants from linear representations of the braid group B_n . For example, the Burau representation is known to recover the Alexander polynomial. Given an R matrix, it is also known to recover, for example, the Jones polynomial. Recently, Conway introduced what is called the twisted Burau map, which was shown to recover the twisted Alexander invariant. On the other hand, I showed that a matrix presentation of a method called the Long-Moody construction, which constructs a representation of the braid group B_n from a representation of the semidirect product of B_n and the free group F_n of rank n , can be written by using the Fox derivative. Furthermore, when a braid is fixed, we showed that if the representation of the semidirect product satisfies a certain condition, then the twisted Alexander invariant of the closure of the fixed braid can be described by the Long-Moody construction.

B. 発表論文

1. Akihiro Takano: “The Long-Moody construction and twisted Alexander invari-

ants”, arXiv:2111.12303.

2. Akihiro Takano: “Studies on the Tong-Yang-Ma representation —Twisted Alexander invariants and extensions of the representation—”, 東京大学修士論文 (2021).
3. Arthur Soulié and Akihiro Takano: “Extensions of Tong-Yang-Ma representation”, arXiv:2012.03767.

C. 口頭発表

1. The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants, 第 18 回数学総合若手研究集会 ～数学の交叉点～, 北海道大学 (zoom), 2022 年 3 月
2. The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants, The 17th East Asian Conference on Geometric Topology, Korea Institute for Advanced Study (zoom), 韓国 2022 年 1 月.
3. The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants, 結び目の数理 IV, 早稲田大学, 2021 年 12 月.
4. The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants, Friday Seminar on Knot Theory, 大阪市立大学 (zoom), 日本, 2021 年 12 月.
5. The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants, 東北結び目セミナー 2021, 秋田大学 (zoom), 2021 年 10 月.
6. The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants, 東京女子大学トポロジーセミナー, 東京女子大学 (zoom), 2021 年 10 月.
7. Local matrix representations of braid groups, リーマン面に関連する位相幾何学, 東京大学 (zoom), 2021 年 8 月.
8. Extension of Tong-Yang-Ma representation, The 16th East Asian Conference on Geometric Topology, 東京大学 (zoom), 日本, 2021 年 1 月.
9. Extension of Tong-Yang-Ma representation, 結び目の数理 III, 東京女子大学

(zoom), 2020 年 12 月.

10. Extensions of Tong-Yang-Ma representation, 東京女子大学トポロジーセミナー, 東京女子大学 (zoom), 2020 年 10 月.

坪内 俊太郎 (TSUBOUCHI Shuntaro)

(学振 DC2)

A. 研究概要

昨年度に引き続き, 1-ラプラス作用素および p -ラプラス作用素 (ただし, $1 < p < \infty$ とする) を含む外力項付き特異楕円型偏微分方程式の解の正則性について研究した. p -ラプラス作用素とは異なり 1-ラプラス作用素では, 特に正則性に関しては, 解析的な性質がよくわかっていない. この問題は根本的には, 2 つのよく知られた事実による. ひとつは 1-ラプラス作用素が函数の平らな面 (ファセット) においては強い特異拡散構造を有することであり, もうひとつはファセットの外側であっても 1-ラプラス作用素が勾配方向において拡散作用が退化していることである. 特に, ファセットの近くで方程式が非一様特異楕円型となり, このことが解の微分の正則性を示す上で問題となる. 私の研究では, 「正則性に関して, p -ラプラス作用素は 1-ラプラス作用素に打ち勝つのか?」という問に対して, 部分的ではあるが肯定的な解答を与えた. 具体的には以下の通りである.

1. 解が凸であるという仮定の下で, 解の微分が連続であることを示した. これは, 解の微分の連続性を与えた最初の結果である. 証明は凸解析と強最大値原理に基づいており, 凸性を仮定しない場合と比べると初等的である.
2. 凸性の仮定をせずに, 弱解の連続微分可能性を示せることがわかった. 特に, 係数凍結法とレベルセット評価に基づいて, 微分が退化していないところでのヘルダー正則性の数学的正当化を与えることに成功した. 今回与えた連続性の結果は, 渋滞の伴う交通における最適輸送問題に関連して現れる, 強い退化楕円型方程式の解の正則性の先行研究に大きく影響を受けている. 本

研究成果そのものは, Bögelein らの最近の研究に触発されたものである.

3. 方程式の一般化を与えた. 特に, 1-ラプラス作用素を, 正斉一次凸エネルギー汎関数の変分として現れる特異拡散作用素にまで一般化することに成功した. この一般化に伴い, 一般化された 1-ラプラス型作用素に対しても機能する近似スキームを, フリードリヒの軟化子に基づいて新たに与えた.

現在は時間発展問題への結果の拡張を試みている. 特に楕円型での議論を放物型方程式においても適合させ, 微分の連続性を与えることを試みている. また, これらの正則性の結果を, 解がベクトル値であるような場合 (方程式系) へ拡張することについても考案中である.

I studied regularity on solutions to singular elliptic partial differential equations involving one-Laplacian and p -Laplacian, where $1 < p < \infty$, with an external force term. Unlike the p -Laplace operator, analytical properties of the one-Laplace operator have not been well-understood, especially for regularity. This problem is basically due to the two well-known facts. The first is that the one-Laplacian has strong diffusivity over a facet, which consists of degenerate points of functions. The second is that even outside the facet, diffusivity of the one-Laplacian degenerates in the direction of the gradient. In particular, the equation becomes non-uniformly elliptic near the facet, which is an obstacle when one tries showing regularity of gradients of solutions. “When it comes to regularity, does the p -Laplace operator overcome the one-Laplace operator?” I gave the following results, which are partially affirmative answers to this question.

1. Under the assumption that a solution is convex, I proved that its derivative is always continuous. This is the first result which establishes the continuity of derivatives of solutions. The proof is based on convex analysis and a strong

maximum principle, and rather elementary compared to the case a solution is not assumed to be convex.

2. I have found it possible to prove continuous differentiability of a weak solution without the convexity assumption. In particular, by freezing coefficient arguments and level-set estimates, I have succeeded in establishing a mathematical justification of Hölder regularity of a gradient. This regularity result is inspired by previous researches on regularity of weak solutions to a very degenerate elliptic equation, which appears in a problem of optimal transport for a congested traffic dynamics. My result itself is inspired by a recent work by Bögelein et al.
3. Generalization of the equation is discussed. In particular, I have succeeded in generalizing the one-Laplace operator to a very singular operator that appears in the variation of a positively one-homogeneous convex energy functional. Along with this generalization, I have given a new approximation scheme that is based on the Friedrich mollifier and works for the generalized one-Laplace-type operator.

I am now discussing the generalization of these regularity results in the elliptic and scalar setting to the parabolic or system case.

B. 発表論文

1. S. Tsubouchi and Y. Giga : “Continuity of derivatives of a convex solution to a perturbed one-Laplace equation by p -Laplacian”, to appear in Arch. Ration. Mech. Anal.
2. S. Tsubouchi : “Local Lipschitz bounds for solutions to certain singular elliptic equations involving the one-Laplacian”, Calc. Var. Partial Differ. Equ. **60**: 33 (2021), 35 pages.

C. 口頭発表

1. Some regularity results on gradients; p -Laplacian versus one-Laplacian, Monday’ s Nonstandard Seminar 31, MIMUW (Warsaw)/zoom (on-line), May 2021.
2. Regularity on solutions of equations involving one-Laplacian and p -Laplacian with an external force term, WINGS-FMSP 院生集中講義, 東京大学/zoom (オンライン開催), 2021 年 3 月.
3. Regularity on solutions of equations involving one-Laplacian and p -Laplacian with an external force term, 第 22 回北東数学解析研究会ポスターセッション, 東北大学/zoom (オンライン開催), 2021 年 2 月.

G. 受賞

1. 令和 2 年度東京大学数理科学研究科研究科長賞, 2021 年 3 月.
2. 第 22 回北東数学解析研究会ポスターセッション優秀ポスター賞, 2021 年 2 月.

姫木 祐太郎 (HIMEKI Yutaro)

A. 研究概要

河道内の水の流れを表現する 1 次元 Saint-Venant 方程式が知られている. 私はこの方程式について関数解析または数値解析の方法により研究している. 今年度は以下の 2 項目について整理した.

- (1) 有界閉区間上の初期値関数を与えた際の Saint-Venant 方程式に対する解の適切性 (well-posedness) について整理した.
- (2) 対称双曲型方程式系で用いられる Riemann 不変量や数学的エントロピー, Godunov 法について整理した.

A one-dimensional Saint-Venant equation that expresses the flow of water in a river channel is known. We are studying this equation by a method of functional analysis or numerical analysis. This year, we have organized the fol-

lowing two items.

(1) I organized the well-posedness of the solution to the Saint-Venant equation given the initial function on the bounded closed interval.

(2) I organized the Riemann invariants, mathematical entropy, and Godunov method used in the symmetric hyperbolic equation system.

B. 発表論文

1. Y.Himeki and Y.Ishii : “ \mathcal{M}_4 is regular-closed. ”, Ergodic Theory Dynam. Systems. **40** (2020) 213–220.

宮澤 仁 (MIYAZAWA Jin)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

本年度の研究は大きく分けてふたつある。(1) モジュライ空間の向き付けと指数理論, (2) 反線形な involution とフレア K-理論 である。これらは相互に関係している。

まず (1) について説明する。これは去年の修士論文の研究の続きである。修士論文では中村信裕氏の $\text{Pin}^-(2)$ -monopole のモジュライ空間の向き付け可能性を議論するために, $8k+3$ 次元多様体の $\text{Pin}_+^{\tilde{c}}$ 構造に対して定義される mod2 指数の局所化定理を示した。定理の証明を簡略化する過程で, 扱う構造も指数もかなり一般化できることに気づいた。主結果は, n 次元閉多様体上に定義される $G^+(n, s^+, s^-)$ 構造というものと, その構造に付随して定義される $KO^{s^- - s^+ - n}(\text{pt})$ に値をとる指数を定義し, その局所化定理を示したものである。 $8k+3$ 次元多様体の $\text{Pin}_+^{\tilde{c}}$ 構造は $G^+(8k+3, 0, 2)$ 構造である。 n 次元多様体の Spin 構造は $G^+(n, 0, 0)$ 構造の特別な場合であり, $KO^{-n}(\text{pt})$ の指数はこの場合 Spin cobordism invariant である Atiyah–Singer–Milnor invariant に一致する。また, Freed–Hopkins の定義した $H_n(s)$ 構造は $G^+(n, 0, s)$ 構造 (の特別な場合) である。

次に (2) について説明する。 $3, 4$ 次元多様体の involution ι であって, fixed point set が codimension 2 の部分多様体であるものをとる。さらに, ι は Spin 構造に自乗して -1 倍になるように

持ち上がっているとする。このとき, スピノルの四元数構造をもちいて反線形な involution で ι の持ち上げであるもの (I とする) が取れる。 (ι, I) を用いて, involution のある Seiberg–Witten 理論を構成できる。これは, $U(1)$ 作用と可換でないので, 通常の変理論とは異なる。この設定は加藤祐矢氏が non-smoothable な $Z/2 \times Z/2$ 作用を検出するときにもちいたものである。加藤氏は閉多様体のときに $10/8$ 型不等式を示した。我々の主定理はその境界付き多様体への一般化であったが, 当初の予想をはるかに上回る豊かな応用が得られた。特に, S^3 中の結び目 K に対し, K で分岐する二重分岐被覆をとり, その被覆変換に付随するスピン構造への反線形な involution に関して我々の状況を適用すると, 結び目に関する不変量ができる。この結び目に関する不変量 $\kappa(K)$ を用いて, 結び目の列であって, 滑らかな 4-genus と位相的な 4-genus の差が発散する例や stabilizing-number の滑らかなものと位相的なものの差が発散する例を構成できた。

I study two topics in this year: (1)The orientability of moduli spaces and index theory. (2)An anti-linear involution and Floer K-theory.

First, I will explain (1). This is a continuation of my master’s thesis of last year. In my master’s thesis, in order to discuss the orientation of the moduli space of $\text{Pin}^-(2)$ -monopole, which is introduced by Nobuhiro Nakamura, I studied a localization theorem of a mod 2 index defined on $\text{Pin}_+^{\tilde{c}}$ structure of $8k+3$ -dimensional manifolds.

In the process of simplify the theorem, we noticed that both the structure and the mod 2 index can be generalized considerably. The main result is that a localization theorem of an index that takes values in $KO^{s^- - s^+ - n}(\text{pt})$ defined on a $G^+(n, s^+, s^-)$ structure on n-dimensional closed manifold. The $\text{Pin}_+^{\tilde{c}}$ structure on a $8k+3$ -dimensional manifold coincides with the $G^+(8k+3, 0, 2)$ structure. The Spin structure of an n-dimensional manifold is a special case of the $G^+(n, 0, 0)$ structure and the index which

takes values in $KO^{-n}(\text{pt})$ coincides with the Atiyah-Singer-Milnor invariant. The indices of $H_n(s)$ structures defined by Freed–Hopkins are special cases of the $G^+(n, 0.s)$ structure.

Next, we explain (2). Take an involution ι of a 3 or 4-dimensional manifold whose fixed point sets are a submanifold of codimension 2. We further assume that ι is lifted by the Spin structure so that its square is -1 . In this case, we can take an anti-linear involution which is a lift of ι , say I , using the quaternion structure of the Spinor bundle. Using (ι, I) , we can construct a Seiberg-Witten theory with an anti-linear involution. This is different from the usual equivariant theory because I is not commutative with the $U(1)$ action. This setting was used by Yuya Kato to detect the non-smoothable $\mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2$ -action. Kato showed a $10/8$ -type inequality for closed manifolds with involution. Our main theorem was its generalization to a manifold with boundary and with involutions and we obtained much richer applications than we had expected. In particular, if we take a double-branched cover of S^3 which branches at a knot K in S^3 , and apply our situation using the involution as the covering transformation, we have an invariant of knots. Using this knot invariant $\kappa(K)$, we construct an examples of a sequence of knots that the difference between the smooth 4-genus and the topological 4-genus diverges. We also have an examples of a sequence of knots such that the difference between the smooth and topological stabilizing-numbers diverges.

B. 発表論文

1. J. Miyazawa : “Localization of a $KO^*(\text{pt})$ -valued index and the orientability of the $\text{Pin}^-(2)$ -monopole moduli space”, arXiv:2109.10579v2.
2. H. Konno, J. Miyazawa and M. Taniguchi : “Involutions, knots, and Floer K-theory”, arXiv:2110.09258v2.

C. 口頭発表

1. Seiberg-Witten equation and Topology, 数理新人セミナー, 第 3 回, 名古屋大学, 2020 年 2 月.
2. 向き付け不可能な 3 次元多様体へのスピノール構造の拡張と mod 2 指数, 関西ゲージ理論セミナー, オンライン, 2021 年 2 月.
3. Localization of a $KO^*(\text{pt})$ -valued index and the orientability of the $\text{Pin}^-(2)$ -monopole moduli space, 4 次元トポロジー, オンライン, 2021 年 11 月.
4. Involutions, knots, and Floer K-theory I, ハンドルセミナー, オンライン, 2021 年 11 月.
5. Involutions, knots, and Floer K-theory I, 関西ゲージ理論セミナー, オンライン, 2021 年 11 月.
6. Localization of a $KO^*(\text{pt})$ -valued index and the orientability of the $\text{Pin}^-(2)$ -monopole moduli space, 数理新人セミナー, 九州大学, 2022 年 2 月.
7. Localization of a $KO^*(\text{pt})$ -valued index and the orientability of the $\text{Pin}^-(2)$ -monopole moduli space, 数学若手総合研究集会, オンライン, 2022 年 3 月.

MAO Tianle (毛 天樂)

A. 研究概要

2021 年も安定状態の研究を続けています。3 月から 6 月まで、私は主に家族の安定性に関する記事を読みました。しかし、それは私の研究にはあまり貢献しませんでした。その後、射影平面の余接束の安定条件の空間を考え始めました。これは、Arend Bayer と Emanuele Macri のアイデアを一般化したものです。

明示的に、 X を $\text{Tot}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(-3))$ および $\pi: X \rightarrow \mathbb{P}^2$ で表すとしますと $i: \mathbb{P}^2 \hookrightarrow X$ ゼロセクション。 Coh_0 をゼロセクションでサポートされる $\text{Coh}(X)$ のサブカテゴリとし、 \mathcal{D}_0 を $D^b(X)$ のサブカテゴリとしますのコホモロジーが制限された複合体であり、そのコホモロジーの束はすべて Coh_0 にあります。Arend Bayer と Emanuele

Macri は、幾何学的チャンバーと幾何学的チャンバーの境界における安定状態の完全な説明を提供します。その間、彼らはまた幾何学的条件と代数的条件の間の関係を考慮します。

私の調査では、 X が $\text{Tot}(\Omega_{\mathbb{P}^2})$ の場合の状況を検討しています。ある程度の進歩はありましたが、より大きな困難に直面しました。たとえば、標準束の場合、球形の自己等価性を見つけて、壁の安定状態を美しく説明することができます。ただし、余接束の場合、元のオブジェクトは球形のオブジェクトではなくなります。私のアドバイザーは、ここで向井のフロップを検討するように私に提案し、それは私の研究に役立つかもしれません。

In 2021, I continue my research about stability condition. From March to June, I mainly read the article about stability conditions in families. However, it didn't contribute much to my research. After that, I started to consider the space of stability conditions on the cotangent bundle of a projective plane. This is a generalization of Arend Bayer and Emanuele Macri's idea.

Explicitly, let X denote by $\text{Tot}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(-3))$ and $\pi: X \rightarrow \mathbb{P}^2$ the projection and $i: \mathbb{P}^2 \hookrightarrow X$ the zero-section. Let Coh_0 be the subcategory of $\text{Coh}(X)$ supported on the zero-section and \mathcal{D}_0 be the subcategory of $D^b(X)$ of complexes with bounded cohomology, such that all of its cohomology sheaves are in Coh_0 . Arend Bayer and Emanuele Macri gives a complete description of stability condition in geometric chamber and on the boundary of geometric chamber. Meanwhile, they also consider the connection between geometric condition and algebraic one.

My research is consider the situation if X is $\text{Tot}(\Omega_{\mathbb{P}^2})$. Although some progress has been made, greater difficulties have been encountered. For example, in canonical bundle case, we can find spherical autoequivalence to give a beautiful description of stability condition on the wall. But in cotangent bundle case, the original object is no longer a spherical object.

My advisor suggests me to consider Mukai's flop here and it maybe helpful to my research.

LI Kimihiko (李 公彦)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

自分が行っているのは主にプリズマティックコホモロジーについての研究である。これは 2019 年において Bhatt-Scholze により提唱された概念であり、自分が専攻としている数論幾何学のうち、 p 進的理論についての研究である。標数 p である代数多様体上のコホモロジー理論の一つとしてクリスタリンコホモロジーがある。代数多様体が固有または滑らかでない場合 (つまりより悪い性質を持つ場合) はクリスタリンコホモロジーについて対数的構造や高レベル構造を考える必要がある。 p 進コホモロジーについては、“位相空間”としてサイトがあり、その上でクリスタルと呼ばれる理想的な性質を持つ加群の層について計算されることが多いが、Berthelot は高レベルクリスタリンサイトとレベル 0 (つまり通常の) クリスタリンサイト上のクリスタルの圏が同値という、Frobenius descent と呼ばれる結果を示した。その一方、プリズマティックコホモロジーは様々な p 進コホモロジー理論を統一するという試みで考えられた新しいコホモロジー理論であり、Bhatt-Scholze によりプリズマティックコホモロジーとド・ラームコホモロジー、整係数のクリスタリンコホモロジー等との比較定理が証明された。更に、 p 進コホモロジー理論についての量子化を行うことにより得られる q -クリスタリンコホモロジー及び q -ド・ラームコホモロジーがあり、 q -ド・ラーム複体を用いてプリズマティックコホモロジーを計算できることがわかった。また、 q -クリスタリンコホモロジーは $q = 1$ の無限小近傍でクリスタリンコホモロジーを考えることに相当し、 $q = 1$ の場合はクリスタリンコホモロジーを復元することが期待されるが、これも Bhatt-Scholze により示されている。

自分は修士論文において高レベルのプリズマティックおよび q -クリスタリンサイトを新たに構成し、Frobenius descent の類似が高レベルのサイトについても成り立つことを示した。また、レベ

ル $(m - 1)$ の q -クリスタリンサイトとレベル m のプリズマティックサイトの間にクリスタルの圏同値が成り立つことを示した。更に、 $q = 1$ の場合レベル m の q -クリスタリンサイトとレベル m のクリスタリンサイトの間にクリスタルの圏同値が成り立つことを示した。今年度においてはまず、プリズムに関連する対象が用いられる特定の射について理想的な持ち上げが存在することを示し、修士論文内の定理の証明がより厳密になるよう修正を行った。次に、今後の構成において必要となる整 p 進 Hodge 理論、 q -接続の理論、 p 進コホモロジーの対象に関する対数的構造について学んだ。また、Gros-Le Stum-Quirós が構成した q -導分を用いて、Bhatt-Scholze の方法に従ってレベル m の q -ド・ラム複体を構成した。今後の目標として、レベル m の q -ド・ラム複体がレベル m の q -クリスタリンコホモロジーを与える複体と擬同型であることを示す。最終的には、高レベル対数的プリズマティックサイトにおける係数の理論の構築を行い、係数と p 進微分方程式との関連性などを考え、プリズマティックの理論と p 進解析を融合させ、これらにより理論の適用範囲を広げることを目指す。

My research is mainly focused on prismatic cohomology. This was defined by Bhatt-Scholze in 2019 and it specializes to the p -adic cohomology theory, which is the theory of the arithmetic geometry I major in. Crystalline cohomology is one of the cohomology theories on algebraic varieties of characteristic p . We can think of the log structure and the higher level structure on crystalline cohomology when the variety is not proper or smooth (so that the usual cohomology theory does not work). The p -adic cohomology is usually computed by a crystal on a site (corresponding to a sheaf of modules, which has a good property, on a ‘topological space’). Berthelot proved the equivalence between the category of crystals on the higher level crystalline site and that on the level 0 crystalline site (which coincides with the usual crystalline site), which is called the Frobenius descent. On the other hand, pris-

matic cohomology is the new cohomology theory that generalizes the p -adic cohomology theories. Bhatt and Scholze showed the comparison theorems between the prismatic cohomology and the de Rham cohomology, the integral crystalline cohomology and the other p -adic cohomologies. Moreover, we can get the q -crystalline cohomology and the q -de Rham cohomology by the q -deformation of the corresponding cohomologies. It was shown that prismatic cohomology can be computed by the q -de Rham complex. Since we can consider q -crystalline cohomology as the crystalline cohomology on the infinitesimal neighborhood of $q = 1$, we can expect that this recover the crystalline cohomology when $q = 1$, which holds by the proof of Bhatt and Scholze.

In my master’s thesis, I constructed the prismatic and q -crystalline sites of higher level, and proved the analogues of the Frobenius descent on these sites. I also showed the equivalence between the category of crystals on the level $(m - 1)$ q -crystalline site and that on the level m prismatic site. Moreover, I proved the equivalence between the category of crystals on the level m q -crystalline site and that on the level m crystalline site when $q = 1$. In this year, I first proved that there is a lifting of the specific map related to the prisms, and rewritten the corresponding proofs in the master’s thesis. Next, I learned more about the integral p -adic Hodge theory, the q -connections, and the log structure defined in the p -adic cohomology theory for future use. Moreover, following the construction of Bhatt-Scholze, I constructed the level m q -de Rham complex by using the q -derivations introduced by Gros-Le Stum-Quirós. I will prove the quasi-isomorphism between the level m q -crystalline cohomology and the level m q -de Rham complex. Ultimately, I will construct the log structure on the higher level prismatic site, and obtain the theory of the coefficients on this site. I will also consider the relationship between the coefficients and the p -adic differen-

tial equations, and establish the relation to the p -adic analysis.

B. 発表論文

1. K. Li : “Prismatic and q -crystalline sites of higher level”, arXiv:2102.08151.

C. 口頭発表

1. Prismatic and q -crystalline sites of higher level, 第 20 回広島仙台整数論集会, 広島大学, 2021 年 7 月.
2. Prismatic and q -crystalline sites of higher level, 代数的整数論とその周辺 2021, 京都大学数理解析研究所, 2021 年 12 月.

E. 修士・博士論文

1. (修士) 李 公彦 (LI Kimihiko): 高レベルプリズマティックおよび q -クリスタリンサイト.

渡邊 祐太 (WATANABE Yuta)

A. 研究概要

複素多様体上の正則ベクトル束に対する正值性と消滅定理について研究している。滑らかなエルミート計量に対する中野正值性は良く知られており、これを用いて中野消滅定理が成り立つ。最近になって特異エルミート計量に対する中野半正值性の一つの定義が L^2 -評価を用いる事で導入された。そしてこの定義を用いて、Demailly-Nadel 消滅定理の正則ベクトル束への拡張である特異エルミート計量に対する中野型の消滅定理が示された。

自分は、一般の (p, q) -形式に対して曲率作用素 $A_{E,h}^{p,q}$ の半正 (負) 値性に関する性質を調べた。そして、 $p + q > n$ となる次数 (p, q) に対する $A_{E,h}^{p,q} \geq 0$ の L^2 -評価による特徴付けを得た。これにより、滑らかな場合の L^2 -評価による dual 中野半正值性の特徴付けが判明し、 L^2 -評価を用いた特異エルミート計量に対する dual 中野半正值性の定義を得た。

次に、Demailly-Nadel 消滅定理のように乗数イデアル層を込めたタイプの Bogomolov-Sommese 消滅定理を証明した。これは (n, q) -形式に対する Demailly-Nadel 消滅定理の (p, n) -形式への拡張

である。そして、この消滅定理の証明法と得られた特異エルミート計量に対する dual 中野半正值性の定義を用いて、Bogomolov-Sommese 消滅定理の正則ベクトル束への一般化であり、dual 中野消滅定理の特異エルミート計量への一般化でもある消滅定理を得た。最後に、 (n, q) -形式まで判明していた特異エルミート計量に対する乗数イデアル層を込めた Griffiths 消滅定理を (p, n) -形式まで拡張した。

I study the positivity and vanishing theorems for holomorphic vector bundles on complex manifolds. For smooth Hermitian metrics, Nakano positivity is well known, and the Nakano vanishing theorem can be obtained using it. Recently, one definition of Nakano semi-positivity for singular Hermitian metrics has been introduced by using L^2 -estimates. Then, using this definition, it was proved that the Nakano type vanishing theorem for singular Hermitian metrics, i.e. an extension of the Demailly-Nadel vanishing theorem to holomorphic vector bundles.

I studied a property of the semi-positivity (negativity) of the curvature operator $A_{E,h}^{p,q}$ for (p, q) -forms. Then, I obtained a characterization of $A_{E,h}^{p,q} \geq 0$ by L^2 -estimates for (p, q) -forms with $p+q > n$. From this, I found a characterization of dual Nakano semi-positivity by L^2 -estimates in the smooth case and obtained a definition of dual Nakano semi-positivity for singular Hermitian metrics using L^2 -estimates. Next, I proved the Bogomolov-Sommese type vanishing theorem which involves a multiplier ideal sheaf as in the Demailly-Nadel vanishing theorem. This is an extension of the Demailly-Nadel vanishing theorem for (n, q) -forms to (p, n) -forms. Then, by using the proof method of the vanishing theorem and the resulting definition of dual Nakano semi-positivity for singular Hermitian metrics, I obtained a vanishing theorem which is a generalization of the dual Nakano vanishing theorem to singular Hermitian metrics and of the Bogomolov-Sommese

vanishing theorem to holomorphic vector bundles. Finally, I extended the Griffiths vanishing theorem for singular Hermitian metric involving a multiplier ideal sheaf, which was known up to (n, q) -forms, to (p, n) -forms.

B. 発表論文

1. Y. Watanabe, *Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds*, Kyushu J. Math. **74** (2021), no. 2, 323-349.
2. Y. Watanabe, *Curvature operator of holomorphic vector bundles and L^2 -estimate condition for (p, q) -forms*, arXiv:2109.12554.
3. Y. Watanabe, *Bogomolov-Sommese type vanishing theorem for holomorphic vector bundles equipped with positive singular Hermitian metrics*, arXiv:2202.06603.

C. 口頭発表

1. Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds, 第 55 回函数論サマーセミナー, オンライン開催, 2021 年 9 月.
2. Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds, 2021 年度多変数関数論冬セミナー, オンライン開催, 2021 年 12 月.
3. 擬凸ケーラー多様体における非多重調和点集合の近傍上のコホモロジー, 日本数学会幾何学分会, 2022 年 3 月.

PÉREZ VALDÉS Víctor

A. 研究概要

群 G の表現 (Π, V) と部分群 G' の表現 (π, W) が与えられた時に, $(\Pi|_{G'}, V)$ から (π, W) への G' 線型写像を対称性破れ作用素 (**Symmetry Breaking Operator**) と言う. この対称性破れ作用素を構成することによって, 表現の制限 $\Pi|_{G'}$ (広い意味での分岐則の問題) を深く解明できることが期待される.

この対称性破れの作用素を幾何的な設定で考え, 微分作用素で書けるもの (微分対称性破れ作用素) の構成法が最近発見された. 具体的には, Lie 群 $G \supset G'$ がそれぞれ多様体 $X \supset Y$ に作用し, X, Y のベクトル束 \mathcal{V}, \mathcal{W} が与えられたとする. この場合の微分対称性破れ作用素は切断空間の間の G' 同変な微分作用素 $D : C^\infty(X, \mathcal{V}) \rightarrow C^\infty(Y, \mathcal{W})$ に対応する. 多様体 $X = G/P \supset Y = G'/P'$ が旗多様体で, ベクトル束 \mathcal{V}, \mathcal{W} がそれぞれ放物型分部群 P, P' の有限次元表現に同伴するベクトル束の場合に, この微分対称性破れ作用素を構成する手法 (The F-method) が 2013 年に小林俊行先生によって提起された.

この手法を用いて, 小林先生と Pevzner 先生が, 直線束の場合に 6 系列の対称対 (G, G') に対して微分対称性破れ作用素を完全に構成し, 分類した. さらに 2016 年に, 小林先生, 久保先生と Pevzner 先生によって, 球面における微分形式の間の微分対称性破れ作用素が完全に分類された.

この方針で私は昨年度 F-method を用いて, 対 $(G, G') = (SO(4, 1), SO(3, 1))$ に対するベクトル値の微分対称性破れ作用素を構成し, 分類した. 具体的に, S^3 上のランク 3 のベクトル束 $\mathcal{V}_\lambda^3 \rightarrow S^3$ と S^2 上の直線束 $\mathcal{L}_{\nu, m} \rightarrow S^2$ に対して以下の微分作用素が存在するためのパラメーター $(\lambda, \nu, m) \in \mathbb{C}^2 \times \mathbb{Z}$ に対する必要十分条件を決定し, それらを構成し, 分類した.

$$D_{\lambda, \nu}^m : C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) \longrightarrow C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu, m})$$

本年度はこの結果を分析し, 幾何的な意味を理解し, 小林-久保-Pevzner の結果との共通点を確認した. 具体的に, $m = 0, \pm 1$ の場合に, 両者は一致することを示した. その上, この結果の一般化を考え, 証明の簡略化も行った.

さらに, $G = G' = SO(3, 1)$ の場合の微分対称性破れ作用素も構成・分類し, これらを用いて, もとの微分作用素 $D_{\lambda, \nu}^m$ を構成することができた. すなわち, 次のような “factorization identities” が存在することを証明した.

$$\begin{array}{ccc} C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) & \longrightarrow & C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu, m}) \\ & \parallel \quad \Psi \quad \uparrow & \\ C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) & \longrightarrow & C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu', m'}) \end{array}$$

Given representations (Π, V) of a Lie group G and (π, W) of a Lie subgroup $G' \subset G$, we say

that a linear G' -homomorphism from $(\Pi|_{G'}, V)$ to (π, W) is a **Symmetry Breaking Operator**. Constructing these symmetry breaking operators may help us to understand better the behaviour of the restricted representation $\Pi|_{G'}$ (abstract branching law problems).

A way of constructing these operators has been discovered recently in a geometric setting; namely, when we consider symmetry breaking operators that can be written as differential operators (**Differential Symmetry Breaking Operators**). More concretely, suppose that the Lie groups $G \supset G'$ act respectively on two manifolds $X \supset Y$, and let \mathcal{V} and \mathcal{W} be two equivariant vector bundles over X and Y respectively. In this setting, the differential symmetry breaking operators correspond to the G' -equivariant differential operators between the spaces of smooth sections $D : C^\infty(X, \mathcal{V}) \rightarrow C^\infty(Y, \mathcal{W})$. If the manifolds $X = G/P \supset Y = G'/P'$ are flag varieties, and the vector bundles \mathcal{V} and \mathcal{W} are those associated to two finite dimensional representations of the parabolic subgroups P and P' , a method of constructing these differential symmetry breaking operators (called the F-method), was proposed in 2013 by professor Toshiyuki Kobayashi.

By using this method, professors T. Kobayashi and M. Pevzner constructed and classified all differential symmetry breaking operators for 6 different symmetric pairs (G, G') in the line bundle case. Moreover, in 2016, professors T. Kobayashi, T. Kubo and M. Pevzner classified all symmetry breaking operators for differential forms on spheres.

Following this line, I used the F-method to construct and classify all vector-valued differential symmetry breaking operators for the pair $(G, G') = (SO(4, 1), SO(3, 1))$ during the past academic year. More concretely, for a rank 3 vector bundle $\mathcal{V}_\lambda^3 \rightarrow S^3$ over the 3-sphere and a line bundle $\mathcal{L}_{\nu, m} \rightarrow S^2$ over the 2-sphere, I found necessary and sufficient conditions on the

parameters $(\lambda, \nu, m) \in \mathbb{C}^2 \times \mathbb{Z}$ for the existence of the differential symmetry breaking operators below, constructing and classifying all of them.

$$D_{\lambda, \nu}^m : C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) \longrightarrow C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu, m})$$

This academic year I studied and analyzed a little bit more this result, understanding the geometric implications. I proved that it coincides with the results of Kobayashi–Kubo–Pevzner in the cases $m = 0, \pm 1$ and I simplified the proof in order to make easier a possible generalization of the result in the future. Furthermore, I also constructed and classified all differential symmetry breaking operators in the case $G = G' = SO(3, 1)$ and I used them to obtain the original operators $D_{\lambda, \nu}^m$. In other words, I proved the existence of some “factorization identities” of the type:

$$\begin{array}{ccc} C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) & \longrightarrow & C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu, m}) \\ & \parallel & \uparrow \\ & \Psi & \\ C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) & \longrightarrow & C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu', m'}) \end{array}$$

B. 発表論文

1. E. Martín-Peinador and V. Pérez Valdés, “A class of topological groups which do not admit normal compatible locally quasi-convex topologies”, *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM*, Vol. 112, no. 3, (2018) pp. 867–876.
2. V. Pérez Valdés, “Normality and Duality on Topological Groups”, 京都大学数理解析研究所講究録 **2139**, RIMS 共同研究 (公開型), 表現論とその周辺分野の進展 (研究代表者: 大島芳樹先生) (2019), pp. 100–112.
3. V. Pérez Valdés, “Construction of vector-valued Differential Symmetry Breaking Operators for the group $SO(4, 1)$ ”(群 $SO(4, 1)$ に対するベクトル値の微分対称性破れ作用素の構成について), 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021).
4. V. Pérez Valdés, “Construction of vector-valued differential symmetry breaking operators for the group $SO(4, 1)$ ”, 表現

論シンポジウム 2021 年度講演集 pp. 123–136.

C. 口頭発表

1. “Duality and Normality on Topological Groups”, Workshop of Young Researchers, Faculty of Mathematics of the Complutense University of Madrid (Spain), September 2018.
2. “Normality and Duality on Topological Groups”, RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の進展」(研究代表者: 大島芳樹先生), 京都大学数理解析研究所, 2019 年 7 月.
3. “Introduction to a criterion on proper actions due to T. Kobayashi”, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2019”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
4. “Introduction to the F-method due to T. Kobayashi and M. Pevzner”, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2020”, オンライン, 2020 年 8 月.
5. “About the dimension of the conformal transformation group by S. Kobayashi”, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis 2021”, オンライン, 2021 年 8 月.
6. “Construction of vector-valued differential symmetry breaking operators for the group $SO(4, 1)$ ”, 表現論シンポジウム 2021 年度 (世話人: 久保利久先生, 伊藤稔先生), オンライン, 2021 年 11 月.

G. 受賞

学生表彰 (2021) 「令和 3 年度数理科学研究科長賞」.

修士課程学生 (Master's Course Student)

岡本 幸大 (OKAMOTO Yukihiro)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

シンプレクティック多様体上に整合的な概複素構造が与えられると、Riemann 面からの写像に関する Cauchy-Riemann 方程式が定義される。この非線形偏微分方程式の解は擬正則曲線と呼ばれ、シンプレクティック幾何の研究で広く使われている。任意の微分可能多様体 Q に対して、余接束 T^*Q 内の擬正則曲線は Q 内のループや道の空間のトポロジーと興味深い関係を持つことが知られている。

Q に Riemann 計量を与え、 K を Q の部分多様体とする。一般に、適当な条件を満たすの接触多様体 M とその Legendre 部分多様体 Λ の組に対して、 M のシンプレクティック化内の擬正則曲線を用いて Legendre 接触ホモロジーが定義される。筆者は M として Q の単位余接束、 Λ として K の単位余直交束 (unit conormal bundle) を取った場合の Legendre 接触ホモロジーに対して、ループや道の空間のトポロジーとの関係に注目して研究した。

本年度は Cieliebak, Ekholm, Latschev, Ng (2016) による、 $Q = \mathbb{R}^3$ かつ K が結び目の場合の先行研究をの拡張を試みた。彼らは道の空間のトポロジー、特にストリングトポロジーの観点から、「ストリングホモロジー」と呼ぶホモロジー群を定義し、この次数 0 の部分と、 $Z[H_1(\Lambda)]$ 係数 Legendre 接触ホモロジーの次数 0 の部分が一一致することを示している。ただし、ストリングホモロジーの定義も含め、議論は低次数に限定されたいた。

筆者は高次数も含めて考察し、より広範囲の対象にストリングホモロジーの定義を与え、その結果を修士論文にまとめた。この定義は $Q = \mathbb{R}^n$ とそのコンパクト部分多様体 K に付随する \mathbb{R} 係数の Legendre 接触ホモロジーと全次数において同型になることを見越して決定した。同型の証明の見通しは立っているが、まだ書き下せていない。

Given a compatible almost complex structure on a symplectic manifold, the Cauchy-Riemann equation of maps from Riemann surfaces is defined. The solutions of this nonlinear partial differential equation are called pseudoholomorphic curves and widely used in the study of symplectic geometry. For an arbitrary differentiable manifold Q , it is known that pseudoholomorphic curves in its cotangent bundle T^*Q has interesting relation to the topology of loops and paths space of Q .

Let us fix a Riemannian metric on Q and let K be a submanifold of Q . In general, for a pair of a contact manifold M and its Legendrian submanifold Λ satisfying proper conditions, its Legendrian contact homology is defined by using pseudoholomorphic curves in the symplectization of M . The author studies the Legendrian contact homology in the case where M is the unit cotangent bundle of Q and Λ is the unit conormal bundle of K , with focusing on the relation to the topology of loops and paths space.

This year, the author tried to develop the previous results by Cieliebak, Ekholm, Latschev and Ng (2016) in the case where $Q = \mathbb{R}^3$ and K is a knot. They introduced what they call “string homology” from the perspective of topology of paths space, especially string topology, and proved that its degree 0 part coincides with the degree 0 part of the Legendrian contact homology. Note that their arguments, including the definition of the string homology, are restricted on low degree parts.

The author find a definition of the string homology for broader class of (Q, K) , including higher degree parts, and summarized this result in the master thesis. This definition is determined so that it is isomorphic to the Legendrian contact homology with coefficient in \mathbb{R} associated with $Q = \mathbb{R}^n$ and its compact submanifold K . The

author has a prospect to the proof of isomorphism, but has not written down it yet.

B. 発表論文

1. Y. Okamoto : “Towards a topological interpretation of the Legendrian contact homology of unit conormal bundles”, 東京大学修士論文 (2022).

奥田 堯子 (OKUDA Takako)

A. 研究概要

G を実半単純 Lie 群, θ を G の Cartan 対合, $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$ を θ の微分に対する G の Lie 環 \mathfrak{g} の Cartan 分解とする. K を G の極大コンパクト部分群で $\theta K = K$ なるものとするとき, Riemann 対称空間 G/K に対して, $\mathfrak{p} \rightarrow G/K, X \mapsto e^X K$ は微分同相写像である.

ここでさらに H を G の閉部分群で $\theta H = H$ なるものとするとき, G/K に対してより強い次の構造定理が知られている.

定理 1 ([Kob89, Lemma 6.1]) 上の設定において次の π は微分同相写像である.

$$\pi: (\mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \oplus (\mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p}) \rightarrow G/K, (Y, Z) \mapsto e^Y e^Z K.$$

定理 1 より, $Y: \mathfrak{p} \rightarrow \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}, Z: \mathfrak{p} \rightarrow \mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p}$ を $(Y(X), Z(X)) = \pi^{-1}(e^X K), X \in \mathfrak{p}$ と定める. このとき, $Z(RX)$ の有界性については Lie 環の条件のみで判定できることが次の定理 2 として知られている.

定理 2 ([Kob97, Lemma 5.4]) $X \in \mathfrak{p}$ に対し, $\|X\| \geq \|Z(X)\| \geq \|X\| \sin \varphi(X, \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p})$ が成り立つ. ここに $0 \leq \varphi(X, \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \leq \frac{\pi}{2}$ は RX と $\mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}$ がなす角度である.

$X \in \mathfrak{p} \setminus \mathfrak{h}$ と $\varphi(X, \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \neq 0$ は同値であるから, 定理 2 より $Z(RX)$ が有界であることと $X \in \mathfrak{h}$ であることは同値である.

修士論文では, 定理 2 に対比して $Y(RX), X \in \mathfrak{p}$ がどのような場合に有界であるかを考察し, 特に G が実階数 1 であり $\dim \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p} = 1$ の場合に $Y(RX)$ が有界であることと $X \in \{0\} \cup (\mathfrak{p} \setminus \mathfrak{h})$ が同値であることを証明した.

参考文献

- [Kob89] T. Kobayashi, *Proper action on a homogeneous space of reductive type*, Math. Ann., **285**, (1989), 249–263.
- [Kob97] T. Kobayashi, *Invariant measures on homogeneous manifolds of reductive type*, J. Reine Angew. Math., **1997**, (1997), 37–54.

Let G be a real semisimple Lie group and θ be a Cartan involution of G . Write $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$ for the Cartan decomposition with respect to the differential of θ . It is well-known that $\mathfrak{p} \rightarrow G/K, X \mapsto e^X K$ is a surjective diffeomorphism, where $K := \{g \in G \mid \theta g = g\}$.

Let H be a closed subgroup of G satisfying $\theta H = H$. Then the following result is due to Toshiyuki Kobayashi.

Theorem 1 ([Kob89, Lemma 6.1]) The mapping

$$\pi: (\mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \oplus (\mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p}) \ni (Y, Z) \mapsto e^Y e^Z K \in G/K$$

gives a surjective diffeomorphism.

From Theorem 1 we have smooth maps $Y: \mathfrak{p} \rightarrow \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}$ and $Z: \mathfrak{p} \rightarrow \mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p}$ uniquely defined with the relation

$$e^X K = e^{Y(X)} e^{Z(X)} K, X \in \mathfrak{p}.$$

The next theorem gives a Lie algebraic condition for $Z(RX)$ to be bounded.

Theorem 2 ([Kob97, Lemma 5.4]) For $X \in \mathfrak{p}$ we get $\|X\| \geq \|Z(X)\| \geq \|X\| \sin \varphi(X, \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p})$, where $0 \leq \varphi(X, \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \leq \frac{\pi}{2}$ is the angle between RX and $\mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}$.

Since $X \in \mathfrak{p} \setminus \mathfrak{h}$ and $\varphi(X, \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \neq 0$ are equivalent we find that $X \in \mathfrak{h}$ is necessary and sufficient for $Z(RX)$ to be bounded from Theorem 2.

Motivated by Theorem 2 we discuss when $Y(RX)$ is bounded in my master’s thesis. We restrict ourselves to the case when G is of real rank one and $\dim \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p} = 1$ and we figure out that $X \in \{0\} \cup (\mathfrak{p} \setminus \mathfrak{h})$ is a necessary and sufficient condition for $Y(RX)$ to be bounded.

References

- [Kob89] T. Kobayashi, *Proper action on a homogeneous space of reductive type*, Math. Ann., **285**, (1989), 249–263.
- [Kob97] T. Kobayashi, *Invariant measures on homogeneous manifolds of reductive type*, J. Reine Angew. Math., **1997**, (1997), 37–54.

B. 発表論文

1. 奥田堯子：“Riemann 対称空間上における測地線の簡約部分 Lie 代数への射影に対する有界性—低階数・低次元の場合—”，東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2022)

C. 口頭発表

1. 熱方程式による Weyl の漸近公式の導出 (after Dodziuk), Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
2. Standard measure の満たす不等式について after Bernstein, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, オンライン, 2020 年 8 月.
3. H -fixed ベクトルと最高ウェイトベクトルの内積について—具体例の計算, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, オンライン, 2021 年 8 月.

恩田 直登 (ONDA Naoto)

A. 研究概要

体 k 上の単位元つき有限可換 k -代数の分類に興味を持っている。 k が代数閉体のとき、 k -ベクトル空間としての次元が 6 以下の場合には同型類が有限種類であるが 7 以上の場合には無限種類存在することが知られている。 分類に必要なようになるのが、対称行列全体からなる空間の部分空間の、自然に考えられる作用による部分空間の分類だ。 修士論文では、標数 2 の代数閉体を係数とする 4×4 対称行列全体の 2 次元部分空間の分類を行った。

I am interested in the classification of isomorphism types of unital commutative finite k -algebras. If k is an algebraically closed field, it is known that there are only finitely many isomorphism types of them of dimension less than 7 and infinite number of isomorphism types of them of dimension 7. One of important tools for the classification is the classification of subspaces of the space of symmetric matrices over k under the canonical action. In the master thesis, we classify 2-dimensional subspaces of the space of 4×4 symmetric matrices over an algebraically closed field of characteristic 2.

B. 発表論文

1. N. Onda : “Isomorphism types of commutative algebras of rank 7 over an arbitrary algebraically closed field of characteristic not 2 or 3”, arXiv:2107.04959 (2021).
2. N. Onda : “Classification of 4×4 symmetric matrix pencils over an algebraically closed field of characteristic 2”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2022).

近藤 彪生 (KONDO Ayao)

A. 研究概要

2001 年, Dvornicich と Zannier は「局所大域可除性問題」と呼ばれる次のような問題を定式化した。 \mathcal{A} を代数体 k 上定義される可換代数群, r を正の整数, そして $P \in \mathcal{A}(k)$ とする。ここで, 有限個を除く k の素点 v に対して, $P = rD_v$ を満たす有理点 $D_v \in \mathcal{A}(k_v)$ が存在するとする。このとき, $P = rD$ を満たす有理点 $D \in \mathcal{A}(k)$ は存在するだろうか?

この問題は, \mathcal{A} が代数体上のアーベル多様体のとき幅広く研究されてきた。 \mathcal{A} が代数体上の楕円曲線のときは, 2012 年と 2014 年に Paladino, Ranieri, Viada によって一般的な肯定的結果が得られている。 $\dim(\mathcal{A}) \geq 2$ のときは, Gillibert と Ranieri によって幾つかの結果が得られている。特に彼らは, 2017 年と 2020 年に \mathcal{A} が代数体上の

GL₂ 型多様体の場合を研究した。修士論文では、2020 年に彼らによって得られた結果が、より弱い条件で成立することを証明した。さらに、2001 年に Dvornicich と Zannier によって得られた局所大域可除性問題に関する基本的な定理が、大域体の場合にも成り立つことを証明した。

In 2001, Dvornicich and Zannier formulated the following problem, which is called the *local-global divisibility problem*. Let \mathcal{A} be a commutative algebraic group defined over a number field k , let r be a positive integer, and let $P \in \mathcal{A}(k)$ be a rational point. Assume that for all but finitely many places v of k , there exists a rational point $D_v \in \mathcal{A}(k_v)$ such that $P = rD_v$. Then, does it follow that there exists a rational point $D \in \mathcal{A}(k)$ such that $P = rD$?

This problem is widely studied when \mathcal{A} is an abelian variety over a number field. In the case where \mathcal{A} is an elliptic curve over a number field, the general affirmative results are obtained by Paladino, Ranieri, and Viada in 2012 and 2014. In the case where $\dim(\mathcal{A}) \geq 2$, several results are proved by Gillibert and Ranieri. In particular, they studied the case where \mathcal{A} is a GL₂-type variety over a number field in 2017 and 2020. In the master thesis, we have proved that the results obtained by Gillibert and Ranieri in 2020 is true in weaker conditions. Moreover, we have proved that the fundamental proposition about the local-global divisibility problem obtained by Dvornicich and Zannier in 2001 is true when k is a global field.

B. 発表論文

1. A. Kondo : “Local-global divisibility of rational points on GL₂-type varieties over global fields”, 東京大学大学院数理学研究科修士論文 (2022) .

権 英哲 (KEN Eitetsu)

A. 研究概要

Ajtai の定理 $V^0 \not\vdash \text{ontoPHP}_n^{n+1}$ (ここで、 ontoPHP_n^{n+1} とは、「 $(n+1)$ 羽の鳩と、 n 個の巣たちとの間に全単射は存在しない」という主張を Σ_0^B -論理式で書き下したものである) は、proof complexity における重要なブレイクスルーであった結果で、様々な興味深い一般化・バリエーションが考案されてきた。

本研究では、その中でも特に次の結果に着目した: 任意の自然数 $p \geq 2$ について、 $V^0 + \text{Count}_k^p \not\vdash \text{injPHP}_n^{n+1}$ である (ここで、 Count_k^p とは p を法とする modular counting principle を Σ_0^B -論理式で書き下したものの、 injPHP_n^{n+1} は、単射についての鳩の巣原理である)。本研究では、この結果を p について一様な形に一般化することを試み、完全解決には至っていないものの、いくつかの知見を得た。

まず、counting principle の一般化と見做せそうな述語・命題論理式を三種類与え、特にそのうちの二つ、 $\text{UCP}_n^{l,d}$ と GCP が、実際に Count_k^p ($p \geq 2$) 達の一般化になっていることを示した。

その上で、 $V^0 + \text{UCP}_k^{l,d} \not\vdash \text{injPHP}_n^{n+1}$ という予想を与え、この予想を示すための十分条件を一つ与えた。具体的には、Ajtai の定理のスタンダードな証明に現れる *PHP-tree*, *k-evaluation* に類似の概念として、*injPHP-tree*, *injPHP-tree* を用いた *k-evaluation* を定義し、以下を証明した: AC^0 -Frege system で $\text{UCP}_k^{l,d}$ を公理関式として仮定した上での injPHP_n^{n+1} の証明の列 $(\pi_n)_{n \geq 1}$ が与えられたとき、その π_n たちは $o(n)$ -evaluation を持ち得ない。

一方で、 $V^0 + \text{GCP} \vdash \text{injPHP}_n^{n+1}$ が成り立つことを観察し、従って GCP が modular counting principles と鳩の巣原理の両方の一般化になっていることを見た。

これを踏まえ、oddtown theorem の Σ_0^B -論理式による形式化である oddtown_n を考え、これが GCP と似た状況にあること、具体的には、鳩の巣原理と Count_k^p ($p = 2^l$) 達の両方の一般化になっていることを示した。一方で、2 の冪でない p に対しては $V^0 + \text{oddtown}_k \not\vdash \text{Count}_k^p$ が成り立つと予想し、この予想を示すための十分条件を一つ与えた。大雑把に言えば、次のような主張を

示した；仮に $V^0 + \text{oddtown}_k \vdash \text{Count}_n^p$ が成り立つならば，ある定数 $\epsilon > 0$ が存在して，各 n ごとに， F_2 -多項式を成分とする $n^{O(1)}$ -次元ベクトルたちであって，oddtown theorem を破っているように見えることが $\neg \text{Count}_n^{p^\epsilon}$ のもとで次数 $O(\log(n))$ の Nullstellensatz proof たちで保証できるようなものとれる。

最後に，鳩の巣原理の一般化の一つである Fisher の不等式の V^0 上での強さについて，同様の考察をした。

以上の成果は修士論文（セクション B 1）にまとめられている。

また，筆者は NTT セキュアプラットフォーム研究所の研究職インターンシップにも参加した。インターンを通じ，ニューラルネットのモデルがサービスとして提供されているときに，そのモデルのパラメータをサービス利用者が model extraction 攻撃によって復元して悪用できる可能性について，query complexity の観点から一定の知見を得て，論文（セクション B 2）にまとめた。

Ajtai’s discovery of $V^0 \not\vdash \text{ontoPHP}_n^{n+1}$, where ontoPHP_n^{n+1} is a Σ_0^B formalization of the statement “there does not exist a bijection between $(n + 1)$ pigeons and n holes,” was a significant breakthrough in proof complexity, and there have been many interesting generalizations and variations of this result.

In this project, we first have focused on the following result: for any $p \geq 2$, $V^0 + \text{Count}_k^p \not\vdash \text{injPHP}_n^{n+1}$, where Count_k^p denotes a Σ_0^B formalization of the modular counting principle mod p and injPHP_n^{n+1} denotes that of the pigeonhole principle for injections. We have tried to make this result uniform for p .

We have given three types of (first-order and propositional) formulae which at first glance seem to be generalized versions of counting principles. In particular, we have shown that two of them, $\text{UCP}_n^{l,d}$ and GCP , actually serve as uniform versions of Count_n^p ($p \geq 2$).

Then we have conjectured that $V^0 + \text{UCP}_k^{l,d} \not\vdash \text{injPHP}_n^{n+1}$ and have given a suf-

ficient condition to prove it. To be precise, we have defined the notions *injPHP-tree* and *k-evaluation using injPHP-tree*, which are analogies of *PHP-tree*, *k-evaluation* used in standard proofs of Ajtai’s theorem, and we have shown the following: suppose $(\pi_n)_{n \geq 1}$ be a sequence of AC^0 -Frege proofs admitting $\text{UCP}_k^{l,d}$ as an axiom scheme. Then π_n cannot have $o(n)$ -evaluation.

On the other hand, we have observed $V^0 + \text{GCP} \vdash \text{injPHP}_n^{n+1}$, and therefore GCP is a generalization of both the modular counting principles and the pigeonhole principle.

Seeing this, we have shown that a Σ_0^B formalization oddtown_n of oddtown theorem is also in a similar situation, that is, it is a generalization of the pigeonhole principle and Count_k^p for $p = 2^l$. We have conjectured that $V^0 + \text{oddtown}_k \not\vdash \text{Count}_n^p$ for p which is not a power of 2, and have given a sufficient condition to prove it. Roughly saying, the statement is as follows; if $V^0 + \text{oddtown}_k \vdash \text{Count}_n^p$, then there exists a constant $\epsilon > 0$ such that for each n , we can construct a vector of $n^{O(1)}$ many F_2 -polynomials whose violating oddtown condition can be verified by a Nullstellensatz proof from $\neg \text{Count}_n^{p^\epsilon}$ over F_2 with degree $\leq O(\log(n))$.

We lastly have done a similar consideration on the strength of Fisher’s inequality, another generalization of the pigeonhole principle.

The studies stated above are comprehended in the author’s Master’s thesis (see B 1).

Furthermore, the author participated in the internship program of NTT Secure Platform Laboratories. Through the program, the author together with the mentors has obtained certain knowledge on the possibility of successful model extraction attacks excuted by users of a service which provides a neural network model directly. Our method is based on analysis of query complexity. The results are comprehended in a paper (see B 2).

B. 発表論文

1. Ken, E., On some Σ_0^B -generalizations of the pigeonhole and the modular counting principles over V^0 , 数理学研究科, 修士論文 (2022).
2. 三浦 堯之, 権 英哲, 長谷川 聡. ReLU ニューラルネットワークにおける Integrated Gradient の Vanilla Gradient への帰着, 研究報告コンピュータセキュリティ (CSEC), **2021-CSEC-93, 26 号**, (2021). 1-8.(査読なし)

C. 口頭発表

1. On the pigeonhole and the modular counting principles over the bounded arithmetic V^0 , RIMS 共同研究 (公開型) 「証明と計算の理論と応用」, 京都大学, 2021 年 12 月.

G. 受賞

東京大学にて, 令和元年度理学部学修奨励賞受賞.

酒井 一馬 (SAKAI Kazuma)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

生命動態に関する数理モデルの構築及び解析を研究対象とし, 本年度提出した修士論文では血管新生における血管内皮細胞の動態に関して 2 つの数理モデル提案した. 血管新生とは, 既存の血管から新しい血管ネットワークが構築される生命現象である. 近年, 可視化技術の向上によって細胞集団の動態が捉えられるようになってきており, 発芽後の血管内皮細胞集団は伸長方向に対して順向, 逆向, U-turn, 追い越しやすれ違いといった複雑な運動 (cell-mixing) をすることが明らかになった. 本研究の目的は, 内皮細胞集団が発芽をし管腔構造を形成するまでの一連の血管新生メカニズムを数理的に理解し, 数値実験にも応用できる数理モデルを構築することである.

1 つ目のモデルは, 3 次元の血管新生の数理モデルである. 管腔構造の形成までを再現するには 2 次元では難しいため, 3 次元でのパターン形成を扱う必要がある. そこで, 管腔形成を視野に入れたモデルへの第一歩として, 血管新生の初期にお

ける発芽・伸長を再現する 3 次元モデルを構築した. 細胞を回転楕円体として捉え, 3 次元の離散力学系を構築した. モデルは Newton の運動方程式と長軸方向の回転の方程式から成り立っている. 共同研究を行っている医学系研究科の研究室における実験結果に基づき, 運動方程式では 2 体間相互作用や自己駆動力を仮定し, 回転の方程式では細胞間の接触による回転の効果と楕円体の長軸方向が速度方向に向く回転の効果を取り入れた. 数値シミュレーションによって, 扁平率が 0.6 ~ 0.8 付近で血管構造に類似した樹状パターンを形成することを確認し, Box-Counting 次元が 1 に近づくことがわかった. さらに Order Parameter を計算することで, このようなパターンの違いが配向性によるものだと示唆された. また, 樹状パターンを形成する各パラメータの範囲を調べた解析結果も示した.

2 つ目のモデルは, 細胞外基質の効果を取り入れた 2 次元の数理モデルである. 細胞外基質は細胞の間を満たし, 細胞が存在するための物理的な足場となる物質である. 最近の実験によって, 細胞が細胞外基質を自ら分解し自分自身だけでなく周囲の細胞も進みやすい道を作っていることが明らかとなった. これらの実験結果に基づき, 細胞の運動によって細胞外基質が徐々に侵食されていく様子をモデル化した. 大動脈リングアッセイの実験状況に類似した系での数値シミュレーションを行い, 細胞外基質の存在によって細胞の運動が適度に抑制され, 枝の先端で分岐が確認された. さらに, 扁平率を変化させたところ, 標準的な血管内皮細胞の扁平率を用いることで, 発芽・伸長・cell-mixing といった実験結果をある程度再現できることを確認した.

Our research focuses on the construction and analysis of mathematical models of life dynamics, and in the master thesis submitted this year, we proposed two mathematical models of vascular endothelial cell dynamics in angiogenesis. Angiogenesis is a biological phenomenon in which new vascular networks are constructed from existing vessels. Recent advances in visualization techniques have enabled us to capture the dynamics of cell populations. It is now clear

that after germination, vascular endothelial cell populations undergo highly complex behaviors (cell-mixing), including forward, inverse, U-turn, overtaking, and misalignment movements in the direction of elongation. The purpose of this research is to understand mathematically the series of angiogenesis mechanisms by which endothelial cell populations sprout and form luminal structures, and to construct a mathematical model that can be applied to numerical experiments.

The first model is a mathematical model of angiogenesis in three dimensions. Since it is difficult to reproduce the formation of luminal structures in two dimensions, it is necessary to deal with pattern formation in three dimensions. Therefore, as a first step toward a model with lumen formation in mind, we constructed a three-dimensional model that reproduces sprouting and elongation in the early stages of angiogenesis. A three-dimensional discrete dynamical system was constructed by considering the cell as a spheroid. The model consists of Newton's equation of motion and equation of longitudinal rotation. Based on experimental results in the laboratory of the Graduate School of Medicine, where we are collaborating, the equation of motion assumes interaction between two bodies and self-driving force, while the equation of rotation incorporates the effect of rotation due to contact between cells and the effect of rotation with the long axis of the spheroid facing the direction of velocity. Numerical simulations confirmed that a dendritic pattern similar to a vascular structure is formed when the flatness is around $0.6 \sim 0.8$, and the box-counting dimension approaches 1. The computation of order parameter further suggested that such differences in pattern are due to orientation. The analysis also examined the range of each parameter that forms the dendritic pattern.

The second model is a two-dimensional mathematical model that incorporates the effects of

extracellular matrix. The extracellular matrix is a substance that fills the space between cells and provides a physical scaffold for cells to exist. Recent experiments have revealed that cells break down their own extracellular matrix to create a pathway for not only themselves but also for surrounding cells. Based on these experimental results, we modeled the gradual erosion of the extracellular matrix by cell movement. Numerical simulations in a system similar to the experimental conditions of the aortic ring assay showed that the presence of extracellular matrix moderately inhibited cell motility, and branching was observed at the branch tips. Furthermore, when the flatness was varied, it was confirmed that the experimental results of sprouting, elongation, and cell-mixing could be reproduced to some extent by using the flatness of standard vascular endothelial cells.

B. 発表論文

1. K. Sakai: "A mathematical model for the dynamics of endothelial cells in angiogenesis", 東京大学大学院数理学研究科修士論文 (2022).

C. 口頭発表

1. 血管内皮細胞の動態モデルの3次元への拡張について, オンライン研究集会「非線形波動から可積分系へ」, 津田塾大学数学計算機科学研究所, 2020年11月.
2. 血管新生の数理モデル-3次元への拡張-, 日本応用数学会第17回研究部会連合発表会, 法政大学, 2021年3月.

佐々木 悠矢 (SASAKI Yuya)

A. 研究概要

複素代数多様体 X に対して, 実代数多様体であってその複素化が X と実同型となるものを X の実形式と呼ぶ. 現在, 様々な多様体に対して実形式の同型類の個数の有限性が研究されており, 近年, 互いに同型でない実形式を無限にもつ多様体の存在が示され, 実形式の問題が脚光をあびている.

修士論文では、フェルマー超曲面の実形式について、次数が2の場合、及び次数4の曲面の場合を除き、その個数、及びその具体的な表示を決定した。更にそれらの実点の位相的考察により、次数4の曲面の場合に、互いに同型でない実形式が少なくとも4個あることを示した。

For a complex algebraic variety X , a real algebraic variety whose complexification is \mathbb{R} -isomorphic to X is called a real form of X . These days, the finiteness of the number of real forms up to isomorphism is studied and the problems of real forms come into the limelight since the existence of varieties having infinitely many non-isomorphic real forms has shown recently.

In master paper, I determined the number of real forms of Fermat hypersurfaces except degree 2 case and degree 4 surface case, and gave the explicit descriptions of them. Also, by considering the real locus of them, I showed that Fermat surface of degree 4 has at least 4 non-isomorphic real forms.

B. 発表論文

1. Y. Sasaki: “On real forms of Fermat hypersurfaces“, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2022).

SHUAI Bowei (帥 博為)

A. 研究概要

研究のテーマは Nuclear C^* -algebra に関する分類問題。修士論文では Elliott の AT-algebra に関する分類定理の証明のアレンジを行ったが、simplicity と unitality の仮定を落とせないかや、この定理を一次元 finite CW complex 上の一般的な行列環に拡張できないかなどがこれからの研究目標。

My research is about the classifying problems of Nuclear C^* -algebras. In my master’s thesis, I produced a modified proof for Elliott’s classification theorem of AT-algebras. That whether

the assumption of the simplicity and the unitality can be dropped and that whether a similar result holds generally in the case of matrix algebras on one-dimensional finite CW complexes are my new research themes.

B. 発表論文

1. (修士) 帥 博為 (SHUAI Bowei): The Universal Coefficient Theorem and The Elliott Program for Unital Separable Nuclear C^* -algebras.

鈴木 海舟 (SUZUKI Kaishu)

A. 研究概要

1次元拡散過程の一定間隔の離散観測が与えられた際の深層ニューラルネットワークを用いた拡散係数の推定について研究を行った。深層ニューラルネットワークによる最小二乗推定量の経験誤差と L^2 誤差の上限を得た。また、これに基づき拡散係数がベゾフ空間に含まれている際に L^2 誤差が対数倍を除いてミニマックス最適収束レートに達することを示した。

I have studied estimation of the diffusion coefficient of a one-dimensional diffusion process from discrete observations using deep neural networks. I have derived empirical error bounds and L^2 error bounds for least-squares estimates based on deep neural networks. Moreover, I have shown that the L^2 error bounds achieve the minimax rate of convergence up to a logarithmic factor when the diffusion coefficient is contained in Besov spaces.

B. 発表論文

1. K. Suzuki: ”Nonparametric estimation of the diffusion coefficient of a one-dimensional diffusion process using deep neural networks”, 東京大学修士論文 (2022).

C. 口頭発表

1. 1次元拡散過程の拡散係数の深層ニューラルネットワークを用いたノンパラメト

リック推定, 第 56 回 (2021 年度冬季) ジャ
フィー大会, オンライン, 2022 年 2 月.

高梨 悠吾 (TAKANASHI Yugo)

A. 研究概要

F を p 進体とし F 上の階数 n の中心的単純環 $M_m(D)$ を 1 つ固定する. このとき $\mathrm{GL}_n(F)$ の離散系列表現のパラメータ付けとして局所 Jacquet-Langlands 対応および局所 Langlands 対応の 2 つがある. この 2 つの合成が自己双対表現の偶奇性をどのように変換するかに関して, Prasad と Ramakrishnan による公式が既に示されており, またこの Galois 同変な類似として, p 進体の二次拡大 E/F に関する共役自己双対表現の偶奇性の公式が分岐と中心的単純環, および表現に条件をつけた場合に三枝により定式化され証明されていた.

私が提出した修士論文では, まず一般の標数 0 の体の二次拡大 L/K に対し L 上の中心的単純環に Galois 作用を入れることにより乗法群の共役自己双対表現の概念を定式化し, 次に Mok による準分裂ユニタリ群に対する底変換定理, Badulescu-Jacquet-Langlands 対応および極限重複度定理を用いて p 進体上の中心的単純環の乗法群の共役自己双対表現を保型表現に大域化することにより, 一般の p 進体の二次拡大, 中心的単純環および離散系列表現に対して Galois 同変類似を証明した.

Let F be a p -adic field and we fix a central simple algebra $M_m(D)$ of rank n over F . Then, we have two parametrizations of discrete series representations of $\mathrm{GL}_n(F)$, the local Jacquet-Langlands correspondence and the local Langlands correspondence. Prasad and Ramakrishnan had already proved a formula about how the composite of two correspondences changes the parity of self-dual representations, and Mieda had formulated and proved a parity formula for conjugate self-dual representations under some condition, as a Galois-equivariant analog of their result for quadratic extensions of p -adic fields.

In my master's thesis, I firstly defined a Ga-

lois action on central simple algebras over L for all quadratic extensions L/K of fields of characteristic 0 and formulated the notion of conjugate self-dual representations of the unit groups. Then, I utilized the base change theorem for quasi-split unitary groups of Mok, the Badulescu-Jacquet-Langlands correspondence, and a limit multiplicity theorem to globalize conjugate self-dual representations of the unit groups of central simple algebras to automorphic representations, and proved the Galois-equivariant analog for general quadratic extensions, central division algebras, and discrete series representations.

B. 発表論文

1. Y. Takanashi : “Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of GL_n over p -adic fields” 東京大学数理科学研究科修士論文 (2022)

名取 雅生 (NATORI Masaki)

A. 研究概要

修士課程で行った 2 つの研究について説明する. 1 つ目は修士論文の bivariant theory に関する研究である. bivariant theory と呼ばれるものは Kasparov の KK -theory, Fulton-MacPherson の bivariant theory, スペクトラムを用いるものなどがある. 本研究では配置空間的な描像を元に Spanier-Whitehead duality と相性の良い bivariant theory についてトポロジーの立場から考察した. まず, 配置空間を用いた常 (コ) ホモロジーに対応する例を構成した. 次に, bivariant homology theory の公理系を提示し, ordinary な場合に Spanier-Whitehead duality を用いて一意性を証明した. さらに, Segal の connective K -homology に対応する例や, より一般に Segal の Γ -space を用いた例の構成を行った.

2 つ目はバルク-エッジ対応に関する研究である. 物性理論におけるバルク-エッジ対応は様々な形で数学的に定式化されているが, 本研究では林晋氏による論文を元に別証明を与えた. 具体的には, バルク指数に対応する $K(S^1 \times (D^2, S^1) \times$

S^1) の元と, エッジ指数に対応する $K(S^1 \times S^1 \times (D^2, S^1))$ の元を合わせたものが $K(S^1 \times S^3)$ 上では消えることから, バルク指数とエッジ指数の一致を証明した. また, 証明中で使用する Bott 周期性について, skyscraper sheaf を用いて配置空間的に捉えることで証明の見通しの良い改良を与えた. 今後はこの見方を対称性のある一般の場合に拡張する予定である.

I explain two studies in the master's course.

The first study is about bivariant theory in my master's thesis. There are some theories called bivariant theories, such as Kasparov's KK -theory, Fulton-MacPherson's bivariant theory, and the one using spectra. In this research, I studied bivariant theories which are compatible with Spanier-Whitehead duality from a topological point of view based on description using configuration spaces. First, I constructed an example of a bivariant theory corresponding to the ordinary (co)homology by using configuration spaces. Second, I proposed axioms of bivariant homology theories and proved the uniqueness in the ordinary case by using Spanier-Whitehead duality. Moreover, I constructed an example corresponding to Segal's connective K -homology and examples using Segal's Γ -space in general.

The second study is about the bulk-edge correspondence. The bulk-edge correspondence in condensed matter physics is formulated mathematically in several ways. In this research, I gave an alternative proof based on the formulation by Shin Hayashi. Specifically, I proved coincidence of the bulk and edge indices, by showing that the element in $K(S^1 \times (D^2, S^1) \times S^1)$ corresponding to the bulk index and the element in $K(S^1 \times S^1 \times (D^2, S^1))$ corresponding to the edge index together disappeared in $K(S^1 \times S^3)$. In addition, I improved the proof of the Bott periodicity, which was used in my proof, by using skyscraper sheaves and regarding them as configuration spaces. I will extend this point of view to the general case with ad-

ditional symmetry in the future.

B. 発表論文

1. M. Natori : "Bivariant homology theories and their configuration space like description", 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2022).

橋本 恵吾 (HASHIMOTO Keigo)

A. 研究概要

X を K3 曲面, F を X の自己同型とする. この時, F の位相的エントロピーは F の X の二次コホモロジー $H^2(X)$ への作用のスペクトル半径の対数に等しいことが知られている. さらにスペクトル半径は 1 より大きいならば Salem 数と呼ばれる代数的整数になることが知られている. よって F の正エントロピーの最小値決定問題はスペクトル半径に現れる Salem 数の最小値を決定する問題に帰着される. McMullen は K3 曲面の自己同型の正エントロピーの最小値が現在知られている最小の Salem 数である Lehmer 数 λ_{10} の対数であることを示した.

ところで, X が射影的 K3 曲面の場合, その自己同型のスペクトル半径として現れる Salem 数の次数はピカル数 $\rho(X)$ 以下となることが知られている. よって $\rho(X)$ の値を固定した場合の自己同型の正エントロピーの最小値を決定するという問題が考えられる. そこで本研究では, $\rho(X)$ が 3,4 の場合に, それぞれに対して F の正エントロピーの最小値を決定した.

Let X be a K3 surface and F an automorphism of X . Then the topological entropy of F is the logarithm of the spectral radius of the action F^* on the second cohomology $H^2(X)$. Furthermore, It is known that the spectral radius is an algebraic integer, called the Salem number, if it is greater than 1. Therefore, The problem of determining the minimum positive entropy of F boils down to the problem of determining the minimum Salem number appearing in the spectral radius. McMullen showed that the minimum positive entropy of

an automorphism of a K3 surface is the logarithm of the Lehmer number λ_{10} , which is the minimum Salem number currently known.

By the way, it is known that if X is a projective K3 surface, the degree of the Salem number appearing as the spectral radius is less than or equal to the Picard number $\rho(X)$. Therefore, The problem of determining the minimum positive entropy of F for fixed values of $\rho(X)$ can be considered. In this study, I determined the minimum positive entropy of F in the case $\rho(X) = 3, 4$.

B. 発表論文

1. K. Hashimoto : ピカール数の小さい複素 K3 曲面の自己同型の最小正エントロピーについて, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文.

板東 克之 (BANDO Katsuyuki)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

幾何学の手法, とくに幾何学的表現論的な手法を, 整数論的な問題に応用するという目標で研究を行っている.

特に, 整数論において重要な問題である局所ラングランズ対応を, 幾何学的, 圏論的な定式化によって理解することを目標に, 研究を行っている. 本年度もそういった観点から研究を行った.

まず, [Zhu20] にある, 局所ラングランズ対応の Zhu による幾何学的定式化の, 「冪単」と呼ばれる特別な場合への応用を目的として, Bezrukavnikov の, アファインヘッケ圏の 2 つの定義の同値性に関する論文 [Bez] について学習し, 混標数で [Bez] の内容が成り立つかどうかについて考えた. その過程で, Gaitsgory の, nearby cycle を用いた central sheaf とよばれる偏屈層の構成を混標数の設定で行うために, Beilinson-Drinfeld affine Grassmannian と呼ばれる対象の混標数版が必要になった. そのため, Fargues-Scholze の論文 [FS] の該当する部分について学習し, 研究を進めた. 現時点では, 離散付値環上のダイヤモンドへの, 一般ファイバーの埋め込みによる押し出しが偏屈層を保つかどうか, という問題が解決できていない.

しかし, 研究の過程で, Zhu[Zhu17] による混標数の幾何学的佐武対応と, Fargues-Scholze[FS] による混標数の幾何学的佐武対応の, nearby cycle を用いた関係が気になり, それについて研究を行った. この研究については, 次のような結果が得られたため, 論文にする予定である.

まず, [Zhu17] で構成された $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$ 係数の幾何学的佐武対応と, 同じ形の幾何学的佐武対応が存在して, それが [FS] による $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$ 係数の幾何学的佐武対応と, nearby cycle を通して関係していることが得られた. また, $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$ 係数でない係数, たとえば, 法 ℓ 係数や, 整係数の場合も, 同じような結果が得られた. さらに, [Zhu17] の構成法では直接は難しかった問題である, Levi 部分群への制限写像のモノイダル構造の導入の問題が, この構成法の場合は, 自然に入ることを示した.

その過程で, 1 つ目に述べた研究で問題となった, 離散付値環上のダイヤモンドへの, 一般ファイバーの埋め込みによる押し出しに関する理解が深まった.

また, 上記とは異なる方向の研究として, 導来幾何学的佐武対応の混標数版の構成についても研究を始めている.

I am doing research with the goal of applying geometric methods, especially geometric representation theory, to number-theoretic problems.

In particular, I am doing research with the goal of understanding the local Langlands correspondence, which is an important problem in number theory, through geometrical or categorical formulation. This year as well, we did research from that perspective.

First, I learned on Bezrukavnikov's paper [Bez] on the equivalence between the two realizations of an affine Hecke category, and studied whether this result holds in the case of mixed characteristics in order to apply it to the special case called "unipotent" of Zhu's geometrization in [Zhu20] of the local Langlands correspondence. To do this, I needed some mixed characteristic version of the object called Beilinson-Drinfeld affine Grassmannian in order to con-

struct a perverse sheaf called central sheaf via nearby cycle in mixed characteristic as Gaitsgory did in equal characteristic, so I learned on Fargues and Scholze’s paper [FS] and proceeded with my research. At present, the problem of whether the pushforward by an embedding of the generic fiber into a diamond over a discrete valuation ring preserves the perversity has not been solved.

However, in the course of my research, I was concerned about the relationship between Zhu’s geometric Satake correspondence in mixed characteristics and Fargues–Scholze’s geometric Satake correspondence in mixed characteristic using the nearby cycle, and I did research on this. Since the following results were obtained on this, they will be published as a paper.

First, we get that there exists a geometric Satake equivalence of the same form as the equivalence in [Zhu17] with coefficient $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$, which is related via nearby cycle to the geometric Satake equivalence in [FS] with coefficient $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$. Moreover, we have the similar results with coefficient other than $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$, such as mod ℓ or integral coefficients.

Furthermore, we prove that we can construct the natural monoidal structure on the restriction functor to Levi subgroups in our situation, which is not straightforward in the situation of [Zhu17].

In the process, we have got a deeper understanding of the pushforward by an embedding of the generic fiber into a diamond over a discrete valuation ring.

In addition, as a study in a direction different from the above, we have also started research on the derived geometric Satake equivalence in mixed characteristic.

参考文献

[Bez] R. Bezrukavnikov, On two geometric realizations of an affine Hecke algebra, Publ. Math. IHES 123, (2016) 1-67.
 [FS] L. Fargues and P. Scholze, Geometrization of the local Langlands correspon-

dence, 2021, arXiv:2102.13459.

[Zhu17] X. Zhu, Affine Grassmannians and the geometric Satake in mixed characteristic, Ann. of Math. (2) 185, (2017), no. 2, 403-492.

[Zhu20] X. Zhu, Coherent sheaves on the stack of Langlands parameters, 2020, arXiv:2008.02998

B. 発表論文

1. K. Bando : “ Geometric Satake equivalence in mixed characteristic and Springer correspondence ”, arXiv:2101.11813 (2020).

C. 口頭発表

1. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, 代数学コロキウム, 東京大学数理科学研究科, 2021年3月.
2. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, 千葉大学代数学セミナー, 千葉大学理学部数学・情報数理学科, 2021年4月.
3. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, 仙台広島整数論集会 第20回, 東北大学理学研究科, 2021年7月.
4. Geometric Satake correspondence in mixed characteristic and Springer correspondence, RIMS 共同研究「代数的整数論とその周辺」2021, 京都大学数理解析研究所, 2021年12月

松田 光智 (MATSUDA Koji)

A. 研究概要

代数体上の楕円曲線の Mordell–Weil 群、即ち有理点の成す群は有限生成アーベル群であり、よって特にその捻じれ部分群は有限群である。一つ具体的な楕円曲線が与えられたときにその捻じれ部分群を計算することは容易であるが、逆に有限群を一つとってきたとき、それを捻じれ部分群に

もつような楕円曲線の存在を調べるのは難しい。Mazur は 1978 年この種の問題に関して、モジュラー曲線と呼ばれる代数曲線の数論的性質を調べるにより、有理数体上の楕円曲線の捻じれ部分群として現れうる有限アーベル群を全て決定した。モジュラー曲線とは、その点がある種の楕円曲線と（ほぼ）一対一に対応するという性質をもった、いわば全ての楕円曲線を支配しているといえる曲線である。Mazur の研究以降（もしくはその少し前から）、モジュラー曲線の性質を調べることによってこの種の楕円曲線の捻じれ部分群に関する問題が研究されてきた。

私は今年度の初めにこの問題に関して、有限個の二次体の合成体を一つ固定したとき、超楕円曲線となるモジュラー曲線がその体上でどれくらい有理点を持つかを調べる判定法を証明した。即ち、そういった体上の楕円曲線の捻じれ部分群として現れ得る群を調べる判定法を証明した。またそれをまとめて arXiv にプレプリントを投稿した。

その判定法ではある種のモジュラーヤコビ多様体のランクが小さくなるのが肝要な部分であった。これは有限個の二次体の合成体に限らず一般の代数体で同様のことを調べるときも重要な部分であるため、私は有理数体とは限らない円分体上で定義されるある種のモジュラーヤコビ多様体の中でランクが 0 となるものを全て特定した。さらにこれにより、 $N = 6, \dots, 10$ か $N = 12$ に対し、円分体 $\mathbb{Q}(\zeta_N)$ 上の楕円曲線の捻じれ部分群は群 $(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^2$ を含まないということを示し、これらをまとめて arXiv にプレプリントを投稿した。

さらにこの結果を研究集会にて講演し、もう一方の結果も今年度 3 月に講演する予定である。

The Mordell–Weil group of an elliptic curve over an algebraic number field is a finitely generated abelian group, hence its torsion subgroup is finite. It is easy to compute the torsion subgroup of the Mordell–Weil group of individual given elliptic curve. Conversely for given finite abelian group, it is a hard problem to determine if it is the torsion subgroup of the Mordell–Weil group of an elliptic curve or not. In 1978 Mazur solved this problem over \mathbb{Q} by studying arithmetic properties of

modular curves. Roughly speaking, modular curves are algebraic curves parametrizing elliptic curves endowed with certain extra structure. After Mazur’s classification, many mathematicians tried to generalize Mazur’s work to algebraic number fields other than \mathbb{Q} by studying arithmetic properties of modular curves.

I studied the case where the number field is a multi-quadratic number field, i.e., the composite field of some quadratic extensions of \mathbb{Q} . I proved a criterion for the existence of rational points over such fields of hyperelliptic modular curves. I wrote an article on this result and submitted a preprint to arXiv.

The key ingredient of the proof of the criterion was that the Mordell–Weil rank of a certain modular Jacobian variety becomes small. Generalizing this, I determined all modular Jacobian varieties whose Mordell–Weil ranks are zero among those defined over cyclotomic number fields, not only over the rational number field. Furthermore using this result I showed that for $N = 6, 7, \dots, 10$ or $N = 12$ there are no elliptic curves over $\mathbb{Q}(\zeta_N)$ whose Mordell–Weil groups contain $(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^2$. I wrote an article on these results and submitted a preprint to arXiv. In addition, I presented this result at a conference in February 2022, and will present the other result in March 2022.

C. 口頭発表

1. The Mordell–Weil rank of certain modular Jacobian varieties and torsion points of elliptic curves over cyclotomic fields, 第 5 回数理解新人セミナー, 九州大学, 2022 年 2 月.

向原 未帆 (MUKOHARA Miho)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

局所コンパクト C^* 単純群に関する研究を行った。局所コンパクト群 G の左正則表現からできる C^* 環 $C_r^*(G)$ を被約群 C^* 環と呼び、 $C_r^*(G)$ が単純

C^* 環であるとき群 G は C^* 単純性を持つと呼ばれる。群 C^* 環は作用素環論の分野では古典的な研究対象であり、与えられた群がいつ C^* 単純性を持つかというのは自然な問題である。離散群の C^* 単純性に関する研究は 1970 年代に始まり、現在では群の境界作用を使った特徴づけや被約群 C^* 環上のトレースの一意性との関係など様々な興味深い事実が知られている。一方非離散的な群ではこれらの結果に対応するような事実は知られておらず、見つかっている具体例の構成法も少ない。

非離散な C^* 単純群の最初の具体例が発見されたのは 2016 年の鈴木の結果によるものであるが、Raum はこの結果を用い、Baumslag-Solitar 群の relative profinite completion の C^* 単純性を証明した。Baumslag-Solitar 群は 2 つの生成元と関係式から生成される群で木への自然な作用を持つ。我々は Raum の結果の一般化としてあるクラスの generalized Baumslag-Solitar 群 (GBS 群) と呼ばれる木への作用を持つ群を考え、その自然な完備化が非離散的な C^* 単純群であることを証明した。離散群の C^* 単純性は Powers averaging property と呼ばれる群 C^* 環の自然なトレースに関する性質と同値であることが知られており、任意の離散 C^* 単純群 G に対し $C_r^*(G)$ 上のトレースは唯一つとなる。 C^* 単純性の証明の過程では離散群の Powers averaging property に類似した C^* 単純性の十分条件に注目し、これらの条件と被約群 C^* 環上の modular flow に関する KMS-weight の一意性との関係についても確かめた。

We are studying C^* -simplicity of locally compact groups. A reduced group C^* algebra $C_r^*(G)$ is a C^* -algebra generated by the left regular representation of a locally compact group G . When $C_r^*(G)$ is a simple C^* -algebra, G is called C^* -simple. Group C^* -algebras play an important role in the history of operator algebra theory, and it is a natural question whether a given locally compact group is C^* -simple or not. C^* -simplicity of discrete groups has been studied since the 1970s, and as of today, satisfactory characterizations related to boundary

actions and the unique trace property of reduced group C^* -algebras have been found. On the other hand, C^* -simplicity of non-discrete locally compact groups is not well understood. The first example of non-discrete C^* -simple group is found by Suzuki, and Raum showed C^* -simplicity of the relative profinite completions of the Baumslag-Solitar groups by using Suzuki's results. We extended Raum's result to the relative profinite completions of some class of generalized Baumslag-Solitar groups.

C^* -simplicity of discrete groups is characterized by the Powers averaging property which is a property with respect to the canonical traces of reduced group C^* -algebras. For any C^* -simple discrete group G , $C_r^*(G)$ has a unique tracial state. In the proof of C^* -simplicity, we focused on an analogue of the Powers averaging property for discrete groups and showed a sufficient condition for uniqueness of KMS-weights of reduced group C^* -algebras with respect to the modular flow.

B. 発表論文

1. M. Mukohara : “ C^* -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups”, 東京大学修士論文.

C. 口頭発表

1. Finite group actions of the Rohlin property, 関数解析研究会 (ジュニア)2020, オンライン, 2020 年 9 月.
2. A Galois correspondence for crossed products of C^* -algebras, 関数解析研究会 (ジュニア)2021, オンライン, 2021 年 9 月.
3. C^* -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups, 東大作用素環セミナー, オンライン, 2022 年 1 月.

LIU PEIJIANG (劉 沛江)

A. 研究概要

GKZ hypergeometric \mathcal{D} -modules are defined during the study of general hypergeometric functions satisfying holonomic systems of linear differential equations which are called GKZ systems by I. M. Gelfand, A. V. Zelevinski and M. M. Kapranov. The characteristic cycles of GKZ hypergeometric \mathcal{D} -modules have been calculated. Lei Fu introduced ℓ -adic GKZ hypergeometric sheaves as an analogue of GKZ hypergeometric \mathcal{D} -modules. The definition of characteristic cycles of ℓ -adic sheaves is given by T. Saito. The goal of our research is to compute the characteristic cycles of the ℓ -adic GKZ hypergeometric sheaves. We have achieved part of our goal by giving a concrete description of the characteristic cycles of ℓ -adic GKZ hypergeometric sheaves satisfying certain conditions. To be precise, we fix a finite field F_q and consider ℓ -adic étale sheaves on schemes over F_q where ℓ is a prime number different from the characteristic of F_q .

An ℓ -adic GKZ hypergeometric sheaf is determined by an matrix $A = [w_{ij}]_{\substack{0 \leq i \leq d \\ 1 \leq j \leq n}}$ of rank $d + 1$, a nontrivial additive character ψ and a multiplicative character χ . Such an ℓ -adic sheaf is denoted by $\text{Hyp}_\psi(A, \chi)$. The matrix A is called *non-confluent* if there exists $c_0, \dots, c_d \in \mathbb{Z}$ such that

$$\sum_{i=0}^d c_i w_{ij} = 1$$

for all $1 \leq j \leq n$. In this case, there is an isomorphism

$$\text{Hyp}_\psi(A, \chi) \cong R\pi_!(j_!K_\psi(A, \chi)),$$

here, $K_\psi(A, \chi)$ is a tamely ramified ℓ -adic sheaf on an open subset $U_A \subset \mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n$ with the corresponding open immersion j , and $\pi : \mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n \rightarrow \mathbb{A}^n$ is the projection. We compactify $\mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n$ and constructed a resolution of singularities of the boundary of U_A . The construction borrows some techniques of toric resolutions.

For an ℓ -adic sheaf F on a scheme X and a

morphism $f : X \rightarrow Y$, the pushforward formula

$$CCRF_*F = f_!CCF$$

is proved under some conditions by T. Saito. In our case, we prove that the pushforward formula can be applied to the calculation of $CCHyp_\psi(A, \chi)$ if A satisfies a condition called p -nondegenerate which means that the rank of any group of column vectors of A equals that of A as a matrix with entries in $\mathbb{Z}/(p)$.

We also give a comparison theorem between the characteristic cycles of GKZ hypergeometric \mathcal{D} -modules and the characteristic cycles of ℓ -adic GKZ hypergeometric sheaves in order to give a better description of the multiplicities of the irreducible components of $CCHyp_\psi(A, \chi)$. In order to achieve this, we construct a lift of $\text{Hyp}_\psi(A, \chi)$ as an ℓ -adic sheaf on $\mathbb{A}_{\mathbb{Q}(p)}^n$ so that the comparison can be done by considering Riemann-Hilbert correspondence and a specialization map defined by W. Fulton.

I. M. Gelfand, A. V. Zelevinski and M. M. Kapranov. は GKZ システムという微分方程式を研究するとき GKZ 超幾何 \mathcal{D} 加群を定義した。この GKZ 超幾何 \mathcal{D} 加群の特性サイクルは計算できる。そして, L. Fu は GKZ 超幾何 \mathcal{D} 加群のアナログである ℓ -進 GKZ 超幾何層を定義した。斎藤毅は ℓ 進エタール層の特性サイクルを定義した。本研究では, ある種の ℓ 進 GKZ 超幾何層の特性サイクルを計算する。具体的には, p を有限体 F_q の標数とし, ℓ を p でない素数とする。本研究では F_q 上の滑らかな代数多様体上の ℓ 進エタール層を考える。

ℓ 進 GKZ 超幾何層は階数が $d + 1$ である整数行列 $A = [w_{ij}]_{\substack{0 \leq i \leq d \\ 1 \leq j \leq n}}$ と乗法指標 χ と非自明な加法指標 ψ により決定する。このような ℓ 進 GKZ 超幾何層を $\text{Hyp}_\psi(A, \chi)$ で表す。行列 A と任意の $1 \leq j \leq n$ に対して, 条件

$$\sum_{i=0}^d c_i w_{ij} = 1$$

を満たす行列 A は非コンフルエント型をいう。このとき, ある U 上の $\mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n \setminus U_A$ に沿って馴

分岐である ℓ 進エタール層 $K_\psi(A, \chi)$ により

$$\text{Hyp}_\psi(A, \chi) \cong R\pi_!(j_!K_\psi(A, \chi)).$$

ここで, $j: U_A \rightarrow \mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n$ は開埋め込みであり, $\pi: \mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n \rightarrow \mathbb{A}^n$ は射影である。本研究では, $\mathbb{T}^d \times \mathbb{A}^n$ をコンパクト化して, U_A の境界の特異点解消を構成する。ここで, トーリック多様体の技術を用いてこの特異点解消を構成する。

X 上の ℓ 進エタール層と射 $f: X \rightarrow Y$ に対して, 斎藤毅はある条件を満たすとき

$$CCRf_*F = f_!CCF$$

である順像公式を証明した。本研究では, 行列 A は p 非退化という条件を満たすとき, この順像公式を利用できることを証明し, 順像公式を用いて特性サイクル $CCHyp_\psi(A, \chi)$ を計算する。ここで, 整数行列 A の任意の列ベクトル組の階数は A を $\mathbb{Z}/(p)$ 行列としてのこの列のベクトル組の階数と同じであれば, A は p 非退化をいう。

本研究では, ℓ 進 GKZ 超幾何層の特性サイクルと GKZ 超幾何 \mathcal{D} 加群の特性サイクルを比較して, GKZ 超幾何 \mathcal{D} 加群の特性サイクルの係数を用いて ℓ 進 GKZ 超幾何層の特性サイクルの係数を計算する。そのために, ℓ 進 GKZ 超幾何層の '持ち上げ' である $\mathbb{A}_{\mathbb{Q}(p)}^n$ 上の層を構成し, Riemann-Hilbert 対応と W. Fulton により定義した specialization 射を用いて比較をする。

B. 発表論文

(修士)LIU PEIJIANG: The Characteristic Cycles of Non-confluent ℓ -adic GKZ Hypergeometric Sheaves

吉野 太郎 (YOSHINO Taro)

A. 研究概要

Rationality, 今年度は特に非有理度についての研究を行った。代数多様体の非有理度とは同じ次元の射影空間への支配的有理写像の次数の最小値として定義される。ファノ超曲面の非有理度の下からの評価を与えた Chen–Stapleton の結果とファノ完全交叉の非有理性に関する結果 Braune を組み合わせるファノ完全交叉の非有理度の下からの評価を与えた。Chen–Stapleton は評価にあたり

微分形式のトレース写像を用いたが, その写像を微調整して完全交叉における評価を出した。

My research area is Rationality, and I researched the degree of irrationality of the Fano complete intersections this year. *The degree of irrationality* of an algebraic variety over a field k is defined as a minimal degree of dominant rational maps to \mathbb{P}^k . I obtained the lower bound of the degree of irrationality of Fano complete intersections from combining Chen–Stapleton’s result and Braune’s result. In detail, Chen–Stapleton obtained the lower bound of irrationality of Fano hypersurfaces and Braune proved non-rationality of Fano complete intersections. In Chen–Stapleton’s result, they used a trace map of a differential form to obtain the lower bound. I made a minor adjustment for the trace map, and obtained the lower bound of the degree of irrationality of Fano complete intersections.

B. 発表論文

1. T. Yoshino: “The degree of the irrationality of Fano complete intersections”, 東京大学数理科学研究科修士論文 (2022).

C. 口頭発表

1. The degree of the irrationality of Fano complete intersections(ショートセッション), 城崎代数幾何学シンポジウム 2021, オンライン, 2021 年 10 月 26 日~10 月 29 日.

WANG Peiduo (王 沛鐸)

A. 研究概要

この論文においては, p 進多重穴あき円板上の Robba 条件を満たす有限生成射影微分加群を研究する。一次元 p 進穴あき円板上のこのような微分加群についての分解定理 (p 進 Fuchs 定理とも呼ばれる) は, p 進非 Liouville 差の条件のもとで Christol と Mebkhout により示された。Gachet はこの定理を高次元の場合に一般化した。一方, Kedlaya は一次元の p 進 Fuchs 定理をより一般

化した。この論文においては、高次元における一般化された p 進 Fuchs 定理を示す。

Christol と Mebkhout は一次元 p 進穴あき円板上の Robba 条件を満たす有限生成射影微分加群の指数の内在的な定義を与えた。指数が p 進非 Liouville 差を持つ場合、この微分加群が唯一の指数を持つ微分加群の直和に分解できることを彼らは示した。これは p 進 Fuchs 定理と呼ばれる。しかしながら、彼らの証明は複雑な性質をもつ Frobenius 祖先の概念を用いて得られたので分かりにくい。Dwork は、1 次元穴あき円板上の p 進 Fuchs 定理の簡略化された証明を与えた。この証明は Frobenius 祖先が使われないので、より簡単になる。また、少し異なる証明も Kedlaya の本 p -adic differential equations で書かれている。そして、Gachet は高次元の p 進 Fuchs 定理を証明した。一方、Kedlaya は一次元の一般化された p 進 Fuchs 定理を示した。彼は p 進非 Liouville 差を持つという指数の条件を弱めた Liouville 分割の概念を定義し、より一般的な微分加群の分解定理を示した。

この論文では、高次元の一般化された p 進 Fuchs 定理を示す。すなわち、 p 進多重穴あき円板上の Robba 条件を満たす有限生成射影微分加群 P の指数 A を定義し、 A の Liouville 分割に対応する直和分解を与える。また、我々が示した高次元の一般化された p 進フックス定理は有限生成自由微分加群だけでなく、有限生成射影微分加群の場合でも成り立つのでこの結論は Gachet の高次元の p 進 Fuchs 定理より強い可能性がある。証明は Kedlaya が用いた方法に従うが、任意の p 進多重穴あき円板に対する Quillen-Suslin の定理は知られていないので、まず局所的な分解を考えてから大域的な分解を得なければならず、そこに新しい工夫が必要である。

In this paper, we study finite projective differential modules on p -adic polyannuli satisfying the Robba condition. Christol and Mebkhout proved the decomposition theorem (the p -adic Fuchs theorem) of such differential modules on one dimensional p -adic annuli under certain non-Liouviliness assumption and Gachet's generalized it to higher dimensional cases. On the

other hand, Kedlaya proved a generalization of the p -adic Fuchs theorem in one dimensional case. We prove Kedlaya's generalized version of p -adic Fuchs theorem in higher dimensional cases.

Christol and Mebkhout have given an intrinsic definition of the exponents of a finite free differential module on one dimensional annuli satisfying the Robba condition. They have also shown that if the exponent has p -adic non-Liouville differences, then there exists a canonical decomposition of this differential module into the ones with exponent equal to a single element. This is called the p -adic Fuchs theorem. However, their work was found to be difficult due to the complicated nature of the concept Frobenius antecedent, on which their work was built. Dwork gave a simplified proof of p -adic Fuchs theorem on one dimensional annuli, in which Frobenius antecedent no more plays an important role. This method is also written in Kedlaya's book p -adic differential equations, with a slightly different way. After Dwork's proof on one dimensional annuli, Gachet proved the p -adic Fuchs theorem on higher dimensional polyannuli. Meanwhile, Kedlaya proved a generalized version of one dimensional p -adic Fuchs theorem, by losing the condition on exponents from p -adic non-Liouville differences to a weaker one, namely, Liouville partition, and yet still give a decomposition of such differential module.

In this paper, we prove a generalized version of higher dimensional p -adic Fuchs theorem. We define exponent A for a finite projective differential module P satisfying the Robba condition on higher dimensional polyannuli, and prove a decomposition theorem for P with respect to a Liouville partition of A . It is worth mentioning that our result implies Gachet's p -adic Fuchs theorem for higher dimensional polyannuli, and since our generalized p -adic Fuchs theorem work not only for finite free but also for finite projective differential modules, our result is

possibly stronger than Gachet's. Also, though we basically follow the strategy developed by Kedlaya, there are new ingredients applied to get global decompositions from local ones, because of the lack of Quillen-Suslin theorem for arbitrary polyannuli.

B. 発表論文

1. Peiduo Wang : “On generalized Fuchs theorem over p -adic polyannuli”, 修士論文

2. 学位取得者

Graduate Degrees Conferred

☆ 博士号取得者と論文題目

(Doctor of Philosophy in the field of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date)

♣ 課程博士

- 吉川 翔 (YOSHIKAWA Shou)
Studies on algebraic varieties admitting a polarized endomorphism and the minimal model program in mixed characteristic.
(偏極自己準同型を持つ代数多様体と混標数の極小モデルプログラムの研究)
24 September. 2021
- 盛 小冰 (Sheng Xiaobing)
Geometric and combinatorial properties of some generalisations of Thompson's groups
(トンプソン群の様々な拡張の幾何的及び組合せ的性質)
24 March. 2022
- 宮下 大 (MIYASHITA Masaru)
Some new approaches to the finite element method for digital twins of plasma
(プラズマのデジタルツインに対する有限要素法への新しいアプローチ)
24 March. 2022
- 前多 啓一 (MAETA Keiichi)
On the existence problem of compact Clifford-Klein forms of indecomposable pseudo-Riemannian symmetric spaces with signature $(n,2)$
(符号 $(n,2)$ の分解不可能な擬リーマン対称空間のコンパクト Clifford-Klein 形の存在問題について)
24 March. 2022
- 飯田 暢生 (IIDA Nobuo)
A stable homotopy version of the monopole contact invariant
(安定ホモトピー版モノポールコンタクト不変量)
24 March. 2022
- 岡本 潤 (OKAMOTO Jun)
Convergence of some non-convex energies under various topology
(ジ様々な位相による非凸エネルギーの収束)
24 March. 2022
- 沖 泰裕 (OKI Yasuhiro)
On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables
(奇数変数 CM ユニタリ群に対する志村多様体の連結成分について)
24 March. 2022
- 亀岡健太郎 (KAMEOKA Kantaro) Studies on semiclassical analysis and resonance theory
(半古典解析と共鳴理論の研究)
24 March. 2022

- 河上 龍郎 (KAWAKAMI Tatsuro) Studies on the Bogomolov-Sommese vanishing theorem and Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic
(正標数の Bogomolov-Sommese 消滅定理と Du Val del Pezzo 曲面に関する研究)
24 March. 2022
- 顧 仲陽 (GU Zhongyang) On the Helmholtz decomposition of vector fields with bounded mean oscillation in Various domains
(諸領域における有界平均振動ベクトル場のヘルムホルツ分解)
24 March. 2022
- 郷田 昌稔 (GODA Masatoshi)
Statistical inference for Hawkes processes
(Hawkes 過程における統計的推論)
24 March. 2022
- 佐藤 悠介 (SATO Yusuke)
Multidimensional continued fractions and Fujiki-Oka resolutions of cyclic quotient singularities
(多次元連分数と巡回商特異点に対する藤木岡特異点解消)
24 March. 2022
- 佐野 岳人 (SANO Taketo)
On functoriality and spatial refinements of Khovanov homology and its variants
(Khovanov ホモロジーとその変種の関手性および空間的精密化について)
24 March. 2022
- ザンペイソフ エルボル (ZHANPEISOV Erbol)
Local existence and blow-up rate of solutions to nonlinear parabolic equations
(非線形放物型方程式の解の局所存在及び爆発の速さ)
24 March. 2022
- 高瀬 裕志 (TAKASE Hiroshi)
Inverse problems for hyperbolic partial differential equations with time-dependent coefficients
(時間依存する係数を持つ双曲型偏微分方程式の逆問題)
24 March. 2022
- 高松 哲平 (TAKAMATSU Teppei)
On the arithmetic finiteness of irreducible symplectic varieties
(既約シンプレクティック多様体の数論的な有限性について)
24 March. 2022
- 立石 優二郎 (TATEISHI Yujiro)
Optimal decay estimates of Schrödinger heat semigroups with inverse square potential in Lorentz spaces
(逆二次ポテンシャル付きシュレーディンガー熱半群のローレンツ空間における最適減衰評価)
24 March. 2022
- 寺井 健悟 (TERAI Kengo)
Some asymptotic problems for systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations
(ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式系の漸近解析における諸課題)
24 March. 2022

- 福嶋 翔太 (FUKUSHIMSA Syota)
Microlocal construction and analysis of the Schrödinger propagators on manifolds
(多様体上のシュレーディンガー時間推進作用素の超局所的な構成と解析)
24 March. 2022
- 山本 祐輝 (TERAI Kengo)
On the restrictions of supercuspidal representations for inner forms of GLN
(GLN の内部形式の超尖点表現の制限について)
24 March. 2022

☆ 修士号取得者と論文題目

(Master of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date)

- 橋本 恵吾 (HASHIMOTO Keigo)
ピカルル数の小さい複素 K3 曲面の自己同型の最小正エントロピーについて
24 March. 2022
- 奥田 堯子 (OKADA Takako)
Riemann 対称空間上における測地線の簡約部分 Lie 代数 への射影に対する有界性—低階数・低次元の場合—
24 March. 2022
- 恩田 直登 (ONDA Naoto)
Classification of 4×4 symmetric matrix pencils over an algebraically closed field of characteristic 2
(標数 2 の代数閉体上の 4 次対称行列の束の分類)
24 March. 2022
- 近藤 彪生 (KONDO Ayao)
Local-global divisibility of rational points on GL_2 -type varieties over global fields
(大域体上の GL_2 型多様体の有理点に関する局所大域可除性)
24 March. 2022
- 吉重 元 (YOSHISHIGE Hajime)
Comparison of Picard groups of rigid spaces for analytic topology and v -topology
(解析位相と v 位相でのリジッド空間のピカルル群の比較)
24 March. 2022
- 劉 沛江 (LIU Pejiang)
The Characteristic Cycles of Non-confluent ℓ -adic GKZ Hypergeometric Sheaves
(非コンフルエント GKZ 超幾何 ℓ 進層の特性サイクル)
24 March. 2022
- 浅井 柁哉 (ASAI MAsaya)
On primitive Fano threefolds in odd characteristic
(奇数標数における原始的 3 次元ファノ多様体について)
24 March. 2022
- 伊藤 慧 (ITO Kei)
複素力学系に付随する梶原-綿谷の代数の Cartan 部分代数
24 March. 2022
- UM CHANPISET (ウム ジャンピセット)
Heat equation with a dynamical singular potential on the boundary
(境界上の動的特異ポテンシャル付き熱方程式)
24 March. 2022
- 大橋 康佑 (OHASHI Yusuke)
Parameter dependence of the asymptotic expansion of the weighted Bergman kernels
(重み付きベルグマン核の漸近展開のパラメータ依存性)
24 March. 2022
- 岡本 幸大 (OKAMOTO Yukihiro)
Towards a topological interpretation of the Legendrian contact homology of unit conormal

bundles

(単位余直交束の Legendre 接触ホモロジーに対する位相的な解釈に向けて)

24 March, 2022

- 小原 和馬 (OHARA Kazuma)
Hecke algebras for tame supercuspidal types
(馴分岐超尖点的な type の Hecke 環について)
24 March, 2022
- 栗 稔 正博 (KURISAKI Masahiro)
Parameter estimation for ergodic linear stochastic differential equations from partial and discrete observations
(コンパクト量子群の準同型に関する押し出しについて)
24 March, 2022
- 権 英哲 (KEN)
On some Σ_0^B -generalizations of the pigeonhole and the modular counting principles over V^0
(V^0 上の鳩の巣原理と modular counting principle の Σ_0^B 論理式による一般化について)
24 March, 2022
- 小泉 淳之介 (KOIZUMI Jyunnosuke)
Steinberg symbols and reciprocity sheaves
(Steinberg 記号と相互層)
24 March, 2022
- 小菅 亮太郎 (KOSUGE Ryotaro)
曲面の写像類群の Chillingworth 部分群について
24 March, 2021
- 酒井 一馬 (SAKAI Kazuma)
A mathematical model for the dynamics of endothelial cells in angiogenesis
(血管新生における血管内皮細胞動態の数理モデル)
24 March, 2022
- 佐久間 正樹 (SAKUMA Kazuma)
A generalization of the concentration compactness principle and its applications to variational minimization problems with constraints involving convolutions
(凝集コンパクト性原理の一般化と拘束条件に畳み込みを伴う変分法的最小化問題への応用)
24 March, 2022
- 佐々木 悠矢 (SASAKI Yuya)
On real forms of Fermat hypersurfaces
(フェルマー超曲面の実形式について)
24 March, 2022
- 帥 博為 (SHUAI Bowei)
The Universal Coefficient Theorem and The Elliott Program for Unital Separable Nuclear C^* -algebras
(普遍係数定理と可分でニュークリアな単位的 C^* 環に関するエリオットプログラム)
24 March, 2022
- 鈴木 海舟 (SUZUKI Kaisyu)
Nonparametric estimation of the diffusion coefficient of a one-dimensional diffusion process

using deep neural networks

(1次元拡散過程の拡散係数の深層ニューラルネットワークを用いたノンパラメトリック推定)

24 March, 2022

- 梨 悠吾 (TAKAHASHI Yugo)

Parity of conjugate self-dual representations of inner forms of GL_n over p -adic fields

(p -進体上の GL_n の内部形式の共役自己双対表現の偶奇性)

24 March, 2022

- 田川 智也 (TAGAWA Tomoya)

一般次数の振動子ポテンシャルを持つ Schrödinger 作用素に対する Rellich 型定理

24 March, 2022

- 長坂 篤英 (NAGASAWA Atsuhide)

Holonomy preserving transformation of weighted graphs and its application to knot theory

(重み付きグラフのホロノミー保存変形と結び目理論への応用)

24 March, 2022

- 名取 雅生 (NATORI Masaki)

Bivariant homology theories and their configuration space like description

(双変ホモロジー理論とその配置空間的描像について)

24 March, 2022

- 馬場 智也 (BABA Tomoya)

Consistency of the Kaplan-Meier estimator of the potential survival function by using coarsened exact matching

(潜在的生存関数の coarsened exact matching を用いた Kaplan-Meier 推定量の一致性)

24 March, 2022

- 板東 克之 (BANDO KATSUYUKI)

Geometric Satake equivalence in mixed characteristic and Springer correspondence

(混標数の幾何学的佐武対応とシュプリンガー対応)

24 March, 2022

- 深見 陸 (FUKAMI Riku)

マルチンゲール差分列ノイズを持つノンパラメトリック回帰

モデルに対する deep neural network を用いた適応的推

24 March, 2022

- 松田 光智 (MATSUDA Koji)

Torsion points of elliptic curves over multi-quadratic fields and cyclotomic fields

(二次体の合成体と円分体上の楕円曲線の捻じれ点)

24 March, 2022

- 松本 拓朗 (MATSUMOTO Takuro)

G-graphs and subgraphs of the McKay quiver of finite subgroups of $SL(3, \mathbb{C})$

($SL(3, \mathbb{C})$ の有限部分群の G グラフとマッケイクイバーの部分グラフ)

24 March, 2022

- 向原 未帆 (MUKOUHARA Miho)

C^* -simplicity of relative profinite completions of generalized Baumslag-Solitar groups

(一般化された バウムスラッグ・ソリター 群の relative profinite completion の C^* 単純性)

24 March, 2022

- 森川 皓太 (MORIKAWA Kota)
Graphon の視点から捉えた極値グラフ理論および有限強制可能性について
24 March, 2022
- 吉岡 玲音 (YOSHIOKA SHIO)
結び目とその一般化に対する配置空間積分不変量の局在化について
24 March, 2022
- 吉野 太郎 (YOSHINO Taro)
The degree of irrationality of Fano complete intersections
(ファノ完全交叉の非有理度に関して)
24 March, 2022
- 王 沛鐸 (WANG Peiduo)
On generalized Fuchs theorem over p -adic polyannuli
(p 進多重穴あき円板上の一般化フックス定理について)
24 March, 2022

3. 学術雑誌 - 東大数理科学ジャーナル 第 28 巻

Journal of Mathematical Sciences
The University of Tokyo, Vol. 28

Vol. 28 No. 1 Published Jun 18, 2021

- Yohei KASHIMA
Superconducting Phase in the BCS Model with Imaginary Magnetic Field.

Vol. 28 No. 2 Published July 27, 2021

- Yohei KASHIMA
*Superconducting Phase in the BCS Model with Imaginary Magnetic Field. II.
Multi-Scale Infrared Analysis.*

Vol. 28 No. 3 Published Aug 30, 2021

- Yohei KASHIMA
*Superconducting Phase in the BCS Model with Imaginary Magnetic Field. III.
Non-Vanishing Free Dispersion Relations.*

Vol. 28 No. 4 Published Oct 5, 2021

- Tomasz DLOTKO, Tongtong LIANG and Yejuan WANG
Dirichlet Problem for Critical 2D Quasi-Geostrophic Equation with Large Data.
- Julie Déserti *On Regularizable Birational Maps*
- Yusuke INAGAKI
*Invariants of $\mathrm{PSL}_n\mathbb{R}$ -Fuchsian Representations
and a Slice of Hitchin Components*
- Osamu FUJINO
On Nakayama's Theorem
- Yutaka KAMIMURA
*Nonconservative Reflectionless Inverse Scattering and Soliton Solutions of an Associated
Nonlinear Evolution System*

4. 公開講座・研究集会等

Public Lectures · Symposiums · Workshops, etc

PDEs and Probability Theory –beyond boundaries–

June 2 – June 3, 2021

Online Workshop

Program

Wednesday, June 2

10:00–11:00 **Tomohiro Sasamot** (Tokyo Institute of Technology) Nonlinear fluctuating hydrodynamics for stochastic interacting particle systems

11:00–12:00 **Hung Vinh Tran** (University of Wisconsin-Madison) Stochastic homogenization of some nonconvex Hamilton-Jacobi equations

12:00–12:50 Lunch

12:50–13:50 Discussion session "Diversity and Inclusion in Mathematics"

14:00–15:00 **Eiji Yanagida** (Tokyo Institute of Technology) On the heat equation with a dynamic singular potential

15:00–16:00 **Kohei Hayashi** (University of Tokyo) A one-phase Stefan problem with non-linear diffusion from highly competing two-species interacting particles

16:00–16:30 Coffee Break

16:30–17:30 **Esther S. Daus** (Vienna University of Technology) Cross-diffusion systems in biology: rigorous derivation, analysis and entropy structure

17:30–18:30 **Patrícia Gonçalves** (Instituto superior Técnico) From random dynamics to fractional PDEs with several boundary conditions

Thursday, June 3

10:00–11:00 **Svetlana Roudenko** (Florida International University) Behavior of solutions to the 1D focusing stochastic nonlinear Schroedinger equation

11:00–12:00 **Rongchan Zhu** (Beijing Institute of Technology) Large N Limit of the $O(N)$ Linear Sigma Model via Stochastic Quantization

12:00–13:30 Lunch

13:30–14:30 **Megumi Sano** (Hiroshima University) A limiting case of the Hardy inequality and the perturbed Kolmogorov equation

14:30–15:30 **Bin Xie** (Shinshu University) Solvability and convergence of solutions corresponding to a quasilinear SPDE in random environment

15:30–16:00 Coffee Break

16:00–17:00 **Yoshio Tsutsumi** (Kyoto University) Quasi-invariance of Gaussian measures transported by the cubic NLS with third order dispersion on 1D torus

複素幾何学の諸問題 II

日程：2021年9月6日(月)午後 - 9日(木)午後
会場：オンライン (Zoom), 大阪市立大学 (杉本キャンパス)
内容：プロブレムセッション
形態：ハイブリッド (Zoom + 一部対面)
RIMS 共同研究 (公開型). 大阪市立大学数学研究所後援

6日(月) 13:30 ~

大沢 健夫 (名大) L^2 評価式, L^2 拡張定理の問題
伊師 英之 (阪市大) 調和解析の問題
石井 豊 (九大) 複素力学系の問題

7日(火)

山ノ井 克俊 (阪大) 値分布論の問題
満洲 俊樹 (阪大) Kähler-Einstein 幾何の問題
本多 宣博 (東工大) ツイスター空間論の問題
芥川 和雄 (中央大) 幾何解析の問題
平地 健吾 (東大) CR 幾何, 共形幾何の問題

8日(水)

河澄 響矢 (東大) リーマン面に関連する位相幾何学の問題
宮地 秀樹 (金沢大) タイヒミューラー空間論の問題
望月 拓郎 (京大数理研) 一般化ホッジ理論の問題
細野 忍 (学習院大) Calabi-Yau 多様体の問題
小林 亮一 (名大) 小林双曲性の問題

9日(木)

小木曾 啓示 (東大) 双有理自己写像, 代数的力学系の問題
安福 悠 (日大) 有理点, 数論的力学系の問題
尾高 悠志 (京大) 安定性, モジュライ理論の問題
岡田 拓三 (佐賀大) 代数多様体の有理性の問題
藤野 修 (京大) 極小モデル理論の問題

講演時間

9:40 ~ 10:40
11:00 ~ 12:00
13:30 ~ 14:30
14:50 ~ 15:50
16:10 ~ 17:10

ICMS ワークショップ サステナブルな水産利用に向けた数理科学連携の可能性

<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/icms/atmosphere-ocean.html>

2021 年 12 月 17 日

オンライン開催

プログラム

13:00-13:10 挨拶・主旨説明

13:10-13:50 松野孝平 (北海道大学大学院水産科学研究院)

北極海における気候変動とプランクトン

13:50-14:30 壁谷尚樹 (東京海洋大学 学術研究院 海洋生物資源学部門)

海洋生物における長鎖多価不飽和脂肪酸生合成酵素の多様性

14:30-15:10 小南友里 (東京大学大学院農学生命科学研究科)

かまぼこの独特な食感を生み出すタンパク質メカニズムに関する研究

15:10-15:20 休憩

15:20-15:50 パネルディスカッション (司会: 齊藤宣一)

討論参加者

田畑公次 (北海道大学電子科学研究所)

儀保伸吾 (理化学研究所数理創造プログラム (iTHEMS))

下川朝有 (東京理科大学理学部第二部数学科)

15:50 まとめ・挨拶

Modeling infectious disease: COVID-19 and beyond

March 9 – March 10, 2021

Organizers: Basile Grammaticos [Pôle Santé, IJCLab, Université Paris-Saclay et IN2P3/CNRS] & Ralph Willox [Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo]

Online; held through Zoom.

Program

Tuesday, March 9

17:30 17:40 **Tetsuji Tokihiro** (Dean of the Graduate School of Mathematical Sciences)

Opening remarks

17:40 18:40 **Hisashi Inaba** (Graduate School of Mathematical Sciences)

An age-structured epidemic model recognizing waning and boosting of immune status

19:00 20:00 **Gilberto Nakamura** (Pôle Santé, IJCLab, Université Paris-Saclay et IN2P3/CNRS)

Effective epidemic model for COVID-19 using accumulated deaths

Wednesday, March 10

17:30 18:30 **Mathilde Badoual** (Pôle Santé, IJCLab, Université Paris-Saclay et IN2P3/CNRS)

When does a second wave appear in an epidemic?

18:40 19:40 **Toshikazu Kuniya** (Graduate School of System Informatics, Kobe University)

Evaluation of the epidemic prevention effect of non-pharmaceutical interventions for COVID-19 in Japan

19:45–20:00 **Basile Grammaticos & Ralph Willox**

Closing remarks

**Berkeley–Tokyo workshop
on Number theory and Arithmetic geometry**

March 15–17 Tokyo and March 14–16 Berkeley, online (registration required)

Program

March 15 Tuesday Tokyo/14 Monday Berkeley

9:15–10:15 Tokyo /17:15–18:15 Berkeley

Dong Gyu Lim (UC Berkeley)

Nonemptiness of (single) affine Deligne-Lusztig varieties

10:30–11:30 Tokyo /18:30–19:30 Berkeley

Yasuhiro Oki (U Tokyo)

On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables

March 16 Wednesday Tokyo/15 Tuesday Berkeley

9:15–10:15 Tokyo /17:15–18:15 Berkeley

Yanshuai Qin (UC Berkeley)

On the Brauer groups of arithmetic schemes

10:30–11:30 Tokyo /18:30–19:30 Berkeley

Yuki Yamamoto (U Tokyo)

Comparing Bushnell–Kutzko and Sécherre’s constructions of types for GL_N and its inner forms with Yu’s construction

March 17 Thursday Tokyo/16 Wednesday Berkeley

9:15–10:15 Tokyo /17:15–18:15 Berkeley

Owen Barrett (UC Berkeley)

The derived category of the abelian category of constructible sheaves

10:30–11:30 Tokyo /18:30–19:30 Berkeley

Teppei Takamatsu (U Tokyo)

On the Shafarevich conjecture for irreducible symplectic varieties

This is a workshop in the framework of the Strategic Partnerships Project of the University of Tokyo.

Organizers:

Yoichi Mieda, Martin Olsson, Takeshi Saito, Sug Woo Shin.

Titles and Abstracts

Owen Barrett

Title: The derived category of the abelian category of constructible sheaves

Abstract: Nori proved in 2002 that given a complex algebraic variety X , the bounded derived category of the abelian category of constructible sheaves on X is equivalent to the usual triangulated category $D_c^b(X)$ of bounded constructible complexes on X . He moreover showed that given any constructible sheaf F on A^n , there is an injection $F \hookrightarrow G$ with G constructible and $H^i(A^n, G) = 0$ for $i > 0$.

In this talk, I'll discuss how to extend Nori's theorem to the case of a variety over an algebraically closed field of positive characteristic, with Betti constructible sheaves replaced by ℓ -adic sheaves. This is the case $p = 0$ of the general problem which asks whether the bounded derived category of p -perverse sheaves is equivalent to $D_c^b(X)$, resolved affirmatively for the middle perversity by Beilinson.

Dong Gyu Lim

Title: Nonemptiness of (single) affine Deligne-Lusztig varieties

Abstract: In the study of Shimura varieties, it is an important problem to count the points reduction modulo p (Langlands-Rapoport conjecture) as it provides a way to compute the Hasse-Weil zeta function. The most interesting piece showing up in the point counting is affine Deligne-Lusztig variety (ADLV) and it has been studied in various level structures including the hyperspecial level and the Iwahori level. In the talks, we will see explicit examples of ADLV described as a set of certain lattices and flags in the modular curve case. Then we will discuss the nonemptiness criterion for a single ADLV along with the results already known and newly discovered. If time permits, the dimension formula will be discussed shortly.

Yasuhiro Oki

Title: On the connected components of Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables

Abstract : Let (G, X) be a Shimura datum. Take a prime number p and a Bruhat-Tits subgroup K_p of $G(\mathbb{Q}_p)$. Consider the projective limit of the sets of connected components of Shimura varieties for (G, X) whose level at p are given by K_p . It is equipped with the prime-to- p Hecke action. Then we discuss the question whether the above action is transitive, which is motivated by the theory of mod p reductions of Shimura varieties. In this talk, we give infinitely many projective systems of the Shimura varieties for CM unitary groups in odd variables for which the considered question is negative. To achieve this goal, we study a question related to the weak approximation on certain tori over \mathbb{Q} .

Yanshuai Qin

Title: On the Brauer groups of arithmetic schemes

Abstract: Let X be a regular scheme projective flat over the ring of integers in a number field K , we prove a relation between the Brauer group of X , the geometric Brauer group of X_K and the Tate-Shafarevich group of $\text{Pic}_{X/K}^0$, generalizing a theorem of Artin and Grothendieck for arithmetic surfaces to arbitrary dimensions. As a result, we reduce Artin's question about the finiteness of $\text{Br}(X)$ for arithmetic schemes to arithmetic 3-folds.

Teppe Takamatsu

Title: On the Shafarevich conjecture for irreducible symplectic varieties

Abstract: The Shafarevich conjecture, which was proved by Faltings and Zarhin, states the finiteness of isomorphism classes of abelian varieties of a fixed dimension over a fixed number field admitting good reduction away from a fixed finite set of finite places. In this talk, we prove the Shafarevich conjecture for irreducible symplectic varieties (= hyper-Kähler varieties) whose second Betti numbers are greater than 4. This talk is based on joint work with Lie Fu, Zhiyuan Li, and Haitao Zou.

Yuki Yamamoto

Title: Comparing Bushnell–Kutzko and Sécherre’s constructions of types for GL_N and its inner forms with Yu’s construction

Abstract: Let A be a finite-dimensional central simple algebra over a non-archimedean local field, and let G be the multiplicative group of A . When we consider smooth complex representations of G , there exist several constructions of types for supercuspidal representations of G . In this talk, we compare two constructions of types, maximal simple types by Sécherre and Yu’s construction of types for G . In particular, we show that tame supercuspidal representations for G defined by Yu are essentially tame in the sense of Bushnell–Henniart. This talk is based on joint work with Arnand Maxeux.

5. 談話会

Colloquium

- 日時：4月30日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：石井 志保子 氏(東京大学)
題目：Uniform bound of the number of weighted blow-ups to compute the minimal log discrepancy for smooth 3-folds
- 日時：5月28日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：立川 裕二 氏(カブリ数物連携宇宙研究機構)
題目：Physics and algebraic topology
- 場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：岡本 久 氏(学習院大学理学部)
題目：プラントル・バチェラー理論のコルモゴロフ問題への応用
- 日時：7月30日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：望月 拓郎 氏(京都大学数理解析研究所)
題目：戸田方程式と調和束
- 日時：10月1日(金) 14:30~15:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：小島 定吉 氏(早稲田大学理工学術院)
題目：コンピュータ支援数学の研究倫理
- 日時：10月1日(金) 16:00~17:00
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：横山 広美 氏(カブリ数物連携宇宙研究機構)
題目：数学・物理分野の女性が少ないのはなぜか
- 日時：10月29日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：柏原崇人 氏(東京大学大学院数理科学研究科)
題目：非定常な摩擦型・Signorini 型境界条件問題の適切性について
- 日時：11月26日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：Gang Tian 氏(BICMR, Peking University)
題目：Ricci flow on Fano manifolds
- 日時：12月17日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：Jun-Muk Hwang 氏(Center for Complex Geometry, IBS, Korea)
題目：Growth vectors of distributions and lines on projective hypersurfaces
- 日時：2022年1月21日(金) 15:30~16:30
場所：数理科学研究科棟(駒場) オンライン開催
講師：緒方 芳子 氏(東京大学大学院数理科学研究科)
題目：量子スピンス系における基底状態にギャップを持ったハミルトニアン の分類問題について

- 日時：2022年3月26日（土）16:00～17:00
場所：数理科学研究科棟（駒場）オンライン開催
講師：時弘哲治 氏（東京大学大学院数理科学研究科）
題目：血管新生の数理モデル-応用数学雑感

6. 公開セミナー

Seminars

複素解析幾何セミナー

- 日時 : 4月19日(月)10:30 – 12:00
講師 : 馬 昭平 (東京工業大学)
題目 : カスプと有理同値
- 日時 : 4月26日(月)10:30 – 12:00
講師 : 今井 淳 (千葉大学)
題目 : 多様体の留数
- 日時 : 5月10日(月)10:30 – 12:00
講師 : 粕谷 直彦 (北海道大学)
題目 : 強擬凹複素曲面の境界に現れる接触構造
- 日時 : 5月24日(月)10:30 – 12:00
講師 : 林本 厚志 (長野工業高等専門学校)
題目 : Cartan-Hartogs 領域の固有正則写像
- 日時 : 5月31日(月)10:30 – 12:00
講師 : 竹内 有哉 (筑波大学)
題目 : Nonnegativity of the CR Paneitz operator for embeddable CR manifolds
- 日時 : 6月7日(月)10:30 – 12:00
講師 : 馬場 蔵人 (東京理科大学)
題目 : Calabi-Yau structure and Bargmann type transformation on the Cayley projective plane
- 日時 : 6月14日(月)10:30 – 12:00
講師 : 小池 貴之 (大阪市立大学)
題目 : Projective K3 surfaces containing Levi-flat hypersurfaces
- 日時 : 6月28日(月)10:30 – 12:00
講師 : 奥山 裕介 (京都工芸繊維大学)
題目 : Orevkov's theorem, Bézout's theorem, and the converse of Brolin's theorem
- 日時 : 7月5日(月)10:30 – 12:00
講師 : 新田 泰文 (東京理科大学)
題目 : Several stronger concepts of relative K-stability for polarized toric manifolds
- 日時 : 7月12日(月)10:30 – 12:00
講師 : 松崎 克彦 (早稲田大学)
題目 : Parametrization of Weil-Petersson curves on the plane

- 日時 : 7月19日(月)10:30 – 12:00
講師 : 阿部 誠 (広島大学)
題目 : C^n 上の不分岐 Riemann 領域に対する中間的擬凸性
- 日時 : 10月11日(月)10:30 – 12:00
講師 : 青井 顕宏 (阿武野高等学校)
題目 : cscK 計量に付随する完備スカラー平坦 KÄdler 計量について
- 日時 : 11月15日(月)10:30 – 12:00
講師 : 鍋島 克輔 (東京理科大学)
題目 : Computing logarithmic vector fields along an isolated singularity and Bruce-Roberts Milnor ideals
- 日時 : 11月29日(月)10:30 – 12:00
講師 : 北岡 旦 (東京大学)
題目 : レンズ空間上の Ray-Singer 振率と Rumin 複体のラプラシアン
- 日時 : 12月13日(月)10:30 – 12:00
講師 : 川村 昌也 (香川高等専門学校)
題目 : A generalized Hermitian curvature flow on almost Hermitian manifolds
- 日時 : 2022年1月24日(月)10:30 – 12:00
講師 : 野口 潤次郎 (東京大学)
題目 : Analytic Ax-Schanuel Theorem for semi-abelian varieties and Nevanlinna theory

代数幾何学セミナー

- 日時 : 4月14日(水)15:00 – 16:00
講師 : 佐藤 謙太 (京大数学教室)
題目 : Arithmetic deformation of F-singularities
- 日時 : 4月21日(水)15:00 – 16:00
講師 : 服部 真史 (京大数学教室)
題目 : A decomposition formula for J-stability and its applications
- 日時 : 4月28日(水)15:00 – 16:00
講師 : 金城 翼 (東大数理/IPMU)
題目 : Dimensional reduction in cohomological Donaldson-Thomas theory
- 日時 : 5月13日(木)15:00 – 16:00
講師 : 村山 匠 (プリンストン大学)
題目 : Relative vanishing theorems for schemes of equal characteristic zero

- 日時 : 5月17日(月)17:00 – 18:00
講師 : Ivan Cheltsov (エジンバラ)
題目 : Calabi problem for smooth Fano threefolds
- 日時 : 5月26日(水)15:00 – 16:00
講師 : 山口 樹 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Multiplier ideals via ultraproducts
- 日時 : 6月2日(水)15:00 – 16:00
講師 : 青木 孔 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Quasiexcellence implies strong generation
- 日時 : 6月9日(水)15:00 – 16:00
講師 : Andrea Fanelli (Bordeaux)
題目 : Rational simple connectedness and Fano threefolds
- 日時 : 6月14日(月)17:00 – 18:00
講師 : 原 和平 (University of Glasgow)
題目 : Rank two weak Fano bundles on del Pezzo threefolds of degree 5
- 日時 : 7月1日(木)10:00 – 11:00
講師 : 鈴木 文顕 (UCLA)
題目 : An O -acyclic variety of even index
- 日時 : 7月5日(月)16:00 – 17:00
講師 : Paolo Cascini (Imperial College London)
題目 : Birational geometry of foliations

トポロジー火曜セミナー

- 日時 : 4月13日(火)17:00 – 18:00
講師 : 伊藤 哲也 (京都大学)
題目 : Quantitative Birman-Menasco theorem and applications to crossing number
- 日時 : 4月20日(火)17:00 – 18:00
講師 : 大鹿 健一 (学習院大学)
題目 : Realisation of measured laminations on boundaries of convex cores
- 日時 : 4月27日(火)17:00 – 18:00
講師 : 栗林 勝彦 (信州大学)
題目 : AOn a singular de Rham complex in diffeology
- 日時 : 5月11日(火)17:00 – 18:00
講師 : 山下 真由子 (京都大学数理解析研究所)
題目 : トポロジカルとは限らない invertible QFT の分類問題と, Anderson dual の differential

なモデル

- 日時 : 5月18日(火)17:00 – 18:00
講師 : Geoffrey Powell (CNRS and University of Angers)
題目 : On derivations of free algebras over an operad and the generalized divergence
- 日時 : 5月25日(火)17:00 – 18:00
講師 : 足助 太郎 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : On a characteristic class associated with deformations of foliations
- 日時 : 6月1日(火)17:30 – 18:30
講師 : 北川 宜稔 (早稲田大学)
題目 : On the discrete decomposability and invariants of representations of real reductive Lie groups
- 日時 : 6月8日(火) 17:00 – 18:00
講師 : 松下 尚弘 (琉球大学)
題目 : Graphs whose Kronecker coverings are bipartite Kneser graphs
- 日時 : 6月15日(火)17:00 – 18:00
講師 : 佐藤 尚倫 (早稲田大学)
題目 : Direct decompositions of groups of piecewise linear homeomorphisms of the unit interval
- 日時 : 6月22日(火)17:00 – 18:30
講師 : 小林 竜馬 (石川工業高等専門学校)
題目 : On infinite presentations for the mapping class group of a compact non orientable surface and its twist subgroup
- 日時 : 6月29日(火)17:00 – 18:00
講師 : 早野 健太 (慶應義塾大学)
題目 : Stability of non-proper functions
- 日時 : 7月6日(火)17:30 – 18:30
講師 : 窪田 陽介 (信州大学)
題目 : Codimension 2 transfer map in higher index theory
- 日時 : 7月13日(火)17:00 – 18:00
講師 : 作間 誠 (大阪市立大学数学研究所)
題目 : Homotopy motions of surfaces in 3-manifolds
- 日時 : 10月5日(火)17:00 – 18:00
講師 : 合田 洋 (東京農工大学)
題目 : Twisted Alexander polynomials, chirality, and local deformations of hyperbolic 3-cone-manifolds
- 日時 : 10月12日(火)17:00 – 18:00
講師 : 飯田 暢生 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Seiberg-Witten Floer homotopy and contact structures

- 日時 : 10 月 19 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 四之宮 佳彦 (静岡大学)
題目 : Period matrices of some hyperelliptic Riemann surfaces
- 日時 : 10 月 26 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 粕谷 直彦 (北海道大学)
題目 : On the strongly pseudoconcave boundary of a compact complex surface
- 日時 : 11 月 2 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 野坂 武史 (東京工業大学)
題目 : Meta-nilpotent knot invariants and symplectic automorphism groups of free nilpotent groups
- 日時 : 11 月 9 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 丸山 修平 (名古屋大学)
題目 : The spaces of non-descendible quasimorphisms and bounded characteristic classes
- 日時 : 11 月 16 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 湯淺 亘 (京都大学数理解析研究所)
題目 : Skein and cluster algebras of marked surfaces without punctures for $sl(3)$
- 日時 : 11 月 30 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 佐藤 正寿 (東京電機大学)
題目 : A non-commutative Reidemeister-Turaev torsion of homology cylinders
- 日時 : 12 月 7 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 佐野 岳人 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Bar-Natan ホモトピー型の構成
- 日時 : 12 月 21 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 島倉 裕樹 (東北大学)
題目 : Classification of holomorphic vertex operator algebras of central charge 24
- 日時 : 2022 年 1 月 11 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 前多 啓一 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : 符号 $(n,2)$ の分解不可能な擬リーマン対称空間に関するコンパクト Clifford-Klein 形の存在問題について
- 日時 : 2022 年 1 月 25 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 盛 小冰 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Some obstructions on subgroups of the Brin-Thompson group $2V$

Lie 群・表現論セミナー

- 日時 : 5 月 11 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 中濱 良祐 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)
題目 : 有界対称領域上の重み付きベルグマン内積の計算と部分群への制限
- 日時 : 5 月 18 日 (火)17:00 – 17:30
講師 : 上田 衛 (京都大学大学院)
題目 : アファインヤンギアンと長方形 W 代数
- 日時 : 6 月 1 日 (火)17:30 – 18:30
講師 : 北川 宜稔 (早稲田大学)
題目 : On the discrete decomposability and invariants of representations of real reductive Lie groups
- 日時 : 6 月 8 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 甘中 一輝 (理化学研究所 数理創造プログラム)
題目 : 3 次元コンパクト反ド・ジッター多様体の安定固有値の重複度
- 日時 : 6 月 15 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 小林 俊行 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : 極限代数と緩増加表現
- 日時 : 6 月 22 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 森田 陽介 (京都大学大学院理学研究科)
題目 : 非簡約な部分群の Cartan 射影とコンパクト Clifford-Klein 形の存在問題
- 日時 : 6 月 29 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 藤原 英徳 (近畿大学名誉教授)
題目 : 冪零リー群に対する多項式予想について
- 日時 : 7 月 6 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 田内 大渡 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)
題目 : Casselman の部分表現定理に関する Q シリーズ類似の反例について
- 日時 : 7 月 13 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 大島 芳樹 (大阪大学大学院情報科学研究科)
題目 : 局所対称空間のコンパクト化と自然な Kahler 計量の崩壊
- 日時 : 7 月 20 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 田森 宥好 (北海道大学)
題目 : 零でない線形周期の存在の必要条件
- 日時 : 7 月 28 日 (火)17:00 – 18:00
講師 : 大島 芳樹 (大阪大学大学院情報科学研究科)
題目 : Ricci 平坦計量の崩壊と Monge-Ampere 方程式の解のアプリオリ評価

- 日時：10月5日(火)17:00 – 18:00
 講師：小林 俊行 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目："小さな" 無限次元表現の分岐則における有界重複度定理

- 日時：10月19日(火)17:00 – 18:00
 講師：田森 宥好 (北海道大学)
 題目：A 型の極小表現の類似の分類

- 日時：10月26日(火)17:00 – 18:00
 講師：北川 宜稔 (早稲田大学)
 題目：g-加群の一様有界族の分岐則への応用

- 日時：11月2日(火)17:00 – 18:00
 講師：田内 大渡 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)
 題目：不確定特異点を持つホロノミック D 加群のシュワルツ超関数解と佐藤超関数解の違いについて

- 日時：11月9日(火)17:00 – 18:00
 講師：大島 芳樹 (大阪大学大学院情報科学研究科)
 題目：Plancherel 測度の台と運動量写像の像

- 日時：11月16日(火)17:00 – 18:00
 講師：中濱 良祐 (九州大学)
 題目：有界対称領域内のブロック対角行列上での重み付きベルグマンノルムの計算

- 日時：11月23日(火)17:00 – 18:00
 講師：田中 雄一郎 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目：簡約型実球部分群に対するカルタン分解について

- 日時：11月30日(火)17:00 – 18:00
 講師：Quentin Labriet (Reims University)
 題目：Branching problems for conformal Lie groups and orthogonal polynomials

- 日時：12月7日(火)17:00 – 18:00
 講師：久保 利久 (龍谷大学)
 題目：ハイゼンベルグ超双極型微分方程式の解空間における K -type 構造の分類について

- 日時：12月14日(火)17:00 – 18:00
 講師：森田 陽介 (京都大学)
 題目：Conley 指数の定義について

- 日時：12月21日(火)17:30 – 18:30
 講師：島倉 裕樹 (東北大学)
 題目：Classification of holomorphic vertex operator algebras of central charge 24

- 日時：2022年1月11日(火)17:00 – 18:00
 講師：前多 啓一 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目：符号 $(n,2)$ の分解不可能な擬リーマン対称空間に関するコンパクト Clifford-Klein 形の存在問題について

- 日時：2022年1月18日(火)17:00 - 18:00
講師：伊師 英之 (大阪市立大学)
題目：複素領域上の強可視的作用
- 日時：2022年2月15日(火)17:00 - 18:00
講師：甘中 一輝 (理化学研究所)
題目：スタンダードなコンパクト Clifford-Klein 形の変形
- 日時：2022年2月22日(火)17:00 - 18:00
講師：田森 宥好 (北海道大学)
題目：Schwartz ホモロジーの長完全列について
- 日時：2022年3月8日(火)17:00 - 18:00
講師：北川 宜稔 (早稲田大学)
題目：ハミルトニアン G-代数多様体の構造について

数値解析セミナー

- 日時：4月27日(火)16:30 - 18:00
講師：高安 亮紀 (筑波大学システム情報系)
題目：非線形熱方程式の複素時間領域における解の精度保証付き数値計算
- 日時：5月11日(火)16:30 - 18:00
講師：土屋 卓也 (愛媛大学理工学研究科)
題目：異方的なメッシュ上での有限要素誤差解析について
- 日時：6月8日(火)16:30 - 18:00
講師：曾我 幸平 (慶應義塾大学理工学部)
題目：Action minimizing random walks and numerical analysis of Hamilton-Jacobi equations
- 日時：6月22日(火)17:00 - 18:30
講師：鈴木 大慈 (東京大学大学院情報理工学系研究科)
題目：深層ニューラルネットワークの近似理論と適応能力
- 日時：7月6日(火)16:30 - 18:00
講師：速水 謙 (国立情報学研究所 (名誉教授))
題目：最小二乗問題の反復解法とその応用

PDE 実解析研究会

- 日時 : 10 月 27 日 (火)10:30 – 11:30
講師 : Son Tu (University of Wisconsin Madison)
題目 : Vanishing discount problems for Hamilton-Jacobi equations on changing domains
- 日時 : 12 月 1 日 (火)10:30 – 11:30
講師 : Michal Lasica (Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences / University of Tokyo)
題目 : Existence of the λ -harmonic map flow

統計数学セミナー

- 日時 : 4 月 21 日 (木)14:30 – 16:00
講師 : Han Liang Gan (University of Waikato)
題目 : Stationary distribution approximations for two-island and seed bank models
- 日時 : 5 月 19 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Federico Camia (NYU Abu Dhabi)
題目 : Limit Theorems and Random Fractal Curves in Statistical Mechanics
- 日時 : 6 月 16 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Hiroki Masuda (Kyushu University)
題目 : Levy-Ornstein-Uhlenbeck Regression
- 日時 : 7 月 14 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Anirvan Chakraborty (IISER Kolkata, India)
題目 : Statistics for Functional Data
- 日時 : 8 月 18 日 (金)14:30 – 16:00
講師 : Gery Geenens (The University of New South Wales (UNSW Sydney))
題目 : Dependence, Sklar's copulas and discreteness
- 日時 : 9 月 15 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Anup Biswas (Indian Institute of Science Education and Research (IISER), Pune)
題目 : Ergodic risk-sensitive control: history, new results and open problems
- 日時 : 10 月 13 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Li Cheng (National University of Singapore (NUS))
題目 : Bayesian Fixed-domain Asymptotics for Covariance Parameters in Gaussian Random Field Models

- 日時 : 11 月 17 日 (水)15:30 – 17:00
 講師 : Jean Bertoin (Institut of Mathematics, University of Zurich (UZH))
 題目 : On the local times of noise reinforced Bessel processes
- 日時 : 12 月 15 日 (水)14:30 – 16:00
 講師 : Estate Khmaladze (Victoria University of Wellington)
 題目 : Theory of Distribution-free Testing
- 日時 : 2022 年 1 月 19 日 (水)14:30 – 15:30
 講師 : Martin Hazelton (Otago UniversityW)
 題目 : Dynamic fibre samplers for linear inverse problems
- 日時 : 2022 年 1 月 20 日 (水)15:00 – 16:10
 講師 : 植松 良公 (東北大学大学院経済学研究科)
 題目 : Quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations: volatility estimation and global jump filters
- 日時 : 2022 年 2 月 16 日 (水)14:30 – 16:00
 講師 : Teppei Ogihara (University of Tokyo)
 題目 : Stochastic modelling in ecology: why is it interesting?

諸分野のための数学研究会

- 日時 : 11 月 24 日 (火)10:30 – 11:30
 講師 : 長谷川 洋介 (東京大学生産技術研究所)
 題目 : 乱流熱輸送現象の最適制御と複雑伝熱面の形状最適化

代数学コロキウム

- 日時 : 5 月 26 日 (水)17:00 – 18:00
 講師 : 島田 了輔 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Geometric Structure of Affine Deligne-Lusztig Varieties for GL_3
- 日時 : 6 月 16 日 (水)17:00 – 18:00
 講師 : 寺門 康裕 (National Center for Theoretical Sciences)
 題目 : Hecke eigensystems of automorphic forms (mod p) of Hodge type and algebraic modular forms
- 日時 : 6 月 23 日 (水)17:00 – 18:00
 講師 : 今井 湖都 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Ramification groups of some finite Galois extensions of maximal nilpotency class over

local fields of positive characteristic

- 日時 : 6 月 30 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 李 公彦 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Prismatic and q -crystalline sites of higher level
- 日時 : 7 月 7 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 吉田 匠 (慶應義塾大学)
題目 : On the BSD conjecture for the quadratic twists of the elliptic curve $X_0(49)$
- 日時 : 10 月 20 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : Alex Youcis (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Geometric arc fundamental group
- 日時 : 11 月 24 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 小原 和馬 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : On the formal degree conjecture for non-singular supercuspidal representations
- 日時 : 12 月 22 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : Stefano Morra (Paris 8 University)
題目 : Some properties of the Hecke eigenclasses of the mod p -cohomology of Shimura curves

7. 日本学術振興会特別研究員採用者（研究課題）リスト

JSPS Fellow List

♣ 継続

- 橋詰 健太
高次元代数多様体の極小モデル理論と特異点理論
- 藤田 直樹
Newton-Okounkov 凸体を用いた射影多様体の研究
- 松井 紘樹
特異圏解析を用いた可換環論の研究
- 土谷 昭善
反射的凸多面体を中心とした格子凸多面体の分類理論及び正規性に関する探究
- 館山 翔太
完全非線形放物型方程式の粘性解理論の深化
- 中村 力
三角圏のスペクトラムによる無限生成コーエン・マコーレー表現とコサポートの研究
- 太田 敏博
速く増大する非線形項を持つ非整数階反応拡散方程式の初期値問題
- 鈴木 将満
速く増大する非線形項を持つ非整数階反応拡散方程式の初期値問題
- 吉川 翔
偏極自己準同型を持つ代数多様体の研究
- 立石 優二郎
特異・退化な重みをもつ放物型偏微分方程式の漸近挙動解析と定性的解析
- 寺井 健悟
制御問題に由来する非線形偏微分方程式系の弱 KAM 理論を用いた数学解析
- ZHANPEISOV Erbo
非線形放物型方程式系の爆発及び漸近挙動
- éíŹ 瀬 裕志
ローレンツ多様体上の双曲型偏微分方程式に関する逆問題解析
- 佐野 岳人
s-不変量の性質および類似する不変量との関係の研究
- 河上 龍郎
準フロベニウス分裂多様体に関する研究
- 沖 泰裕
幾何的手法による志村多様体および局所 Langlands 対応の研究における新展開
里見 貴志<名前>
Cayley グラフの expander 性の評価と調和解析・表現論との関連
- 高松 哲平
Deligne-Lusztig 多様体の局所体類似について
- 飯田 暢生
ゲージ理論とトポロジー
- ZHA Chenghan
二次元の半単純フロベニウス多様体の周期写像

- LEE Chunghyun
有理写像の高次力学系次数の計算および安定化問題の部分的な解決
- GAISIN, Ildar Maratovich
Deligne-Lusztig 多様体と Fargues-Fontaine 曲線
- ZHANG, Longjie
駆動力付きの平均曲率流方程式の解の挙動とその応用
- KIDWAI, Omar Ahmed
完全 WKB 解析、スペクトル・ネットワークと位相的漸化式
- RIZZI, Luca
随伴形式と spherical 多様体の超曲面のトレリ型問題
- HUANG, Xinch
非整数階偏微分方程式に対する逆問題と関連課題
- EOM, Junyong
ODE 型解の高次漸近展開とそれに付随する逆問題
- LASICA, Michal
全変動流方程式の諸課題の数学解析

- ♣ 新規
- 清水 雄貴
流れが織りなす幾何学を基盤とする流体方程式の解の挙動の研究
- WANG Long
カラビ・ヤウ多様体の錐予想について
- 亀岡 健太郎
散乱共鳴と量子カオスの数理解析
- 山本 祐輝
p 進簡約群の表現の genericity について
- 筒井 勇樹
超ケーラー多様体のトロピカル類似におけるリーマン=ロッホの定理の研究
- 金城 翼
ドナルドソン・トーマス不変量の圏化
- 北村 侃
量子群と K 理論
- 島田 了輔
アファイン Deligne-Lusztig 多様体とその応用
- 宮澤 仁
対合を持つ 3 次元多様体の SW フレアホモトピー型の構成
- STOKES, Alexander
離散パルヴェ方程式の幾何学的理論の拡張へ – 特異点、エントロピーと可積分性

8. 令和3年度ビジターリスト

Visitor List of the Fiscal Year 2021

令和3年度当研究科に外国からみえた研究者の一部のリストである。

データは、お名前（所属研究機関名，その国名），当研究科滞在期間の順である。滞在期間は，年/月/日の順に数字が書いてあるが，年は2021年のときは省略した。敬称は略した。

Here is the list of a part of the foreign researchers who visited our Graduate School in the fiscal year 2021.

The data are arranged in the order of Name (Institution, its Country), the period of the stay. The date of the stay is denoted in the order of Year/Month/Day, but the year is omitted in case of 2021.

- Frederic LATREMOLIERE (University of Denver ・ アメリカ) 4/1-8/31
- Benoit COLLINSE (Kyoto University ・ フランス/日本) 12/27-12/28

索引

ABE Noriyuki (阿部 紀行), 59
 AIDA Shigeki (会田 茂樹), 1
 ARAI Toshiyasu (新井 敏康), 3
 ASAKA Takeru (浅香 猛), 157
 ASUKE Taro (足助 太郎), 58

BANDO Katsuyuki (板東 克之), 223
 BAO Yuanyuan (鮑 園園), 110

CHIBA Yuki (千葉 悠喜), 150
 CHIHARA Ryohei (茅原 涼平), 152

Eom Junyong, 143
 ETO Tokuhiko (江藤 徳宏), 194

FUJIWARA Hiroshi (藤原 洋), 134
 FUJIWARA Takeo (藤原 毅夫), 123
 FUKUSHIMA Shota (福島 翔太), 179

GIGA Mi-Ho (儀我 美保), 148
 GIGA Yoshikazu (儀我 美一), 119
 GOCHO Toru (牛腸 徹), 102
 GODA Masatoshi (郷田 昌稔), 165
 GONGYO Yoshinori (権業 善範), 75
 GOTO Yuki (後藤 祐輝), 183

HARAKO Shuichi (原子 秀一), 190
 HASEGAWA Ryu (長谷川 立), 89
 HASHIMOTO Keigo (橋本 恵吾), 222
 HASHIMOTO Kenji (橋本 健治), 152
 HAYASHI Kohei (林 晃平), 188
 HAYASHI Shuhei (林 修平), 90
 HIMEKI Yutaro (姫木 祐太郎), 204
 HIRACHI Kengo (平地 健吾), 46
 HSU Penyuan (許 本源), 128
 HUANG Xinchu (コウ キンチ), 139

IIDA Nobuo (飯田 暢生), 157
 IKEGAWA Takashi (池川 隆司), 146
 IMAI Naoki (今井 直毅), 62
 INABA Hisashi (稲葉 寿), 7
 INOUE Daisuke (井上 大輔), 191
 ISHIGE Kazuhiro (石毛 和弘), 5
 ITO Kenichi (伊藤 健一), 60
 IWAKI Kohei (岩木 耕平), 64

KAMEOKA Kentaro (亀岡 健太郎), 162
 KAMIYA Ryo (神谷 亮), 147
 KASHIWABARA Takahito (柏原崇人), 68
 KATO Akishi (加藤 晃史), 70
 KATSURA Toshiyuki (桂 利行), 116
 KAWAHIGASHI Yasuyuki (河東 泰之), 19
 KAWAKAMI Tatsuro (河上 龍郎), 164
 KAWAZUMI Nariya (河澄 響矢), 16
 KEN Eitetsu (権 英哲), 216
 KIDA Yoshikata (木田 良才), 21
 KIMURA Yuta (木村 雄太), 130
 KINJO Tasuki (金城 翼), 198
 KITAMURA Kan (北村 侃), 197
 KITAYAMA Takahiro (北山 貴裕), 71
 KIYONO Kazuhiko (清野 和彦), 102
 KOBAYASHI Toshiyuki (小林 俊行), 23
 KOHNO Toshitake (河野 俊丈), 122
 KOIKE Yuta (小池 祐太), 73
 KONDO Ayao (近藤 彪生), 215
 KONNO Hokuto (今野 北斗), 103

LI Kimihiko (李 公彦), 207
 LIU PEIJIANG (劉 沛江), 227

MAO Tianle (毛 天樂), 206

MARRA Pasquale (マーラ パスカール), 155
 MASE Takafumi (間瀬 崇史), 108
 MATSUDA Koji (松田 光智), 224
 MATSUO Atsushi (松尾 厚), 91
 MATUMOTO Hisayosi (松本 久義), 92
 MIEDA Yoichi (三枝 洋一), 94
 MITAKE Hiroyoshi (三竹 大寿), 96
 MIYAMOTO Yasuhito (宮本 安人), 98
 MIYAZAWA Jin (宮澤 仁), 205
 MUKOHARA Miho (向原 未帆), 225
 MURATA Noboru (村田 昇), 124

NAKAMURA Tsutomu (中村 力), 137
 NAKAMURA Yusuke (中村 勇哉), 107
 NATORI Masaki (名取 雅生), 221

OGATA Yoshiko (緒方 芳子), 11
 OGUISO Keiji (小木曾 啓示), 13
 OHTA Yoshihiro (大田 佳宏), 113
 OIKAWA Mizuki (及川瑞稀), 195
 OKAMOTO Jun (岡本 潤), 159
 OKAMOTO Yukihiko (岡本 幸大), 213
 OKI Yasuhiro (沖 泰裕), 161
 OKUDA Takako (奥田 堯子), 214
 ONDA Naoto (恩田 直登), 215

PÉREZ VALDÉS Víctor, 210

SAITO Norikazu (齊藤 宣一), 35
 SAITO Shuji (斎藤 秀司), 29
 SAITO Takeshi (斎藤 毅), 33
 SAITO Yuta (齋藤 勇太), 184
 SAKAI Hidetaka (坂井 秀隆), 77
 SAKAI Kazuma (酒井 一馬), 218
 SAKASAI Takuya (逆井 卓也), 79
 SANO Taketo (佐野 岳人), 170
 SASADA Makiko (佐々田 槇子), 80
 SASAKI Yuya (佐々木 悠矢), 219
 SATO Ken (佐藤 謙), 167
 SATO Shoichi (佐藤 翔一), 185
 SATOMI Takashi (里見 貴志), 168
 SEKIGUCHI Hideko (関口 英子), 85
 SEKINO Nozomu (関野 希望), 150
 Sheng Xiaobing (シェン シャオピン), 171
 SHIHO Atsushi (志甫 淳), 37
 SHIMADA Ryosuke (島田 了輔), 200
 SHIMOMURA Akihiro (下村 明洋), 83
 SHIRAIISHI Junichi (白石 潤一), 83
 SHUAI Bawei (帥 博為), 220
 STOKES Alexander (ストークス アレクサンダー), 141
 SUZUKI Kaishu (鈴木 海舟), 220

TAKAGI Shunsuke (高木 俊輔), 39
 TAKAMATSU Teppei (高松 哲平), 175
 TAKANASHI Yugo (高梨 悠吾), 221
 TAKANO Akihiro (高野 暁弘), 202
 TAKASE Hiroshi (高瀬 裕志), 172
 TAKAYAMA Shigeharu (高山 茂晴), 41
 TANAKA Hiromu (田中 公), 86
 TANAKA Yuichiro (田中 雄一郎), 106
 TATEYAMA Shota (館山 翔太), 136
 TERADA Itaru (寺田 至), 87
 TERAJ Kengo (寺井 健悟), 177
 TOKIHIRO Tetsuji (時弘 哲治), 44
 TSUBOUCHI Shuntaro (坪内 俊太郎), 203
 TSUJI Takehi (辻 雄), 42
 TSURUHASHI Tomonori (鶴橋 知典), 188
 TSURUSAKI Hisanori (鶴崎 修功), 186
 TSUTSUI Yuki (筒井 勇樹), 176

UEDA Kazushi (植田 一石), 67

UEDA Kento (植田 健人), 193
UESAKA Masaaki (上坂 正晃), 126

Wang Gefei (王 格非), 196
WANG Peiduo (王 沛鐸), 228
WATANABE Yuta (渡邊 祐太), 209
Willox Ralph (ウィロックス ラルフ), 53

XIA Xiaokun (夏小焜), 196

YAMAGISHI Hayate (山岸 颯), 154
YAMAMOTO Hiroko (山本 宏子), 131
YAMAMOTO Masahiro (山本 昌宏), 47
YOSHIDA Nakahiro (吉田 朋広), 50
YOSHINO Taro (吉野 太郎), 228

ZHANPEISOV Erbol (ザンペイソフ エルボル), 181
ZHU Haozhe (朱 浩哲), 201

会田 茂樹, 1
浅香 猛, 157
足助 太郎, 58
阿部 紀行, 59
新井 敏康, 3

飯田 暢生, 157
池川 隆司, 146
石毛 和弘, 5
伊藤 健一, 60
稲葉 寿, 7
井上 大輔, 191
今井 直毅, 62
岩木 耕平, 64

ウィロックス ラルフ, 53
上坂 正晃, 126
植田 健人, 193
植田 一石, 67

江藤 徳宏, 194

及川瑞稀, 195
Wang Gefei, 196
WANG Peiduo, 228
大田 佳宏, 113
緒方 芳子, 11
岡本 幸大, 213
岡本 潤, 159
小木曾 啓示, 13
沖 泰裕, 161
奥田 堯子, 214
おむ じゅんよん, 143
恩田 直登, 215

XIA Xiaokun, 196
柏原崇人, 68
桂 利行, 116
加藤 晃史, 70
神谷 亮, 147
亀岡 健太郎, 162
河上 龍郎, 164
河澄 響矢, 16
河東 泰之, 19

儀我 美保, 148
儀我 美一, 119
北村 侃, 197
北山 貴裕, 71
木田 良才, 21
木村 雄太, 130
清野 和彦, 102
金城 翼, 198

権 英哲, 216

小池 祐太, 73
コウ キンチ, 139
郷田 昌稔, 165
河野 俊丈, 122
牛腸 徹, 102
後藤 祐輝, 183
小林 俊行, 23
権業 善範, 75
近藤 彪生, 215
今野 北斗, 103

斎藤 毅, 33
齋藤 宣一, 35
齋藤 秀司, 29
齋藤 勇太, 184
酒井 一馬, 218
坂井 秀隆, 77
逆井 卓也, 79
佐々木 悠矢, 219
佐々田 槇子, 80
佐藤 謙, 167
佐藤 翔一, 185
里見 貴志, 168
佐野 岳人, 170
ザンペイソフ エルボル, 181

シェン シャオピン, 171
志甫 淳, 37
島田 了輔, 200
下村 明洋, 83
ZHU Haozhe, 201
許 本源, 128
白石 潤一, 83

SHUAI Bowei, 220
鈴木 海舟, 220
ストークス アレクサンダー, 141

関口 英子, 85
関野 希望, 150

高木 俊輔, 39
高瀬 裕志, 172
高梨 悠吾, 221
高野 暁弘, 202
高松 哲平, 175
高山 茂晴, 41
館山 翔太, 136
田中 公, 86
田中 雄一郎, 106

千葉 悠喜, 150
茅原 涼平, 152

辻 雄, 42
筒井 勇樹, 176
坪内 俊太郎, 203
鶴崎 修功, 186
鶴橋 知典, 188

寺井 健悟, 177
寺田 至, 87

時弘 哲治, 44

中村 力, 137
中村 勇哉, 107
名取 雅生, 221

BAO Yuanyuan, 110
橋本 恵吾, 222
橋本 健治, 152
長谷川 立, 89
林 晃平, 188

林 修平, 90
原子 秀一, 190
板東 克之, 223

姫木 祐太郎, 204
平地 健吾, 46

福嵩 翔太, 179
藤原 毅夫, 123
藤原 洋, 134

べれず ばるです, 210

マーラ パスカーレ, 155
間瀬 崇史, 108
松尾 厚, 91
松田 光智, 224
松本 久義, 92

三枝 洋一, 94
三竹 大寿, 96
宮澤 仁, 205
宮本 安人, 98

向原 未帆, 225
村田 昇, 124

MAO Tianle, 206

山岸 颯, 154
山本 昌宏, 47
山本 宏子, 131

吉田 朋広, 50
吉野 太郎, 228

LI Kimihiko, 207
LIU PEIJIANG, 227

渡邊 祐太, 209

研究成果報告書 令和3年度
(Annual Report 2021)

編集発行

〒153-8914 東京都目黒区駒場 3-8-1
東京大学大学院数理科学研究科 主任室
令和3年度担当 吉田 朋広
福井 伸江