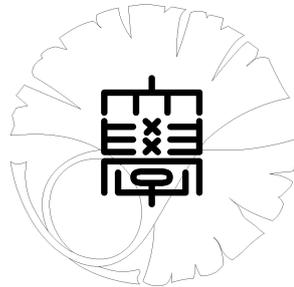


研 究 成 果 報 告 書

令 和 2 年 度

Annual Report
2020



東京大学大学院数理科学研究科

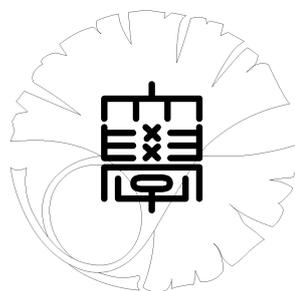
Graduate School of Mathematical Sciences
The University of Tokyo

研 究 成 果 報 告 書

令 和 2 年 度

Annual Report

2020



東京大学大学院数理科学研究科

Graduate School of Mathematical Sciences

The University of Tokyo

序文

本冊子は東京大学大学院数理科学研究科のメンバーの2020年度の活動記録です。今も続いているコロナ禍で教育、研究のスタイルが大きく変化せざるを得なかった2020年度でしたが、各メンバーの報告にさきがけてここではいくつかの事項を特筆します。

1992年4月に設置された大学院数理科学研究科は、当時の理学部数学教室、教養学部数学教室、教養学部基礎科学科第一基礎数学教室を母体とする独立研究科であり、設立から30年が経過しようとしています。本研究科は、広い意味での数学としての数理科学の研究とともに、大学院、学部における数理科学の教育も主体的に担う部局です。具体的には、東京大学前期課程の数学教育、理学部数学科の教育を担当するだけでなく、教養学部統合自然科学科の数理自然科学コースの教育の一端を担っています。これは、数理科学研究科創立当時から現在にいたる一貫した我々の立場です。

本研究科は、数学の研究において、世界で第一線にある拠点であることはいまでもありませんが、数学はそれ自身の狭い領域で閉じた学問体系ではなく、特に最近では、諸科学との連携や社会的な課題の解決にも本質的な役割をより多く果たすようになり、さまざまな成果が挙げられています。そのような数学と諸科学の協同ならびに数学をコアにした社会連携に広く貢献できる人材を養成するため、本研究科において2012年に「数物フロンティア・リーディング大学院」(FMSP)が文部科学省の事業として採択され、「優秀な学生を俯瞰力と独創力を備えて広く産学官にわたりグローバルに活躍するリーダーへと導くため、産学官の枠を越えて博士前期・後期一貫した世界に通用する質の保証された学位プログラムを構築・展開し、大学院教育を改革すること」をめざしてきました。それを継承する事業として、2019年度に東京大学国際卓越大学院教育プログラム(WINGS)の一環として数物フロンティア国際卓越大学院(FMSP)が開設されました。WINGS-FMSPは学内では理学系研究科、経済学研究科、新領域創成科学研究科、工学系研究科、情報理工学系研究科、医学系研究科、総合文化研究科、Kavli IPMUの連携によるプログラムです。FMSPで導入された複数教員指導体制や「数物先端科学」、「数物連携先端科学」、「社会数理先端科学」、「社会数理実践研究」、「インターンシップ」などのコースワークは発展的に継承されています。また文部科学省の卓越大学院プログラムに採択された「変革を駆動する先端物理・数学プログラム(FoPM)」の連携先機関として、基礎科学の専門人材に科学技術や社会イノベーションに広く影響を与えるためのスキルを5年間の修士博士課程一貫で提供しています。

2020年度における当研究科のメンバーの受賞を紹介いたします。竹内大智氏(本研究科博士後期課程)が2020年度日本数学会賞建部賢弘奨励賞を2020年9月22日に受賞されました。石井志保子氏(東京大学名誉教授)が恩賜賞・日本学士院賞を2021年3月12日に受賞されました。2021年3月に山本昌宏教授がイタリアのメッシナ学士院(Accademia Peloritana dei Pericolanti)の外国人会員に選出されました。

2020年度における当研究科の教員の異動は以下の通りでした。まず、転入では、2020年4月1日付けで、河野俊丈教授が本研究科特任教授として転入されました。また、同日付けで岩木耕平氏が名古屋大学から本研究科准教授に、今野北斗氏が理化学研究所から本研究科助教に、間瀬崇史氏が本研究科特任助教から助教に、山本宏子氏が本研究科数理科学連携基盤センター助教から本研究科特任助教に、鳥居真氏が本研究科教育支援員から本研究科特任助教に、2021年3月31日付けで田中雄一郎氏が本研究科特任助教から助教に転入されました。また、2020年10月1日付けで伊山修氏が、名古屋大学から本研究科教授に転入されました。また同年4月1日付けで木田良才氏が本研究科教授に昇任されました。

さらに儀我美一教授が2021年3月31日に定年退職をされ、4月1日付けで本研究科特任教授に着任されました。また、2021年3月31日付けで入江慶・本研究科准教授が京都大学数理解析研究所准教授に、竹内知哉・本研究科特任准教授が生産技術研究所特任研究員に転出されました。

公開講座としては、11月21日～23日の駒場祭の期間中に古田幹雄「空間回転」、足助太郎「微分方程式のつくるかたち」、逆井卓也「曲面のかたち、曲面がつくるかたち」、という3つの講演を事前に収録した動画をオンデマンド型で公開するという形で開催しました。

新型コロナウイルス感染拡大による生活様式の変容のために、大学の教育、研究活動も甚大な影響を受けました。国際研究集会や海外研究者の招へいなどのほとんどが中止、延期となり、年度を通じて構内への立ち入りが大きく制限されてしまいました。さらには講義、試験、セミナー、研究集会などのさまざまな行事の開催可能性・開催方法も検討を迫られました。お祝いの気分に溢れるはずの2020年度の学位記授与式・卒業式もいろいろな方のご助力も受けて厳重な対策の上、縮小して執り行わざるを得ませんでした。今後の推移を確実に予測することは困難ですが、現下の困難な状況の出口を見据えて、メンバーの安全と健康を第一にしながら、数学の研究と教育を着実に進めていくことが当研究科の責務の一つと考えています。

このような前例のない困難な状況でなされた活動は、事務職員をはじめとする関係者の方のみなみならぬご尽力あってこそのものであります。本研究科の教育・研究活動を献身的に支えていただいた皆様に心より深く感謝いたします。

2021年8月
東京大学大学院数理科学研究科
2020年度専攻長
山本昌宏

目 次

序 文

個人別研究活動報告項目についての説明

1. 個人別研究活動報告

- 教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
- 准教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6 5
- 助教・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 1 4
- 特任教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 2 3
- 特任准教授・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 3 4
- 特任助教・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 3 5
- 連携併任講座 – 客員教授・准教授・・・・・・ 1 3 9
- 学振特別研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 4 1
- 特任研究員・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 6 2
- 博士課程学生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1 7 6
- 修士課程学生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 2 7

2. 学位取得者

- 博士号取得者・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 5 3
- 修士号取得者・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 5 5

3. 学術雑誌 – 東大数理科学ジャーナル 2 7 巻・・・・・・ 2 5 9

4. 公開講座・研究集会等・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6 0

5. 談話会・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6 3

6. 公開セミナー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 6 4

7. 日本学術振興会特別研究員採用者(研究課題)リスト・・・・ 2 7 6

8. 令和2年度ビジターリスト・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2 7 9

CONTENTS

Preface

Format of the Individual Research Activity Reports

1. Individual Research Activity Reports

- Professors 1
- Associate Professors 6 5
- Research Associates 1 1 4
- Project Professors 1 2 3
- Project Associate Professors 1 3 4
- Project Research Associates 1 3 5
- Special Visiting Chairs – Visiting (Associate) Professors 1 3 9
- JSPS Fellows 1 4 1
- Project Researchers 1 6 2
- Associate Fellows 1 9 5
- Doctoral Course Students 1 7 6
- Master’s Course Students 2 3 7

2. Graduate Degrees Conferred

- Doctoral—Ph.D. : conferee, thesis title, and date 2 5 3
- Master of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date 2 5 5

3. Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Vol. 27 2 5 9

4. Public Lectures, Symposiums, and Workshops etc 2 6 0

5. Colloquium 2 6 3

6. Seminars 2 6 4

7. JSPS Fellow List 2 7 6

8. Visitor List of the Fiscal Year 2018 2 7 9

個人別研究活動報告項目の説明

A. 研究概要

- 研究の要約（日本語と英語）。

B. 発表論文

- 5年以内（2016～2020年度）のもので10篇以内。書籍も含む。
但し、2020年1月1日～2020年12月31日に出版されたものはすべて含む。

C. 口頭発表

- シンポジウムや学外セミナー等での発表で、5年以内（2016～2020年度）のもの10項目以内。

D. 講義

- 講義名、簡単な内容説明と講義の種類。
- 講義の種類は、
 1. 大学院講義または大学院・4年生共通講義
 2. 理学部2年生（後期）・理学部3年生向け講義
 3. 教養学部前期課程講義, 教養学部基礎科学科講義
 4. 集中講義に類別した。

E. 修士・博士論文

- 令和2年度中に当該教員の指導（指導教員または論文主査）によって学位を取得した者の氏名および論文題目。

F. 対外研究サービス

- 学会役員、雑誌のエディター、学外セミナーやシンポジウムのオーガナイザー等。

G. 受賞

- 過去5年間の受賞。

H. 海外からのビジター

- JSPS等で海外からのビジターのホストになった者は、研究内容、講演のスケジュール、内容などの簡単な紹介を書く。人数が多い場合は、主なものを5件までとした。

※ 当該項目に記述のないものは、項目名も省略した。

Format of the Individual Research Activity Reports

A. Research outline

- Abstract of current research (in Japanese and English).

B. Publications

- Selected publications of the past five years (up to ten items, including books).
As an exceptional rule, the lists include all the publications issued in the period 2020.1.1~2020.12.31

C. Invited addresses

- Selected invited addresses of the past five years (symposia, seminars etc., up to ten items).

D. Courses given

- For each course, the title, a brief description and its classification are listed.

Course classifications are:

1. graduate level or joint fourth year/graduate level;
2. third year level (in the Faculty of Science);
3. courses in the Faculty of General Education*;
4. intensive courses.

*Courses in the Faculty of General Education include those offered in the Department of Pure and Applied Sciences (in third and fourth years).

E. Master's and doctoral theses supervised

- Supervised theses of students who obtained degrees in the academic year ending in March, 2018.

F. External academic duties

- Committee membership in learned societies, editorial work, organization of external symposia, etc.

G. Awards

- Awards received over the past five years.

H. Host of Foreign Visiter by JSPS et al.

- Brief activities of the visitors; topics, contents and talk schedules, up to five visitors

1. 個人別研究活動報告

Individual Research Activity Reports

教授 (Professors)

会田 茂樹 (AIDA Shigeki)

A. 研究概要

確率微分方程式の場合と同様、ラフパスで駆動される微分方程式 (=Rough differential equation, RDE と略記する) の解にも、オイラー近似, Milstein 近似, Crank-Nicolson 近似などの近似解が考えられ、応用上重要である。考えている方程式が時間区間 $[0, T]$ で定義されている場合、この区間の離散時点 $\{kT/N\}_{k=0}^N$ ($N \in \mathbb{N}$) と小区間 $[(k-1)T/N, kT/N]$ での駆動過程の増分を用いて真の解 X_t の近似解 $X_t^{(N)}$ が構成される。この近似に当たっての基本的な問題は

1. 分割を細かくした時の誤差 $X_t^{(N)} - X_t$ が 0 に収束するスピード ($N^{-\alpha}$ ($\alpha > 0$) のオーダーなど) の決定
2. オーダーが α とわかった場合、正規化した誤差 $N^\alpha(X_t^{(N)} - X_t)$ の極限分布の決定

である。駆動過程がセミマルチンゲールの場合、マルチンゲール性を用いて、精細な理論が構築されている。

しかし、一般のガウス過程から定まるラフパスで駆動される RDE の場合は、マルチンゲール性を用いることができず、過去のこれらの研究成果を適用できない。

一方、低次元のウィーナーカオスから定まる確率変数系の場合、モーメントの収束から分布の収束が従うという著しい結果 (4 次モーメント定理) が 2000 年代に Nualart, Peccati らにより得られ、新しい中心極限定理が確立され始めた。これらの結果を用いて、単純な 1 次元確率微分方程式の場合の研究が Nourdin らの周辺で行われた。

会田も永沼氏と共同で、ハーストパラメータ H が $1/3 < H \leq 1/2$ の場合の非整数ブラウン運動の時、Nourdin らの結果を拡張する形で 1 次元の場

合に近似誤差の極限分布の決定を行った (Osaka J. Math. 57 (2020), no. 2, 381–424).

我々の関心のあるのは、多次元の RDE の場合の正規化された近似誤差 $N^{-\alpha}(X_t^{(N)} - X_t)$ の場合上記の 4 次モーメント定理を用いた解析に帰着させることだが、これについてはすでに様々な場合に何人かの研究者により研究が進められている (Firz, Riedel, Nualart, Tindel, et al.).

会田は、永沼氏と共同で、パラメータ $\rho \in [0, 1]$ を導入し、これらの近似過程 $X_t^{(N)}$ と真の過程 X_t を補間する新しい補間近似過程 $X_t^{(N, \rho)}$ を導入し ($X_t^{(N, 0)} = X_t, X_t^{(N, 1)} = X_t^{(N)}$), 近似誤差を評価する研究を進めている。重要な点は、補間近似過程はパラメータを含んでいるが、このパラメータに関する微分過程 $\partial_\rho^k X_t^{(N, \rho)}$ が N によらないような評価を持つことを示すことなどにある。1 次元の場合、この補間過程を用いることによって修士 2 年の植田氏の研究で一般のハースト指数の非整数ブラウン運動で駆動される微分方程式の場合も同様な結果が得られることがわかった。

さらに我々は、RDE の解のマリアバンの意味での微分可能性の新しい証明を得た。その証明の手法を組み合わせ、多次元の場合の極限分布の決定を進めているところである。

The same as Itô's stochastic differential equations, there are several approximation solutions to RDEs (=Rough differential equations), e.g., the Euler, Milstein and Crank-Nicolson approximation. Let $X_t^{(N)}$ be an approximation to the solution X_t , where $N (\in \mathbb{N})$ corresponds to the mesh size of approximation solution. The basic problem is to determine the convergence speed of $X_t^{(N)} - X_t$ (e.g. $X_t^{(N)} - X_t = O(N^{-\alpha})$ as $N \rightarrow \infty$) and the identification of the limit distribution of the normalized error distribu-

tion of $N^\alpha(X_t^{(N)} - X_t)$ as $N \rightarrow \infty$. There have been many deep studies when the driving process of the SDE is a semimartingale. However, this theory cannot be applied to solutions to Gaussian RDEs. In this case, some people (Nourdin, Friz, Riedel, Nualart, Tindel, et al.) already started the study of the above problems by using the 4-th moment theorem which were obtained by Nualart and Peccati in 2000s. I also obtained several limit theorems in one dimension cases jointly with Nobuaki Nanaguma (Osaka J. Math. 57 (2020), no. 2, 381–424) for the fractional Brownian motion with the hurst parameter $1/3 < H \leq 1/2$.

I approach this problem by introducing an interpolation approximation processes $X_t^{(N,\rho)}$ ($\rho \in [0, 1]$) where $X_t^{(N,0)} = X_t, X_t^{(N,1)} = X_t^{(N)}$ jointly with Naganuma. Ueda Kento (second year master course student) determined the limit distribution in the case of Milstein scheme for any $H > 0$ in one dimensional cases by using this idea. We also obtained a new proof of the Malliavin differentiability of the solution to RDE and we plan to apply the argument and method to the problem of the analysis of the limit distribution of the above problem.

B. 発表論文

1. S. Aida and N. Naganuma, “Error analysis for approximations to one-dimensional SDEs via the perturbation method”, Osaka J. Math. **57** (2020), no. 2, 381–424.
2. S. Aida, T. Kikuchi and S. Kusuoka : “The rates of the L^p -convergence of the Euler-Maruyama and Wong-Zakai approximations of path-dependent stochastic differential equations under the Lipschitz condition”, Tohoku Math. J. (2) **70** (2018), no. 1, 65–95.
3. S. Aida : “Semi-classical limit of Schrödinger operators in infinite dimensional spaces”, Sugaku Expositions **29** (2016), 203–226.

C. 口頭発表

1. On a certain class of path-dependent stochastic differential equations, “Japanese-German Open conference on stochastic analysis 2019”, 福岡大学, 2019年, 9月.
2. On a certain class of path-dependent stochastic differential equations, “New Directions in Stochastic Analysis: Rough Paths, SPDEs and Related Topics”, ベルリン, ドイツ, 2019年3月.
3. Weak Poincaré inequalities on path spaces : non-explosion case, “Tokyo one-day workshop on stochastic analysis and geometry”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018年11月.
4. 経路依存確率微分方程式について, “確率解析とその応用”, 京都大学大学院理学研究科, 2018年7月.
5. Rough differential equations containing path-dependent bounded variation terms, Workshop on “Mathematical finance and related issues”, 大阪大学中之島センター, 2018年, 3月.
6. Asymptotics of spectral gaps on infinite dimensional spaces, Tokyo-Seoul conference in Mathematics –Probability Theory–, 東京大学, 2017年, 12月.
7. Asymptotics of spectral gaps on loop spaces, Metric Measure spaces and Ricci curvature, Max-Planck Institute for Mathematics, ボン, ドイツ, 2017, September.
8. Support theorem for reflected diffusion processes, RIMS 研究集会「確率論シンポジウム」, 京都大学数理解析研究所, 2016年12月.
9. Rough differential equations containing path-dependent bounded variation terms, 研究集会「確率解析とその周辺」, 九州大学 (伊都キャンパス), 2016年11月.
10. Reflected rough differential equations via controlled paths, Rough paths, Regular-

ity structures and related topics, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, May, 2016.

D. 講義

1. 確率統計 I: 確率空間, 確率変数, 分布, マルコフ連鎖などの確率論の基礎事項およびルベグ積分の簡単な導入を行った. (教養学部統合自然科学科 4 年生向け講義)
2. 確率統計学 I: ルベグ積分論の復習とルベグ積分論に基づいた確率論の基礎 (独立性, 弱収束を含めた収束の諸概念, 大数の強法則, 中心極限定理などの極限定理) の解説を行った. (3 年生向け講義)
3. 確率解析学・確率統計学 XA : マルチンゲールに関する確率積分とそれに基づいた確率微分方程式の解析について講義した. (数理大学院・4 年生共通講義)
4. 解析学 XE・数物先端科学 V: 一変数関数のスティルチェス積分には 2 つの関数が現れる. どちらかの関数が有界変動関数ならば, (リーマンまたはルベグ) 積分として意味が付く. しかし p 次変動ノルム有限 ($1 < p < 2$) のみが仮定されている場合, ヤング積分として定義する必要がある. p が大きければ大きいほどパスの正則性は悪くなり, ヤング積分としても定義できなくなる. 確率過程のサンプルパスはこのような悪い正則性しか無く, その場合に「積分」を定義する場合, 確率過程のセミマルチンゲール性をもとにして「確率積分」として定義されるのが一般的である. しかし, 確率過程から定まる「逐次積分」に当たるラフパスという対象を用いたヤング積分の理論の拡張が Terry Lyons により提案され新しい積分・微分方程式の理論が開発されている. この理論は, セミマルチンゲールのカテゴリーを越えた確率過程に対して適用可能である. この講義では, このラフパスで駆動される微分方程式について Gubinelli により導入された被制御パスという概念を下にして解説を行った. (数理大学院・4 年生共通講義, 700 番台講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 植田 健人 (UEDA Kento):
一般のハースト指数を持つ 1 次元非整数ブラウン運動によって駆動されるラフ常微分方程式におけるミルシュタイン法の誤差分布の決定
2. (修士) 高井 大樹 (TAKAI Hiroki):
ラフパス位相でのランダムウォークの弱収束極限
3. (修士) 松井 大樹 (MATSUI Hiroki):
ジャンプ型 RDE の解の微分可能性とその評価

F. 対外研究サービス

1. Journal of Stochastic Analysis (Communications on Stochastic Analysis から名称変更) の associated editor
2. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo の編集委員
3. Stochastic Processes and their Applications (Elsevier) の associated editor
4. オンライン科研費研究集会「確率解析とその周辺」(2020.11.24~11.25) 世話人

新井 敏康 (ARAI Toshiyasu)

A. 研究概要

順序数上の正則関数 g による整列性原理 $WOP(g)$ は「任意の整列集合 X に対して $g(X)$ も整列」という主張であり, 正則関数 g の取り方によりその証明論的強さが異なることが知られていたが, それらの結果は, 既に証明論的強さが既知であった Comprehension Axiom などと $WOP(g)$ が同等であることを通じて得られていた. そこで一般に ACA_0 上では, $WOP(g)$ の証明論的順序数は正則関数 g の最小不動点 $g'(0)$ と等しいことを示した. 証明の鍵は, 整列性の証明から埋め込みを抽出すること, 及びその埋め込みの, $g(X)$ における g -項の識別不可能性を用いた拡張にある.

また, 2 階論理計算の一部 SBL でのカット消去を, 有限の証明図を Gentzen-Takeuti 流に解析して示した. SBL のカット消去は, 2 階算術

$\Delta_2^1\text{-CA} + \text{BI}$ の、あるいは同じことだが再帰的到達不可能順序数の集合論 KP_i の 1-consistency と同等である。

The well ordering principle $WOP(g)$ for a normal function g on ordinals states that whenever a well order X is given, $g(X)$ is also a well order. Its proof-theoretic strength is known to depend on the normal functions g . Proofs of these facts were obtained by showing that $WOP(g)$ is equivalent to a Comprehension Axiom, whose strength has been determined. We show in general that the proof-theoretic ordinal of $WOP(g)$ over ACA_0 is equal to the least fixed point $g'(0)$ of the normal function g . The key in our proof lies in an extraction of an embedding from derivations of the well-foundedness, and of an extendability of embeddings through an indiscernibility of g -terms in $g(X)$.

Second, we show a cut-elimination theorem for a subsystem SBL of second order logic calculus through an analysis of finite proof figures a lá Gentzen-Takeuti. The theorem for SBL is equivalent to the 1-consistency of the second-order arithmetic $\Delta_2^1\text{-CA} + \text{BI}$, or equivalently of the set theory KP_i for recursively inaccessible ordinals.

B. 発表論文

1. 新井敏康 : “集合・論理と位相”, 東京図書 2016 年 11 月
2. T. Arai : “Derivatives of normal functions and ω -models”, Arch. Math. Logic **57** (2018), 649–664.
3. T. Arai : “Cut-eliminability in second order logic calculus”, Ann. Japan Asso. Phil. Sci., **27** (2018), 45–60.
4. T. Arai : “Proof-theoretic strengths of weak theories for positive inductive definitions”, Jour. Symb. Logic **83** (2018), 1091–1111.
5. T. Arai : “Cut-elimination for ω_1 ”, Ann. Pure Appl. Logic **169** (2018), 1246–1269.
6. T. Arai: “Proof-theoretic strengths of the well ordering principles”, Arch. Math. Logic **59** (2020), 257–275.
7. T. Arai, D. Fernández-Duque, S. Wainer and A. Weiermann: “Predicatively unprovable termination of the Ackermannian Goodstein process”, Proc. Amer. Math. Soc. **148** (2020), 3567–3582.
8. T. Arai: “Cut-elimination for SBL”, in The Legacy of Kurt Schütte, ed. by R. Kahle and M. Rathjen, Springer (2020), pp. 265–298.
9. T. Arai: “Ordinal Analysis with an Introduction to Proof Theory”, Springer 2020 年 9 月

C. 口頭発表

1. Finitary analyses of regularities, Operations, Sets, and Types, Bern, Switzerland. Apr. 2016.
2. 角田先生、証明論を分って下さい, 京都大学数理解析研究所研究集会「数学基礎論とその応用」, 2016 年 9 月.
3. 竹内の基本予想の意味論的証明, 科学基礎論学会秋の例会, 2016 年 11 月.
4. Proof-theoretic strengths of weak theories for positive inductive definitions, LMU München, Germany. Feb. 2018.
5. Some results in proof theory, Logic Colloquium 2019, Praha, Czech. Aug. 2019.
6. Mahlo classes for first-order reflections, Workshop on Proof Theory, Modal Logic and Reflection Principles (WORMSHOP 2019), Universitat de Barcelona, Spain. Nov. 2019.

D. 講義

1. 数理論理学・応用数学 XD: Gödel による不完全性定理を講じた. 数学の形式化を論じた後, 不完全性定理の準備として原始再帰的関数と記号列のコード化を説明してから, 1 階算術 PA を導入するために論理の形式化を行った. それから PA の形式的対

象 (論理式, 形式的証明) の算術化を説明・実行して, Σ_1 -完全性と不動点定理を述べた. これらを通じて, 第一および第二不完全性定理の証明を与えた. その後, 数学における公理の考え方を説明して, 1 階論理の完全性を証明抜きで述べ, これとの対比で 2 階論理の不完全性を講義した. (数理大学院・4 年生共通講義)

2. 数学講究 XA, 数学特別講究: テキスト, R. Hindley, “Basic Type Theory”, M. H. Sørensen and P. Urzyczyn, “Lectures on the Curry-Howard Isomorphism”, P. Smith, “An Introduction to Gödel’s Theorems”, “数学基礎論”. (理学部数学科 4 年生)
3. 計算数学 II: 計算に関する数学の基礎として, (決定性と非決定性) オートマトン, 正則言語, 正則表現, 文脈自由文法と文脈自由言語, プッシュダウンオートマトン, pumping lemma, チューリング機械と計算可能性, 時間・領域計算量, クラス P と NP, NP-完全性, クラス PSPACE, PSPACE-完全性などを講じた. (理学部数学科 3 年生)
4. 数学 I: 文科生向けの 1 変数関数の微分・積分に関する講義 (教養学部前期課程講義)

F. 対外研究サービス

1. 京都大学数理解析研究所運営委員, 専門委員
2. 学術会議, 連携会員

石毛 和弘 (ISHIGE Kazuhiro)

A. 研究概要

1. F -凹性の特徴付けと熱流: 凹性概念を一般化した F -凹性を導入し, この F -凹性が定数倍演算等について閉じているかどうかを用いて冪凹性や対数冪凹性を特徴付けた. さらに, ある種の制約条件の下では対数凹性が熱流が保存する最強の F -凹性であることを示した. これは Paolo Salani 氏 (フィレンツェ大), 高津飛鳥氏 (首都大)

との共同研究に基づく.

2. 非線形放物型方程式系の可解性: ある非線形放物型方程式系に対して, 解の初期トレースの定性的性質を調べ, 解が存在するための初期条件に関する必要条件を求めた. さらに, 解が存在するための十分条件を求め, 非線形放物型方程式系が可解であるために許容できる初期関数の最強の特異性を決定した. これは藤嶋陽平氏 (静岡大) との共同研究に基づく.
3. シュレーディンガー熱半群の減衰: $H := -\Delta + V$ を $L^2(\mathbb{R}^N)$ 上の非負シュレーディンガー作用素とする. ただし, V は球対称 2 次減衰ポテンシャルとする. このとき, 立石優二郎氏 (東大, D2) との共同研究に基づき, $\nabla^\alpha e^{-tH}$ のローレンツ空間間の作用素ノルムの最適時間減衰を得ることに成功した. この最適減衰は対応するシュレーディンガー熱半群の臨界性や正值調和関数とその微分の振舞等によって決定される.

1. Characterization of F -concavity and heat flow: We introduce a notion of F -concavity which largely generalizes the usual concavity. By the use of the notions of closedness under positive scalar multiplication and closedness under positive exponentiation we characterize power concavity and power log-concavity among nontrivial F -concavities, respectively. Furthermore, we discuss the strongest F -concavity preserved by the Dirichlet heat flow, characterizing log-concavity also in this connection. This is a joint work with Paolo Salani (Univ. of Florence) and Asuka Takatsu (Tokyo Metropolitan Univ.)
2. Solvability of nonlinear parabolic systems: We study qualitative properties of the initial trace of the solution to a nonlinear parabolic system and obtain necessary conditions on the initial data for the existence of solutions. Furthermore,

we study sufficient conditions on the initial data for the solvability of the nonlinear parabolic system and clarify optimal singularities of the initial functions for the solvability. This is a joint work with Yohei Fujishima (Shizuoka Univ.)

3. Decay estimates for Schrödinger heat semigroup: Let $H := -\Delta + V$ be a nonnegative Schrödinger operator on $L^2(\mathbb{R}^N)$, where $N \geq 2$ and V is a radially symmetric inverse square potential. We obtain sharp decay estimates of operator norms of $\nabla^\alpha e^{-tH}$ in Lorentz spaces. These decays depend on the criticality of H and the behavior of the corresponding positive harmonic functions and their derivatives. This is a joint work with Yujiro Tateishi (Univ. of Tokyo, D2).

B. 発表論文

1. J. Eom and K. Ishige, Large time behavior of ODE type solutions to a nonlinear parabolic system, *Nonlinear Anal.* **191** (2020), 111631.
2. K. Ishige, N. Miyake and S. Okabe, Blow up for a fourth order parabolic equation with gradient nonlinearity, *SIAM J. Math. Anal.* **52** (2020), 927–953.
3. K. Ishige, Kazuhiro, P. Salani and A. Takatsu, To logconcavity and beyond, *Commun. Contemp. Math.* **22** (2020), 1950009, 17 pp.
4. K. Ishige, K. Nakagawa and P. Salani, Spatial concavity of solutions to parabolic systems, *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci.* **20** (2020), 291–313.
5. K. Hisa, K. Ishige and J. Takahashi, Existence of solutions for an inhomogeneous fractional semilinear heat equation, *Nonlinear Anal.* **199** (2020), 111920, 28 pp.
6. G. Grillo, K. Ishige and M. Muratori, Nonlinear characterizations of stochastic completeness, *J. Math. Pures Appl.* **139** (2020), 63–82.

7. G. Akagi, K. Ishige and R. Sato, The Cauchy problem for the Finsler heat equation, *Adv. Calc. Var.* **13** (2020), 257–278.
8. Y. Fujishima and K. Ishige, Blowing up solutions for nonlinear parabolic systems with unequal elliptic operators, *J. Dynam. Differential Equations* **32** (2020), 1219–1231.
9. K. Ishige, Q. Liu and P. Salani, Parabolic Minkowski convolutions of viscosity solutions to fully nonlinear equations, *J. Math. Pures Appl.* **141** (2020), 342–370.
10. K. Ishige, T. Kawakami and S. Okabe, Existence of solutions for a higher-order semilinear parabolic equation with singular initial data, *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire* **37** (2020), 1185–1209.
11. M. Fila, K. Ishige, T. Kawakami and J. Lankeit, The large diffusion limit for the heat equation in the exterior of the unit ball with a dynamical boundary condition, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **40** (2020), 6529–6546.
12. K. Ishige and T. Kawakami, Critical Fujita exponents for semilinear heat equations with quadratically decaying potential, *Indiana Univ. Math. J.* **69** (2020), 2171–2207.
13. J. Eom and K. Ishige, Large time behavior of ODE type solutions to nonlinear diffusion equations, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **40** (2020), 3395–3409.

C. 口頭発表

1. New characterizations of log-concavity, 北大 MMC セミナー, 北海道大学, 2019年10月23日
2. New characterizations of log-concavity, 鳥取 PDE 研究集会, 2019年11月23日
3. When is quasi-concavity preserved by Dirichlet heat flow? The 22nd Northeastern Symposium on Mathematical Analy-

sis, 東北大学 (オンライン), 2020 年 2 月 15 日

D. 講義

1. 解析学 IV : ルベーク積分論について講義を行った (3 年生向け講義).
2. 解析学特別演習 I : ルベーク積分論に関する演習を行った (3 年生向け講義の演習).
3. 数理自然科学コース 数理科学セミナー III : 爆発と凝集に関するセミナーを行った (総合自然科学科向け)
4. 数学講究 XA : セミナーを行った (4 年生向け)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 向井 晨人 (MUKAI Asato): Asymptotic analysis for solutions to semilinear heat equations
2. (修士) 堀内 康太 (HORIUCHI Kota): 指数型非線形項をもつ強制項付き楕円型偏微分方程式の可解性

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会理事
2. 日本数学会教育研究資金問題検討委員会委員長
3. 日本数学会函数方程式分科会委員
4. 2020 Seoul-Tokyo Conference (Organizers : K. Choi and K. Ishige) 令和 2 年 11 月 27 日~28 日, Online (KIAS)

稲葉 寿 (INABA Hisashi)

A. 研究概要

主要な研究関心は, 生物学, 人口学, 疫学に表れる構造化個体群ダイナミクスモデルの数理解析, およびモデル開発による現象理解を進展させることである。最近の研究は以下のものである:

[1] 免疫状態の強化と減衰を考慮した年齢構造化感染症モデルの研究: ホスト個体群における免疫状態のダイナミクスは感染症の流行に重要な役割を演じている。感染から回復した個体は何ら

かの免疫性をも有しているが, その有効性のレベルは時間的に不変ではなく, 変化する。個体の免疫性は時間とともに減衰するであろうが, 一方感染因子との接触によって, 強化される (boosting) こともありうる。1980 年代に現れたアロンのマリアモデルにおいては, ホスト個体群は 3 つの状態 (感受性, 症候性感染, 無症候性感染) にわけられ, 症候性感染から回復した個体は, 部分的に感受性, 感染性を維持する仮定され, その免疫状態は再感染により強化される。アロンモデルにおける免疫ブースト効果は, 再感染によって免疫時計 (回復からの経過時間) が零にリセットされるという境界条件によって表現されている。免疫時計のリセットは症候再感染からの回復によって得られる免疫水準への免疫ブーストを意味する。このアロン-稲葉モデルにおける基本的仮定は, ブーストされた個体は, 症候性感染から回復したばかりの個体と同じ水準の免疫性を得ると言うことである。大桑, 國谷両氏との共同研究においては, この仮定を緩め, 免疫ブーストによって免疫時計は再感染発生時点におけるよりも前の任意の時間にリセットされるとした。免疫レベルが回復とともに単調減少しているのであれば, 再感染によって, 症候再感染からの回復から得られる最大の免疫レベルから再感染時点のレベルまでの任意のレベルの免疫性が, ある確率で得られることをこの仮定は意味している。我々は, このモデルの数学的適切性を示し, 初期侵入条件, エンデミック定常解の存在条件を検討した。リアプノフシュミットの議論によって, 基本再生産数が 1 を超えるときのエンデミック定常解の分岐の方向を考え, 後退分岐が出る必要十分条件を与えた。[2] 新型コロナ流行の抑制施策の効果についての研究: 2019 年に始まった新型コロナ感染症のパンデミックは, 世界各国に深刻なダメージを与えている。典型的な流行抑制のための介入は, 未発症個体間の接触を制限するロックダウンのような社会的距離拡大政策である。しかしながら, 介入期間の長期化は社会経済システムに大きな影響を及ぼすから, 経済的ダメージのゆえに, 強い距離拡大政策は長く続けることが出来ない。それゆえ, 感染制御のためには, 社会的距離拡大政策は大量テストと, それにともなう隔離によって補われなければならない。國谷氏との共同研究にお

いて、我々は大量テストと隔離の効果を検討するためのモデルを構成した。大量テストと隔離政策は、社会経済システムへの影響が少なく、その有効性はすでに韓国、台湾、ベトナム、香港などにおいて証明されている。数値計算によって、実効再生産数が検査率の下に凸な減少関数であることが示されるが、これは検査率が小さい段階では、検査率上昇が実効再生産数の低下に対して非常に有効であることを意味している。さらに、もしも大量テストと検査隔離がなければ、緊急事態宣言の解除とともに、再流行が起きるであろうことを示した。

My main research interest has been to develop mathematical analysis for structured population dynamics models in biology, demography and epidemiology. Recent my concern focuses on the following two topics:

[1] Age-structured epidemic models with boosting and waning of immune status: The dynamics of immune status among host individuals plays a crucial role in the spread of infectious diseases. Individuals which have just recovered from disease obtain any immunity, however, its level of effectiveness is not necessarily time-constant but can vary as time evolves. An individual's immunity may decay as time goes by, while it could be regained by *boosting*, which means the immunity enhancement by continued or intermittent exposure to infectious agent.

In a series of papers of 1980s, J. L. Aron developed mathematical models for malaria to consider the effect of immunity boosting by reinfection, in which the recovered individuals are assumed to be partially susceptible and infective, and their immune status can be boosted by reinfection. In my formulation of the Aron model, the boosting effect is expressed by a boundary condition such that the immunity clock (time since recovery) is reset to zero by boosting (reinfection). That is, the reset of the immunity clock means the boosting of immunity to the level that is attained by the natural recovery from clinical infection. For this Aron–

Inaba formulation, a crucial assumption is that newly boosted individuals has the same immunity level as individuals who have just recovered from symptomatic infection.

In this joint study with K. Okuwa and T. Kuniya, we extend the Aron–Inaba model so that the effect of boosting is that the immunity clock is reset to any time less than the recovery-age at which reinfection occurs. If the immunity level is monotone decreasing with respect to the recovery-age, our assumption implies that newly boosted (reinfected) individuals could get, with a given probability, any level of immunity between the maximum level that is gained by recovery from symptomatic infection status and the level at reinfection. We have established the well-posedness result of our basic system. Then we investigated the initial invasion condition which is formulated by the local stability of disease-free steady state. Thirdly we considered the existence of endemic steady states. Finally we provided a bifurcation analysis of endemic steady states. Based on Lyapunov–Schmidt type arguments, we determined the direction of bifurcation that endemic steady states bifurcate from the disease-free steady state when the basic reproduction number passes through the unity. We gave a necessary and sufficient condition for backward bifurcation to occur.

[2] Possible effects of mixed prevention strategy for COVID-19 epidemic: The pandemic coronavirus disease 2019 (COVID-19) has spread and caused enormous and serious damages to many countries worldwide. One of the most typical interventions is the social distancing such as lockdown that would contribute to reduce the number of contacts among undiagnosed individuals. However, prolongation of the period of such a restrictive intervention could hugely affect the social and economic systems, and the outbreak will come back if the strong social distancing policy will end earlier due to the economic damage. Therefore, the social distanc-

ing policy should be followed by massive testing accompanied with quarantine to eradicate the infection. In this joint study with T. Kuniya, we construct a mathematical model and discuss the effect of massive testing with quarantine, which would be less likely to affect the social and economic systems, and its efficacy has been proved in South Korea, Taiwan, Vietnam and Hong Kong. By numerical calculation, we show that the control reproduction number is monotone decreasing and convex downward with respect to the testing rate, which implies that the improvement of the testing rate would highly contribute to reduce the epidemic size if the original testing rate is small. Moreover, we show that the recurrence of the COVID-19 epidemic in Japan could be possible after the lifting of the state of emergency if there is no massive testing and quarantine.

B. 発表論文

1. H. Inaba, Endemic threshold analysis for the Kermack–McKendrick reinfection model, 数理解析研究所講究録 1994, (2016), 28-40.
2. H. Inaba, Endemic threshold analysis for the Kermack–McKendrick reinfection model, Josai Mathematical Monographs vol. 9, (2016) 105-133.
3. T. Funo, H. Inaba, M. Jusup, A. Tsuzuki, N. Minagawa and S. Iwami, Impact of asymptotic infections on the early spread of malaria, Japan J. Indust. Appl. Math. DOI 10.1007/s13160-016-0228-6 (2016).
4. T. Kuniya, J. Wang and H. Inaba, A multi-group SIR epidemic model with age structure, Disc. Cont. Dyn. Sys. Ser. B 21(10) (2016) 3515-3550.
5. H. Inaba, Age-Structured Population Dynamics in Demography and Epidemiology, Springer Singapore, 2017, 555p.
6. K. Mizuta and H. Inaba, Persistence and extinction threshold for homogeneous dynamical models with continuous time and its applications, 数理解析研究所講究録 2087, (2018), 31-40.
7. H. Inaba, R. Saito and N. Bacaër, An age-structured epidemic model for the demographic transition, J. Math. Biol. 77(5), (2018), 1299-1339.
8. T. Kuniya, H. Inaba and J. Yang, Global behavior of SIS epidemic models with age structure and spatial heterogeneity, Japan J. Indust. Appl. Math. 35(2), (2018), 669-706.
9. 津谷 典子・稲葉 寿 (編著), 結婚と出生の分析, In: 「人口学事典」 第 14 章, 日本人口学会編, 丸善出版, 2018 年 11 月
10. 稲葉 寿・金子 隆一 (編著), 人口再生産の分析, In: 「人口学事典」 第 15 章, 日本人口学会編, 丸善出版, 2018 年 11 月
11. 稲葉 寿, マッケンドリック方程式奇譚, 日本数理生物学会ニュースレター, No.89, (2019), 19-26.
12. K. Okuwa, H. Inaba and T. Kuniya. Mathematical analysis for an age-structured SIRS epidemic model, Math. Biosci. Eng. 16(5), (2019), 6071-6102.
13. H. Inaba, The basic reproduction number R_0 in time-heterogeneous environments, J. Math. Biol. 79, (2019), 731-764.
14. 稲葉 寿, 「感染」を数理で解き明かす, In: 「感染る」(慶應義塾大学教養研究センター 極東証券寄附講座 生命の教養学) 赤江 雄一 (編) / 高橋 宣也 (編), 慶應義塾大学出版会, 2019 年 9 月.
15. S. Iwanami, K. Kitagawa, Y. Asai, H. Ohashi, K. Nishioka, H. Inaba, S. Nakaoka, T. Wakita, O. Diekmann, S. Iwami and K. Watashi, Two strategies underlying the trade-off of hepatitis C virus proliferation: stay-at-home or leaving-home?, bioRxiv, doi: <https://doi.org/10.1101/821710> (2020)
16. 稲葉 寿, 基本再生産数理論の発展, 応用数理 30(1), (2020), 14-21.

17. 稲葉 寿・高田 莊則, 数理人口学の最近の発展について, 人口学研究, 56 巻, (2020), 51-59.
 18. M. Martcheva and H. Inaba, A Lyapunov-Schmidt method for detecting backward bifurcation in age-structured population models, *Journal of Biological Dynamics* 14(1), (2020), 543-565.
 19. 稲葉寿, 論説空間: コロナ禍で理解は進むかー感染症数理モデルの活用ー, 東京大学新聞, 2020 年 6 月 16 日。
 20. T. Kuniya and H. Inaba, Possible effects of mixed prevention strategy for COVID-19 epidemic: massive testing, quarantine and social distancing, *AIMS Public Health* 7(3), (2020), 490-503.
 21. S. Iwanami, K. Kitagawa, H. Ohashi, Y. Asai, K. Shionoya, W. Saso, K. Nishioka, H. Inaba, S. Nakaoka, T. Wakita, O. Diekmann, S. Iwami and K. Watashi, Should a viral genome stay in the host cell or leave? A quantitative dynamics study of how hepatitis C virus deals with this dilemma, *PLoS Biology* 18(7):e3000562 (2020).
 22. 稲葉 寿, 感染症数理モデルをどのように受け止めるべきか?ー数理科学からみた新型コロナ問題ー, 論座, 2020 年 7 月 27 日。
 23. 稲葉 寿, 集団免疫論を超えて, 数学セミナー, Vol.59, No.9, (2020), 19-25.
 24. 稲葉 寿, 感染症数理モデル私史, 科学 Vol.90, No.10, (2020), 0909-0914,
 25. 稲葉 寿, 感染症数理モデルと COVID-19, 日本医師会 COVID-19 有識者会議, 2020 年 12 月 18 日。
 26. Nicolas Bacaër, Frédéric Hamelin, Hisashi Inaba. De nouvelles propriétés du pic épidémique. *Quadrature*, EDP Sciences, 2021, 119. hal-03008502, (2020).
 27. Nicolas Bacaër, Hisashi Inaba and Ali Moussaoui, Un modèle mathématique pour une transition démographique partielle, *Revue Africaine de la Recherche en Informatique et Mathématiques Appliquées*, INRIA, 2021, Volume 32 - 2019 - 2021, ff10.46298/arima.6713ff. fhal-02123099v6f
- C. 口頭発表
1. 感染症の数理モデルー入門と COVID-19ー, 数学月間の会, 2020 年 7 月 29 日, online.
 2. 感染症数理モデルと COVID-19, 応用数理学会総合講演, 2020 年 9 月 9 日, online.
 3. 基本再生産数 R_0 の数学, 「数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2020」講演, 2020 年 10 月 31 日, online.
 4. 感染症の数理モデルと COVID-19, 2020 年度アクチュアリー会年次大会招待講演, 2020 年 11 月 6 日, online.
 5. 大泉嶺・稲葉寿・高田壯則, 日本の人口減少の数学的構造ー地域間移動と出生力差が示す人口動態への定量的影響ー, 日本人口学第 72 回大会, 2020 年 11 月 15 日, online.
 6. 感染症の数理, JST 「数学と自然科学, 工学との協働に関するセミナー」(CRDS 数学セミナー), 2020 年 11 月 18 日, online.
 7. COVID-19 と数理モデル解析, 交通流数理研究会, 2020 年 12 月 10 日, online
 8. 感染症の数理モデルと COVID-19, 檜の会, 2020 年 12 月 17 日, online.
 9. 感染症の数理モデルと COVID-19, 鹿島平和研究所「世界のパワーバランスの現状と課題」研究会, 2021 年 3 月 3 日, online.
 10. Age-structured epidemic models with boosting and waning of immune status, *Modeling infectious disease: COVID-19 and beyond*. 9-10 March 2021 @Zoom : 17:30-20:00 (JST) · 9:30-12:00 (CET) .
- D. 講義
1. 数理経済学特論 I [微分方程式論]: 常微分方程式に関する入門的講義 (オンデマンド). (慶應義塾大学経済学部)

2. 応用保健医療管理学 [安定人口理論]: 安定人口モデルに関する入門的講義. (北海道大学大学院医学院)

F. 対外研究サービス

1. 日本人口学会理事・副会長
2. 日本数理生物学会副会長
3. Mathematical Population Studies, Advisory Board.
4. 国立社会保障・人口問題研究所研究評価委員
5. 文部科学省研究振興局, アジア太平洋数理・融合研究戦略検討会委員

H. 海外からのビジター

1. 堀井啓志氏 (パリ大学, Laboratoire de Probabilités, Statistique et Modélisation (LPSM, UMR 8001)) は, 2021年3月1日から2021年4月30日まで, 再生方程式の数理疫学への応用に関する研究にて滞在。

連携併任講座

連携併任講座の竹内康博教授 (青山学院大学) とともに, 2014年度から駒場数理生物学セミナーを主催してきた。2020年度はすべて ZOOM によるオンラインセミナーとして, 以下の報告がなされた:

1. 並木正夫氏 (元 (株) 東芝 取締役・代表執行役副社長) 実効 SIQR モデルによる第3波予測の方法, 2020年10月7日。
2. 中田行彦氏 (青山学院大学工学部物理・数学科) いくつかの再感染数理モデルについて, 2020年11月26日
3. 浅井雄介氏 (国立国際医療研究センター国際感染症センター) COVID-19 流行時におけるチャーター便派遣の効果推定, 2021年1月14日。

緒方 芳子 (OGATA Yoshiko)

A. 研究概要

量子系の統計力学の研究を行っている。非平衡系については, 非平衡定常状態と呼ばれる, 熱平衡から大きく外れた定常状態について, 作用素環論及び関数解析をもちいて研究をすすめてきた。非平衡定常状態とは, 例えば左右の温度が異なる無限物理系が, 時間無限大において至る状態のことである。特に, V.Jaksic C.A.Pillet 教授とともに, 非平衡定常状態における熱的な外力に対する線型応答理論である Green-Kubo formula が, ある物理的に自然な条件の下満たされるということを数学的に厳密に示した。これをスピネルミオンモデル, 局所的に相互作用するフェルミオンモデルに適用することにより, これらのモデルにおいて Green-Kubo formula が成り立つことを示した。さらに, V.Jaksic C.A.Pillet, R.Seiringer 教授とともに, 非平衡系において時間反転対称性の破れが「いかに速く」破れていくかを定量的に議論した。

熱平衡系については, 一次元量子スピンモデルのある状態について, 大偏差原理が成り立つことを示した。また, 複数の物理量についての同時確率分布については, トレース状態についてに限り, 大偏差原理を得ることができた。この情報をもとに, 巨視的物理量 (量子系であるから一般に非可換である) を可換な行列により近似することが出来ることを示した。

さらに量子スピン系の基底状態の研究を行っている。量子力学において時間発展を与える演算子はハミルトニアンと呼ばれるが, 量子スピン系においては, これは自己共役な行列の列により表される。この行列の最低固有値と, のこりのスペクトルの間に (系のサイズについて) 一様なギャップが開いているか否かは基底状態の性質をきめる重要な問題である。近年このギャップをもった系の分類が注目をあつめている。一次元系について finitely correlated state と呼ばれる状態を基底状態としてもつサブクラスは, ある良い条件のもとスペクトルギャップを持つということが知られている。これを含むハミルトニアンのクラスで, スペクトルギャップを含むものを導入した。さらに, このクラスの物理的な5つの条件による特徴づけを行った。また一, 二次元量子スピン系の SPT 相

の分類問題を考え、不変量を定義した。

I am working on Equilibrium, Nonequilibrium statistical mechanics of quantum systems, using operator algebra theory. About nonequilibrium systems, I mainly worked on a state called NESS (Nonequilibrium steady state), which is a steady state far from equilibrium. In particular, I proved Green-Kubo formula with Prof. V. Jaksic and Prof. C.A. Pillet, under some physically reasonable conditions. By using this result, we could prove Green-Kubo formula for locally interacting Fermion systems and spin Fermion systems. Furthermore, with Prof. V. Jaksic, Prof. C.A. Pillet, and Prof. R. Seiringer, I showed some function that appears in nonequilibrium statistical mechanics can be seen as a rate function of a hypothesis testing.

About equilibrium states, I am studying probability distributions in quantum systems. I studied one dimensional quantum spin model, and showed large deviation principle.

Using the large deviation principle for joint distributions in quantum spin systems with respect to the trace state, I showed that macroscopic observables can be approximated by commuting matrices in the norm topology.

I also study ground states of quantum spin systems. In this setting, Hamiltonian is given by a sequence of self-adjoint matrices. The existence of the uniform gap between the lowest eigenvalue and the rest of the spectrum is an important issue which decides the property of ground states. Recently, classification of such a gapped Hamiltonians attracts a lot of attentions. In the one dimension, I introduced a subclass which we can show the gap and characterized this class by five physical properties. I also defined an invariant of SPT phases in one and two dimensional quantum spin systems.

B. 発表論文

1. Y. Kawahigashi, Y. Ogata, E. Störmer, Normal states of type III factors Pacific Journal of Mathematics **267** (2014) 131–139.
2. S. Bachmann, Y. Ogata, C^1 -Classification of gapped parent Hamiltonians of quantum spin chains, Comm. Math. Phys. **338** (2015) 1011–1042.
3. Y. Ogata, A class of asymmetric gapped Hamiltonians on quantum spin chains and its characterization I, Comm. Math. Phys. **348** (2016), 847–895.
4. Y. Ogata, A class of asymmetric gapped Hamiltonians on quantum spin chains and its characterization II, Comm. Math. Phys. **348** (2016), 897–957.
5. Y. Ogata, A class of asymmetric gapped Hamiltonians on quantum spin chains and its characterization III, Comm. Math. Phys. **352** (2017), 1205–1263.
6. Y. Ogata, H. Tasaki, Lieb-Schultz-Mattis type theorems for quantum spin chains without continuous symmetry Comm. Math. Phys. **372** (2019), 951–962.
7. S. Ejima, Y. Ogata, Perturbation theory of KMS states Ann. Henri Poincaré **20** (2019), 2971–2986.
8. A. Moon, Y. Ogata, Automorphic equivalence within gapped phases in the bulk Journal of Functional Analysis **278** (2020), Issue 8, 108422
9. Y. Ogata, A Z_2 -Index of Symmetry Protected Topological Phases with Time Reversal Symmetry for Quantum Spin Chains. Comm. Math. Phys. **374**(2) 705 - 734 2020年3月.
10. Y. Ogata A classification of pure states on quantum spin chains satisfying the split property with on-site finite group symmetries. Transactions of the American Mathematical Society, Series B **8**(2)

C. 口頭発表

1. Y. Ogata, A class of asymmetric gapped Hamiltonians on quantum spin chains and its characterization, Many-Body Quantum Systems and Effective Theories, Oberwolfach, 2016 年 9 月
2. Y. Ogata, A class of asymmetric gapped Hamiltonians on quantum spin chains and its characterization, QMath13, 2016 年 10 月
3. Y. Ogata Classification of gapped Hamiltonians on quantum spin chain, Mini Course Thematic semester Mathematical challenges in many-body physics and quantum information 2018 年 10 月
4. Y. Ogata Lieb-Schultz-Mattis type theorems for quantum spin chains without continuous symmetry, Quantum Information and Quantum Statistical Mechanics - Montreal, 2018 年 10 月
5. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin chain, NCGOA Spring Institute 2019 年 5 月 7 日
6. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin chains, BIRS-CMO Workshop Topological Phases of Interacting Quantum Systems 2019 年 6 月 3 日
7. Classification of SPT phases in quantum spin chains, Oberwolfach Workshop ID 1937 Many-Body Quantum Systems 2019 年 9 月 10 日
8. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin chains, Thematic program Quantum Information. Madrid 2019 年 9 月 19 日
9. A classification of pure states on quantum spin chains satisfying the split property with on-site finite group symmetries, Oberwolfach Workshop ID 1944 Subfactors and Applications 2019 年 10 月 28 日
10. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin chains, Rigorous statistical mechanics and related topics RIMS 京都大学 2019 年 11 月 19 日
11. Automorphic equivalence within gapped phases in the bulk East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics 2020 2020 年 1 月 17 日
12. The classification of symmetry protected topological phases of one-dimensional quantum systems Yoshiko Ogata 作用素環論研究者シンポジウム 作用素環論の最近の進展 RIMS 2020 年 9 月 8 日
13. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin systems IAMP ONE WORLD IAMP MATHEMATICAL PHYSICS SEMINAR (online) 2020 年 12 月 15 日
14. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin systems Theoretical studies of topological phases of matter 京都大学 (online) 2020 年 12 月 17 日
15. Classification of symmetry protected topological phases in quantum spin chains CURRENT DEVELOPMENTS IN MATHEMATICS 2020 Harvard University MIT (online) 2021 年 1 月 4 日

D. 講義

1. 微分積分学:微分積分学の入門講義 (前期課程)
2. 常微分方程式 (前記課程)
3. 解析学 フーリエ解析 (3 年生)

F. 対外研究サービス

1. Journal of Mathematical Physics Editorial Advisory Board
2. International Union of Pure and Applied Physics Commission C18 member
3. Journal of Statistical Physics associate editor

4. 数理物理 2020 Summer School 世話人
5. Communications in Mathematical Physics Editorial Board

小木曾 啓示 (OGUIISO Keiji)

A. 研究概要

1. 投稿していた論文の査読者からの示唆と質問に答える形で、奇素数標数の素体の代数閉包上定義された滑らかな射影代数曲面 Y に対し、 Y が有理曲面である場合を除き、群 $\text{Aut}(Y/k_0)/\text{Aut}^0(Y/k_0)$ は有限生成であることを示した。この結果を付け加えた論文は accept された (論文リストの論文 3)。
2. T.-C. Dinh 教授、H.-Y. Lin 博士、D.-Q. Zhang 教授との共同研究で、 d 次元コンパクトケーラー多様体 X にエントロピー零で作用する自己同型 g に対し、作用 $g^*|H^{1,1}(X)$ のノルム増大度は $m \rightarrow \infty$ において $\|g^m|H^{1,1}(X)\| = O(m^{2d-2})$ をみたすことを示した。これは、3次元の場合の Lo Bianco 博士の結果の拡張であるとともに、Cantat 教授の ICM 2018 レポートの問題に対する optimal な解答を任意次元において与える。この結果は、大幅な修正を必要としていた "T.-C. Dinh, H.-Y. Lin, K. Oguiso, D.-Q. Zhang, Derived lengths and nilpotency class of zero entropy groups acting on compact Kähler manifolds" の修正とともに、この論文に加えた (Arxiv1810.04827, Version 2)。
3. 東京-京都代数幾何セミナー (口答発表リスト 3) での招待講演がきっかけとなり、H.-Y. Lin 博士、D.-Q. Zhang 教授との共同プロジェクト (現在進行中) が誕生し、上記 2 の結果を d 次元複素射影多様体 X (特異点は任意) とその上の (代数的力学次数が 1 の意味で) エントロピー零で作用する自己同型 g に付随する捻じれ斉次座標環 (一般に非可換) の Gelfand-Kirillov 次元 (ここでは $n(X, g)$ と書く) の評価

に応用することを考えて、 $d \geq 3$ ならば $n(X, g) \leq 2d^2 - 3d + 1$ であることを示した。更に、 X がアーベル多様体ならば $n(x, g) \leq d^2 + 1$ であることとその最良性なども示した。

1. After suggestions and questions by the referee, I proved: *Let Y be a smooth projective surface defined over k_0 , an algebraic closure of the prime field F_p of odd characteristic. Then, the group $\text{Aut}(Y/k_0)/\text{Aut}^0(Y/k_0)$ is finitely generated unless Y is a rational surface.* This was added in the paper 3 in the list in B below.
2. As a joint work with Professors T.-C. Dinh, H.-Y. Lin, and D.-Q. Zhang, we proved: *Let X be a compact Kähler manifold of dimension $d \geq 1$. Let g be any automorphism of zero entropy of X . Then $\|(g^m)^*|_{H^{1,1}(X)}\| = O(m^{2d-2})$ ($m \rightarrow \infty$).* This generalizes a result of Doctor Lo Bianco and also answers a question posed by Professor Cantat in ICM report 2018 in an optimal way. This result is also added in "T.-C. Dinh, H.-Y. Lin, K. Oguiso, Derived lengths and nilpotency class of zero entropy groups acting on compact Kähler manifolds" with other major revisions (Arxiv1810.04827, Version 2).
3. In a joint work in progress with Professors H.-S. Lin and D.-Q. Zhang, we proved that the Gelfand-Kirillov dimension of the twisted homogeneous coordinate ring associated to an automorphism of zero-entropy of a complex projective variety of dimension d is bounded from the above by $2d^2 - 3d + 1$ for $d \geq 3$. We also proved that it is bounded by $d^2 + 1$ when X is an abelian variety of dimension d , which is optimal. This joint work has been started by my talk, on some re-

lation with Gelfand-Kirillov dimensions and a result explained in 2 above, at Tokyo-Kyoto Algebraic Geometry Seminar (Talk 3 in List C).

B. 発表論文

1. Catanese, Fabrizio; Oguiso, Keiji: "The double point formula with isolated singularities and canonical embeddings", *J. Lond. Math. Soc. (2)* **102** (2020), no. 3, 1337–1356.
2. Oguiso, Keiji; Yu, Xun: "Minimum positive entropy of complex Enriques surface automorphisms", *Duke Math. J.* **169** (2020), no. 18, 3565–3606.
3. Oguiso, Keiji: "A surface in odd characteristic with discrete and non-finitely generated automorphism group", *Advances in Math.* **375** (2020), 107397, 20 pp.
4. Lazić, Vladimir; Oguiso, Keiji; Peternell, Thomas: "Nef line bundles on Calabi-Yau threefolds, I", *Int. Math. Res. Not. IMRN* (2020), no. 19, 6070–6119.
5. Oguiso, Keiji: "No cohomologically trivial nontrivial automorphism of generalized Kummer manifolds", *Nagoya Math. J.* **239** (2020), 110–122.
6. Oguiso, Keiji; Peternell, Thomas: "On the homeomorphism type of smooth projective fourfolds", *Acta Math. Vietnam.* **45** (2020), no. 1, 137–160.
7. Oguiso, Keiji; Yu, Xun: "Automorphism groups of smooth quintic threefolds", *Asian J. Math.* **23** (2019), no. 2, 201–256.
8. Dinh, Tien-Cuong; Oguiso, Keiji: "A surface with discrete and nonfinitely generated automorphism group", *Duke Math. J.* **168** (2019), no. 6, 941–966.
9. Oguiso, Keiji: "A few explicit examples of complex dynamics of inertia groups on surfaces – a question of Professor Igor Dolgachev", *Transform. Groups* **24**

(2019), no. 2, 545–561.

10. Oguiso, Keiji: "Pisot units, Salem numbers, and higher dimensional projective manifolds with primitive automorphisms of positive entropy", *Int. Math. Res. Not. IMRN* (2019), no. 5, 1373–1400.

C. 口頭発表

1. K. Oguiso, "On Gelfand-Kirillov dimensions of twisted homogeneous coordinate rings of projective varieties in the view of complex dynamics", *Complex Dynamics and Related Topics*, 7–11 December 2020, RIMS (online).
2. K. Oguiso, "Smooth projective rational varieties with non-finitely generated discrete automorphism group", *ZAG seminar*, 8 December, 2020 (online).
3. K. Oguiso, "Gelfand-Kirillov dimensions of twisted homogeneous coordinate rings arising from 3-dimensional projective varieties", *Tokyo-Kyoto Algebraic Geometry Seminar*, 11 November, 2020 (online).
4. K. Oguiso, "Smooth projective rational varieties with nonfinitely generated discrete automorphism group", *Fudan-SCMS AG Seminar*, 21 May, 2020 (online).
5. K. Oguiso, "Projective rational manifolds with non-finitely generated discrete automorphism group and infinitely many real forms" (Video of my talk is available), *Complex Dynamics*, 27–31 January, 2020, CIRM, Luminy, France.
6. K. Oguiso, "Finite generation problem of the discrete automorphism group of a smooth projective variety" (3 one hour lectures), *Lecture Series in Algebraic Geometry*, August 26 – September 27, 2019, Morningside Center of Mathematics, Beijing, China.
7. K. Oguiso, "A surface in odd characteristic with discrete and non-finitely generated automorphism group", *Derived Cat-*

egories and Geometry in Positive Characteristic, June 30– July 06, 2019, the Stefan Banach International Mathematical Center, Warsaw, Poland.

8. K. Oguiso, "Coble's question and complex dynamics of inertia groups on K3 surfaces", Birational Geometry and Fano varieties dedicated to V. Iskovskikh, June 24–28, 2019, Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia.
9. K. Oguiso, "Minimum positive entropy of complex Enriques surface automorphisms", Special Session on Complex Geometry and Dynamical Systems, the Vietnam–USA Joint Mathematical Meeting, June 10–13, 2019, the International Center for Interdisciplinary Science and Education (ICISE), Quy Nhon, Vietnam.
10. K. Oguiso, "Inertia Groups, Decomposition Groups and Smooth Projective Varieties with Nonfinite Generated Automorphism Groups", Algebraic, Complex and Arithmetic Dynamics, Simons Symposia, May 19–25, 2019, Schloss Elmau, Germany.

D. 講義

1. 代数学 XF/基礎数学特別講義 I:与えられた標数零の代数閉体上定義された射影代数多様体とその自己同型 σ に対し、 σ -豊富な直線束の概念とその存在のための必要十分条件を、Keeler の論文 "Criteria of σ -ampleness" (JAMS 2000) に従い、代数幾何の基礎事項とともに解説した後、 σ -豊富な直線束に付随する (非可換) 捻じれ斉次座標環の両側 Noether 性を、上記 Keeler の論文と Artin-Van den Bergh の先駆的論文 "Twisted homogeneous coordinate rings" に従い解説した。環そのものは σ -豊富直線束の選び方に依存するが、その次元である Gelfand-Kirillov 次元は自己同型 (必然的にエントロピーは零になる) のみに依存する双有理不変量になる (Keeler $+\epsilon$)。

その証明をした後、捻じれ斉次座標環の Gelfand-Kirillov 次元が、多様体の次元だけに依存した明示的な 2 次式で上から評価されること (研究概要 2、3 に記した、Dinh-Lin-Oguiso-Zhang の結果及びそれに基づく Lin-Oguiso-Zhang による現在進行中の研究結果の一部) とその証明を、Dinh-Lin-Oguiso-Zhang の結果の証明とそこで必要になる代数幾何・複素幾何の解説とともに与えた。

2. 数理科学概論 (理科 1 年生 S 1 ターム) 松尾厚先生の教科書「大学数学ことはじめ」の後半部分のビデオ講義を担当した。
3. 微分積分学 (理 1 S 2、A ターム) 微分積分学の基本的なことの解説を、重積分の変数変換公式とその証明、グリーン の定理とその証明あたりまで、主に、斎藤毅先生の教科書「微分積分学」に沿って解説した。
4. 数学概論 II (文科 A ターム) ベクトル空間と線形写像、線形写像の行列表示、固有ベクトル空間、自己準同型写像の特性多項式、最小多項式と対角化可能性、2、3 次の正方行列の Jordan 標準形、複素正方行列の指数関数と微分方程式への応用などを、S 2 タームまでに習うこと、代数学の基本定理、実数の完備性は認めて解説した。
5. 学術フロンティア講義「現代の数学 — その源泉とフロンティアー」(教養学部前期課程講義、S ターム 3 回)「初等幾何と代数幾何」というタイトルの下、パスカルの定理の初等幾何による証明から入り、複素射影平面曲線の交点数や線形系などの概念を解説した後、滑らかな複素射影 3 次曲線の群構造と群をなすことの証明 (交点数と線形系の概念を用いた初等的証明) を与えた。また、考え方の応用としてパスカルの定理の一般化とその証明などをした。

E. 修士・博士論文

1. (修士) 玉乃井峻太 (TAMANOI Ryouuta): Unirationality of RDP Del Pezzo Surfaces of degree 2.

F. 対外研究サービス

1. one of NCTS Scholars
2. one of editors of J. Algebraic Geom.
3. one of editors of J. Math. Soc. Japan.
4. the vice chief editor of J. Math. Sci. Univ. of Tokyo.
5. 日本数学会学術委員会委員
6. 京都大学数理解析研究所運営委員会委員
7. 京都大学数理解析研究所専門員会委員

金井 雅彦 (KANAI Masahiko)

A. 研究概要

グロモフが今日言うところの幾何学的群論を創始してから約 30 年が経過し、近年はわが国においてもおおいに盛況を呈している。ところで、とくに「純度の高い」離散群を研究対象に選んだ場合、それを研究する手法が組み合わせ論のみに限定されることがしばしばである。しかし、それに反し、魅力的な離散群の背後には、それが自然に作用する空間とその上の豊かな構造が存在するはずである。この指針のもと、2018-19 年度に引き続き 2020 年度も Thompson 群に関する研究を行う予定であった。より具体的には、Thompson 群 F はいわゆる lattice-ordered group であるという認識から出発し、その lattice としての完備化を構成し、さらにその応用として、 F の (群としての) 内部自己同型に関する McCleary-Rubin の定理を再証明する。さらに、 F の内部自己同型に関する Brin の結果の一部を力学系理論的視点に基づき、再構成する。またこれとは独自に Thompson 群 F が作用する無限次元空間に対しても強い興味がある。それについての具体的な研究方針もすでに入れていた。以上が 2020 年度の研究計画であった。ところが、年度を通じ新型コロナウイルス蔓延に伴い、担当講義のオンライン化や責任者を務めるある業務における新型コロナ対策に追われ、研究時間を捻出することは不可能であった。そのため、研究に関しては、ほとんど進展がなかったというのが現状である。

About thirty years have passed since Gromov initiated what is nowadays called geometric group theory, and it has become a kind of pop-

ular field in mathematics in Japan as well. If a group one picks up is, so to speak, a genuine “discrete” group, only combinatorics is available for him to investigate that group. On the contrary, in case the group he picks up is a rich one, he finds, behind the group, a nice space on which the group acts, and a wide variety of structures on the space that is invariant under the action. Under this guiding principle, I intended to make the following researches, in the academic year 2020-21, following those made in the previous couple of years.

I started our researches with the observation that the Thompson group F is a so-called lattice-ordered group. Via a completion of it as a lattice, we reproved a theorem of McCleary-Rubin on the automorphism of F (as a group). In addition, we reconstruct a part of the celebrated work of Brin again on the automorphisms of F based on a viewpoint from the theory of dynamical systems. It was also planned to explore a certain infinite dimensional space that is hiding behind the Thompson group F . However, COVID-19 pandemic destroyed my research plan totally: No essential progress was made in the past year.

D. 講義

1. 「数理科学基礎」, 「同演習」: 学部 1 年生を対象とした必修教養科目.
2. 「微分積分学 1」, 「数学基礎理論演習」: 学部 1 年生を対象とした必修教養科目.
3. 「微分積分学 2」, 「微分積分学演習」: 学部 1 年生を対象とした必修教養科目.
4. 「幾何学 XB・微分幾何学 I」リー群および等質空間に関する入門的講義, 500 番台講義, 対象は学部 4 年生および大学院生.
5. 「社会数理実践研究」

F. 対外研究サービス日本数学会メモワール編集委員

河澄 響矢 (KAWAZUMI Nariya)

A. 研究概要

主たる関心は Riemann 面のモジュライ空間の位相を明らかにすることにある。近年は、Goldman Turaev Lie 双代数と写像類群および自由群の自己同型群のねじれ安定コホモロジーを中心に研究している。

1. (久野雄介氏 (津田塾大・学芸) との共同研究) 任意の境界付きの向きづけられた連結コンパクト曲面について、その基本亜群の「完備亜群環」が Goldman Turaev Lie 双代数に関して対合的双加群となることを示した。これにより Johnson 準同型像の幾何的な制約条件が発見された。たとえば森田トレースは全てこの制約条件の外側にある [B8]。
2. (福原真二氏 (津田塾大名誉教授) および久野氏との共同研究) 曲面上の基点つき単純閉曲線の対数における Turaev 余加群構造射の値に Bernoulli 数が現れることを証明し、同時に Bernoulli 数に関する Kronecker 関係式の一般化を定式化し証明した [B4]。
3. 種数 0 の境界付き曲面について、指数関数による群状展開に関する Turaev 余括弧積のテンソル表示を与えた [B6]。Turaev 余括弧積のテンソル表示で完全に計算されたのは、これが初めてだった。
4. (Anton Alekseev 氏 (Genève 大), 久野氏および Florian Naef 氏 (MIT) との共同研究) 任意の向きづけられた連結コンパクト曲面について、曲面の基本群の生成系と接束の framing を適切に固定した場合に、対応する柏原 Vergne 問題を定式化し、正則ホモトピー版の Turaev 余括弧積が formal な記述をもつことを証明した。とくに、正則ホモトピー Turaev 余括弧積に由来する Johnson 準同型像の制約条件は榎本佐藤トレースによるものと同値である [B2][B5]。翻って、群状展開が Goldman 括弧積の形式表示を与えるならば、それは特殊・斜交展開の共役となることを証明した [B1]。以上の研究の副産物として空でない境界をも

つ向きづけられた連結コンパクト曲面について framing のホモトピー集合における写像類群作用の軌道集合を計算した [B3]。

5. (久野氏および Naef 氏との共同研究) [B5] の考察の中心にある二重発散コサイクルを Turaev による gate derivative の二重版を用いて位相的に再構成し、[B5] の証明の位相的簡略化を行った。
6. (Christine Vespa 氏 (Strasbourg 大) との共同研究) 自由群の自己同型群のねじれ安定コホモロジーについて PROP 構造を導入した。
7. (Arthur Soulié 氏 (Glasgow 大) との共同研究) 写像類群のねじれ安定コホモロジー群であって、自明係数コホモロジー代数の上で自由とはならない例を発見し、この代数の上での Tor 群を計算した。
8. Siegel 上半空間に由来する Laplace 作用素に関して Kawazumi-Zhang 不変量は、d'Hoker-Green-Pioline-Russo によって種数 2 で固有函数であることが示されている。これに対して非超楕円の種数 3 では固有函数ではないことを証明した。

My primary interest has been in clarifying the topology of the moduli space of compact Riemann surfaces. In this decade, I mainly study the Goldman-Turaev Lie bialgebra and the stable twisted cohomology of the mapping class group and the automorphism group of a free group.

1. (a joint work with Yusuke Kuno (Tsuda University)) We showed the free vector space over the fundamental groupoid on a compact bordered oriented surface is a Goldman-Turaev involutive bimodule. As an application, we found out a geometric constraint on the image of the Johnson homomorphism of the largest Torelli group [B8]. For example, all the Morita traces are outside of our constraint.
2. (a joint work with Shinji Fukuhara

- (Tsuda University) and Kuno) We proved that the Bernoulli numbers appear in the value of the Turaev comodule structure map at the logarithm of a based simple closed curve on a surface, and formulated and proved a generalization of Kronecker formula for the Bernoulli numbers [B4].
3. We computed the tensor description of the Turaev cobracket on the genus 0 bordered surface with respect to the group-like expansion coming from the exponential function [B6]. This was the first complete computation of the tensor description of the Turaev cobracket.
 4. (a joint work with Anton Alekseev (U. Genève), Kuno and Florian Naef (MIT)) We formulated a variant of the Kashiwara-Vergne problem for any compact connected oriented surface with a generating system of its fundamental group and a suitable framing of its tangent bundle, and gave a formal description of a regular homotopy version of the Turaev cobracket on the surface. In particular, the constraint of the Johnson image coming from the regular homotopy Turaev cobracket is equivalent to that from the Enomoto-Satoh trace [B2][B5]. Moreover we prove that any group-like expansion inducing a formal description of the Goldman bracket is conjugate to a special/symplectic expansion [B1]. As a biproduct of these works, we computed the mapping class group orbits in the homotopy set of framings of a compact connected oriented surface with non-empty boundary [B3].
 5. (a joint work with Kuno and Naef) Using a double version of Turaev's gate derivatives, we re-construct the double divergence, which plays a central role in [B5], topologically. This leads us to a topological abbreviation of the proof of [B5].
 6. (a joint work with Christine Vespa (U. Strasbourg)) We introduced a PROP structure to the stable twisted cohomology of the automorphism group of a free group.
 7. (a joint work with Arthur Soulié (U. Glasgow)) We discovered the first example of a module of the mapping class group whose stable cohomology group is NOT a free module over the stable cohomology algebra with trivial coefficients. Moreover we computed its Tor-group over the algebra.
 8. With respect to the Laplacian coming from the Siegel upper-half space, the Kawazumi-Zhang invariant on the moduli space of compact Riemann surfaces was proved to be an eigenfunction in genus 2 by d'Hoker-Green-Pioline-Russo. We proved it is not an eigenfunction of the Laplacian in non-hyperelliptic genus 3.

B. 発表論文

1. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "Goldman-Turaev formality implies Kashiwara-Vergne", *Quantum Topology* **11** (2020) 657–689.
2. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "The Goldman-Turaev Lie bialgebra in genus zero and the Kashiwara-Vergne problems", *Adv. Math.* **326** (2018) 1–53.
3. N. Kawazumi: "The mapping class group orbits in the framings of compact surfaces", *Quarterly J. Math.*, **69** (2018) 1287–1302.
4. S. Fukuhara, N. Kawazumi and Y. Kuno: "Self-intersections of curves on a surface and Bernoulli numbers", *Osaka J. Math.*, **55** (2018) 761–768.
5. A. Alekseev, N. Kawazumi, Y. Kuno and F. Naef: "Higher genus Kashiwara-Vergne problems and the Goldman-

- Turaev Lie bialgebra", C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I. **355** (2017) 123–127.
6. N. Kawazumi: "A tensorial description of the Turaev cobracket on genus 0 compact surfaces", RIMS Kokyuroku Bessatsu **B66** (2017) 1–13.
 7. N. Kawazumi and Y. Kuno: "The Goldman-Turaev Lie bialgebra and the Johnson homomorphisms", 'Handbook of Teichmüller theory', edited by A. Papadopoulos, Volume V, EMS Publishing House, Zurich, (2016) pp. 98–165.
 8. N. Kawazumi: "Some algebraic aspects of the Turaev cobracket", preprint, arXiv: 1904.06686 (2019).

C. 口頭発表

1. The Turaev cobracket and gate double derivatives 2019年6月3日, Conference: New developments in quantum topology, Department of Mathematics, University of California, Berkeley. (アメリカ合衆国)
2. グラフと曲線 2019年7月13日, 高校生のための現代数学講座「いろいろな幾何学」東京大学玉原国際セミナーハウス
3. Gate double derivatives, 2019年7月18日, 'Expansions, Lie algebras and Invariants', CRM, Montreal (カナダ)
4. Gate double derivatives, 2019年9月23日, Geometry and Topology seminar, Mathematics Research Unit, University of Luxembourg (ルクセンブルク)
5. Formality of the Goldman bracket, Seminar "Homotopy Algebra and Geometry", 2019年9月27日, Mathematics Research Unit, University of Luxembourg (ルクセンブルク)
6. A double version of Turaev's gate derivatives, Séminaire Algèbre et topologie, 2019年10月22日, IRMA, University of Strasbourg. (フランス)
7. ゴールドマン括弧積と写像類群, 研究集会「タイヒミュラー空間と双曲幾何学」, 2020年2月12日, 静岡県男女共同参画セ

ンター

8. The mapping class group orbits in the framings of compact surfaces, Geometry and Topology seminar, 2020年2月17日, Mathematics Research Unit, University of Luxembourg (ルクセンブルク)
9. Formality of the Goldman-Turaev Lie bialgebra and its applications (3)(4), Interactions entre algèbre et géométrie 2020年2月26 - 27日, IRMA, University of Strasbourg. (フランス)
10. A double version of Turaev's gate derivatives Teichmüller Theory: Classical, Higher, Super and Quantum 2020年10月9日, Centre International de Rencontres Mathématiques. (フランス)(オンライン)

D. 講義

1. 数理科学基礎・同演習、線型代数学・同演習 (教養学部理科二三類1年生向け講義と演習)
2. 幾何学 I・幾何学特別演習 I : C^∞ 多様体の入門講義および演習。(理学部3年生向け講義)
3. 幾何学 IV/幾何 III/幾何学特論: (青山学院大学理工学部における非常勤講師, 夏学期) 2次元双曲幾何学とその発展とくにタイヒミュラー空間についての入門講義。

E. 修士・博士論文

1. (課程博士)Sergei Vladimirovich BURKIN (ブルキン セルゲイウラディミロヴィチ): Twisted arrow categories of operads and Segal conditions
2. (課程博士) 木村 満晃 (KIMURA Mitsuaki): Bounded cohomology of volume-preserving diffeomorphism groups
3. (修士) 王 格非 (WANG Gefei): Artin braid groups and spin structures

F. 対外研究サービス

1. 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何

- 学」世話人, 2020 年 8 月
2. 研究集会「第 67 回トポロジーシンポジウム・オンライン」世話人, 2020 年 10 月
 3. 日本数学会学術委員会委員, 2018 年 7 月から
 4. 日本数学会教育研究資金問題検討委員会委員, 2020 年 7 月から

河東 泰之 (KAWAHIGASHI Yasuyuki)

A. 研究概要

Jones の部分因子環論において, 深さ有限の部分因子環を生み出す bi-unitary connection は, Bultinck-Mariëna-Williamson-Şahinoğlu-Haegeman-Verstraete らの 2 次元トポロジカル秩序に関する最近の論文における 4-tensor を与える. 彼らは projector matrix product operator と呼ばれる射影作用素を考えた. 我々は長さ k のこの射影作用素の値域が, bi-unitary connection の生み出す部分因子環の k 次の higher relative commutant に一致することを示した. これは 2 次元トポロジカル秩序と部分因子環の関係をさらに深めるものである.

A bi-unitary connection in subfactor theory of Jones producing a subfactor of finite depth gives a 4-tensor appearing in a recent work of Bultinck-Mariëna-Williamson-Şahinoğlu-Haegemana-Verstraete on 2-dimensional topological order and anyons. In their work, they have a special projection called a projector matrix product operator. We prove that the range of this projection of length k is naturally identified with the k th higher relative commutant of the subfactor arising from the bi-unitary connection. This gives a further connection between 2-dimensional topological order and subfactor theory.

B. 発表論文

1. M. Bischoff, Y. Kawahigashi, R. Longo, K.-H. Rehren, “Phase boundaries in algebraic conformal QFT”, *Commun. Math. Phys.* **342** (2016), 1–45.

2. Y. Kawahigashi, “A relative tensor product of subfactors over a modular tensor category”, *Lett. Math. Phys.* **107** (2017), 1963–1970.
3. S. Carpi, Y. Kawahigashi, R. Longo, M. Weiner, “From vertex operator algebras to conformal nets and back”, *Mem. Amer. Math. Soc.* **254** (2018), no. 1213, vi+85 pp.
4. Y. Kawahigashi, “Conformal field theory, vertex operator algebras and operator algebras”, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Vol. III, 2597–2616, World Scientific, Rio de Janeiro, 2018.
5. Y. Kawahigashi, The relative Drinfeld commutant of a fusion category and α -induction, *Internat. Math. Res. Notices.* **2019** (2019), 6304–6316.
6. Y. Kawahigashi, A remark on matrix product operator algebras, anyons and subfactors, *Lett. Math. Phys.* **110** (2020), 1113–1122.
7. Y. Kawahigashi, Projector matrix product operators, anyons and higher relative commutants of subfactors, arXiv:2102.04562.
8. Y. Kawahigashi, Two-dimensional topological order and operator algebras arXiv:2102.10953.

C. 口頭発表

1. Matrix product operator algebras, anyons and subfactors, “ C^* -algebras”, Oberwolfach (Germany), August 2019.
2. Matrix product operator algebras, anyons and subfactors, Functional Analysis Seminar, UCLA (U.S.A.), October 2019.
3. Matrix product operator algebras, anyons and subfactors, Operator algebra seminar, Fields Institute (Canada), November 2019.
4. Mathematics of topological quantum

computing and operator algebras, “Indo-Japan Joint Workshop on Quantum Computing and Quantum Information”, Indian Statistical Institute, Kolkata (India), January 2020.

5. Topological phases of matter, tensor categories and operator algebras, “Non-commutative Geometry and its Applications”, National Institute of Science, Education and Research (India), January 2020.
6. Topological phases of matter and operator algebras, (Five lectures), Università di Roma “Tor Vergata” (Italy), February 2020.
7. Topological order, tensor networks and subfactors, “Topological Orders and Higher Structures”, Erwin Schrödinger Institute, Vienna (Austria) [Online], August 2020.
8. Topological order, tensor networks and subfactors, Mathematical Picture Language Project Seminar, Harvard University (U.S.A.) [Online], December 2020.
9. Topological order, operator algebras and topological quantum field theory, Category seminar, Universidad Nacional Autónoma de México (Mexico) [Online], December 2020.
10. Topological order, tensor networks and operator algebras, “Quantum Math, Singularities and Applications”, Okinawa Institute of Science and Technology (Japan) [Online], February 2021.

D. 講義

1. 数理科学の研究フロンティア：宇宙，物質，生命，情報：理研の若手研究者によるオムニバス講義のコーディネート。（教養学部1,2年生講義）
2. 解析学 XD・スペクトル理論：自己共役作用素のスペクトル分解。（数理大学院・4年生共通講義）

E. 修士・博士論文

1. (修士) 及川瑞稀 (OIKAWA Mizuki): Nonunitarity of a free fermion Segal conformal field theory
2. (修士) 北村侃 (KITAMURA Kan): On induction along a homomorphism of compact quantum groups
3. (修士) 朱浩哲 (ZHU Haozhe): Ultrapower algebras and central sequence subfactors
4. (博士) 森迪也 (MORI Michiya): On the geometry of projections of von Neumann algebras

F. 対外研究サービス

1. *Communications in Mathematical Physics* の editor.
2. *International Journal of Mathematics* の editor.
3. *Japanese Journal of Mathematics* の managing editor.
4. *Journal of Mathematical Physics* の associate editor.
5. *Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo* の editor-in-chief.
6. *Reviews in Mathematical Physics* の associate editor.
7. *Mathematical Physics Studies* (Springer) の editor.
8. サマースクール数理物理「指数定理の数理」(東京大学大学院数理科学研究科, オンライン, 2020年8月28–30日)のオーガナイザー.
9. Theoretical studies of topological phases of matter (京都大学基礎物理学研究所, ハイブリッド, 2020年12月17–18日)のオーガナイザー.
10. Quantum math, singularities and applications (沖縄科学技術大学院大学, オンライン, 2021年2月8–12日)のオーガナイザー.
11. 「物質のトポロジカル相の理論的探究」(東京大学大学院数理科学研究科, オンライン, 2021年2月15–17日)のオーガナイザー.

儀我 美一 (GIGA Yoshikazu)

A. 研究概要

非平衡非線形現象の解析は、材料科学、流体力学のような自然科学だけではなく、産業技術にとっても重要である。そのために拡散現象を記述する非線形拡散方程式の数学解析は、現象に対しさまざまな理論を構築するうえで鍵となる。そのため、解の存在・一意性のような基礎的問題から解の解析的性質の解析を行った。典型的成果は以下のとおりである。

1. ナヴィエ・ストークス方程式：3次元流の場合、初速度の大きさの制限をつけずに時間無限大までなめらかな解が存在するかは、有名な未解決問題で、2000年に提示されたクレイ社の7つの難問のうちの1つになっている。一方で、地球の大気のような薄膜上の流体の場合、異方的ナヴィエ・ストークス方程式より導出されたプリミティブ方程式がしばしば用いられている。この方程式については3次元流であっても時間大域的な滑らか解の存在が知られている。しかし、プリミティブ方程式の解が、異方的ナヴィエ・ストークス方程式の解で近似できるかどうかについては、エネルギー法による収束が示されているだけであった。そのため初期値の微分について強い仮定が必要であった。これに対し、エル・ピー最大正則性の理論を拡張することにより、初期値の微分に対する仮定を弱めるなど、この近似性をさまざまな設定で示した。特に粘着条件の場合の解の収束定理は、この分野で最初のものとなった。
2. クリスタライン平均曲率流：異方的平均曲率流は、表面エネルギーの勾配流である。その中で、表面エネルギー密度が区分的線形の場合は、クリスタライン平均曲率流と呼ばれている。これは、全変動流方程式と同様、特異拡散方程式で、その解の定義自体自明ではない。クリスタライン平均曲率流方程式の初期値問題の等高面法は筆者らにより整備されてきた。しかし、空間的に非一様な駆動力がある場合は未解決であった。これに対してその理論を整備した。ク

リスタライン曲率の値は、駆動力によっても異なりうることに注意がいる。

3. 結晶表面の成長速度：結晶表面の成長メカニズムとして、2次元核生成によるものと、渦巻転位によるものの2つが典型的である。渦巻成長については、その成長を表す方程式は古くから知られているが、その成長速度については全くわかっていない。2次元核生成の場合についてさえ、成長速度は研究されていなかった。その理由は、表面での水平方向への広がり速さに、その等高線の曲率が関係して、2階方程式になってしまうからである。数学解析では、時間無限大での解の挙動はハミルトン・ヤコビ方程式を中心に活発に研究されているが、その設定に含まれない問題である。この問題に対して、核生成が起こる場所の形状により、成長速度が大きく異なりうることを示した。さらに成長形状も求めた。

Analysis of nonlinear nonequilibrium phenomena is important not in natural sciences including materials science, fluid mechanics but also in industrial technology. Mathematical analysis on nonlinear diffusion equations is a key to form various theoretical foundation for phenomena. For this purpose we analyze not only fundamental problems like unique existence of a solution but also analytic properties of solutions. Here is explanation of our typical achievements.

1. Navier-Stokes equations: It is a famous open problem whether or not a smooth solution exists globally-in-time for three-dimensional flow when the initial velocity is not necessarily small. This problem became one of the famous seven unsolved mathematical problems posed by Clay Institute in 2000. If one considers a fluid in a thin film like the atmosphere, the primitive equation derived from some anisotropic Navier-Stokes equations is often used. For this equation, it is known that there exists a global smooth solution

even for three-dimensional flow. However, the convergence of a solution of the anisotropic Navier-Stokes equations to that of the primitive equation was only proved by an energy method. For this reason, a strong assumption on derivative of initial data was assumed. We weaken the assumption on initial data for the convergence in various setting by using $W^{2,p}$ maximal regularity theory. In particular, our convergence theorem under the no-slip condition is the first result in this field.

2. Crystalline mean curvature flow: An anisotropic mean curvature flow is a gradient flow of surface energy. If the surface energy density is piecewise linear, the flow is called crystalline mean curvature. This equation is a singular diffusion equation like the total variation flow equation, so the definition of a solution itself is non trivial. A level set method for the initial value problem to the crystalline mean curvature flow has been established by the author's group. However, if there is a spatially non uniform driving force, it was an open problem. We establish the theory including this situation. It should be noticed that the value of crystalline curvature may be different depending on driving force term.
3. Growth rate of a crystal surface: There are two typical mechanisms of the growth of a crystal surface. One is by two-dimensional nucleations, the other is by screw dislocations. The equation which describes screw dislocations is well-known. However, its growth rate has been unknown. The growth rate even for two-dimensional nucleation was not studied. The reason is that the horizontal spreading velocity depends on the curvature so that the equation becomes an equation of the second order.

In mathematical analysis, large time behavior has been actively studied for the Hamilton-Jacobi equation. However, our setting is not included in such a theory. For this problem, we show that the growth rate depends on the shape of the nucleation place. Moreover, we characterize the growth profile.

B. 発表論文

1. Y. Giga, M. Gries, M. Hieber, A. Hussein and T. Kashiwabara : "The hydrostatic Stokes semigroup and well-posedness of the primitive equations on spaces of bounded functions", *J. Funct. Anal.* **279** (2020) 108561.
2. K. Furukawa, Y. Giga, M. Hieber, A. Hussein, T. Kashiwabara and M. Wrona : "Rigorous justification of the hydrostatic approximation for the primitive equations by scaled Navier-Stokes equations", *Nonlinearity* **33** (2020) 6502–6516.
3. Y. Giga, R. Nakayashiki, P. Rybka and K. Shirakawa : "On boundary detachment phenomena for the total variation flow with dynamic boundary conditions", *J. Differential Equations* **269** (2020) 10587–10629.
4. Y. Giga, Q. Liu and H. Mitake : "On a discrete scheme for time fractional fully nonlinear evolution equations", *Asymptot. Anal.* **120** (2020) 151–162.
5. Y. Giga, K. Sakakibara, K. Taguchi and M. Uesaka : "A new numerical scheme for discrete constrained total variation flows and its convergence", *Numer. Math.* **146** (2020) 181–217,
6. Y. Giga, H. Mitake and H. V. Tran : "Remarks on large time behavior of level-set mean curvature flow equations with driving and source terms", *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B* **25** (2020) 3983–3999.
7. Y. Giga and N. Pozar : "Viscosity solutions for the crystalline mean curva-

ture flow with a nonuniform driving force term", SN Partial Differ. Equ. Appl. **1** (2020) Article number: 39.

8. Y. Giga and Z. Gu : "On the Helmholtz decompositions of vector fields of bounded mean oscillation and in real Hardy spaces over the half space", Adv. Math. Sci. Appl. **29** (2020) 87–128.
9. T. Hidaka, K. Imamura, T. Hioki, T. Takagi, Y. Giga, M.-H. Giga, Y. Nishimura, Y. Kawahara, S. Hayashi, T. Niki, M. Fushimi and H. Inoue : "Prediction of compound bioactivities using heat-diffusion equation", Patterns **1** (2020) 100140.
10. Y. Giga, F. Onoue and K. Takasao : "A varifold formulation of mean curvature flow with Dirichlet or dynamic boundary conditions", Differential Integral Equations **34** (2021) 21–126.
11. Y. Giga, H. Mitake, T. Ohtsuka and H. V. Tran, "Existence of asymptotic speed for birth and spread model equations", Indiana Univ. Math. J. **70** (2021) 121–156.
12. K. Furukawa, Y. Giga and T. Kawabara, "The hydrostatic approximation for the primitive equations by the scaled Navier-Stokes equations under the no-slip boundary condition", J. Evol. Equ, published online (2021).

C. 口頭発表

1. A finer singular limit of a single-well Modica-Mortola functional and its applications, Nonlocal diffusion problems, nonlocal interface evolution, IMPAN (The Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences), Poland (オンライン), 2020 年 10 月.
2. On total variation flow type equations, SN PDE Webinar, Springer Nature, Switzerland (オンライン), 2020 年 10 月.
3. A finer singular limit of a single-well

Modica-Mortola functional and its applications, Partial Differential Equations under Various Metrics, Okinawa Institute of Science and Technology Graduate University, Japan (オンライン), 2020 年 12 月.

4. 単底型モディカ・モルトラ汎関数の微細な特異極限, Workshop on Analysis in Kagurazaka 2021, 東京理科大学理工学部数学科 (オンライン), 2021 年 1 月.
5. On total variation flow type equations, Seminar Analysis and Applications, Delft University of Technology, the Netherlands (オンライン), 2021 年 3 月.
6. On some macroscopic models of phase transitions, Nonlinear Science Seminar, Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo, Japan (オンライン), 2021 年 3 月.
7. Spatially discrete total variation map flow and its time discrete approximation, Differential Equations for Data Science, Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS), Kyoto University, Japan (オンライン), 2021 年 3 月.
8. 微分方程式で表現される粘性や拡散の効果, 談話会, 東京大学大学院数理科学研究科 (オンライン), 2021 年 3 月.

D. 講義

1. 解析学 XH : 特異拡散方程式の典型的な例としての全変動流型の方程式についてその解の定義から初期値問題の可解性について概説した。まずヒルベルト空間における劣微分方程式の古典的理論を復習したうえで、最近の特異拡散方程式についての粘性解理論を展開した。平らな面(ファセット)の上で必ずしも速度が一定でないことによる困難さを説明した。さらに結晶成長現象への応用について触れた。(数理大学院・4年生共通講義)
2. 数理科学セミナー III : 自己相似解の役割、ソボレフ空間、力学系の理論の初歩に対してそれぞれの定評ある解説書を輪読した。

(教養学部基礎科学科講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 坪内 俊太郎 (TSUBOUCHI Shuntaro): Regularity on solutions of equations involving one-Laplacian and p -Laplacian with an external force term (1-ラプラシアンと p -ラプラシアンを含む外力項付き方程式の解の正則性).

F. 対外研究サービス

〈委員会委員等〉

1. 科学技術政策研究所科学技術動向センター 専門調査員 (2002 年-)
2. 日本応用数学会評議員 (2006 年-)

〈雑誌のエディター〉

1. Advances in Differential Equations (Editor-in-chief)
2. Advances in Mathematical Sciences and Applications
3. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática
4. Calculus of Variations and Partial Differential Equations
5. Differential and Integral Equations
6. Evolution Equations and Control Theory
7. Hokkaido Mathematical Journal
8. Interfaces and Free Boundaries
9. Journal of Mathematical Fluid Mechanics
10. Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo
11. Mathematische Annalen

〈研究集会のオーガナイズ〉

1. Yoshikazu Giga, Matthias Hieber, Peter Korn and Edriss Titi, MFO-Webinar Mathematical Advances in Geophysical Flows, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany (オンライン), 2020 年 6 月 15 日, 17 日, 19 日.
2. Yoshikazu Giga, Kohichi Sudoh, Etsuro

Yokoyama, Surface and Interface Dynamics, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Japan (オンライン), 2020 年 6 月 29 日-7 月 1 日.

3. Yoshikazu Giga, Kohichi Sudoh, Etsuro Yokoyama, Surface and Interface Dynamics II, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Japan (オンライン), 2020 年 10 月 21 日-22 日.
4. Yoshikazu Giga, Qing Liu and Xiaodan Zhou, Partial Differential Equations under Various Metrics, Okinawa Institute of Science and Technology Graduate University, Japan (オンライン), 2020 年 12 月 8 日-11 日.
5. Hirofumi Notsu, Yoshikazu Giga, Masato Kimura, Hiroshi Kokubu, Sho Sonoda and Tomohiro Taniguchi, Differential Equations for Data Science 2021 (DEDS2021), Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS), Kyoto University / Mathematical Interdisciplinary Research Station (MIRS), Kanazawa University (オンライン), 2021 年 3 月 8 日-10 日.

H. 海外からのビジター

1. Ngô Quốc Anh (VNU University of Science) (講演) A new point of view on the solutions to the Einstein constraint equations with arbitrary mean curvature, Geometric Analysis and General Relativity, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019 年 11 月 23 日.
2. Michał Łasica (Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences) (講演) Existence of the 1-harmonic map flow, 第 108 回 PDE 実解析研究会, 東京大学大学院数理科学研究科 (オンライン), 2020 年 12 月 1 日.

木田 良才 (KIDA Yoshikata)

A. 研究概要

離散群による確率測度空間への保測作用とその軌道同値関係について研究している。同値関係の代数的な性質と作用する離散群の解析的な性質との関連について特に調べている。目下、同値関係の (Jones–Schmidt) 安定性に対応する群の性質が何であるかという問題が懸案となっている。離散群が安定性をもつには内部従順性が必要であるが、それだけでは十分でない。カズダン性のある種の否定が必要であることがわかっているが、その正確な定式化は未だ明らかでない。

内部従順性は、無限の中心をもつという性質を関数解析的に定式化した性質と見なすことができる。過去の研究では、無限の中心をもつ群に対し上記の問題を解決した。これに基づき今年度はより一般に、無限の FC-中心をもつ群に対しその問題を考察した。群 G の FC-中心とは、 G の元でその中心化群が G で有限指数であるようなものからなる部分群を意味する (FC は finite conjugacy の略である)。無限の中心をもつ群の場合に倣って、群 G に対し、もしその FC-中心が相対カズダン性をもたなければ、 G は安定性をもつことが期待される。現状では、安定性もしくはシュミット性 (安定性のために必要な性質) を示すには、群に何らかの代数的な条件を内部従順性の代わりに要求しなければならず、一般の内部従順群を扱うのは難しい。

I am studying measure-preserving actions of countable groups on a standard probability space and their orbit equivalence relations. Especially I am interested in relationship between algebraic properties of equivalence relations and analytic properties of acting groups. Among others, it is unclear which analytic properties of groups correspond to (Jones–Schmidt) stability of equivalence relations. For a countable group to admit stability, inner amenability is necessary, but is not sufficient. It is known that some kind of negation of Kazhdan’s property is also necessary, but its precise formulation is still unclear.

Inner amenability can be regarded as a

functional-analytic formulation of having infinite center. In past work, I solved the aforementioned problem for groups with infinite center. Based on this, this year I considered the problem for more general groups, that is, for groups with infinite FC-center. For a group G , we mean by its FC-center the subgroup of G consisting of all elements whose centralizer is of finite index in G (where FC is an abbreviation of “finite conjugacy”). Similarly to the case of groups with infinite center, it is expected that a group admits stability if its FC-center does not have the relative Kazhdan’s property. At the moment, to realize stability or the Schmidt property (which is a property necessary for stability), we have to assume some algebraic condition in place of inner amenability, and it is difficult to deal with general inner amenable groups.

B. 発表論文

1. Y. Kida and R. Tucker-Drob : “Groups with infinite FC-center have the Schmidt property”, published online in *Ergodic Theory Dynam. Systems*.
2. Y. Kida and R. Tucker-Drob : “Inner amenable groupoids and central sequences”, *Forum Math. Sigma* **8** (2020), e29, 84 pp.
3. Y. Kida : “The modular cocycle from commensuration and its Mackey range”, *Operator algebras and mathematical physics*, 139–152, *Adv. Stud. Pure Math.*, 80, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2019.
4. 木田良才 : “エルゴード群論”, *数学* **70** (2018), 337–356.
5. Y. Kida : “Splitting in orbit equivalence, treeable groups, and the Haagerup property”, *Hyperbolic geometry and geometric group theory*, 167–214, *Adv. Stud. Pure Math.*, 73, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
6. Y. Kida : “Stable actions and central ex-

tensions”, Math. Ann. **369** (2017), 705–722.

7. I. Chifan, Y. Kida, and S. Pant : “Primeness results for von Neumann algebras associated with surface braid groups”, Int. Math. Res. Not. IMRN **2016**, no. 16, 4807–4848.

C. 口頭発表

1. 離散群と軌道同値関係の内部従順性, 第 16 回代数・解析・幾何学セミナー, Zoom でのオンライン開催, 2021 年 2 月.
2. An invitation to measured group theory, 第 4 回数理解新人セミナー, Zoom でのオンライン開催, 2021 年 2 月.
3. 測度付き同値関係の研究について, 東北大学談話会, Zoom でのオンライン開催, 2020 年 10 月.
4. Groups with infinite FC-center have the Schmidt property, Measurable, Borel, and Topological Dynamics, CIRM (フランス), 2019 年 10 月.
5. Groups with infinite FC-center have the Schmidt property, Classification Problems in von Neumann Algebras, BIRS (カナダ), 2019 年 9 月.
6. 軌道同値関係への誘い, 談話会, 東京大学, 2019 年 6 月.
7. (1) Orbit equivalence relations generated by the Baumslag-Solitar groups, (2) Stable orbit equivalence relations, エルゴード理論の最近の発展, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 10 月.
8. Inner amenable groupoids, 作用素環論の最近の進展, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 9 月.
9. Central sequences in the full group and lifting problems, Operator Algebras at UCLA: A celebration of Masamichi Takesaki, UCLA (アメリカ), 2018 年 4 月.
10. 離散群のエルゴード理論の諸相, 日本数学会年会, 日本数学会賞春季賞受賞総合講演, 東京大学, 2018 年 3 月.

D. 講義

1. 自然科学ゼミナール (数理科学): 「G・ブルム / L・ホルスト / D・サンデル 著 (森真 訳) 確率論へようこそ」を輪読した. (教養学部前期課程講義)
2. 学術フロンティア講義 (現代の数学 – その源泉とフロンティア–): 壺の玉の入れ換えにおけるカットオフ現象を解説した. (教養学部前期課程講義)
3. 東北大学での集中講義「従順群、自由群およびその作用の軌道同値関係について」2020 年 10 月 6 日–9 日.

G. 受賞

1. 日本学術振興会賞, 2019 年 2 月.
2. 日本数学会賞春季賞, 2018 年 3 月.
3. 第 5 回作用素環賞, 2016 年 10 月.

小林 俊行 (KOBAYASHI Toshiyuki)

A. 研究概要

2016–2020 の 5 年間に於いては、主に以下の 3 テーマの理論構築を行い、総計で約 1,400 ページの論文を著した。本文中では 2020 年の文献は後述の「B. 発表論文」における番号 [1], [2], … で表記する。

1. 対称性破れ作用素の構成と分類問題

「表現の分岐則」に関して、定性的理論から定量的理論に深化させるプログラムを提起した (日本数学会 70 周年記念企画特別講演等で解説)。

1.A.(定性的理論) 分岐則の離散性の要となる K -admissibility に関して [Ann. Math., 1998] で述べた判定条件の逆が成り立つことを証明した [2]。

1.B.(定性的理論 2) Real spherical の概念を導入し、超局所解析と幾何的手法を組み合わせることによって、分岐則の重複度の有限性・有界性が常に保証されるための群の組の必要十分条件を幾何的な言葉で与え [Adv Math] その、判定条件に基づいて分類理論も推進した (Dynkin 90 歳記念号, 文献 [13])。

1.C.(定量的理論 1—対称性破れの微分作用素) 対称性破れ作用素の新しい構成法 (F-method) を

提唱した [Contemp. Math.]. さらに, 可視的作用の一般理論と組み合わせて, Pevzner, Souček, Ørsted, 久保氏 等と共同で, さまざまな幾何的設定で F-method を適用し, 新しい対称性破れの微分作用素の族 (Rankin–Cohen 作用素や Juhl の共形不変な作用素の一般化) を構成した ([Selecta Math. 2016], 著書 [1]).

1.D. (定量的理論 2—対称性の破れの分類理論) 対称性破れ作用素を, 非局所作用素まで含めて幾何的に構成し, 完全に分類するアイデアとプログラムを提起し, 一般化ローレンツ群をモデルに, その最初の成功例を与えた (Memoirs of AMS, 2015, 行列値への拡張は著書 [2], B. Speh と共同)。また, 逆変換として “ホログラフィック変換” の概念を導入した [11].

3. 不連続群

筆者の長年のモチーフである「リーマン幾何学の枠組を越えた不連続群」について, 新しい幾何に対するスペクトル理論の構築に初めて踏み込んだ。幾何学的な準備として, 離散群の作用の不連続性を量的に評価する sharpness という概念を導入し, 高次元タイヒミュラー空間上で安定な離散スペクトラムを構成し, 長編の論文 [Adv. Math. 2016] を出版した。さらに, 長編の第 2 論文 [JLT2019] および [Progr. Math. 2017] で隠れた対称性を用いた微分作用素環の構造定理を証明し, それを “安定でない” スペクトラムの研究に活用した [11,12].

4. 非対称空間の大域解析

力学系のアイデアを用いて, 非対称空間 G/H の正則表現が L^p 緩増加となるための必要十分条件を H が簡約の場合に証明し [J. Euro. Math. 2015], それを H が一般の場合に拡張した (Y. Benoist と共同, Margulis 記念号に掲載 [3]). さらに 第 3 論文 [4] では非緩増加な簡約型等質空間の完全な分類を行い, 第 4 論文 [5] では, 緩増加性という解析的な性質が, リー代数の極限に関する位相的性質, シンプレクティック多様体の幾何的量子化という微分幾何的性質, および, 凸多面体の組合せ論的性質とそれぞれ同値であることを証明した。

For the last five years, I have been working on the following research topics.

1. Analysis on manifolds with group symmetries

This is a challenge to the global analysis on homogeneous spaces beyond symmetric spaces.

1.A I introduced a notion of *real spherical manifolds* and established a geometric criterion for finite multiplicities in the induced/restricted representations with T.Oshima.

1.B Jointly with T. Matsuki, we classified all symmetric pairs that yield finite-multiplicity branching laws based on the criterion given by microlocal analysis.

1.C Jointly with Y. Benoist [J. Euro. Math. '15], we proved a criterion for L^p -temperedness of the regular representation on G/H in the generality that $G \supset H$ are pair of reductive groups, and in [3] for general H . A complete description of nontempered homogeneous spaces G/H with $H \subset G$ reductive has been accomplished in [4], and a further connection with other branches of mathematics has been explored in [5].

2. Analysis on locally symmetric spaces—beyond the Riemannian case

Developing my long motif on discontinuous groups beyond the Riemannian case, I initiated the study on global analysis on locally non-Riemannian symmetric spaces with F. Kassel in [Adv. Math. 2016] and proved the existence of “stable spectrum” under deformation of discontinuous groups. Further new ideas are proposed in [Progr. Math. 2017], [JLT2019], and [11,12].

3. Restriction of representations: Branching problems and symmetry breaking operators

3.A Concerning the discretely decomposability of the restriction of representations, I proved in [2] the converse of one of the main theorem in my previous paper [Ann. Math., 1998].

3.B In the BGG category \mathcal{O} , I proposed a new effective method to find singular vectors (‘F-method’), and joint with B. Ørsted, V. Souček, P. Somberg, M. Pevzner, and T. Kubo de-

terminated explicit formulae of covariant differential operators in various geometric settings ([Adv. Math. 2015], [Selecta Math. 2016], and book [1]).

3.C With B. Speh, I classified *symmetry breaking operators* (SBOs) of principal series for a pair of Lorentz groups (Memoirs of AMS 2015 and book [2]), which give the first successful for the complete classification of SBOs. A part of this work is extended to higher rank case.

3.D As an “inversion” of the symmetry breaking, I introduced the concept of “holographic transform” joint with Pevzner [10].

B. 発表論文

(論文は 2020 年以降のもののみを記載する。2016 年～2019 年の論文は、各年度の Annual Report に記載。)

1. 小林俊行. 緩増加な等質空間 (Tempered Homogeneous Spaces), 2021 年度日本数学会年会函数解析学分科会特別講演アブストラクト, 14 pages.
2. T. Kobayashi. Admissible restrictions of irreducible representations of reductive Lie groups: Symplectic geometry and discrete decomposability. To appear in the special volume memory of Bertram Kostant, Pure and Applied Mathematics Quarterly. Available also at arXiv: 1907.12964.
3. Y. Benoist and T. Kobayashi, Tempered homogeneous spaces II, In: Dynamics, Geometry, Number Theory: The Impact of Margulis on Modern Mathematics (eds. D. Fisher, D. Kleinbock, and G. Soifer), The University of Chicago Press, to appear. Available also at arXiv: 1706.10131.
4. Y. Benoist and T. Kobayashi, Tempered homogeneous spaces III, preprint. 51 pages. To Appear in Journal of Lie Theory.
5. Y. Benoist and T. Kobayashi, Tempered homogeneous spaces IV, preprint. 33 pages.
6. T. Kobayashi, Branching laws of unitary representations associated to minimal elliptic orbits for indefinite orthogonal group $O(p,q)$, preprint, 37 pages. arXiv: 1907.07994.
7. T. Kobayashi and B. Speh, Distinguished representations of $SO(n+1, 1) \times SO(n, 1)$, periods and branching laws, preprint, 33 pages. To appear in Simons Proceedings, Springer. Available also at arXiv: 1907.05890.
8. T. Kobayashi and B. Speh. A hidden symmetry of a branching law. In V. Dobrev, editor, Lie Theory and Its Applications in Physics, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. **335**, pp. 15–28, Springer Nature, 2020.
9. T. Kobayashi. Topics on global analysis of manifolds and representation theory of reductive groups. In V. Dobrev, editor, Lie Theory and Its Applications in Physics, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. **335**, pp. 3–13. Springer Nature, 2020.
10. T. Kobayashi and M. Pevzner, Inversion of Rankin–Cohen operators via holographic transform, Annales de l’Institut Fourier (Grenoble) **70**, (2020), pp. 2131–2190.
11. F. Kassel and T. Kobayashi. Spectral analysis on standard locally homogeneous spaces, preprint, 69 pages, ArXiv: 1912.12601.
12. F. Kassel and T. Kobayashi. Spectral analysis on pseudo-Riemannian locally symmetric spaces. Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci., 96(8):69–74, 2020.
13. 小林俊行, 多様体上の大域解析と簡約群の表現論, (Global analysis on manifolds and representation theory of reductive groups), in Japanese, 数理解析研究所講究録 **2139**, pp. 1–10. In: Developments in Representation Theory and Related Top-

ics (ed. Yoshiki Oshima), (2020).

著書:

1. T. Kobayashi, T. Kubo, and M. Pevzner. Conformal Symmetry Breaking Operators for Differential Forms on Spheres, Lecture Notes in Mathematics. **2170**, Springer, 2016 年, ix+192 pages. ISBN: 978-981-10-2656-0.
2. T. Kobayashi and B. Spéh. Symmetry Breaking for Representations of Rank One Orthogonal Groups II, Lecture Notes in Mathematics. **2234** Springer, 2018, xv+342 pages. ISBN:978-981-13-2900-5.
3. T. Kobayashi. 分担執筆, 解説:リー群の表現論における最近の進展, In: 杉浦光夫『ユニタリ表現入門』, pages 214–242. 東京図書, 2018.

C. 口頭発表

1. Regular Representations on Homogeneous Spaces, (**1.A.**–**1.E.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **1.A.** A Foundation of Group-theoretic Analysis on Manifolds. Colloquium di dipartimento. Dipartimento di Matematica, Università di Roma "Tor Vergata" (online), 18 February 2021. **1.B.** Representation Theory of Reductive Groups from Geometric and Analytic Methods (in honour of Simon Gindikin). Kavli IPMU, Japan, 27–28 January 2020; **1.C.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. (plenary lecture). International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics (LT-13). Varna, Bulgaria, 17–23 June 2019; **1.D.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. (opening lecture). RIMS Workshop: Developments in Representation Theory and

Related Topics (organizer: Yoshiki Oshima). RIMS, Kyoto University, 9–12 July 2019; **1.E.** Regular Representations on Homogeneous Spaces. Dynamics of Group Actions: a conference in honor of Yves Benoist. Cetraro, Italy, 27–31 May 2019.

2. A Program for Branching Problems in the Representation Theory of Real Reductive Groups: Classification Problem of Symmetry Breaking Operators. Representation Theory inspired by the Langlands Conjectures (organized by B. Spéh and P. Trapa), in connection with the AMS-AWM Noether lecture by Birgit Spéh. Denver, USA, 17 January 2020.
3. Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces—Beyond the Riemannian Case. (**3.A.**–**3.J.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **3.A.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Seminar. University of Padova, Italy, 3 June 2019. **3.B.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium. Oklahoma State University, 3 May 2019. **3.C.** Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric. Colloquium. Yale University, USA, 17 April 2019. **3.D.** Semisimple Symmetric Spaces and Discontinuous Groups: What I Learned from Professor Toshio Oshima. 大島利雄先生古希記念研究集会. Josai University, Tokyo, Japan, 26-27 December 2018. **3.E.** “Geometric Quantization and Applications” M. Vergne 教授記念集会. Luminy, France, 8-12 October 2018. **3.F.** Symposium on Representation Theory 2018. Tottori, Japan, 13-16 November 2018. **3.G.** Colloquium. Hiroshima University, Japan, 6 November 2018. **3.H.** (plenary lecture). The

- 65th Geometry Symposium. Tohoku University, Sendai, Japan, 28-31 August 2018. **3.I.** Glances at Manifolds: Aleksy Tralle 教授還暦記念研究集会. the Jagiellonian University, Krakow, Poland, 2-6 July 2018. **3.J.** Analysis on Manifolds with Symmetries and Related Structures. University of Bath, UK, 28-29 June 2016.
4. The Kemeny Lectures 2017, I. “Universal sounds” of anti-de Sitter manifolds. The Kemeny lectures, II. Local to global-geometry of symmetric spaces with indefinite-metric, III. Analysis on locally pseudo-Riemannian symmetric spaces. Dartmouth College, USA, 3-5 May 2017.
 5. Analysis of minimal representations— an approach to quantize nilpotent orbits. (**5.A.–5.B.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **5.A.** Representation Theory at the Crossroads of Modern Mathematics: Alexandre Kirillov 教授 81 歳記念研究集会. Reims, France, 29 May-2 June 2017. **5.B.** Conformal Geometry and Branching Problems in Representation Theory. Symposium on Representation Theory 2016. Okinawa, Japan, 29 November-2 December 2016. (連続講演).
 6. Symmetry Breaking Operators in Conformal Geometry. (**6.A.–6.K.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **6.A.** Branching Problems and Symmetry Breaking Operators. Geometry, Symmetry and Physics. Yale University, USA, 23 April 2019. **6.B.** Journées SL₂R de théorie des représentations et analyse harmonique (Hubert Rubenthaler 教授退官記念研究集会). I.R.M.A., University of Strasbourg, France, 22-23 March 2018. **6.C.** (opening lecture). Joint meeting of X. International Symposium: Quantum Theory and Symmetries and XII. International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics. Varna, Bulgaria, 19-25 June 2017. **6.D.** (plenary lecture), the XXXV Workshop on Geometric Methods in Physics. Bialowieza, Poland, 2-8 July 2017. **6.E.** Symposium on Representation Theory 2017. Isawa, Yamanashi, Japan, 28 November-1 December 2017. (plenary lecture), 日本. **6.F.** “Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric—after 145 years of Klein’s Erlangen Program”. Colloquium. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Germany, 25 July 2017. **6.G.** Sophus Lie Seminar. Göttingen, Germany, 30 June-1 July 2017. **6.H.** Harmonic Analysis and the Trace Formula. Oberwolfach, Germany, 21-27 May 2017. **6.I.** AMS Special Session on Harmonic Analysis (Olafsson 教授 65 歳記念研究集会). Atlanta, USA, 4 January 2017. **6.J.** Conference on Geometry, Representation Theory and the Baum-Connes Conjecture (Baum 教授 80 歳記念研究集会). The Fields Institute, Toronto, Ontario, Canada, 18-22 July 2016. **6.K.** Geometry, Representation Theory, and Differential Equation, Kyushu University, Japan, 26-19 February 2016.
 7. F-method for Constructing Symmetry Breaking Operators. (**7.A.–7.D.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので1つにまとめる.) **7.A.** Finite Multiplicity Theorems and Real Spherical Varieties. 松本久義氏還暦記念研究集会, (opening lecture) Tokyo, March 27–29, 2019. **7.B.** Abstract Branching Laws for Unitary Highest Weight Modules and Lo-

- calness Theorem. **7.C.** V. Some Further Perspectives from the General Theory. (**7.B.** と **7.C.** は The 20th Hakuba Workshop on Number Theory in 2017: Automorphic Differential Operators on Siegel Modular Forms (organized by T. Ibukiyama の 5 回連続講演 (分担) の 2 つ). Nagano, Japan, 3-7 September 2017.) **7.D.** F-method III. Geometry, Representation Theory, and Differential Equations. Kyushu University, 16-19 February 2016.
8. Birth of New Branching Problems. 日本数学会 70 周年記念 企画特別講演, 日本数学会秋季総合分科会, 関西大学, Japan, 15-18 September 2016.
9. Branching Laws for Infinite Dimensional Representations of Real Lie Groups; Symmetry Breaking Operators. (**9.A.**–**9.F.** では講演タイトル, 内容は個々に異なるが, 大きなテーマとしては同じなので 1 つにまとめる.) **9.A.** Joachim Hilgert 教授還暦記念研究集会. Paderborn, Germany, 23-27 July 2018. **9.B.** (plenary lecture). the 32nd International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (Group32). Czech Technical University, Prague, Czech Republic, 9-13 July 2018. **9.C.** Representation theory, geometry, and quantization: the mathematical legacy of Bertram Kostant. MIT, USA, 28 May-1 June 2018. **9.D.** Workshop on New Developments in Representation Theory (opening lecture), Singapore, 14 March 2016. **9.E.** (2 回連続講演) Berkeley-Tokyo Winter School: Geometry, Topology and Representation Theory. University of California, Berkeley, USA, 8-19 February 2016. **9.F.** (opening lecture). Journées SL2R (Strasbourg, Lorraine, Luxembourg, Reims): Théorie des Représentations et Analyse Harmonique. Institut Elie Cartan de Lorraine, France, 9-10 June 2016.
10. 緩増加な等質空間 (Tempered Homogeneous Spaces). 日本数学会年会函数解析学分科会特別講演 (慶応大学, オンライン), 16 March 2021.
- D. 講義
1. 数理科学概論 I(文科生) (オンライン): フェルミ推定, 微積分, Taylor 展開, 偏微分, Lagrange の未定乗数法, 近似と概算, 微分方程式の初歩, 多変数関数の積分を講義した. (教養学部文科 1, 2 年生, A セメスター)
 2. 数物先端科学 IV ・数学統論 XD (数理大学院・4 年生共通講義, オンライン): Visible actions on complex manifolds and multiplicity-free representations (複素多様体上の可視的作用と無重複表現). (講義の概要) Multiplicity-free property of representations is an algebraic underlying structure of various expansion theorems in classical analysis. In the course, I begin with many examples of multiplicity-free representations, ranging from algebraic and combinatorial representation theory to classical analysis, and from finite-dimensional cases to infinite-dimensional cases with continuous spectrum. Then I explain a new approach to produce multiplicity-free representations systematically, namely, the theory of visible actions on complex manifolds and the propagation theorem of multiplicity-free property. This course is an outgrowth of my previous course at Harvard University and at Tata Institute (Panorama lecture in the occasion of Ramanujan's 125 years anniversary).
 3. 数学講究 XB (数理科学概説)「不連続群の幾何学と大域解析」, (理学部数学科 4 年生), 2020 年 5 月 19 日.
 4. 数学講究 XA, 数学特別講究, 通年: テキスト “Differential Analysis on Complex Manifolds” (Wells) および, “Harmonic

Analysis in Phase Space” (Folland) (理学部数学科 4 年生)

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 伊藤要平 (ITO Yohei): Irregular Riemann–Hilbert correspondence and enhanced ind-sheaves (不確定特異点型 Riemann–Hilbert 対応と enhanced ind-sheaf).
2. (課程博士) 甘中 一輝 (KANNAKA Kazuki): Spectral analysis on complete anti-de Sitter 3-manifolds (完備な 3 次元反ド・ジッター多様体上のスペクトル解析).
3. (修士) Pérez Valdés, Víctor (Pérez Valdés, Víctor): Construction of vector-valued Differential Symmetry Breaking Operators for the group $SO(4, 1)$ (群 $SO(4, 1)$ に対するベクトル値の微分対称性破れ作用素の構成について)

F. 対外研究サービス

1. Kavli IPMU(数物宇宙連携機構), 上席科学研究員併任 (2009.8–2011.5); 主任研究員 (Principal Investigator) 併任 (2011.6–)
- [ジャーナルのエディター]
2. Editor in Chief, Japanese Journal of Mathematics (日本数学会–Springer–Nature) (2006–)
 3. Editor, International Mathematics Research Notices (Oxford 大学出版) (2002–2021)
 4. Editor in Chief, Takagi Booklet, vol. 1–22 (日本数学会) (2006–)
 5. Editor, Geometriae Dedicata (Springer) (2000–)
 6. Editor, Advances in Pure and Applied Mathematics (de Gruyter) (2008–)
 7. Editor, International Journal of Mathematics (World Scientific) (2004–)
 8. Editor, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo (2007–

9. Editor, Kyoto Journal of Mathematics (2010–)
10. Editor, Representation Theory (アメリカ数学会) (2015–2019)
11. Editor, AMS Translation Series (アメリカ数学会) (2016–)
12. Editor, Tunijian Journal of Mathematics (2017–)
13. Editor, Special Issue in commemoration of Professor Kunihiko Kodaira’s centennial birthday (J. Math. Sciences, The University of Tokyo) (2015).
14. Editor, Special Issue in honor of Professor Masaki Kashiwara’s 70th birthday (Publ. RIMS) 2017–2021.
15. Chief Editor, Mikio Sato’s Collected Papers, (Springer–Nature).
16. 共立出版, 『共立講座 数学探検 (全 18 巻)』, 『共立講座 数学の魅力 (全 14 巻 + 別巻 1)』, 『共立講座 数学の輝き (全 40 巻予定)』の 3 シリーズ編集委員
17. 編集委員, 数学の現在 i, e, π , (with 斎藤毅, 河東泰之), 東京大学出版会, 2016. [学会・他大学の委員など]
18. ある国際数学者賞の授賞委員会: Prize Committee (International Prize, 数学科門, 国外) 2018.
19. ある国際賞の授賞委員会: Prize Committee (mathematics), 2019–2020.
20. ある国際委員会の責任者, 2019–2022.
21. ある国際賞の授賞委員会: Prize Committee (mathematics), 2020–2021.
22. 国内審査委員: Prize Committee 日本数学会春季賞・秋季賞他 (anonymous) (various years)
23. 京都大学数理解析研究所運営委員 (2015–2017; 2017–2019)
24. 京都大学数理解析研究所専門委員 (2007–2009; 2009–2011; 2015–2017; 2017–2019; 2021–)
25. 科学研究費等の審査委員: 日本 (JSPS), 米国 (NSF–AMS), EU, ドイツ, ルクセンブルク, 中華人民共和国・香港 (various years)

[国際研究集会のオーガナイザーなど]

26. オーガナイザー, Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, 27–28 January 2020.
27. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第 24 回 (東京大学 IPMU, 2019 年 12 月); 第 23 回 (京都大学数理研, 2019 年 6 月) (with Y. Kawahigashi, T. Kumagai, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito).
28. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, (virtual 玉原国際セミナーハウス), 18–22 August 2020 (オンライン).
29. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 20–24 August 2019.
30. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 19–23 August 2018.
31. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析に関するセミナー, 玉原国際セミナーハウス, 16–20 August 2017.
32. Scientific Committee, Visible Actions and Multiplicity-free Representations. XVIIth International Conference on Geometry, Integrability and Quantization. Varna, Bulgaria, 2016.
33. オーガナイザー, Summer School on Representation Theory, リー群の群作用と大域解析セミナー, 玉原国際セミナーハウス, 10–14 August 2016.
34. オーガナイザー, Winter School 2016 on Representation Theory of Real Reductive Groups, 東京大学大学院数理科学研究科, 22–27 January 2016. Coorganized with Toshihisa Kubo and Hideko Sekiguchi.
35. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第 17 回

- (京都大学数理研, 2016 年 6 月), 第 18 回 (東京大学, 2016 年 11 月), 第 19 回 (京都大学数理研, 2017 年 7 月), 第 20 回 (東京大学, 2017 年 11 月) 第 21 回 (京都大学数理研, 2018 年 6 月), 第 22 回 (東京大学, 2018 年 11 月) (with Y. Kawahigashi, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito)
36. オーガナイザー, リー群論・表現論セミナー (2007–present 東大; 2003–2007 RIMS; 1987–2001 東大)

G. 受賞

1. 日本数学会出版賞 (2019) 『数学の現在 i, e, π 』東京大学出版会, (斎藤毅氏, 河東泰之氏との共同受賞).
2. アメリカ数学会フェロー (2017) 「簡約リー群の構造論と表現論に対する貢献」(Contribution to Structure Theory and Representation Theory of Reductive Lie groups).
3. [学生の受賞] 東京大学学位記授与式における総代, 甘中一輝 (2020 年度 (2021 年 3 月), 総代・答辞), 田森有好 (2019 年度 (2020 年 3 月), 総代), 森田陽介 (2016 年度 (2017 年 3 月), 総代).

H. 海外からのビジター

1. Romeo Troubat, École normale supérieure, France, March–July, 2020. École normale supérieure からの交換留学生. 微分幾何学や群作用に関するセミナーを通じた指導を行った.

斎藤 秀司 (SAITO Shuji)

A. 研究概要

モチーフ理論の構築は代数幾何学の基本的な未解決問題である. その基本的なアイデアは Grothendieck によるもので, 1980 年に Beilinson は正確に予想として定式化した. その予想は, モチーフの圏と呼ばれるある圏の存在を予測している. モチーフの圏はモチフィックコホモロジーと呼ばれる普遍的なコホモロジー理論を

生み出す。モチフィックコホモロジーは、スキームのコホモロジー理論の基礎となり、適当なある良い性質を満たすスキーム X に対する Atiyah-Hirzebruch 型のスペクトル列を介して、Quillen の代数的 K 理論と関係すると予想されている：

$$E_2^{p,q} = H_{\mathcal{M}}^{p-q}(X, Z(-q)) \Rightarrow K_{-p-q}(X).$$

X が体 k 上滑らかで準射影的であるとき、Bloch が代数的サイクルを用いて定義した高次 Chow 群がモチフィックコホモロジーの役割を果たすことを、Bloch-Lichtenbaum, Friedlander-Suslin, Levine たちが示した。Voevodsky は、三角圏 $\mathrm{DM}^{\mathrm{eff}}$ を構築し、それが Beilinson が期待した方法で Bloch の高次 Chow 群を生み出すことを示した。Voevodsky の理論は、 A^1 -不変性を持つ Nisnevich 位相に関する層の理論に基づいている。 k 上分離的で滑らかなスキーム全体のなす圏上の Nisnevich 位相に関する層たちのなす圏を NST とし、その中で A^1 -不変性をみたすものなす充満部分圏を $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ で表す。

Bloch の高次 Chow 群と Voevodsky の理論は、Beilinson の予想に完全な答えを与えることができない。というのも、代数的 K 理論は、特異点を許すスキームに対してはもはや A^1 -不変性を満たさないからである。Voevodsky の理論を拡張して、特異点を許すスキームに対しても期待される性質を満たすより大きな理論を構築することは、いまだ未解決の難題である。

私の研究プロジェクトでは、この問題を解決するための一つの方法として、"相互層"の理論を提出している。相互層は、 $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ を含む NST の充満部分圏 $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ を形成する。さらに、以下のような $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ には属さない対象を含む。例えば、滑らかな可換代数群 (非自明な unipotent 部分を持つことを許す。例えば加法群スキーム G_a)、微分形式の層 Ω^i 、de Rham-Witt 層 $W_n\Omega^i$ が $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ に属する。さらに、 $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ は NST の部分対象と商対象を取る操作で閉じており、またテンソル構造を備えているので、既知の相互層から新しい相互層を作ることができる。

Beilinson 予想解決の最終目的地までの道のりはまだ長いようだが、すでにいくつかの収穫を得ている。Voevodsky が $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}}$ にたいし証明した様々な基本的な性質、コホモロジーの純粋性、コホモロジーの射影束公式、滑らかなブローアッ

プ公式、Gysin 系列の存在などは、 $\mathrm{RSC}_{\mathrm{Nis}}$ に拡張することに成功した。その応用として、スキームの射影的な射に沿ったコホモロジーの順像写像の構成に成功した。これは特別な場合として、Grothendieck による微分形式の層のコホモロジーにたいする順像写像や、Gros による de Rham-Witt 層のコホモロジーにたいする順像写像を含むものである。もう一つの応用は、相互層のコホモロジー上に代数対応の作用を構築したことである。これにより、相互層から新たな双有理不変量を構成したり、Bloch-Srinivas のテクニックを用いて新しいコホモロジーの消滅定理を示すことにも成功した。

相互層のもう一つの特徴は、分岐理論との関連である。相互層の理論により、正標数における階数 1 の ℓ 進層の暴分岐や、標数 0 における階数 1 の可積分接続の非正則な特異点を統一的な枠組みにおいて捉えることが可能になりつつある。

A fundamental open question, dating back to A. Grothendieck and early days of algebraic geometry, formulated as a precise conjecture by Beilinson in 1980, predicts the existence of a certain category called category of motives, which gives rise to a universal cohomology theory called motivic cohomology. Motivic cohomology should underlie various cohomology theories for schemes and be related to Quillen's algebraic K -theory via an Atiyah-Hirzebruch type spectra sequence for any (reasonably good) scheme X :

$$E_2^{p,q} = H_{\mathcal{M}}^{p-q}(X, Z(-q)) \Rightarrow K_{-p-q}(X).$$

When X is smooth and quasi-projective over a field k , S. Bloch's higher Chow groups, given in terms of algebraic cycles, plays the role of motivic cohomology, as established by works of Bloch-Lichtenbaum, Friedlander-Suslin and Levine. Voevodsky constructed a triangulated category $\mathrm{DM}^{\mathrm{eff}}$ which gives rise to Bloch's higher Chow groups in the way expected by Beilinson. Voevodsky's theory is based on the category NST of Nisnevich sheaves with transfers and a full subcategory $\mathrm{HI}_{\mathrm{Nis}} \subset \mathrm{NST}$ of A^1 -invariant objects. Voevodsky proved that

NST is a Grothendieck abelian category and defined the triangulated category DM^{eff} of effective motives as the localization of the derived category $D(\text{NST})$ of complexes in NST with respect to an A^1 -weak equivalence.

Bloch's higher Chow groups and Voevodsky's theory fail to give a complete answer to Beilinson's conjecture since algebraic K -theory is no longer A^1 -invariant for singular schemes. How would it be then possible to extend Voevodsky's theory to construct a larger category satisfying the expected properties even for singular schemes? This seems a difficult question which does not yet have a satisfactory answer.

In one of my research projects, we propose theory of *reciprocity sheaves* as a potential attempt toward the question. The reciprocity sheaves form a full abelian subcategory RSC_{Nis} of NST that contains HI_{Nis} as well as non- A^1 -invariant objects such as (sheaves represented by) smooth commutative algebraic k -groups (which may have non-trivial unipotent parts, e.g. the additive group scheme G_a), the sheaf of Kähler differentials Ω^i and the de Rham-Witt sheaves $W_n\Omega^i$. Moreover, RSC_{Nis} is closed under taking sub and quotient objects in NST and equipped with a (lax) monoidal structure, thus allowing one to manufacture new reciprocity sheaves out of known ones.

It seems to be still a long journey to the final destination but some crops have been already gathered. Many basic properties proved by Voevodsky for HI_{Nis} such as the local injectivity, the cohomological purity, the projective bundle formula, the smooth blowup formula, the Gysin sequence can be extended to RSC_{Nis} . As an application, we construct a formalism of push-forward maps of cohomology of reciprocity sheaves along projective morphisms. As special cases, the construction gives Grothendieck's pushforward maps for Kähler differentials and Gros' pushforward maps for de Rham-Witt differentials for projective morphisms without using the general

machinery of Grothendieck and Ekedahl duality. In fact we construct the pushforward along quasi-projective morphisms for cohomology with proper support, which for the Kähler (resp. the de Rham-Witt) differentials was done by Chatzistamatiou-Rülling. Another application is a construction of a formalism of proper correspondence actions on cohomology of reciprocity sheaves. It allows us to produce new (stably) birational invariants as well as obstructions for the existence of zero-cycles of degree 1 out of reciprocity sheaves, and also to prove the vanishing of cohomology using decompositions of the diagonals, a method employed first by Bloch-Srinivas.

Another distinguished feature of reciprocity sheaves is its connection with ramification theory: Emerging is a *motivic ramification theory* which provides a unified framework to understand wild ramification of ℓ -adic sheaves of rank 1 in positive characteristic and irregular singularities of integrable connections of rank 1 in characteristic 0.

B. 発表論文

1. Rülling and S. Saito : "Reciprocity sheaves and their ramification filtrations", to appear in J. Inst. Math. Jussieu. (2021).
2. B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito and T. Yamazaki : "Motives with modulus, I: Modulus sheaves with transfers for non-proper modulus pairs", to appear in Epi-journal de Geometrie Algebrique (2021).
3. B. Kahn, H. Miyazaki, S. Saito and T. Yamazaki : "Motives with modulus, II: Modulus sheaves with transfers for proper modulus pairs", to appear in Epi-journal de Geometrie Algebrique (2021).
4. B. Kahn, S. Saito and T. Yamazaki : "Reciprocity sheaves, II", to appear in Homology, Homotopy and Applications (2021).
5. S. Saito : "Purity of reciprocity sheaves",

- Advances in Math. 365 (2020), 107067.
6. M. Kerz, S. Saito and G. Tamme : "Towards a non-archimedean analytic analog of the Bass-Quillen conjecture", J. Inst. Math. Jussieu 19 (2020), no. 6, 1931–1946.
 7. S. Saito and K. Sato : "On p -adic vanishing cycles of log smooth families", Tunisian J. Math. 2 (2020), no. 2, 309–335.
 8. S. Kelly and S. Saito : "Smooth blowup square for motives with modulus", Bulletin of the Polish Academy of Sciences - Mathematics. (2020) to appear.
 9. V. Cossart, U. Jannsen and S. Saito : "Desingularization: Invariants and Strategy: Application to Dimension 2", Lecture Notes in Mathematics. 2270 (2020), Springer-Verlag, Berlin.
 10. M. Kerz, S. Saito and G. Tamme : "K-theory of non-archimedean rings I", Documenta Math. 24 (2019), 1365–1411.
 11. F. Binda and S. Saito : "Relative cycles with moduli and regulator maps", J. Inst. Math. Jussieu. 18, no. 6 (2019) 1233–1293.
 12. K. Rülling and S. Saito : "Higher Chow groups with modulus and relative Milnor K-theory", Trans. AMS. 370 (2018), 987–1104.
 13. U. Jannsen, S. Saito and Y. Zhao : "Duality for relative logarithmic de Rham-Witt sheaves and wildly ramified class field theory over finite fields", Compositio Math. 154 (2018) 1306–1331.
 14. S. Kelly and S. Saito: "Weight homology of motives", Internatinal Math. Research Notices. 13 , no. 1 (2017), 3938–3984.
 15. B. Kahn, S. Saito and T. Yamaz : "Reciprocity sheaves, I", Compositio Math. 152 , no. 9 (2016), 1851–1898.
 16. M. Kerz and S. Saito : "Chow group of 0-cycles with modulus and higher dimensional class field theory", Duke Math. J. 165 , no. 15 (2016), 2811–2897 .
- C. 口頭発表
1. Purity for reciprocity sheaves, Generalizations of A^1 -Homotopy Invariance in Algebraic Geometry and Homotopy Theory, Haus Kranich, Zinnowitz, Germany, April 3-8, 2016.
 2. Purity for reciprocity sheaves, International conference in K-theory, Western Sydney University, Australia, August 16-20, 2016.
 3. Purity of reciprocity sheaves and motive of modulus, Algebro-geometric and homotopical methods, Institut Mittag-Leffler, Stockholm, Sweden, April 4-14, 2017.
 4. Rigid analytic K-theory, Motivic homotopy theory and refined enumerative geometry, University of Duisburg-Essen, Essen, Germany, April 9-14, 2018.
 5. Rigid analytic K-theory, K-theory in algebraic geometry and number theory, Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn Germany, May 15-19, 2017.
 6. Motives with modulus and cdh descent for reciprocity sheaves, Algebraic K-theory and Arithmetic, Polish Academy of Sciences Conference Center, Bedlewo, Poland, August 20-16, 2017.
 7. Motivic interpretation of Artin conductors, Conference on Algebraic Geometry and Number Theory on the occasion of Jean-Louis Colliot-Thelene's 70th birthday, Villa Finaly, Firenze, Italia, December 4-6, 2017.
 8. Rigid analytic K-theory and p -adic Chern characters, The conference "Arithmetic Geometry : l -adic and p -adic aspects" , University of Tokyo, Tokyo Japan, September 10-14, 2018.
 9. Rigid analytic K-theory and p -adic Chern characters, A conference 'Geometry: Local and Global' on the occasion

of Prof. V. Srinivas's 60-th birthday, Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai, India, October 1-5, 2018.

10. Theory of motives with modulus, Arithmetic and Algebraic Geometry 2019 on the occasion of Prof. Terasoma's 60-th birthday, University of Tokyo, Tokyo Japan, January 21-25, 2019.
11. Rigid analytic K-theory and p -adic Chern characters, Workshop on arithmetic geometry, Tokyo-Princeton at Komaba, March 18-22, 2019.
12. Theory of motives and ramification theory, Enriques Lecture, Seminar of Geometry and Algebra, University of Milano, February 11, 2020.

D. 講義

1. 学術フロンティア講義

G. 受賞

フンボルト賞 (2017年)

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

A. 研究概要

剰余体が完全とは限らない完備離散付値体のガロワ群の分岐群によるフィルトレーションを、剰余体が完全な場合に帰着できることが昨年度分かったので、まずその論文を完成し投稿した。この結果を使うと、分岐群の次数商を剰余体の微分形式と結びつけることができる。また、剰余体が完全な場合に帰着させることによる、分岐群によるフィルトレーションの特徴づけも得られるので、その論文も完成し投稿した。

混標数のスキーム上のエタール層の特異台の定義のための最初の障害はこのようなスキーム上の余接束が定義されていないことである。微分の加法性、Leibniz 則をそれぞれ Witt ベクトルの加法を定義する多項式と、Frobenius 作用素を使って修正することにより、微分形式の加群の定義を修正して、Frobenius-Witt 微分形式の加群を定義した。さらに正則スキーム上では、この加群が標数 p のファイバー上の自由加群であることを証明

した。このことを使って余接束の修正版を定義した。さらに層についてのある強い仮定のもとで、特異台が存在することを証明した。この2つの結果についてそれぞれ論文を完成し投稿した。

I found last year that the definition of filtration by ramification groups of Galois groups of a complete discrete valuation field with not necessarily perfect residue field is reduced to those with perfect residue field. As an application, the graded quotients are related to differential forms of the residue fields. I completed an article on this result and submitted to a journal. I also obtained a characterization of the filtration by the reduction to the perfect residue field case. This result is also written up and is submitted.

A first obstruction in the definition of the singular support of an étale sheaf on a scheme of mixed characteristic is the absence of the cotangent bundle. By modifying respectively the additivity by the polynomial defining the addition of Witt vectors and the Leibniz rule using the Frobenius, we define the module of Frobenius-Witt differentials as a modification of that of usual differentials. I proved that the module of Frobenius-Witt differentials on a regular scheme is locally free on the fiber of characteristic p . Using this result, I define a modification of the cotangent bundle on the fiber of characteristic p . Further, under a certain strong assumption on the sheaf, I proved the existence of the singular support. I completed two articles on these results and submitted to a journal.

B. 発表論文

1. T. Saito "Characteristic cycles and the conductor of direct image", Journal of the American Mathematical Society Article electronically published, 2020.
2. K. Kato, T. Saito "Coincidence of two Swan conductors of abelian characters", *Épjournal de Géométrie Algébrique*,

- epiga:5395, 11 novembre 2019, Volume 3
3. K. Kato, I. Leal, T. Saito “Refined Swan conductors mod p of one-dimensional Galois representations”, Nagoya Mathematical Journal 236 (2019), 134–182.
 4. T. Saito “Ramification groups of coverings and valuations”, Tunisian Journal of Mathematics Vol. 1, No. 3, 373-426, 2019
 5. T. Saito “On the proper push-forward of the characteristic cycle of a constructible sheaf”, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics Volume: 97; 2018; Algebraic Geometry: Salt Lake City 2015, Part 2, 485-494
 6. T. Saito, Y. Yatagawa “Wild ramification determines the characteristic cycle”, Annales Scientifiques de l’Ecole normale supérieure, 50, fascicule 4 (2017), 1065-1079.
 7. T. Saito “Characteristic cycle of the external product of constructible sheaves”, Manuscripta Mathematica, 154, Issue 1-2, 2017, pp 1-12.
 8. T. Saito “Wild ramification and the cotangent bundle”, Journal of Algebraic Geometry, 26 (2017), 399-473.
 9. T. Saito “The characteristic cycle and the singular support of a constructible sheaf”, Inventiones mathematicae, 207(2), (2017) 597-695,
 - ド) mercredi 22 janv. 2020, IHES. (フランス)
 3. Etale Cohomology and the Characteristic Cycle, September 6, 2019, BICMR, Pekin University. (中国)
 4. Ramification groups of a local field (with Ahmed Abbes and Kazuya Kato), September 5, 2019 CAS Beijing. (中国)
 5. CC, Wild Ramification and Irregular Singularities, Sep 25, 2019 at IMPAN in Warsaw, Poland. (ポーランド)
 6. Characteristic cycle of a constructible sheaf, Arithmetic Geometry in Carthage, Summer School, Tunisian Academy Beit al-Hikma, Carthage, Tunisia Thursday, June 20-21, 2019. (チュニジア)
 7. Characteristic cycle of constructible sheaves and restriction to curves. "Arithmétique et géométrie algébrique", une conférence en l’honneur d’ Ofer Gabber, à l’occasion de son soixantième anniversaire, à l’IHÉS, Vendredi 15 juin, 2018. (フランス) Cohomology of algebraic varieties CIRM October 19th, 2018. (フランス)
 8. Characteristic cycle of an étale sheaf and its functoriality, Purdue University, September 24-28, 2018. (アメリカ)
 9. Characteristic cycles and the conductor of direct image, Interactions between Representation Theory and Algebraic Geometry, the University of Chicago, August 22, 2017 (アメリカ), p 進コホモロジーと数論幾何学, 東京電機大学 11月16日, The Legacy of Carl Friedrich Gauss, Dec 18, 2017, TSIMF, Sanya, (中国). Motives in Tokyo on the occasion of Shuji Saito’s 60th Birthday March 26, 2018, Univ. of Tokyo.
 10. Characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf, 数学会総合分科会, 特別講演, 関西大学, 2016年9月17日, 東北大学代数セミナー 2017年1月26日, 第12回鹿児島代数・解析・幾何学セミナー 2017年2月

C. 口頭発表

1. Wild ramification and the cotangent bundle in mixed characteristic. Eighth Pacific Rim Conference, 7 August 2020, Online. (アメリカ) Colloquium at University of Minesota, Feb 18 2021, Online. (アメリカ)
2. Graded Quotients of Ramification Groups of a Local Field with Imperfect Residue Field, January 7, 2020, International conference on arithmetic geometry 2020, TIFR, Mumbai. (イン

13 日, JAMI 2017 Local zeta functions and the arithmetic of moduli spaces: A conference in memory of Jun-Ichi Igusa March 22-26, 2017 Johns Hopkins University (アメリカ), Fukuoka International Conference on Arithmetic Geometry in 2017 April 20, (日本). Workshop on arithmetic geometry at Tambara 2017 May 22, (日本). Algebraic Analysis in honor of Masaki Kashiwara's 70th birthday IHES, June 9 2017 (フランス). Algebraic Analysis and Representation Theory – In honor of Professor Masaki Kashiwara's 70th Birthday – RIMS June 28 (日本). Regulators in Niseko 2017, 2017 年 9 月 4 日. Tokyo-Lyon Satellite Conference in Number Theory, Univ. of Tokyo, February 21 (Wed), 2018. 第 34 回京都賞記念ワークショップ「基礎科学部門」2018 年 11 月 12 日(月)京大数理研 Arithmetic and Algebraic Geometry 2019 - in honour of Professor Tomohide Terasoma's 60th birthday - January 25 (Fri), 2019 東大数理, CAS Beijing, September 4, 2019 (中国)

D. 講義

1. 数理科学基礎+微積分学(通年): 微積分(教養学部前期課程講義)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 竹内 大智 (TAKEUCHI Daichi): On the epsilon factors of ℓ -adic sheaves on varieties.
2. (修士) 今井 湖都 (IMAI Koto): Ramification groups of some finite Galois extensions of maximal nilpotency class over local fields of positive characteristic.
3. (修士) 吉田 匠 (YOSHIDA Takumi) On the 2-part of Birch-Swinnerton-Dyer conjecture for elliptic curves with complex multiplication by the ring of integers of $\mathbb{Q}(\sqrt{-7})$.

F. 対外研究サービス

1. Journal of Algebraic Geometry, エディター
2. Documenta Mathematica, エディター
3. Japanese Journal of Mathematics, エディター

G. 受賞

日本数学会出版賞:『数学の現在』共編. 2019 年 3 月 18 日

齊藤 宣一 (SAITO Norikazu)

A. 研究概要

有限要素法, 有限体積法, 差分法による非線形偏微分方程式の数値解析, 特に, 方程式の解の持つ性質を再現する数値計算スキームの提案とその誤差解析, および, 誤差解析のための解析理論の構築を行っている. 今年度の主な成果は次の通り.

- 1) \mathbb{R}^n の球状領域で定義された半線形熱方程式の球対称解を計算するための新しい質量集中型の有限要素法を提案し, いろいろなノルムを用いて最適誤差評価を導出した. (中西徹との共同研究)
- 2) Coulomb ゲージの下での Maxwell 方程式の初期値境界値問題に対して, 有限要素外積解析に基づく有限要素スキームを構成し, その妥当性を検証した. (宮下大との共同研究)
- 3) 平均場ゲーム方程式の差分解法について研究した. 特に, Fokker-Plank 方程式に対して Baba-Tabata 型の上流近似を適用し, スキームの安定性について考察した. 関連して, 最適輸送問題に対する線形スキームについて考察した. (柏原崇人, 吉田広顕, 井上大輔の共同研究)

My current research theme is development of numerical schemes to solve PDEs using computers, in addition to verification of them and their feasibility. Discretization of PDEs using finite element, finite difference, and finite volume methods is the central concern of my research. Some associated themes are the stability of solutions (numerical and approximate) and analysis of the asymptotic dependence of

errors on discretization parameters.

1) We proposed new mass-lumping finite element schemes for solving spherically symmetric solutions of semilinear heat equations in an n dimensional ball. The schemes enjoy the positivity preserving property and optimal order error estimates in several norms are derived. (This is a joint work with T. Nakanishi.)

2) We applied the finite element exterior calculus (FEEC) to an initial-boundary value problem for the Maxwell equation under the Coulomb-gauge constraint condition. (This is a joint work with M. Miyashita.)

2) We studied the finite difference approximation for solving the mean-field game equation. In particular, we examined the stability of Baba-Tabata's upwind approximation applied to the Fokker-Planck part. We also studied a linear scheme for the optimal transport problem. (This is a joint work with T. Kashiwabara, H. Yoshida and D. Inoue.)

B. 発表論文

1. N. Saito, Y. Sugitani, and G. Zhou: "Unilateral problem for the Stokes equations: the well-posedness and finite element approximation", *Appl. Numer. Math.* **105** (2016) 124–147.
2. G. Zhou and N. Saito: "The Navier-Stokes equations under a unilateral boundary condition of Signorini's type", *J. Math. Fluid Mech.* **18** (2016) 481–510.
3. G. Zhou and N. Saito: "Finite volume methods for a Keller-Segel system: discrete energy, error estimates and numerical blow-up analysis", *Numer. Math.* **135** (2017) 265–311.
4. T. Kemmochi and N. Saito: "Discrete maximal regularity and the finite element method for parabolic equations", *Numer. Math.* **138** (2018) 905–937.
5. M. Miyashita and N. Saito: "Hybridized discontinuous Galerkin method for elliptic interface problems: error estimates

under low regularity assumptions of solutions", *J. Sci. Comput.* **76** (2018) 1657–1673.

6. N. Saito and Y. Sugitani: "Analysis of the immersed boundary method for a finite element Stokes problem", *Numer. Methods Partial Differential Equations* **35** (2019) 181–199.
7. Y. Ueda and N. Saito: "The inf-sup condition and error estimates of the Nitsche method for evolutionary diffusion-advection-reaction equations", *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* **26** (2019) 209–238.
8. Y. Ueda and N. Saito: "Stability and error estimates for the successive-projection technique with B-splines in time", *J. Comput. Appl. Math.*, **358** (2019) 266–278.
9. Y. Chiba and N. Saito: "Weak discrete maximum principle and L^∞ analysis of the DG method for the Poisson equation on a polygonal domain", *Jpn. J. Ind. Appl. Math.*, **36** (2019) 809–834.
10. T. Nakanishi and N. Saito: "Finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation", *Jpn. J. Ind. Appl. Math.*, **37** (2020) 165–191.

C. 口頭発表

1. Discrete maximal regularity and the finite element method for parabolic problems (invited lecture), CJK2016: The Sixth China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, August 22-26, 2016, NIMS, Daejeon, Korea
2. Penalty methods and the immersed boundary method, International Seminar on Applied Mathematics for Real-world Problems II, October 28-29, 2016, Research Institute for Electronic Science (RIES), Hokkaido University
3. Convergence of the immersed-boundary

- finite-element method for the Stokes problem (invited lecture), ECM 2017: International Conference on Engineering and Computational Mathematics, May 31-June 2, 2017, The Hong Kong Polytechnic University, Hong-Kong, China
4. Banach–Nečas–Babuška の定理と DG time-stepping 法, RIMS 共同研究 (公開型): 数値解析学の最前線—理論・方法・応用—, 2017 年 11 月 8 日–10 日, 京都大学数理解析研究所
 5. N. Saito, Variational analysis of the discontinuous Galerkin time-stepping method for parabolic equations, International Workshop on Numerical Methods for Partial Differential Equations, March 26–28, 2018, The Hong Kong Polytechnic University, Hong-Kong, China
 6. 数値解析の諸相, 数値解析セミナー, 2018 年 5 月 8 日, 東京大学大学院数理科学研究科
 7. Variational analysis of the DG time-stepping method for parabolic equations, CJK2018: The Seventh China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, August 20–25, 2018, Shiinoki Cultural Complex, Kanazawa, Japan
 8. Variational analysis of the DG time-stepping method for parabolic equations, The Japan-Taiwan Joint Workshop on Numerical Analysis and Scientific Computation, November 24–26, 2018, National Taiwan University, Taipei, Taiwan
 9. Outlet boundary conditions for the Navier–Stokes equations, MS21: New Mathematical Tools for Clinical Medicine, The 6th International Conference on Computational and Mathematical Biomedical Engineering, June 10–12, 2019, Tohoku University, Sendai, Japan
 10. Outlet boundary conditions for the Navier–Stokes equations, Mathematics and Computation for Clinical Problems: I, II and III, ICIAM 2019: The 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 15–19 July 2019, Valencia, Spain
- D. 講義
1. 計算数理 I・計算数理: 数値解析の入門講義. 連立一次方程式・非線形方程式の解法, 数値積分, 常微分方程式の初期値問題, 共役勾配法. (理学部・教養学部 3 年生向け講義. 数理分類番号:353)
 2. 計算数理演習: 計算数理 I・計算数理の内容に沿った計算実習. (理学部・教養学部 3 年生向け講義. 数理分類番号:451)
 3. 数理科学演習 II (統合自然科学科 4 年) 偏微分方程式の数値解析
 4. 卒業研究 (統合自然科学科 4 年) 変数係数偏微分方程式の有限要素近似
- E. 修士・博士論文
1. (課程博士) 中西 徹 (NAKANISHI Toru): Finite element analysis for radially symmetric solutions of nonlinear heat equations
- F. 対外研究サービス
1. 東京大学国際卓越大学院・数物フロンティア国際卓越大学院 (WINGS-FMSP) プログラムコーディネーター
 2. 東京大学大学院数理科学研究科 附属数理科学連携基盤センター センター長
 3. Journal of Scientific Computing 編集委員
 4. Numerische Mathematik 編集委員
 5. International Journal of Computer Mathematics 編集委員
 6. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics 編集委員
 7. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo 編集委員
 8. JSIAM Letters 編集委員
 9. 日本数学会 社会連携協議会委員
 10. 日本数学会 異分野・異業種研究交流会

(2020年10月31日) 実行委員

11. 日本応用数学会 理事, 代表会員
12. 日本応用数学会「科学技術計算と数値解析」研究部会 幹事
13. 日本応用数学会 2020年度年会 (2020年9月8–10日) 実行委員
14. 日本応用数学会 2020年度研究部会連合発表会 (2021年3月4–5日) 実行委員
15. 日本応用数学会三部会連携「応用数理解セミナー」の開催 (2020年12月23日, オンライン)
16. 地方独立行政法人 神奈川県立産業技術総合研究所 (KISTEC) の講座講座『研究者, 技術者のための応用数学【オンライン】～科学, 工学に活かす数理的思考』第1回「差分法の理論1: 境界値問題の数論と差分法」, 第2回「差分法の理論2: 熱方程式の数論と差分法」, 第3回「差分法の理論3: 安定性と収束性」, 第4回「差分法の理論4: 有限体積法, 有限要素法と差分法」(2020年10月21–23日)

志甫 淳 (SHIHO Atsushi)

A. 研究概要

(1) 標数0の対数的代数多様体のある種の切断付き射の相対的副冪単ドラム基本群の様々な定義の一致を証明し, Andreatta-Iovita-Kimによる双曲的曲線の p 進良還元判定条件の証明における超越的部分に純代数的証明を与えた論文を改稿し, それが受理された. (B. Chiarellotto氏, V. Di Proietto氏との共同研究.)

(2) 標数 $p > 0$ の完全体 k 上の代数多様体に対して, 滑らかかつ良いコンパクト化が可能な場合は対数的クリスタリンコホモロジーと一致し, 有理的にリジッドコホモロジーと一致し, かつ有限生成 $W(k)$ 加群となるような良い整 p 進コホモロジー理論が存在するかという問題について引き続き考えた. 今年度は, 特異点解消についてのある強い仮定の下で, そのようなコホモロジー理論が存在することを証明した. 昨年度までの結果と合わせて論文を執筆中である. (V. Ertl氏, J. Sprang氏との共同研究.)

(1) We revised the article in which we proved the coincidence of several definitions of relatively pro-unipotent de Rham fundamental groups of certain morphisms with sections of log algebraic varieties of characteristic 0 and in which we gave a purely algebraic proof of the transcendental part of the proof of p -adic good reduction criterion of hyperbolic curves by Andreatta-Iovita-Kim. It was accepted for publication. (Joint work with B. Chiarellotto and V. Di Proietto.)

(2) We continued to consider the existence problem of good integral p -adic cohomology theory for algebraic varieties which coincides with log crystalline cohomology when it is smooth and has a nice compactification, which coincides rationally with rigid cohomology and which is finitely generated over $W(k)$. In this academic year, we proved the existence of such a cohomology theory under a certain strong assumption on resolution of singularities. We are writing an article on this result, together with a result obtained in previous academic years. (Joint work with V. Ertl and J. Sprang.)

B. 発表論文

1. B. Chiarellotto, V. Di Proietto and A. Shiho: “Comparison of relatively unipotent log de Rham fundamental groups”, arXiv:1903.03361v2 (120 pages), to appear in *Memoirs of the Amer. Math. Soc.*
2. V. Ertl and A. Shiho: “On infiniteness of integral overconvergent de Rham-Witt cohomology modulo torsion”, *Tohoku Math. J.* **72**(2020), 395–410.
3. H. Esnault and A. Shiho: “Chern classes of crystals”, *Trans. Amer. Math. Soc.* **371**(2019), 1333–1358.
4. K. Hirayama and A. Shiho: “On comparison between relative log de Rham-Witt cohomology and relative log crystalline cohomology”, arXiv:1803.09245. (54 pages)

5. H. Esnault and A. Shiho: "Convergent isocrystals on simply connected varieties", *Ann. Inst. Fourier*, **68** (2018), 2109–2148.
6. V. Di Proietto and A. Shiho: "On the homotopy exact sequence for log algebraic fundamental groups", *Doc. Math.* **23**(2018), 543–597
7. K. S. Kedlaya and A. Shiho: "Corrigendum: Local and global structure of connections on nonarchimedean curves", *Compositio Math.* **153**(2017) 2658–2665.
8. 志甫 淳, 「層とホモロジー代数」, 共立講座 数学の魅力 5, 共立出版, 2016.
9. H. Esnault and A. Shiho: "Convergent isocrystals on simply connected varieties (a part of the Simons semester program 'Varieties: Arithmetic and Transformations')", *IMPAN Warsaw*(ポーランド), 2018年11月12日.
7. On de Jong conjecture, *Arithmetic Geometry: l -adic and p -adic aspects*, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018年9月11日.
8. On relative log de Rham-Witt complex, *Arithmetic and Algebraic Geometry – A conference in honor of Ofer Gabber on the occasion of his 60th birthday*, *IHES*(フランス), 2018年6月13日.
9. Remarks on p -adic Fuchs theorem and p -adic local monodromy theorem, *代数セミナー*, 東北大学, 2018年3月22日.
10. Comparison of relatively unipotent log de Rham fundamental groups, *p 進コホモロジーと数論幾何学 2*, 東京電機大学, 2017年11月16日.

C. 口頭発表

1. On integral p -adic cohomology, *Algebraic geometry and arithmetic geometry conference 2019*, University of Science and Technology of China(中国), 2019年12月17日.
2. On integral p -adic cohomology, *Over and around sites in characteristic p , in honor of Bernard Le Stum*, *Università degli Studi di Padova*(イタリア), 2019年9月18日.
3. On the finiteness problem of integral overconvergent de Rham-Witt cohomology modulo torsion, *Workshop on arithmetic geometry Tokyo-Princeton at Komaba*, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019年3月19日.
4. On relative log de Rham-Witt complex, *Arithmetic Geometry and de Rham Theory*, *VAST*(ベトナム), 2018年12月4日.
5. On de Jong conjecture, F -isocrystals and families of algebraic varieties (a part of the Simons semester program 'Varieties: Arithmetic and Transformations'), *IMPAN Warsaw*(ポーランド), 2018年11月13日.
6. Overconvergence and examples, F -isocrystals and families of algebraic vari-

D. 講義

1. 代数学 III: 体論, ガロア理論について講義した. (3年生向け講義)
2. 数学 II: 文科の学生向けに, 行列, 連立1次方程式, 行列式について講義した. (教養学部前期課程講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 李 公彦 (LI Kimihiko): *Prismatic and q -crystalline sites of higher level*

F. 対外研究サービス

1. *Journal of the Mathematical Society of Japan* 編集委員
2. 研究会「代数的整数論とその周辺」(京大数理解析研究所) 運営委員会委員

G. 受賞

第13回(平成28年度)日本学術振興会賞

高木 俊輔 (TAKAGI Shunsuke)

A. 研究概要

今年度は F 特異点の変形問題について研究した。特に佐藤謙太 (九州大学) との共同研究において、以下の 2 つの結果を得た。

(1) X を \mathbb{Q} 上定義された \mathbb{Q} -Gorenstein 正規多様体とする。整数 n を上手く選ぶと、正規スキーム \mathcal{X} からの平坦射 $\mathcal{X} \rightarrow B := \text{Spec } \mathbb{Z}[1/n]$ で、生成ファイバー \mathcal{X}_η が X と同型になるものがとれる。Ma-Schwede は、 \mathcal{X} が \mathbb{Q} -Gorenstein であるとき、ある閉点 $p \in B$ 上のファイバー \mathcal{X}_p が F 正則ならば、 X は高々対数端末特異点しか持たないことを証明した。この結果の類似として我々は、 \mathcal{X} が \mathbb{Q} -Gorenstein であるとき、ある閉点 $p \in B$ 上のファイバー \mathcal{X}_p が正規かつ F 純ならば、 X は高々対数標準特異点しか持たないことを証明した。さらに Ma-Schwede の結果を、 \mathcal{X} が \mathbb{Q} -Gorenstein とは限らない場合に一般化した。

(2) R を剰余体が完全体であるような等標数の離散付置環とし、 $\mathcal{X} \rightarrow B := \text{Spec } R$ を固有平坦射とする。Esnault-Viehweg は標数 0 の場合に、閉ファイバー \mathcal{X}_0 が 2 次元対数端末的ならば、生成ファイバー \mathcal{X}_η も対数端末的であることを証明した。この結果の正標数における類似として我々は、閉ファイバー \mathcal{X}_0 が 2 次元 F 正則ならば、幾何学的生成ファイバー \mathcal{X}_η も F 正則であることを証明した。

上記 2 つの結果を用いて、孤立線型簡約商特異点の変形に関する Liedtke-Martin-Matsumoto の予想を肯定的に解決した。

This year I have worked on deformation problems of F -singularities. In particular, in joint work with Kenta Sato (Kyushu University), we prove the following two results.

(1) Let X be a \mathbb{Q} -Gorenstein normal variety over \mathbb{Q} . We can pick an integer $n \geq 1$ and a flat morphism $\mathcal{X} \rightarrow B := \text{Spec } \mathbb{Z}[1/n]$ from a normal scheme \mathcal{X} whose generic fiber \mathcal{X}_η is isomorphic to X . Ma-Schwede proved, under the assumption that \mathcal{X} is \mathbb{Q} -Gorenstein, that X has only log terminal singularities if the closed fiber \mathcal{X}_p is F -regular for a single $p \in B$. As an analog of their result, we prove, under the same

assumption on \mathcal{X} , that X has only log canonical singularities if the closed fiber \mathcal{X}_p is normal and F -pure for a single $p \in B$. In addition, we generalize the result of Ma-Schwede to the case where \mathcal{X} is not necessarily \mathbb{Q} -Gorenstein.

(2) Let R be a DVR of equal characteristic with perfect residue field k and $\mathcal{X} \rightarrow B$ be a proper flat morphism. When k is of characteristic zero, Esnault-Viehweg proved that if the closed fiber \mathcal{X}_0 is two-dimensional log terminal, then so is the generic fiber \mathcal{X}_η . As a characteristic $p > 0$ analog of their result, we prove that if the closed fiber \mathcal{X}_0 is two-dimensional F -regular, then so is the geometric generic fiber \mathcal{X}_η .

As an application of the above two results, we give an affirmative answer to a conjecture of Liedtke-Martin-Matsumoto on deformations of isolated linearly reductive quotient singularities.

B. 発表論文

1. K. Sato and S. Takagi : “Arithmetic and geometric deformations of F -pure and F -regular singularities”, arXiv:2103.03721.
2. K. Sato and S. Takagi : “Weak Akizuki-Nakano vanishing theorem for globally F -split 3-folds”, arXiv:1912.12074.
3. S. Takagi : “Finitistic test ideals on numerically \mathbb{Q} -Gorenstein varieties”, J. Algebra **571** (2021), 266–279.
4. K. Sato and S. Takagi : “General hyperplane sections of threefolds in positive characteristic”, J. Inst. Math. Jussieu. **19** (2020), no. 2, 647–661.
5. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally F -regular varieties”, Eur. J. Math. **5** (2019), 872–880.
6. B. Bhatt and K. Schwede and S. Takagi : “The weak ordinarity conjecture and F -singularities”, Higher dimensional algebraic geometry, 11–39, Adv. Stud. Pure Math., 74, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.

7. A. Singh, S. Takagi and M. Varbaro : “A Gorenstein criterion for strongly F -regular and log terminal singularities”, Int. Math. Res. Not. IMRN **2017**, no.21, 6484–6522.
8. V. Srinivas and S. Takagi : “Nilpotence of Frobenius action and the Hodge filtration on local cohomology”, Adv. Math. **305**, (2017), 456–478.
9. H. Dao and S. Takagi : “On the relationship between depth and cohomological dimension”, Compos. Math. **152** (2016), no.4, 876–888.
10. Y. Gongyo and S. Takagi : “Surfaces of globally F -regular and F -split type”, Math. Ann. **364** (2016), 841–855.

C. 口頭発表

1. On vanishing theorems for Frobenius split varieties in positive characteristic, Joint Tokyo/Kyoto Algebraic Geometry Seminar, オンライン, 2020 年 6 月.
2. F -singularities and singularities in birational geometry I, II, IIT Bombay Virtual Commutative Algebra Seminar, オンライン, 2020 年 9 月.
3. Arithmetic deformations of F -singularities, MSRI Fellowship of the Ring, National Seminar, オンライン, 2021 年 1 月.
4. Arithmetic deformations of F -pure singularities, OIST Workshop "Quantum Math, Singularities and Applications", オンライン, 2021 年 2 月.
5. Deformations of F -pure and F -regular singularities, Zoom Algebraic Geometry Seminar, オンライン, 2021 年 3 月.

D. 講義

1. 代数学 XH・数物先端科学 II : 可換環論の最新の結果を解説した。3次元完全交叉局所環の局所 Picard 群に関する Gabber の予想が Česnavičius–Scholze によって肯定的に解決されたが、本講義では Dao に

よる超曲面の場合の簡単な証明を紹介した。次に、正標数の特異点の因子類群に関する Hochster の疑問をとりあげ、Polstra や Carvajal-Rojas–Stäbler による部分的な結果を紹介した。最後に、正則環のイデアルの記号冪の増大度に関する問題について解説した。等標数の場合は 15 年以上前に解かれていたが、Ma–Schwede はパーフェクトイド空間論を用いることで、混標数の場合にも同様の主張が成り立つことを証明した。等標数の場合の証明を説明した後、Ma–Schwede の証明のアイデアの概説した。(数理大学院・4年生共通講義)

2. 代数学 XC (本郷) : 有限群の表現論の基礎事項について講義し、McKay 対応の紹介を行った。(理学部 3 年生向け講義)
3. 線型代数学 II : 線型代数学の基礎事項について講義した。(教養学部前期課程講義)
4. 線型代数学演習 : 「線型代数学 II」に関する演習を行なった。(教養学部前期課程講義)
5. 数理代数学 : 群論及び有限群の表現論の基礎事項について講義した。(教養学部統合自然科学科)
6. 数理代数学演習 : 「数理代数学」に関する演習を行なった。(教養学部統合自然科学科)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 山口 樹 (YAMAGUCHI Tatsuki): A characterization of multiplier ideals via ultraproducts.

F. 対外研究サービス

1. Algebra & Number Theory 編集委員.
2. Journal of the Korean Mathematical Society 編集委員.
3. 日本数学会代数学分科会 運営委員.
4. 岩波書店「数学叢書」編集顧問.
5. 文部科学省 科学技術・学術政策研究所 科学技術動向研究センター 専門調査員.
6. 東京可換環論セミナー 世話人.

G. 受賞

1. 2019 年度日本数学会代数学賞, 受賞題目

「標数 0 の特異点と F 特異点」.

2. 平成 29 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞, 業績題目「正標数の手法を用いた双有理幾何学に現れる特異点の研究」.

辻 雄 (TSUJI Takeshi)

A. 研究概要

p 進 Hodge 理論, p 進コホモロジー論およびそれらの応用について研究している. 昨年度までの Matthew Morrow 氏との共同研究で構築した, Bhatt-Morrow-Scholze による整 p 進 Hodge 理論の新しい枠組みでの係数理論: 相対 Breuil-Kisin-Fargues の論文を 2020 年度の秋に完成させた. 整局所 p 進 Simpson 対応では small 整一般化表現と small 整 Higgs 束が対応する. 上記 Morrow 氏との共同研究の中で, 2018 年度に, 前者のガロア・コホモロジーに BMS の整 p 進 Hodge 理論で導入された「ずらし操作」を施すと, 整構造を保つ自然なコホモロジー比較同型があることが証明されていた. この同型の大域化は一般には存在せず, その障害の解明が課題となっていた. 2020 年度は, 素数 p に比べ小さい次数をもつコホモロジーについては, Higgs 場のある種 p 進収束性の仮定のもと, 大域的な比較同型が成り立つことを証明した. に Laurent Berger 氏との Lubin-Tate (φ, Γ) 加群の岩澤共同研究において, 2018 年度に, Hodge filtration の長さが p より小さい F 解析的 crystalline 表現の多変数明示的相互法則の形式群の局所モジュライ空間を用いた定式化 (予想) が得られていた. この定式化で用いた岩澤加群 (φ, Γ) 加群による記述 (Schneider-Venjakob) が, ある種の双対を用いる間接的な方法で得られている点, 予想の証明の障害となっていた. 2020 年度は, この記述の直接的別構成を得た. (φ, Γ) 加群, Wach 加群の局所モジュライへの持ち上げとの相性もよく, この新しい構成法を用いた予想の証明が今後の課題である.

Takeshi Tsuji is working on p -adic Hodge theory, p -adic cohomology, and their applications. He completed a paper on the joint work with

Matthew Morrow on a theory of coefficients: relative Breuil-Kisin-Fargues modules in the new framework of integral p -adic Hodge theory recently introduced by Bhatt-Morrow-Scholze. The integral local p -adic Simpson correspondence asserts the correspondence between small generalized integral representations and small integral Higgs bundles. In the joint research with Morrow mentioned above, Takeshi Tsuji proved that there exists a natural comparison isomorphism between the cohomology groups of these two objects after the operation “d ecalage” (introduced by BMS) applied to the Galois cohomology of a generalized representation. It is known that such an isomorphism does not exist globally in general, whose obstruction has been the next problem to study. In 2020, he proved that the isomorphism exists when the degree of the cohomology is small relative to p under a certain assumption on p -adic convergence of Higgs fields. In the joint study with Laurent Berger in 2018 on Iwasawa theory of Lubin-Tate (φ, Γ) -modules, Takeshi Tsuji formulated a multivariable explicit reciprocity laws (as a conjecture) for F -analytic crystalline representations with length of Hodge filtration smaller than p by using the local module of the Lubin-Tate formal group. It relies on the description of Iwasawa modules in terms of (φ, Γ) -modules by Schneider-Venjakob, and one of the main obstructions to prove the conjectural formula has been the fact that the description is constructed in an indirect way via certain dualities. In 2020, he obtained a new direct construction of the description, and the method is suitable for the liftings of (φ, Γ) -modules and Wach-modules to the local moduli. He plan to study the conjecture by using the new construction.

B. 発表論文

1. T. Tsuji, *Crystalline Z_p -representations and A_{inf} -representations with Frobenius*, the proceedings of Simons symposium:

- p -adic Hodge theory 2017, Springer 2020, 161–319.
2. T. Tsuji, *Notes on the local p -adic Simpson correspondence*, Math. Ann. **371** (2018), 795–881.
 3. T. Tsuji, *Saturated morphisms of logarithmic schemes*, Tunisian Journal of Mathematics **1** (2019), 185–220.
 4. A. Abbes, M. Gros and T. Tsuji, *The p -adic Simpson Correspondence*. Annals of Mathematics Studies **193**, Princeton University Press, 616pp., 2016 February.
 8. The relative Fontaine-Laffaille theory and A_{inf} representations with Frobenius. Simons Symposium on p -adic Hodge Theory, Schloss Elmau, Germany, 2017 年 5 月
 9. p 進 Simpson 対応, 日本数学会 2017 年度年会, 企画特別講演, 首都大学東京, 2017 年 3 月
 10. Notes on the local p -adic Simpson correspondence, Séminaire de Géométrie Arithmétique Paris-Pékin-Tokyo, Institut des Hautes Études Scientifiques (IHES), France, 2016 年 3 月

C. 口頭発表

1. Coefficients in integral p -adic Hodge theory via generalized A_{inf} -representations, p -adic cohomology and arithmetic geometry 2019, 東北大学, 2019 年 11 月
2. Coefficients in integral p -adic Hodge theory, Arithmetic Geometry in Carthage, Tunis, Tunisia, 2019 年 6 月
3. Coefficients in Integral p -adic Hodge Theory via Generalized A_{inf} -representations and q -connections, Simons symposium: p -adic Hodge theory (2019), Elmau, Germany, 2019 年 4 月
4. (φ, Γ) -modules and formal moduli for Lubin-Tate formal groups, Workshop on arithmetic geometry, Tokyo-Princeton at Komaba, the University of Tokyo, 2019 年 3 月
5. p 進 Simpson 対応, 代数的整数論とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2018 年 11 月
6. Recent progress in integral p -adic Hodge theory. Tokyo-Lyon Conference in Mathematics, the University of Tokyo, 2018 年 2 月
7. The relative Fontaine-Laffaille theory and A_{inf} representations with Frobenius. Algebraic K -theory and arithmetic, Polish Academy of Sciences Conference Center, Będlewo, Poland, 2017 年 8 月

D. 講義

1. 数学 I. 文系向けの 1 変数関数の微積分学の講義. (教養学部前期課程講義, 文科, S)
2. 数理科学基礎. 微分積分学・線形代数学についての導入的講義. 微積を担当. 教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S1)
3. 数理科学基礎演習 数理科学基礎の演習. 微積を担当. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S1)
4. 微分積分学 1. 微分積分学の講義. テイラーの定理, テイラー展開, 多変数関数の微分などを扱った. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S2)
5. 数学基礎理論演習. 微分積分学 1・線形代数学 1 の演習. 微積を担当. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, S2)
6. 微分積分学 2. 微分積分学の講義. 多変数関数の極値 (ヘッセ行列), 重積分, 無限級数, 広義積分などを扱った. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, A)
7. 微分積分学演習 微分積分学 2 の演習. (教養学部前期課程講義, 理科 2, 3 類, A)
8. 代数学 XB・数理代数学概論 I. 代数的整数論の講義. イデアル類群の有限性, Dirichlet の単数定理, 素イデアルの分岐など. 類体論も紹介した. (数理大学院・4 年生共通講義)

F. 対外研究サービス

1. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, エディター
2. Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, エディター

時弘 哲治 (TOKIHIRO Tetsuji)

A. 研究概要

近年, 血管内皮細胞は, 血管新生時に, 細胞が互いに追い付き追い越される「セル混合」と呼ばれる特異なふるまいを行い, 網を形成することが明らかになってきた. そのための数理モデルとして, これまで楕円粒子による反位相振動子モデルを提案し, このモデルが, 2次元系で観測された2細胞動態, 多細胞動態, 遺伝子 KO 細胞の動態を定性的に説明できることを示してきた. 本年はこのモデルを3次元に拡張し, 2次元同様に3次元的な血管構造が生成されることを示した. また, 血管新生が生じた後に管腔構造が形成される機構についての数理モデルを新たに構成した. さらに, 定性的に血管の伸長と分岐を表現する連立の常微分方程式モデルを再構成し, 厳密解を用いて, 血管の結合と分岐により生じるフラクタル的なパターンについて解析を行った.

In recent years, it has become clear that vascular endothelial cells behave in a peculiar manner called "cell mixing," in which cells follow and overtake each other during angiogenesis to form a blood vessel network. As a mathematical model for this, we have proposed an anti-phase oscillator model with elliptic particles, and have shown that this model can qualitatively explain the two-cell dynamics, multicell dynamics, and gene KO cell dynamics observed in two-dimensional in vitro systems.

This year, we extended this model to three dimensions and showed that three-dimensional vascular structures are generated as well as two-dimensional ones. We also developed a new mathematical model for the mechanism of lumen formation after angiogenesis. In ad-

dition, we reconstructed a simultaneous ordinary differential equation model that qualitatively represents the elongation and bifurcation of blood vessels, and analyzed the fractal patterns caused by the union and bifurcation of blood vessels using the exact solutions.

B. 発表論文

1. Kohei Higashi, Junkichi Satsuma and Tetsuji Tokihiro, "Rule 184 fuzzy cellular automaton as a mathematical model for traffic flow", Japan J. Indust. Appl. Math. (2021); published online Feb. 15, 2001; <https://doi.org/10.1007/s13160-021-00461-3>
2. Yuri Kominami, Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro and Hideki Ushio, "A Novel Analysis of the Peptide Terminome Characterizes Dynamics of Proteolytic Regulation in Vertebrate Skeletal Muscle Under Severe Stress" *Proteomes* 2019, 7(1), 6.
3. Naoko Takubo, Fumitaka Yura, Kazuaki Naemura, Ryo Yoshida, Terumasa Tokunaga, Tetsuji Tokihiro and Hiroki Kurihara, "Cohesive and anisotropic vascular endothelial cell motility driving angiogenic morphogenesis" *Scientific Reports* volume 9, Article number: 9304 (2019).
4. Masataka Kanki, Takafumi Mase and Tetsuji Tokihiro, "On the Coprimeness Property of Discrete Systems without the Irreducibility Condition", *SIGMA* 14 (2018), 065, 17 pages.
5. Ryo Kamiya, Masataka Kanki, Takafumi Mase, and Tetsuji Tokihiro, "A two-dimensional lattice equation as an extension of the Heideman-Hogan recurrence", *J. Phys. A: Math. Theor.* **51**, 125203 (2018) (16pages).
6. Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro, Hiroki Kurihara, Fumimasa Nomura and Kenji Yasuda, "Integrate and fire model with refractory period for synchroniza-

tion of two cardiomyocytes”, J. Theor. Biol., **437**, pp.141–148 (2018).

7. Tatsuya Hayashi, Tetsuji Tokihiro, Hiroki Kurihara and Kenji Yasuda: “Community effect of cardiomyocytes in beating rhythms is determined by stable cells”, Scientific Reports **7**, 15450 (2017).
8. Ryo Kamiya, Masataka Kanki, Takafumi Mase, and Tetsuji Tokihiro: “Coprimeness-preserving non-integrable extension to the two-dimensional discrete Toda lattice equation”, Journal of Mathematical Physics **58**, 012702 (2017).
9. K. Matsuya, F. Yura, J. Mada, H. Kurihara, T. Tokihiro, “A Discrete Mathematical Model for Angiogenesis”, SIAM Journal on Applied Mathematics, Volume 76 (2016) 2123-2417.
10. Masataka Kanki, Takafumi Mase and Tetsuji Tokihiro, “Singularity confinement and chaos in two-dimensional discrete systems”, J. Phys. A: Math. Theor. **49** 23LT01 (9pp) (2016).

C. 口頭発表

1. “Mathematical model for the dynamics of endothelial cells in angiogenesis”, The 38th JSST Annual International Conference on Simulation Technology, New Well City Miyazaki(Miyazaki, Japan), November 5-7 (2019).
2. “血管新生の数理モデル”, 非線形波動研究の多様性, 九大応用力学研究所, 2019年, 10月31日
3. “AIMaP 研究集会から異分野融合共同研究へ”, 数学パワーが世界を変える 2019, 東京ガーデンパレス, 2019年, 3月10日.
4. “液晶における転位と準周期性”, 結晶転位の先進数理解析, 九州大学, 2018年9月10日.
5. “Co-primeness preserving extensions of discrete integrable equations”, The 12th AIMS Conference on Dynamical Sys-

tems, Differential Equations and Applications, Taipei (Taiwan), July 5 - 9 (2018).

6. “On quasi-integrable extension of 2D Toda equation”, The 3rd China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems, Shaanxi Normal University, Xi’an (China), August 19-22 (2016).

D. 講義

1. 現象数理 II・非線形数理：セルオートマトンの数理モデルへの応用について説明した。(数理大学院・4年生共通講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 猪俣 海成 (INOMATA Kaisei): B型 KP 階層に由来する半離散可積分方程式について
2. (修士) 東 康平 (HIGASHI Kohei): Fuzzy cellular automaton models for traffic flow (交通流のファジーセルオートマトンモデル)

F. 対外研究サービス

1. 日本応用数理学会 理事.
2. Journal of Physical Society of Japan, editor.
3. Discrete Dynamics in Nature and Society, editor.

平地 健吾 (HIRACHI Kengo)

A. 研究概要

強擬凸領域とその境界の CR 構造を放物型幾何学の視点から研究している。本年度は CR 構造のスライス定理の証明を進めた。解析的な側面では変形複体のラプラシアンに対する準楕円型評価の証明が主要な成果である。ここに現れる4階のラプラシアンの定義には任意性があり、良い選択により非常に簡単に評価式が導かれることが分かった。スライス定理の応用として CR 球面の剛性定理があり、それも含めて論文を執筆している。

I have been working on the geometry of strictly pseudoconvex domains and CR structures on their boundaries from the point of view of Parabolic Geometry. This year, I continued the project of the slice theorem for CR structures on the sphere. On the analysis side, the main result is the subelliptic estimate for the Laplacian for the deformation complex of the CR structures. The definition of the 4th order Laplacian in this context has freedom in the definition. It turned out that, with a good choice of the Laplacian, one can get the estimate quite naturally. The slice theorem has an application to the rigidity theorem of the CR sphere and I am writing a paper which also include it.

B. 発表論文

1. S. Alexakis and K. Hirachi: Integral Kähler Invariants and the Bergman kernel asymptotics for line bundles, *Adv. Math.* 308 (2017), 348–403
2. K. Hirachi, T. Marugame, Y. Matsumoto: Variation of total Q -prime curvature on CR manifolds, *Adv. Math.* 306 (2017), 1333–1376

C. 口頭発表

1. Slice theorem for CR structures on the sphere and its applications, *Complex Analysis and Geometry - XXIII (Italy)*, June 2017, The 12th Korean Conference on Several Complex Variables (Korea), July 2017 and International Conference on Symmetry and Geometric Structures, Banach center (Poland), November 2017
2. Log term of the Bergman kernel and the deformation complex for CR structures, *Math department colloquium, Princeton Univ. (USA)*, September 2017 and *Taipei Conference on Geometric Invariance and Partial Differential Equations (Taiwan)*, January 2018
3. Q and Q -prime curvature in confor-

mal and CR geometry (3 lectures); *Integral invariants on CR manifolds (50 min talk)*, JAMI, Johns Hopkins Univ. (USA), March 2018

4. Relative fundamental solution to the CR invariant powers of sub-Laplacian and the deformation complex of CR structures, *Taipei Conference on Geometric Invariance and Partial Differential Equations*, Institute of Mathematics, Academia Sinica (Taiwan), January 2019
5. Global invariants of strictly pseudoconvex domains, *Mathematics Colloquium, UCSD (USA)*, February 2019
6. Invariant theory for the Szegő kernel, *Progress in Several Complex Variables*, Korea Institute for Advanced Study Seoul, (Korea), October 2019
7. The Monge-Ampère equations, the Bergman kernel, and geometry of pseudoconvex domains (5 lectures), *Cauchy-Riemann Equations in Higher Dimensions*, ICTS Bangalore (India), July–August 2019
8. Local and global invariants of CR geometry, *The 6th Workshop "Complex Geometry and Lie Groups"*, online, February 2021

D. 講義

1. 複素解析学 I, 同演習: 1 変数函数論の入門 講義および演習 (数学科 2 年生)
2. 常微分方程式: 常微分方程式入門 (前期課程 2 年)

E. 修士・博士論文

1. (論文博士) 北岡 旦 (KITAOKA Akira): Ray-Singer torsion and the Laplacians of the Rumin complex on lens spaces
2. (修士) 葛見 聡 (KATSUMI Satoshi): The normal form of pseudo-Einstein structure

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 JMSJ 編集委員
2. 日本数学会 教育委員会委員
3. Nagoya Journal of Mathematics 編集委員
4. Complex Analysis and its Synergies 編集委員
5. 多変数関数論葉山シンポジウム 組織委員

山本 昌宏 (YAMAMOTO Masahiro)

A. 研究概要

私の研究領域は数理解科学における逆問題である。特に、過剰決定なデータから発展方程式の係数や非斉次項のようなパラメータ、さらに方程式が成り立っている領域形状を決定するという逆問題の研究に従事している。これらの問題はコンピュータ断層撮影法などのように実用上の見地から重要な問題であり、その数学解析が大いに要求されているにも関わらず、そのような逆問題がたまたまアダマールの意味で適切でないために、その数学的研究は十分ではない。私の主な興味は偏微分方程式に対する逆問題において適切性の構造を求め、それらの結果を数値解析と関連付けることである。最近是非整数階拡散方程式の順問題と逆問題の包括的な研究にとりくみ、初期値・境界値問題の基礎理論の構築を行い、成果の一端を専門書として出版した（次の B 項の [6]）。

1. 2020 年度は査読付きの論文を 18 編を出版した (B 項の [1]-[18])。非整数階拡散方程式の時間逆向き問題の安定性を解明し、時間微分の係数が 1 または 2 の場合である熱方程式、波動方程式と大きく異なることを示した ([7], [10])。また、カーレマン評価による偏微分方程式の逆問題の安定性を示す方法を単純化し ([8])、既にいくつかの論文でそのような単純化された手法を適用して、見通しよく逆問題の安定性・一意性を導いた ([5])。また環境問題に関連した数理解析 [12]、粘弾性体の逆問題の数学解析に一定の決着をつけた論文 [16] も出版した。その他にはカーレマン評価による係数決定逆問題の一意性と条件付き安定性に関する研究成果、不均質媒質における異常拡散を記述する非整数階拡散方程式に対する初期値・境界値問題などの数学解析、ならびに

Dirichlet-to-Neumann 写像によるリーマン計量決定逆問題の一意性などの成果がある。

2. 産業界など現実の課題解決のために数学を応用することに従事している。数学はそれ自体で完結した理論体系であるだけでなく、抽象性と一般性ゆえに現実の問題の解決に大きな力を発揮できる。またそのような応用によって数学自体の発展につながることも期待できる。産学連携の活動を 2011 年度以降、継続して行っている。2020 年度はコロナ禍でそのような活動は制限を受けたが、オンラインで以下のように産業界ならびに工学分野からの課題解決のためのスタディグループ・ワークショップを組織した：

<http://fmisp.ms.u-tokyo.ac.jp/FMSP201214.pdf>

機械学習モデルの精度向上、資産運用に関して資産価値の急激な下落の解析などの課題、シャフトの計測アルゴリズムの確立などの課題が企業や独立行政法人から提示され、院生を中心とした参加者により解決が図られた。また企業との個別の共同研究も行っている。

なお、ルーマニア科学者アカデミー名誉会員に続き、2020 年 3 月にイタリア、メッシナにある Accademia Peloritana dei Pericolanti (1729 年創立) の外国人会員に選出された。

My research field is inverse problems in mathematical sciences. In particular, I am studying determination of parameters such as coefficients, nonhomogeneous terms in evolution equations and determination of shapes of domains from overdetermining data. Recently I have started to study fractional diffusion equations comprehensively. I publish a part of such a theory in [6] (in the next item B).

1. I published 18 refereed journal articles in the fiscal year 2020 ([1]-[18] in section B). In [7], [10] I proved the stability for problems backward in time for fractal diffusion equations, which is very different from the heat equation and the wave equation whose orders of the time derivatives are one and two respectively. In [8], I simplified the method for proving the stability for inverse problems for partial differen-

tial equations by Carleman estimates ([8]), and such a method was well applied to obtain the stability and the uniqueness ([5]). Moreover I published a paper ([12]) on environmental problems, and a comprehensive work on inverse problems for viscoelasticity ([16]).

Other works cover mathematical analysis for inverse problems such as the uniqueness and the conditional stability for inverse coefficient problems, forward problems such as initial-boundary value problems for fractional partial differential equations, the uniqueness in the inverse problems of determining Riemannian metrics by Dirichlet-to-Neumann map.

2. I have applied mathematics in order to solve problems in the real world such as industry. Mathematics is not only a system of theories but also is powerful machinery for solutions of practical problems, by its character of abstraction and generalization. Moreover by applications, one expects more development of mathematics itself. In 2019 I continued activities of the mathematics for industry. I am one of the main organizers of "Study Group Workshop for Solving Problems from Industry and Engineering". In spite of limitations by the corona disaster, the workshop was organized in December of 2020 within FMSP Graduate School Program and Cooperative Math. Program:

<http://finsp.ms.u-tokyo.ac.jp/FMSP201214.pdf>

Companies and an incorporated administrative agent proposed problems on machine learning, asset managements, measurements process for shafts, and the participants composed mainly of graduate students have worked towards practical solutions. Moreover I have continued joint research projects with companies.

In March 2021, I became a correspondence member of Accademia Peloritana dei Pericolanti (in Messina, Italy, founded in 1729) in addition to honorary member of Academy of Romanian Scientists.

B. 発表論文

すべて査読有り.

1. Kian, Yavar and Yamamoto, Masahiro, "Well-posedness for weak and strong solutions of non-homogeneous initial boundary value problems for fractional diffusion equations", *Fract. Calc. Appl. Anal.* **24** (2021) 168-201.
2. Choulli, Mourad; Hu, Guanghui; Yamamoto, Masahiro, "Stability estimate for a semilinear elliptic inverse problem", *NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl.* **28** (2021) no. 4, 37
3. Luchko, Y. and Yamamoto, M., "The general fractional derivative and related fractional differential equation", 20pp, in Special Issue of "Mathematics (ISSN 2227-7390)": "Fractional Integrals and Derivatives: "True" versus "False"", ed: Luchko, Y., <https://www.mdpi.com/2227-7390/8/12/2115/pdf>
4. Yamamoto, M., "On time fractional derivatives in fractional Sobolev spaces and applications to fractional ordinary differential equations", 21pp. in "Non-local and Fractional Operators". eds: Beghin, L., Mainardi, F. and Garrappa, R., SEMA SIMAI Springer Series, Springer-Verlag, Cham, Switzerland.
5. Yamamoto, M. and Kaltenbacher, B., "An inverse source problem related to acoustic nonlinearity parameter", 45 pp. in "Time-dependent Problems in Imaging and Parameter Identification". eds: Kaltenbacher, B., Schuster, T. and Wald, A. Springer-Verlag, Cham, Switzerland.
6. Kubica, Adam, Ryszewska, Katarzyna and Yamamoto, Masahiro, "Time-fractional differential equations. A theoretical introduction", Springer-Verlag, Singapore, 2020.
7. Florida, G. and Yamamoto, M. "Back-

- ward problems in time for fractional diffusion-wave equation", *Inverse Problems* **36** (2020), no. 12, 125016, 14 pp.
8. Huang, X.; Imanuvilov, O. Yu. and Yamamoto, M., "Stability for inverse source problems by Carleman estimates", *Inverse Problems* **36** (2020) 125006, 20 pp.
 9. Tiba, Dan; Yamamoto, Masahiro, "A parabolic shape optimization problem", *Ann. Acad. Rom. Sci. Ser. Math. Appl.* **12** (2020) 312-328.
 10. Florida, Giuseppe; Li, Zhiyuan; Yamamoto, Masahiro, "Well-posedness for the backward problems in time for general time-fractional diffusion equation", *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Lincei Mat. Appl.* **31** (2020) 593-610.
 11. Bellassoued, Mourad; Moufid, Chaima; Yamamoto, Masahiro, "A Carleman estimate for the linear magnetoelastic waves system and an inverse source problem in a bounded conductive medium", *Appl. Anal.* **99** (2020) 2428-2456.
 12. Chen, Yu; Cheng, Jin; Florida, Giuseppe; Wada, Youichiro, and Yamamoto, Masahiro, "Conditional stability for an inverse source problem and an application to the estimation of air dose rate of radioactive substances by drone data", *Math. Eng.* **2** (2020) 26-33.
 13. Li, Zhiyuan; Huang, Xinchí; Yamamoto, Masahiro, "A stability result for the determination of order in time-fractional diffusion equations", *J. Inverse Ill-Posed Probl.* **28** (2020) 379-388.
 14. Gölgeleyen, Fikret and Yamamoto, Masahiro, "Uniqueness of solution of an inverse source problem for ultrahyperbolic equations", *Inverse Problems* **36** (2020) 035008, 17 pp.
 15. Elschner, Johannes; Hu, Guanghui; Yamamoto, Masahiro, "Single logarithmic conditional stability in determining unknown boundaries", *Appl. Anal.* **99** (2020) 725-746.
 16. Imanuvilov, Oleg Yu. and Yamamoto, Masahiro, "Carleman estimate for linear viscoelasticity equations and an inverse source problem", *SIAM J. Math. Anal.* **52** (2020) 718-791.
 17. Cheng, Jin, Liu, Yi-kan, Wang, Yan-bo and Yamamoto, Masahiro, "Unique continuation property with partial information for two-dimensional anisotropic elasticity systems", *Acta Math. Appl. Sin. Engl. Ser.* **36** (2020) 3-17.
 18. Li, Zhiyuan, Huang, Xinchí and Yamamoto, Masahiro, "Initial-boundary value problems for multi-term time-fractional diffusion equations with x -dependent coefficients", *Evol. Equ. Control Theory* **9** (2020) 153-179.
 19. Imanuvilov, O. Yu. and Yamamoto, M., "Carleman estimate and an inverse source problem for the Kelvin-Voigt model for viscoelasticity", *Inverse Problems* **35** (2019) 125001, 45 pp.
 20. Imanuvilov, Oleg Yu.; Yamamoto, Masahiro, "Stability for determination of Riemannian metrics by spectral data and Dirichlet-to-Neumann map limited on arbitrary subboundary", *Inverse Probl. Imaging* **13** (2019) 1213-1258.
 21. Cannarsa, P., Florida, G., Gögeleyen, F. and Yamamoto, M., "Inverse coefficient problems for a transport equation by local Carleman estimate", *Inverse Problems* **35** (2019) 105013, 22 pp.
 22. Li, Zhiyuan and Yamamoto, Masahiro, "Unique continuation principle for the one-dimensional time-fractional diffusion equation", *Fract. Calc. Appl. Anal.* **22** (2019) 644-657.
 23. Dou, Fangfang and Yamamoto, Masahiro, "Logarithmic stability for a coefficient inverse problem of coupled Schrödinger equations", *Inverse Problems* **35** (2019) 075006, 17 pp.

24. Li, Zhiyuan and Yamamoto, Masahiro, "Inverse problems of determining coefficients of the fractional partial differential equations", Handbook of fractional calculus with applications. Vol. 2, pp.443-464, De Gruyter, Berlin, 2019.
25. Luchko, Yuri and Yamamoto, Masahiro, "Maximum principle for the time-fractional PDEs", Handbook of fractional calculus with applications, Vol. 2, pp. 299-325, De Gruyter, Berlin, 2019.
26. Huang, Xinchu; Li, Zhiyuan; Yamamoto, Masahiro, "Carleman estimates for the time-fractional advection-diffusion equations and applications", Inverse Problems 35 (2019), 045003, 36 pp.
27. Hömberg, Dietmar; Lu, Shuai; Yamamoto, Masahiro, "Uniqueness for an inverse problem for a nonlinear parabolic system with an integral term by one-point Dirichlet data", J. Differential Equations **266** (2019), 7525-7544.
28. Romanov, Vladimir G.; Yamamoto, Masahiro, "Recovering two coefficients in an elliptic equation via phaseless information", Inverse Probl. Imaging **13** (2019) 81-91.

なお、アメリカ数学会のデータベース MathSciNet による被引用の全回数は 5365 回である (引用著者数 1868)。

以下の文系向けの本の監修、編集も行った：

1. 『文系のためのめっちゃやさしい 微分積分』ニュートンプレス 2020 年
2. 『文系のためのめっちゃやさしい 三角関数』ニュートンプレス 2021 年
3. 『文系のためのめっちゃやさしい 対数』ニュートンプレス 2021 年

C. 口頭発表

1. Some inverse problems for time-fractional diffusion equations, International Workshop on Fractional Calculus, Ghent Analysis & PDE Center, Ghent

- University, 10 June 2020
2. On an initial boundary value problem for generalized time-fractional partial differential equations: one unified approach, "Recent Progress in Nonlocal Modeling, Analysis, and Computation" Southern University of Science and Technology, Shenzhen, 16 June 2020
3. The well-posedness for the direct problem and inverse problems for time-fractional partial differential equations: some fundamental studies, Southeast University, Nanjing, 23 July 2020
4. Direct and inverse problems for time-fractional partial differential equations: some recent results, Shanghai University of Finance and Economics Fudan University, 3 August 2020
5. モデル駆動型アプローチからみた逆問題の諸相, "JST 俯瞰セミナーシリーズ「機械学習と科学」", 2020 年 9 月 8 日
6. Unique existence of solutions for some time fractional partial differential equations and some inverse problems: recent results, "Nonlocal Diffusion Problems, Nonlocal Interface Evolution Institute of Mathematics", Polish Academy of Sciences, 3 October 2020
7. The theory of the direct problem and several inverse problems for time-fractional partial differential equations, "Inverse and Ill-posed Problems: Theory and Numerics XII International Scientific Conference and Young Scientist School", Novosibirsk State University, Mathematical Center in Akademgorodok, 10 October 2020
8. Uniqueness and stability for inverse problems for fractional partial differential equations on the basis of the forward analysis, "4th Annual Conference Numerical Methods for Fractional-derivative Problems", Beijing Computational Science Research Center, China, 24 October

2020

9. Stability for inverse problems and related problems for evolution equations by Carleman estimates, " Belt and Road" Online Workshop on Contemporary Applied Mathematics Shanghai University of Finance and Economics, Fudan University, 12 December 2020

以上、オンラインにより実施

10. Applied Mathematical Analysis - resolutions of real-world problems and deepening of theories - ルーマニア科学者アカデミー名誉会員就任記念講演 Academy of Romanian Scientist, 6 September 2019

D. 講義

1. 解析学Vならびに演習：理学部3年生向け講義、Aセメスター、古典的偏微分方程式論の初歩
2. 解析学XC：逆問題の入門講義で数学解析ならびに数値手法や応用事例の解説、理学部3年生向け講義、Aセメスター
3. 社会数理実践研究：数理大学院

F. 対外研究サービス

1. Editorial board " Journal of Inverse and Ill-posed Problems", 2011年-現在
2. Editorial board of "Journal of the China Society of Industrial and Applied Mathematics (J. of Chinese SIAM)", 2011年-現在
3. "Editorial board of "Applicable Analysis", 2011年-現在
4. Board of "The Journal of World Mathematical Review"
5. Advisor Board of "Inverse Problems in Science and Engineering", 2011年-現在
6. Editorial Board of "Nonlinear Analysis: Real World Applications" 2011年-現在
7. Fellow at Institute of Physics (Great Britain) 2011年-2014年
8. Honorary professor of East China Institute of Technology (China)

9. Guest Professor of Southeast University (Nanjing, China)

10. Senior researcher of Research Center of Nonlinear Problems of Mathematical Physics, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

G. 受賞

1. the 2014 William F. Ames JMAA Best Paper Award
2. The Gold Medal for "For Great Contributions in Mathematics", 2012, ロシア科学アカデミー・シベリア支部
3. Honorary Member of Academy of Romanian Scientists (2019年4月より)
4. Accademia Peloritana dei Pericolanti (イタリア、メッシナ、1729年創立)の外国人会員 (2021年3月より)

H. 海外からのビジター

1. Yavar Kian 20/03/07 - 20/05/05 Aix-Marseille University フランス、非整数階偏微分方程式の逆問題の共同研究
2. Piermarco Cannarsa 20/02/12-2020/02/19, University Rome Tor Vergata イタリア, 退化型放物方程式の逆問題の共同研究
3. Oleg Emanouilov 20/01/04 - 20/01/15 Colorado State University アメリカ, 境界値逆問題ならびに粘弾性体の逆問題の共同研究
4. Kazufumi Ito 19/12/24 - 20/01/05 North Carolina State University アメリカ, 材料科学の逆問題の共同研究
5. Mourad Choulli 19/08/08 - 19/08/15 University of Lorraine フランス, 楕円型方程式に関する逆問題の共同研究

吉田 朋広 (YOSHIDA Nakahiro)

A. 研究概要

擬似尤度解析、漸近決定理論、確率過程の統計学、極限定理、漸近展開、セミマルチンゲール、

Malliavin 解析、計量ファイナンス、統計的学習理論、計算機統計を研究している：

1. Malliavin 解析と極限定理
2. 混合正規分布を極限を持つマルチンゲールに対する漸近展開の研究
3. マイクロストラクチャーノイズ下でのプレアベレーシング推定量の漸近展開
4. Euler-Maruyama 近似誤差の漸近展開
5. Skorohod 積分の漸近展開
6. fractional Brownian motion の汎関数の漸近展開
7. Wiener 汎関数に対する一般展開公式
8. 擬似尤度解析の理論
9. 有限時間離散観測下でのボラティリティに対する擬似尤度解析とパラメトリック推定量の漸近展開
10. ジャンプフィルターと安定的なボラティリティ推定
11. 部分擬似尤度解析と長期記憶過程を成分に持つ統計モデルの推測理論
12. 擬似尤度解析と情報量規準
13. 確率過程のスパース推定
14. HY 推定法とリード・ラグ推定
15. 確率微分方程式に対する適合型推定アルゴリズム
16. 点過程とリード・ラグ、リミット・オーダーブック
17. 退化拡散過程の推定
18. 確率微分方程式に対するシミュレーション・統計解析ソフトウェアの開発 (YUIMA III プロジェクト)

I am studying quasi likelihood analysis, asymptotic decision theory, statistics for stochastic processes, limit theorems, asymptotic expansion, semimartingales, Malliavin calculus, quantitative finance, statistical machine learning and computational statistics:

1. Malliavin calculus and limit theorems
2. Asymptotic expansion for a martingale that has a mixed normal limit distribution
3. Asymptotic expansion of the pre-

averaging estimator under microstructure noise

4. Asymptotic expansion in Euler-Maruyama approximation
5. Asymptotic expansion of Skorohod integrals
6. Asymptotic expansion of various functionals of a fractional Brownian motion
7. General expansion formula for Wiener functionals
8. Theory of the Quasi-Likelihood Analysis (QLA)
9. Quasi-Likelihood Analysis for volatility in finite time horizon and asymptotic expansion of the QLA estimators
10. Jump filters for stable volatility estimation
11. Partial Quasi-Likelihood Analysis and inference for a statistical model having long-memory components
12. Quasi-Likelihood Analysis and information criteria for model selection
13. Sparse estimation of stochastic processes
14. Applications of the HY estimator to lead-lag estimation
15. Adaptive estimation methods for stochastic differential equations
16. Statistical inference for point processes applied to lead-lag phenomena and limit order book
17. Estimation for a degenerate diffusion process
18. Statistical package for simulation and statistical analysis for stochastic differential equations (YUIMA III Project)

B. 発表論文

1. T. Suzuki and N. Yoshida: “Penalized least squares approximation methods and their applications to stochastic processes”, Japanese Journal of Statistics and Data Science (2020)
2. Muni Toke, I., Yoshida, N.: “Marked point processes and intensity ra-

- tios for limit order book modeling”, arXiv:2001.08442 (2020)
3. Delattre, S., Gloter, A., Yoshida, N.: “Rate of Estimation for the Stationary Distribution of Stochastic Damping Hamiltonian Systems with Continuous Observations”, arXiv:2001.10423 (2020)
 4. Podolskij, M., Veliyev, B., Yoshida, N.: Edgeworth expansion for Euler approximation of continuous diffusion processes”, *The Annals of Applied Probability*, 30, 4 (2020) 1971–2003
 5. C. Tudor and N. Yoshida: “Asymptotic expansion of the quadratic variation of a mixed fractional Brownian motion”, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 23 (2020) 435–463
 6. N. Yoshida: “Asymptotic expansion of a variation with anticipative weights”, arXiv:2101.00089 (2020)
 7. Gloter, A., Yoshida, N.: “Adaptive estimation for degenerate diffusion processes”, *Electronic Journal of Statistics*, 15 (2021) 1424–1472
 8. Mishura, Y., Yoshida, N.: “Divergence of an integral of a process with small ball estimate”, arXiv:2102.01616 (2021)
 9. Inatsugu, H., Yoshida, N.: “Global jump filters and realized volatility”, arXiv:2102.05307 (2021)
 10. N. Yoshida: “Simplified quasi-likelihood analysis for a locally asymptotically quadratic random field”, arXiv:2102.12460 (2021)
 11. Inatsugu, H., Yoshida, N.: “Global jump filters and quasi-likelihood analysis for volatility”, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, on-line (2021)
- analysis for volatility. DynStoch2019, Delft, Holland, 2019.6.12
3. Adaptive and non-adaptive estimation of degenerate diffusion processes. The Third YUIMA Conference, Bressanone, Italy, 2019.6.27
 4. Asymptotic expansion for functionals of a fractional Brownian motion. Fourth Conference on Ambit Fields and Related Topics 4-8 August, 2019, Sandbjerg Estate, Sønderborg, Denmark, 2019.8.6 招待講演
 5. Asymptotic expansions in non-ergodic stochastic systems. 62nd ISI World Statistics Congress 2019, IPS-159, Kuala Lumpur Convention Center, Kuala Lumpur, Malaysia, 2019.8.23 招待講演
 6. Asymptotic expansion of an anticipative functional. Asymptotic expansion and Malliavin calculus II, Institut Henri Poincaré, Paris, France, 2019.12.11
 7. 確率過程の統計学の理論と応用. 第8回藤原洋数理学賞授賞式/ピアノコンサート、慶應義塾大学、日吉、2019.9.28 大賞受賞者講演
 8. Estimation for degenerate diffusion processes. CMStatistics, University of London, London, UK, 2019.12.15 招待講演
 9. Non-adaptive estimation for a degenerate diffusion The 13th International Conference of the ERCIM WG (CMStatistics 2020), 2021.12.20 招待講演
 10. Quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations: volatility estimation and global jump filters. Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics, Online. 2021.2.17 招待講演

C. 口頭発表

1. Global jump filters and quasi likelihood analysis for Volatility. CMStatistics 2018, Pisa, Italy, 2018.12.15 招待講演
2. Global jump filters and quasi-likelihood

D. 講義

1. 確率過程論・確率統計学 III: マルチンゲールの定義、収束定理、不等式、中心極限定理、バックワードマルチンゲール、および連続時間マルチンゲールに関して解説し

- た。(数理大学院・4年生共通講義)
2. 確率統計学基礎・確率統計 II：統計モデルとしての多様な確率分布族と、それらに対する種々の統計推測法について解説した。確率構造の表現、確率変数、確率分布、離散分布、連続分布、期待値、積率、特性関数、多次元分布、共分散、独立性、指数型分布族、条件つき期待値、不偏推定、充分性、完備性、ラオ・ブラックウェルの定理、レーマン・シェフェの定理等を説明した。(理学部数学科、教養学部共通講義)
 3. 数理統計学・確率統計学 II：数理統計学の入門講義。漸近理論の基礎について解説した。最尤推定、大数の法則と一様性、最小コントラスト推定、M 推定量の漸近正規性、ワンステップ推定量、尤度比検定、多項分布の検定、情報量規準に関して説明した。(数理大学院・4年生共通講義)
 4. 統計財務保険特論 V・確率統計学 XC：線形推測の基礎について解説した。確率分布の取り扱い、多変量正規分布、一般化逆行列、射影行列、t 分布、F 分布、ガウス・マルコフモデル、仮説検定、重回帰分析、分散分析、主成分分析、判別分析に関して説明した。(数理大学院・4年生共通講義)
 5. 統計財務保険特論 IV・確率統計学 XE：様々な確率過程と統計推測の方法を概観し、確率過程に対する統計推測およびシミュレーションのための R パッケージ YUIMA を用いて実演した。YUIMA の概念からはじめ、確率微分方程式のオブジェクト化、シミュレーション、パラメータ推定、レビ過程と無限分解可能分布およびその様々な分布族を紹介した。(数理大学院・4年生共通講義)
 6. 統計財務保険特論 VI・確率統計学 XF：セミマルチンゲールの基礎理論。Doob-Meyer 分解、コンペンセイター、セミマルチンゲール、可予測時間、局所マルチンゲールの分解可能性、セミマルチンゲールに関する確率積分、2 次変動過程、purely discontinuous local martingale、ランダム測度、局所特性量、セミマルチンゲールの標準表現について解説した。(数理大学院・理学部数学科共通講義)
 7. 統計データ解析 II：統計ソフトウェア R を用いた多変量解析法の入門講義。R の使い方から始め、多変量分布のシミュレーション、重回帰分析、主成分分析、判別分析に関して基礎概念を紹介し、R によるデータ解析の方法を説明した。(前期課程講義)
 8. 統計データ解析 I：統計ソフトウェア R の基本的な使い方と統計学の基礎概念を解説した。データのプロット、シミュレーションと極限定理、確率分布、基礎的な記述統計量とデータの集約、推定、検定、分散分析、回帰分析に関して話した。(前期課程講義)
- E. 修士・博士論文
1. (論文博士) 稲次 春彦 (INATSUGU Haruhiko): Statistical Inference for Stochastic Differential Equations with Jumps: Global Filtering Approach.
- F. 対外研究サービス
1. 統計数理研究所リスク解析戦略研究センター客員教授
 2. 日本アクチュアリー会評議員
 3. Statistical Inference for Stochastic Processes, editorial board
 4. 統計数理研究所運営会議委員
 5. (公財) 生命保険文化センター理事
 6. Zoom Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics, Online, 2020.11.18-2021.3.24, オーガナイザー
- G. 受賞
- 第 8 回藤原洋数理科学賞大賞
- ウィロックス ラルフ (WILLOX Ralph)
- A. 研究概要
- 今年は主として下記の 4 つの数理物理学と関係する課題について研究を行い、研究成果を得た。
- オークランド大学 (ニュージーランド) の Doyong Um と Université Paris - Saclay の Basile Grammaticos と Alfred Ramani との共同研究で、離散 KdV 方程式の簡約

における特異点の構造、及び簡約で得られた写像の特異点構造に基づく可積分性判定を考察し、離散 KdV 方程式に特異点閉じ込め性質を持たない特異点が存在することを解明した。結果の第一部を発表する論文は既に学術雑誌に掲載済みである [B.8].

- 武蔵野大学の Junkichi Satsuma と Basile Grammaticos との共同研究で, Motesharrei et al. が 2014 年に社会崩壊のモデルとして提唱した「Human and Nature Dynamics Model」を再考し, もっと一般的な現象を記述するモデルの新しいクラスを構成し, そのクラスに含まれるモデル方程式の離散化を行うために新しい離散化手法を開発した。この結果を発表する論文は既に学術雑誌に掲載済みである [B.10].
- Basile Grammaticos と Alfred Ramani と本研究科の Takafumi Mase との共同研究で, 去年の続きで高次元の双有理写像における特異点の構造と写像の反復合成による次数増大との関係を考察した。線形化可能な 2 階の方程式の coupling から得られる高次元の写像の特異点と次数増大との関係についての論文は現在作成中である。
- Takafumi Mase とフィンランドのトゥルク大学の Jarmo Hietarinta との共同研究で, 2 次元の格子上で定義される差分方程式の初期値・境界値問題が差分方程式の代数的 entropy の計算にどのような影響をもたらすかというテーマについて今年も引き続き研究を行った。その結果を発表する論文は現在作成中である。

The research I conducted over the past year mainly concerned the following 4 topics in mathematical physics.

- Together with Doyong Um (the University of Auckland), Basil Grammaticos and Alfred Ramani (Université Paris - Saclay) I studied the singularity structure of reductions of the discrete KdV equation, as well as the integrability of the mappings obtained through reduc-

tion (based on their singularity structure). As a result, we also discovered singularities for the discrete KdV equation that do not enjoy the singularity confinement property. The first part of these results was reported in [B.8].

- In collaboration with Junkichi Satsuma (Musashino University) and Basil Grammaticos, I studied the so-called “Human and Nature Dynamics Model” proposed by Motesharrei et al. in 2014 for describing societal collapse. We constructed a broad class of models that describe much more general collapse scenarios than those in the original model, and we developed a new discretisation technique which can be used to obtain discrete version of the equations contained in this class of models. These results were reported in [B.10].
- Continuing the joint research I started in 2019 with Basil Grammaticos, Alfred Ramani and Takafumi Mase (also from this institute), I studied possible connections that may exist between the singularities that arise in bi-rational mappings on higher dimensional spaces and the degree growth of the iterates of such mappings. We are currently finishing a paper detailing this connection for mappings that are obtained by coupling linearizable second order maps.
- In collaboration with Jarmo Hietarinta (Turku University, Finland), Takafumi Mase and I have also continued our research on the influence that specific initial value and boundary value problems have on algebraic entropy computations for difference equations defined on a two-dimensional lattice. We are currently writing a paper announcing our results.

B. 発表論文

1. T. Mase, R. Willox, A. Ramani and B.

- Grammaticos: “Singularity confinement as an integrability criterion”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 205201 (29pp).
2. R. Willox: “Discrete solitons with internal degrees of freedom: discovered at last?”, *JPSJ News and Comments* **16**, 05 (2019) (2pp).
 3. B. Grammaticos, A. Ramani and R. Willox: “Restoring discrete Painlevé equations from an $E_8^{(1)}$ -associated one”, *J. Math. Phys.* **60** (2019) 063502 (16pp).
 4. A. Ramani, B. Grammaticos, R. Willox and T. Tamizhmani: “Constructing discrete Painlevé equations: from $E_8^{(1)}$ to $A_1^{(1)}$ and back”, *Journal of Nonlinear Mathematical Physics* **26** (2019) 520–535.
 5. R. Willox: “振り子の揺れ”, *数理科学* 674 (2019), 32–33.
 6. J.J.C. Nimmo, C.R. Gilson and R. Willox: “Darboux dressing and undressing for the ultradiscrete KdV equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 445201 (36pp).
 7. J. Hietarinta, T. Mase and R. Willox: “Algebraic entropy computations for lattice equations: why initial value problems do matter”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **52** (2019) 49LT01 (13pp).
 8. D. Um, R. Willox, B. Grammaticos and A. Ramani: “On the singularity structure of the discrete KdV equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **53** (2020) 114001 (24pp).
 9. B. Grammaticos, A. Ramani, R. Willox and J. Satsuma: “Discrete Painlevé equations from singularity patterns: The asymmetric trihomographic case”, *J. Math. Phys.* **61** (2020) 033503 (20pp).
 10. B. Grammaticos, R. Willox and J. Satsuma: “Revisiting the Human and Nature Dynamics model”, *Regular & Chaotic Dynamics* **25** (2020) 178–198.
- C. 口頭発表
1. Nonlinearity, non-locality and conservation laws, FQXi workshop “Quantum Rogue Waves as Emerging Quantum Events”, Ecole Centrale de Marseille, France, 2016年6月.
 2. Full-deautonomisation or how to obtain the algebraic entropy of a map from singularity confinement, SIDE XII conference “Symmetries and Integrability of Difference Equations”, Sainte-Adèle, Québec, Canada, 2016年7月.
 3. Singularity confinement, anticonfinement and algebraic entropy, AMS Fall Western Sectional Meeting, University of Denver, Denver, USA, 2016年10月.
 4. From singularity patterns to algebraic entropies, ISQS25 –the XXVth International Conference on Integrable Systems and Quantum Symmetries, Prague, Czech Republic, 2017年6月.
 5. ダルブー変換とボソン・フェルミオン対応: 記述, 応用と様々な二次的影響, 数理科学の拡がり: 可積分系・数理医学, 松江市・島根県民会館, 2017年8月.
 6. 特異点閉じ込めと代数的エントロピー II, 非線形波動研究の新潮流 – 理論と応用 – 九州大学応用力学研究所 共同研究集会, 九州大学, 2017年11月.
 7. Solution to the direct and inverse scattering problems for the ultradiscrete KdV equation, Integrable systems, special functions and combinatorics, Sabhal Mòr Ostaig –the Gaelic College, the Isle of Skye, UK, 2019年6月.
 8. On the direct and inverse scattering problems for udKdV, China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems 2019, 葉山, 2019年8月.
 9. Integrability tests for lattice equations – or why lattice equations are more interesting (and subtle) than ordinary mappings, Integrable Systems 2019, The Uni-

versity of Sydney, Australia, 2019 年 11 月.

10. Discretising and ultradiscretising the “Human and Nature Dynamics Model” – new challenges and the limits of modelling, From Nonlinear Waves to Integrable Systems, Tsuda University, Institute for Mathematics and Computer Science, held online on Zoom, 2020 年 11 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎 (S1 ターム): 微分積分学基礎の入門講義 (教養学部前期課程 1 年生)
2. 数理科学基礎演習 (S1 ターム): 微分積分学基礎入門の演習 (教養学部前期課程 1 年生)
3. 微分積分学 1 (S2 ターム): 微分積分学の入門講義 (教養学部前期課程 1 年生)
4. 数学基礎理論演習 (S2 ターム): 微分積分学入門の演習 (教養学部前期課程 1 年生)
5. 自然科学ゼミナール (数理科学) (S セメスター) 自然科学に現れる微分方程式についての輪読セミナー (教養学部前期課程 2 年生)
6. 数学講究 XA (S セメスター) 4 年生の輪読セミナー (理学部 4 年生)
7. 現象数理 II・現象数理学・非線形数理 (S セメスター): オムニバス形式で, 様々な分野における自然現象を記述する数理モデルやセルオートマトンの構成法, 及びそれらのモデルの解析について論じる講義 (理学部 4 年生・教養学部統合自然科学科数理自然科学 4 年生・大学院生の共通講義)
8. 微分積分学 2 (A セメスター): 微分積分学の入門講義 (教養学部前期課程 1 年生)
9. 微分積分学演習 (A セメスター): 微分積分学入門の演習 (教養学部前期課程 1 年生)
10. 数学特別講究 (A セメスター) 4 年生の輪読セミナー (理学部 4 年生)
11. 応用数学 XA・基礎数理特別講義 VIII (A セメスター): 離散可積分系, 特に射影平面上の写像, 及び 2 次元や 3 次元の格子上で定義されている非線形偏差分方程式における可積分性について論じる講義 (理学部 4

年生・大学院生の共通講義)

内容: 可解カオス系である離散力学系と離散可積分系の違いを簡単な例を挙げながら説明してから, 射影平面上の可積分な写像の理論を展開し, 代数的エントロピーと特異点閉じ込め法, 及び Laurent 現象などの可積分性を理解するための重要な概念を導入した. 前半では, 広田・三輪方程式や離散 KdV 方程式等の性質と可積分な写像との関係を解説し, 後半では, 主に QRT 写像と離散パンルヴェ方程式について解説した.

Course contents: In this course, starting from simple examples explaining the difference between solvable chaos in discrete dynamical systems and genuinely integrable discrete systems, I introduced the main concepts that are needed to understand the idea of ‘integrability’ for mappings of the projective plane: algebraic entropy, singularity confinement, as well as the Laurent phenomenon. In the first part of the course I explained the properties of the Hirota-Miwa and discrete KdV equations, as well as their relation to integrable mappings of the plane. In the latter part of the course I mainly concentrated on QRT-type mappings and discrete Painlevé equations.

12. 数理科学広域演習 I (A セメスター) 英語で「Mathematical Writing & Communication」について論じるオムニバス形式の講義 (修士課程・FoPM コース生)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 飯野 寛大 (IINO Hirotaka): Discretization of integrable sub-cases of the Hénon-Heiles system and the Lorenz system.

F. 対外研究サービス

1. ソルヴェ 国際研究所「Instituts Internationaux de Chimie et Physique, fondés par

- E. Solvay」評議員.
2. 日本数学会・加藤フェロー運営委員会・委員.
 3. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, Advisory Board Member.
 4. Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, Editorial Board Member.
 5. Co-organizer of the conference “From Nonlinear Waves to Integrable Systems”, Tsuda University, Institute for Mathematics and Computer Science; held online, on Zoom (2020年11月7日～8日).
 6. 東京大学教養学部社会連携委員会主催の「高校生と大学生のための金曜特別講座」企画の一環として, 2020年6月5日に『離散力学系の不思議な構造』について講演した. (http://high-school.c.u-tokyo.ac.jp/lecture_time/2020s.html)

H. 海外からのビジター

1. Sanjay RAMASSAMY (IPhT-CEA Saclay, France) 2020年2月11日～18日. During his stay, Dr. Ramassamy gave two seminars for graduate students: “Embeddings adapted to two-dimensional models of statistical mechanics” (on 13 February 2020) and “Cluster algebras in geometric dynamical systems” (on 17 February 2020).

准教授 (Associate Professors)

足助 太郎 (ASUKE Taro)

A. 研究概要

葉層構造について、特性類や Fatou 集合・Julia 集合に着目して研究した。特性類に関しては、非自明性や変形について調べた。また、Fatou 集合・Julia 集合については、Fatou 集合の分類や、Julia 集合の双曲性について調べた。

I studied foliations, especially their characteristic classes and Fatou-Julia decompositions. Specifically, I studied characteristic classes for deformations of foliations. In particular, I studied the FLK class which is the most fundamental one which is not a derivative of ‘classical’ secondary classes such as the Godbillon–Vey class. Some non-trivial examples as well as sufficient conditions for its vanishing, quite related with transverse projective structures, are obtained. On the other hand, I studied classifications of Fatou sets for singular foliations. I also studied hyperbolicity of the Julia sets. These are done by means of some fundamental tensors.

B. 発表論文

1. T. Asume : “Notes on ‘Infinitesimal derivative of the Bott class and the Schwarzian derivatives’”, *Tohoku Math. J.* **69** (2017), 129–139.
2. T. Asume : “On deformations and rigidity of the Godbillon–Vey class”, *Geometry, Dynamics, and Foliations 2013, Advanced Studies in Pure Mathematics* **72**, 2017, 1–18.
3. T. Asume : “On Thurston’s construction of a surjective homomorphism $H^{2n+1}(B\Gamma_n, \mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{R}$ ”, by Tadayoshi Mizutani, *Geometry, Dynamics, and Foliations 2013, Advanced Studies in Pure Mathematics* **72**, 2017, 211–219 (trans-

lation).

4. T. Asume : “Fatou and Julia sets of foliations”, *J. Math. Soc. Japan* **72** (2020), 1145–1159.

C. 口頭発表

1. A Chern–Weil construction for derivatives of characteristic classes, *Foliations 2016, Będlewo (Poland)*, 2016/7/16.
2. Characteristic classes for infinitesimal deformations of foliations, *Workshop : Residues, dynamics and hyperfunctions*, Hokkaido University (Sapporo), 2017/7/28.
3. A remark on the Fatou sets of foliations of CP^2 , *Complex foliations, dynamics and geometry*, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro (Brasil), 2018/7/24.
4. On the Fuks-Lodder-Kotschick class for deformations of foliations, *Contemporary Mathematics in Kielce 2020*, Katedra Matematyki, Wydział Nauk Ścisłych i Przyrodniczych, Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w Kielcach, Kielce (Poland) 2021/2/24 (日程を変更の上オンラインで開催) .
5. 葉層の変形に関するある特性類について、2021年度日本数学会年会、慶應大学 (オンライン), 2021/3/16.

D. 講義

1. ベクトル解析 : ベクトル解析の基礎的な事柄について講義した (教養学部前期課程講義).
2. 常微分方程式 : 常微分方程式の基礎的な事柄について講義した (教養学部前期課程講義).
3. 線型代数学 : 線型代数学の基礎的な事柄について講義した (教養学部前期課程講義).

4. 数学講究 XB (数理科学概説) : 「常微分方程式・ベクトル場と力学系」と題してベクトル場の力学系的な扱いの初歩について講義した ('20/4/13, 14:55~15:55) (4年生向け講義).
5. 数学統論 XE (理学部) /力学系 (大学院) : 半群, 群, 擬群やその作用について基礎的な事柄を中心に講義した (数理大学院・4年生共通講義).

F. 対外研究サービス

1. 葉層構造の幾何学とその応用 (Workshop on geometry of foliations and its applications), 2020年12月12日~13日, 京都教育大 (共催). Zoom を用いてオンラインにて開催.

阿部 紀行 (ABE Noriyuki)

A. 研究概要

簡約群の表現論の研究を行っている. 今年度は, 主に正標数における簡約代数群の代数的な表現論に関する研究を行った. 昨年度, この表現論を記述するために必要となる Hecke 圏の新しい実現を与えた. 今年度はこれを受け, 特異 Hecke 圏に対して同様の記述を与えた [2]. なお, これらの理論においては, 構成した圏がよい性質を持っていることを示すためにとあるチェックのしにくい条件を課していた. 今年度は, この条件を別のよりチェックしやすい条件に置き換えることに成功した [1].

I study representation theory of reductive groups. In this year, I studied rational representation theory of algebraic reductive groups. In the last year, I constructed a new realization of the Hecke category. The Hecke category is used to describe the representation theory. In this year, I constructed a similar realization for the singular Hecke category [2]. In these theories, I needed a one condition which cannot be checked easy. In this year, I gave another condition which can be checked easier [2].

B. 発表論文

1. N. Abe, "A homomorphism between Bott-Samuelson bimodules", arXiv:2012.09414.
2. N. Abe, "On singular Soergel bimodules", arXiv:2004.09014.
3. N. Abe, "A Hecke action on G_1T -modules", arXiv:1904.11350.
4. N. Abe, F. Herzig and M.-F. Vignéras, "Inverse Satake isomorphism and change of weight", arXiv:1805.00244.
5. N. Abe, "Extension between simple modules of pro- p -Iwahori Hecke algebras", arXiv:1705.00728.
6. N. Abe, "A bimodule description of the Hecke category", Compositio Math に掲載予定.
7. N. Abe, "Parabolic inductions for pro- p -Iwahori Hecke algebras", Advances in Mathematics Volume 355, 2019.
8. N. Abe, "A comparison between pro- p -Iwahori Hecke modules and mod p representations", Algebra & Number Theory, Vol. 13 (2019), No. 8, 1959-1981.
9. N. Abe, "Involutions on pro- p -Iwahori Hecke algebras", Represent. Theory 23 (2019), 57-87.
10. N. Abe, G. Henniart and M.-F. Vignéras, "On pro- p -Iwahori invariants of R -representations of reductive p -adic groups", Representation Theory 22 (2018), 119-159.
11. N. Abe, G. Henniart and M.-F. Vignéras, "Modulo p representations of reductive p -adic groups: functorial properties", Trans. Amer. Math. Soc. 371 (2019), 8297-8337.
12. N. Abe, "Change of weight theorem for pro- p -Iwahori Hecke algebras", Around Langlands correspondences, Contemp. Math., vol. 691, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2017, pp. 1-13.

C. 口頭発表

1. On Soergel bimodules, 南大阪代数セミナー, オンライン, 2020年6月5日.
2. On Soergel bimodules, 第15回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 鹿児島, 2020年2月14日.
3. On Soergel bimodules, Geometry and representation theory, Institut Henri Poincaré, Paris, France, 2020年1月31日.
4. On Soergel bimodules, Arithmetic Geometry and Representation Theory, 富山, 2019年12月16日.
5. A Hecke action on G_1T -modules, Modular Representation Theory, Clay Mathematics Institute, Oxford, 2019年10月3日.
6. On Soergel bimodules, 2019年度RIMS共同研究(公開型)「表現論とその周辺分野の進展」, 京都大学, 2019年7月11日.
7. Mod p representations and pro- p -Iwahori Hecke algebra. 九大代数学セミナー, 九州大学, 2019年2月14日.
8. Mod p representations and pro- p -Iwahori Hecke algebra, Number / Representation Theory seminar, Toronto University, 2019年1月23日.
9. Mod p representations and pro- p Iwahori Hecke algebras, 2018 ICM satellite conference on Automorphic Forms, Galois Representations and L-functions, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018年7月25日.
10. p 進代数群の法 p 表現と Hecke 環, 代数学コロキウム, 東京大学, 2018年4月18日.
11. A classification theorem of irreducible admissible mod p representations and its consequences, Arithmetic Geometry and Related Topics, 愛媛大学, 2017年11月21日.,
12. $q = 0$ におけるプロ p 岩堀 Hecke 環の既約表現の間の拡大について, 代数セミナー, 広島大学, 2017年10月6日.

D. 講義

1. 初年次ゼミナール理科: 解析学の基礎について, グループ学習形式での体験型学習を行った.(教養学部前期課程講義)
2. 常微分方程式: 常微分方程式の入門講義.(教養学部前期課程講義)
3. 微積分学統論: 多変数の微積分学.(教養学部前期課程講義)
4. 全学自由研究セミナー: p 進体について, 主に解析的な側面からの入門講義を行った.(教養学部前期課程講義)
5. 数学統論 XC / 表現論: p 進群の p 進表現の理論の講義を行った. p 進関数解析の基本的な内容から始め, 局所解析的表現および Banach 表現における Schneider-Teitelbaum による基礎理論について解説をした. 主に GL_2 を中心として具体的な表現の構造について説明をした.(数理大学院・4年生共通講義)
6. 学術フロンティア講義: ゼータ関数の関数等式に関する入門講義を行った. 四回の講義を担当した.(教養学部前期課程講義)
7. 代数と幾何・同演習: 線型代数学の基本的な講義.(理学部2年生(後期))

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会, 雑誌“数学”, 常任編集委員.
2. 日本数学会, 情報システム運用委員会, 専門委員.
3. 日本数学会, 代議員.

伊藤 健一 (ITO Kenichi)

A. 研究概要

今年度前半はシュタルクハミルトニアンに対する定常的散乱理論を構成し, 最小増大度を持つ一般化固有関数の空間遠方での漸近挙動を, 散乱行列を用いて特徴付けた. シュタルクポテンシャルは球面对称性が欠如しており, 交換子法を適用する際の比較作用素の形状が非自明である. 本研究では試行錯誤により最適と思われるものを見出した. また放射条件評価の導出にはおそらく本質的に新しいと思われる手法を適用し, 最良の評価が

得られた。これは足立氏（京都大学）、板倉氏（立命館大学）、Skibsted 氏（オーフス大学）との共同研究であり、学術誌に掲載されることが確定している。また今年度後半には上記の研究をさらに進め、シュタルクハミルトニアンに対する定常的散乱理論と時間依存散乱理論の同等性を示し、さらに散乱行列の擬微分作用素表示を得た。後者の結果は Skibsted 氏（オーフス大学）との共同研究であり、学術誌に投稿済みである。

In the former half of the year we constructed the stationary scattering theory for the Stark Hamiltonian, and characterized spatial asymptotics of the generalized eigenfunctions of minimal growths in terms of the scattering matrix. Since the Stark potential lacks spherical symmetry, a choice of the conjugate operator for commutator arguments is non-trivial. We found presumably the best one by trial and error. We also obtained an optimal version of the radiation condition bounds by applying a presumably new method. This is a joint work with Adachi (Kyoto Univ.), Itakura (Kobe Univ.) and Skibsted (Aarhus Univ.), and was accepted for publication in a journal. In the latter half of the year we further developed the above results. We proved the equivalence of the stationary and time-dependent scattering theories, and obtained a pseudodifferential expression for the scattering matrix. This is a joint work with Skibsted (Aarhus Univ.), and was submitted to a journal.

B. 発表論文

1. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “New methods in spectral theory of N -body Schrödinger operators”, *Rev. Math. Phys.* **33** (2021), 2150015.
2. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted: “Commutator methods for N -body Schrödinger operators”, *Spectral Theory and Mathematical Physics, STMP 2018*, Santiago, Chile
3. K. Ito and E. Skibsted, “Spectral theory

on manifolds”, *Advanced Studies in Pure Mathematics related to MSJ-SI 2018*.

4. K. Ito and E. Skibsted, “Radiation condition bounds on manifolds with ends”, *J. Funct. Anal.* **278** (2020), 108449.
5. T. Adachi, K. Itakura, K. Ito and E. Skibsted, “Spectral theory for 1-body Stark operators”, *J. Differential Equations.* **268** (2020), 5179–5206.
6. K. Ito and E. Skibsted: “Time-dependent scattering theory on manifolds”, *J. Funct. Anal.* **277** (2019) 1423–1468.
7. K. Ito and A. Jensen: “Branching form of the resolvent at threshold for ultrahyperbolic operators and discrete Laplacians”, *J. Funct. Anal.* **277** (2019) 965–993.
8. K. Ito and A. Jensen: “Resolvent expansion for the Schrödinger operator on a graph with infinite rays”, *J. Math. Anal. Appl.* **464** (2018) 616–661.
9. K. Ito and A. Jensen: “Resolvent expansion for the Schrödinger operator on a graph with infinite rays”, *Tosio Kato Centennial Conference, RIMS Kôkyûroku* (2018) **2074** 47–54.
10. K. Ito and A. Jensen: “Resolvent expansions for the Schrödinger operator on the discrete half-line”, *J. Math. Phys.* **58** (2017) 052101.

C. 口頭発表

1. Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions, 微分方程式の総合的研究, オンライン, 2020 年 12 月.
2. Hypergeometric expression for resolvent of the discrete Laplacian in low dimension, 日本数学会 2020 年度年会, 一般講演, 日本大学, 2020 年 3 月.
3. Hypergeometric expressions for resolvents of the discrete Laplacians in low dimensions, 研究集会「第 29 回 数理物理

と微分方程式」, ダイヤモンド瀬戸内マリ
ンホテル, 岡山県玉野市, 2019 年 11 月.

4. Hypergeometric expressions for resolvents of the discrete Laplacians in low dimensions, The 17th Linear and Nonlinear Waves, 滋賀県立県民交流センター (ピアザ淡海), 滋賀県大津市, 2019 年 10 月.
5. Commutator method for the Stark Hamiltonian, QMath14: Mathematical Results in Quantum Physics, Aarhus University, デンマーク王国, 2019 年 8 月.
6. Commutator method for the Stark Hamiltonian, 信州大学偏微分方程式研究会集, 信州大学, 2019 年 6 月.
7. Zeroth order conjugate operator in N -body Schrödinger operators, RIMS 共同研究 (公開型)「量子場の数理論とその周辺」, 京都大学, 2019 年 6 月.
8. Commutator method for the Stark Hamiltonian, 応用解析研究会, 早稲田大学, 2019 年 4 月.
9. Commutator methods for the Stark Hamiltonian, Workshop on “Spectral theory & semiclassical analysis”, Institut Mittag-Leffler, スウェーデン王国, 2019 年 2 月.
10. Rellich’s theorem for the Stark Hamiltonian, シュレーディンガー方程式の数理論とその周辺 (Mathematics of Schrödinger Equations and Related Topics, in honor of Professor Kenji Yajima on his 70th birthday), 伊豆市立土肥公民館, 静岡県伊豆市, 2019 年 1 月.

D. 講義

1. 実解析学 I: 測度論およびルベーグ積分の基礎事項に関する講義. (教養学部基礎科学学科講義)
2. 実解析学演習 I: 測度論およびルベーグ積分に関する演習. (教養学部基礎科学学科講義)
3. 解析学 VIII・線形微分方程式論: 局所凸位相ベクトル空間および Schwartz 超関数の諸性質に関する講義. (数理大学院・4 年生共通講義)

4. 解析学 XG・数物先端科学 VI: Banach 空間上の強連続半群に対する Hille–Yosida の定理とその偏微分方程式論への応用について丁寧な解説を試みた. 関数解析についての簡単な復習ののちに Hille–Yosida の定理を紹介し, さらに解析半群や Hilbert 空間上の消散作用素, 角型作用素を扱った. 後半では領域上の変数係数の拡散方程式および波動方程式への応用を解説し, さらに Schrödinger 作用素に対する Rellich の定理への応用にも触れた. (数理大学院・4 年生共通講義)

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会函数方程式論分科会 情報委員会 委員長
2. 日本数学会函数解析学分科会 分科会委員
3. 談話会委員
4. 東京大学解析学火曜セミナー 世話人

今井 直毅 (IMAI Naoki)

A. 研究概要

C 群や淡中局所 Langlands パラメータを用いて, ℓ 進係数の局所 Langlands 対応の canonical な定式化を与えた.

Jean-Stefan Koskivirta 氏との共同研究において, G-zip のモジュライ空間上の法 p 保型形式の空間の Brylinski–Kostant フィルトレーションを用いた記述を与えた. また G-zip のモジュライ空間上の保型ベクトル束の圏とある種の付加構造付きの加群の圏の間の圏同値を与えた. さらに Hodge 型志村多様体上の旗空間上に部分 Hasse 不変量を構成し, その表現論的性質を調べた.

Wushi Goldring 氏, Jean-Stefan Koskivirta 氏との共同研究において, 全ての法 p 保型形式の weight で生成される錘が部分 Hasse 不変量の weight で生成されることをとある条件の下で証明した.

Using C-groups and Tannakian local Langlands parameters, we gave a canonical formulation of the local Langlands correspondence in ℓ -adic

coefficients.

In a joint work with Jean-Stefan Koskivirta, we gave a description of the space of mod p automorphic forms on the moduli space of G -zips in terms of Brylinski–Kostant filtration. We also gave an equivalence of categories between the category of automorphic vector bundles on the moduli space of G -zips and a category of modules with some additional structures. Further, we constructed partial Hasse invariants on flag spaces over Shimura varieties of Hodge type.

In a joint work with Wushi Goldring and Jean-Stefan Koskivirta, we showed that the cone generated by the weights of all mod p automorphic forms is generated by the weights of partial Hasse invariants under some condition.

B. 発表論文

1. N. Imai : “Local Langlands correspondences in ℓ -adic coefficients”, arXiv:2003.14154.
2. N. Imai : “Convolution morphisms and Kottwitz conjecture”, arXiv:1909.02328.
3. N. Imai and J.-S. Koskivirta : Automorphic vector bundles on the stack of G -zips, to appear in Forum Math. Sigma.
4. N. Imai and T. Tsushima : “Affinoids in the Lubin–Tate perfectoid space and simple supercuspidal representations II: wild case”, to appear in Math. Ann.
5. N. Imai and T. Tsushima : “Affinoids in the Lubin–Tate perfectoid space and simple supercuspidal representations I: tame case”, Int. Math. Res. Not. (2020), no. 22, 8251–8291.
6. N. Imai and Y. Mieda : “Potentially good reduction loci of Shimura varieties”, Tunis. J. Math. **2** (2020), no. 2, 399–454.
7. N. Imai and T. Tsushima : “Local Jacquet–Langlands correspondences for simple supercuspidal representations”, Kyoto J. Math. **58** (2018), no. 3, 623–638.
8. N. Imai and T. Tsushima : Affinoids in Lubin–Tate surfaces with exponential full level two, Around Langlands Correspondences, Contemp. Math. **691** (2017), 157–180.
9. N. Imai and T. Tsushima : “Stable models of Lubin–Tate curves with level three”, Nagoya Math. J. **225** (2017), 100–151.
10. K. Cesnavicius and N. Imai : “The remaining cases of the Kramer–Tunnell conjecture”, Compos. Math. **152** (2016), no. 11, 2255–2268.

C. 口頭発表

1. Convolution morphisms and Kottwitz conjecture, Caltech number theory seminar, Caltech, アメリカ, 2020年2月13日.
2. Geometrization of the local langlands correspondence, 第18回北陸数論研究集会「数論における相互法則」, 金沢大学サテライト・プラザ, 2019年12月27日.
3. Convolution morphisms, geometric Satake equivalence and Kottwitz conjecture, The conference on the Legacy of Élie Cartan, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, 中国, 2019年12月20日.
4. Langlands functoriality in the geometrization of the local Langlands correspondence, New Developments in Representation Theory of p -adic Groups, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, ドイツ, 2019年10月2日.
5. 局所 Langlands 対応の幾何化と関手性, 代数学シンポジウム, 東北大学, 2019年9月3日.
6. Local Shimura varieties and the Fargues–Fontaine curve, RTG Research Workshop 2019, UC Berkeley, アメリカ, 2019年5月15日, 16日.
7. Deligne–Lusztig stack, International Conference on Arithmetic Geometry, In honor of Michael Rapoport’s

71st birthday, Morningside Center of Mathematics, 中国, 2019 年 3 月 18 日.

8. Geometric realization of Heisenberg–Weil representations for finite unitary groups, Tokyo-Lyon Satellite Conference in Number Theory, 東京大学, 2018 年 2 月 21 日.
9. Non-semi-stable loci in Hecke stacks and Fargues’ conjecture, UK-Japan Winter School 2018 on Number Theory, King’s College London, イギリス, 2018 年 1 月 8 日.
10. Non-semi-stable loci in Hecke stacks and Fargues’ conjecture, Master Lectures - The Legacy of Carl Friedrich Gauss, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, 中国, 2017 年 12 月 19 日.

D. 講義

1. 代数学 II : 環と加群に関する講義. (3 年生向け講義)
2. 代数学特別演習 II : 環と加群に関する演習. (3 年生向け講義)
3. 代数学特別講義 IV: 局所志村多様体. (集中講義) 千葉大学大学院理学研究院数学・情報数理学コース, 2021 年 2 月.

G. 受賞

1. 第 11 回井上リサーチアワード受賞 (2019 年 2 月)

H. 海外からのビジター

1. Jean-Stefan Koskivirta, JSPS 外国人特別研究員, 2018 年 11 月~2020 年 9 月. He worked on Shimura varieties.
2. Ildar Gaisin, JSPS 外国人特別研究員, 2019 年 4 月~. He worked on p -adic cohomology.

入江 慶 (IRIE Kei)

A. 研究概要

シンプレクティック幾何学における Floer 理論と、その応用として Hamilton 力学系の周期軌道について研究している。今年度は以下の研究を行なった。(1) 任意の境界 (および角) 付き Riemann 多様体に対して、その自由ループ空間の S^1 同変ホモロジーから定まる定量的不変量の族を定義した。これらの不変量は、多様体の単位余接束の S^1 同変シンプレクティック容量と一致すると予想されるものである。現在投稿中の論文においてこれらの不変量の基本的な性質を証明した。また多様体が直方体の場合に不変量の計算を行い、シンプレクティック容量についての既知の結果との整合性を確かめた。(2) 埋め込み接触ホモロジーの Reeb 力学系への応用について、前年度までに執筆した論文二編を査読者のコメントに従い改訂した。

I’m working on Floer theory in symplectic geometry and its applications to periodic orbits of Hamiltonian systems. Research activities in this academic year are as follows. (1) I defined a family of quantitative invariants of Riemannian manifolds with boundaries (and corners), which are defined from S^1 -equivariant homology of free loops spaces of manifolds. Conjecturally, these invariants are equal to S^1 -equivariant symplectic capacities of unit cotangent bundles. In a paper being submitted, I proved basic properties of these invariants. I also computed these invariants of rectangles, and checked that the result is consistent with known results about symplectic capacities. (2) I revised two papers on applications of embedded contact homology to Reeb dynamics, following comments by referees.

B. 発表論文

1. K. Irie: “Equidistributed periodic orbits of C^∞ -generic three-dimensional Reeb flows”, accepted to J. Symplectic Geom.
2. K. Irie: “Remarks about the C^∞ -closing lemma for three-dimensional

- Reeb flows”, accepted to Kyoto J. Math.
3. K. Irie : “Chain level loop bracket and pseudo-holomorphic disks”, J. Topology. 13 (2020), 870–938.
 4. K. Irie : “A chain level Batalin-Vilkovisky structure in string topology via de Rham chains”, Int. Math. Res. Not. IMRN 2018, no. 15, 4602–4674.
 5. M. Asaoka and K. Irie : “A C^∞ -closing lemma for Hamiltonian diffeomorphisms of closed surfaces”, Geom. Funct. Anal. 26 (2016), no. 5, 1245–1254.

C. 口頭発表

1. “Periodic Reeb orbits and minimal surfaces”, UK-Japan Winter School (Variational problems in Geometry and Mathematical Physics), University of Leeds (イギリス), 2019年1月
2. “Equidistributed periodic orbits of C^∞ -generic three-dimensional Reeb flows”, Geometry and Everything (Fukaya 60), 京都大学, 2019年2月
3. “Equidistributed periodic orbits of C^∞ -generic three-dimensional Reeb flows”, Analytic low-dimensional dynamics (Lyubich 60), Fields Institute (カナダ), 2019年6月
4. “Symplectic homology capacity of convex bodies”, Interactions of symplectic topology and Dynamical systems, Palazzo di Cortona (イタリア), 2019年6月
5. Symplectic 容量と Hamilton 力学系の周期軌道, 日本数学会秋期学会, 金沢大学, 2019年9月
6. 凸体のシンプレクティック容量, 第15回代数・幾何・解析セミナー, 鹿児島大学, 2020年2月

D. 講義

1. 位相幾何学 I・幾何学 XA : ホモトピー論のごく初歩を、ファイバー束の基本事項(被

覆空間の理論を含む) とからめて扱った。キーワードは基本群、ファイバー束と被覆空間、ホモトピー群、CW 複体など。(数理大学院・4年生共通講義)

2. 数理科学基礎・線型代数学 1, 2 (教養学部前期課程講義)
3. 学術フロンティア講義 : オムニバス講義 (現代の数学—その源泉とフロンティア—) のうち 4 回を担当。古典的な結果である Poincaré-Birkhoff の固定点定理を導入とし、現在盛んに研究されている Symplectic Topology の一端を紹介した。(教養学部前期課程講義)
4. 統合自然科学セミナー : 集合と位相の入門書の輪読セミナー。(教養学部基礎科学科講義)
5. 数理科学概論 : オムニバス講義のうち 1 回を担当。Hamilton 力学系の周期軌道に関する研究を紹介した。(教養学部基礎科学科講義)

G. 受賞

2019 年度日本数学会幾何学賞

岩木 耕平 (IWAKI Kohei)

A. 研究概要

量子力学における WKB 法を, Borel 総和法や resurgence 理論を通じて数学的に定式化したものが完全 WKB 解析である. 私は主に完全 WKB 解析に基づく複素領域上の微分方程式の研究, およびその他分野への応用に関する研究に取り組んでいる. 特にここ数年は, 行列模型に起源を持つ位相的漸化式の枠組と完全 WKB 解析とを結びつける量子曲線の理論に関する研究に取り組んできた. 微分方程式の古典極限として得られる代数曲線 (スペクトル曲線) に対して位相的漸化式を適用することで, 元の微分方程式の WKB 解が構成される, というのが量子曲線の理論の大枠である.

ある楕円曲線の族に対して位相的漸化式, 量子曲線の枠組を適用すると, 位相的漸化式における分

配関数の周期に関する離散 Fourier 変換として Painlevé 方程式の τ -関数が構成される。Painlevé 方程式に付随する等モノドロミー線型方程式系の形式解も同様に位相的漸化式と離散 Fourier 変換を通じて構成される。これらは Lisovsky らが 2012 年に共形場理論を用いて構成した τ -関数の WKB 解析的な類似であると期待されるが、両者の具体的な関係を見出すことは今後の大きな課題である。

また、この量子曲線の枠組の別の帰結として、超幾何微分方程式を含むクラスの微分方程式の Voros 係数と呼ばれる量が位相的漸化式の分配関数の差分として表されることが示される (小池達也氏, 竹井優美子氏との共同研究)。一方で、Voros 係数に対する Stokes 現象はクラスター変換, あるいは Bridgeland 氏により比較的最近導入された BPS 構造とそれに付随する Riemann–Hilbert 問題と密接に関わることが知られている。これらを組み合わせ、位相的漸化式の自由エネルギーを BPS 不変量を用いて記述する公式を導くことに成功した (Omar Kidwai 氏との共同研究)。

さらに今年度は Stokes 現象や resurgence 理論と 3 次元多様体の量子不変量との関係についても考察した。特異ファイバーの個数が一般の Seifert ホモロジー球面と其中的結び目に対する Witten–Reshetikhin–Turaev (WRT) 不変量に対してある q -級数 (WRT 関数) を導入し、その q -級数の 1 の冪根における特殊値として Witten–Reshetikhin–Turaev 不変量が復元されることを示した (藤博之氏, 村上斉氏, 寺嶋郁二氏との共同研究)。この WRT 関数の構成は Gukov–Marinō–Putrov の着想に基づいており、WRT 不変量の摂動部分に対する resurgence 解析を用いており、上記の 1 の冪根における WRT 不変量の復元は Gukov–Pei–Putrov–Vara の予想の証明を Seifert ホモロジー球面の場合を与えている。また我々は WRT 関数の満たす q -差分方程式の具体形を求め、それを元に AJ-予想の部分的検証も行った。

Exact WKB analysis enables us to treat the traditional WKB approximation in a mathematically rigorous manner through the Borel summation and resurgent analysis. Recently, I am studying the framework of quantum curves

which relates the exact WKB analysis to the topological recursion. Applying the topological recursion to a given algebraic curve (spectral curve), we can construct a WKB solution of a certain differential equation (quantum curve) which has the original spectral curve as the classical limit.

If we apply this machinery to a certain family of spectral curves of genus 1, we can construct the Painlevé τ -function as the discrete Fourier transform of the topological recursion partition function. We may also construct a formal solution of the isomonodromy system associated with the Painlevé equation in a similar manner. This is expected to be closely related to the τ -function constructed by Lisovsky et.al through the conformal field theory, but it is still challenging to establish a relation between topological recursion partition function and (irregular) conformal blocks.

As another consequence of the theory of quantum curves, for a certain class of spectral curves, we may describe the Voros coefficient of Schrödinger type equations as a difference value of topological recursion free energy (joint work with Tatsuya Koike and Yumiko Takei). Since the Voros coefficient is also related to cluster algebras and the Riemann–Hilbert problem associated with a BPS structure, we can derive a formula which enables us to express the topological recursion free energy in terms of the BPS invariants (joint work with Omar Kidwai).

Resurgent analysis also allows us to study quantum invariants of 3 manifolds. For Seifert homology 3-sphere with arbitrary number of singular fibers with a knot inside, we associate a q -series (WRT function) whose special values at root of unities recover the Witten–Reshetikhin–Turaev invariants (joint work with Hiroyuki Fuji, Hitoshi Murakami, and Yuji Terashima). The construction is based on ideas of Gukov–Marinō–Putrov; that is, WRT function is constructed as the median sum of perturbative part of the WRT invariant. Our result gives

a proof of a conjecture by Gukov–Pei–Putrov–Vara for the Seifert manifolds with a knot inside. We also derive a q -difference equation satisfied by the WRT function, and tested the AJ-conjecture partially.

B. 発表論文

1. H. Fuji, K. Iwaki, H. Murakami and Y. Terashima, Witten–Reshetikhin–Turaev function for a knot in Seifert manifolds, to appear in *Communications in Mathematical Physics*.
2. K. Iwaki, 2-parameter τ -function for the first Painlevé equation: Topological recursion and direct monodromy problem via exact WKB analysis, *Communications in Mathematical Physics*, **377** (2020), 1047–1098.
3. H. Fuji, K. Iwaki, M. Manabe and I. Satake, Reconstructing GKZ via topological recursion, *Communications in Mathematical Physics*, **371** (2019), 839–920.
4. K. Iwaki, T. Koike and Y. Takei, Voros Coefficients for the Hypergeometric Differential Equations and Eynard–Orantin’s Topological Recursion - Part II : For the Confluent Family of Hypergeometric Equations, *Journal of Integrable Systems*, **4** (2019).
5. T. Aoki, K. Iwaki and T. Takahashi, Exact WKB analysis of Schrödinger equations with a Stokes curve of loop type, *Funkcialaj Ekvacioj*, **62** (2019), 1–34.
6. M. Hirose, K. Iwaki, N. Sato and K. Tasaka, Duality/Sum formulas for iterated integrals and their application to multiple zeta values, *Journal of Number Theory*, **195** (2019), 72–83.
7. K. Iwaki, O. Marchal and A. Saenz, Painlevé equations, topological type property and reconstruction by the topological recursion, *Journal of Geometry and Physics*, **124** (2018), 16–54.
8. K. Iwaki and O. Marchal, Painlevé 2

equation with arbitrary monodromy parameter, topological recursion and determinantal formulas, *Annales Henri Poincaré*, **18** (2017), 2581–2620.

9. K. Iwaki and A. Saenz, Quantum curve and the first Painlevé equation, *SIGMA (Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications)*, **12** (2016), 011.
10. K. Iwaki and T. Nakanishi, Exact WKB analysis and cluster algebras II: Simple poles, orbifold points, and generalized cluster algebras, *International Mathematics Research Notices*, **IMRN2016** (2016), 4375–4417.

C. 口頭発表

1. Topological recursion, exact WKB analysis and Painlevé equation, *Integrable Systems 2020* (online), December 4, 2020, University of Sydney, Australia.
2. Topological recursion and Painlevé I τ -function, IX Workshop on Geometric Correspondences of Gauge Theories, June 17–21, 2019, SISSA, Trieste.
3. Exact WKB analysis and related topics (5 talks), Graduate Mini Course on Resurgence in Mathematics and Physics, May 5–11 2019, Capital Normal University, Beijing.
4. 完全 WKB 解析入門, 完全 WKB 解析とクラスター代数 (2 コマ), 第 72 回 ENCOUNTER with MATHEMATICS, 2019 年 1 月 11 日, 12 日, 中央大学.
5. Toward a construction of 2-parameter family of Painlevé tau-function via the topological recursion, D-modules, quantum geometry, and related topics, 3–7 December 2018, Kyoto University.
6. 完全 WKB 解析と位相的漸化式, 日本数学会無限可積分系セッション特別講演, 2018 年 9 月 24 日, 岡山大学.
7. Exact WKB analysis and related topics (4 talks), School and International Con-

ference on Geometry and Quantization (GEOQUANT 2017), July 31- August 11, 2017, Centre for Quantum Geometry of Moduli Spaces, University of Aarhus, Denmark.

8. Exact WKB analysis and related topics, Irregular Connections, Character Varieties and Physics, 6-9 March 2017, Paris VII, France.
9. Exact WKB analysis, Painlevé equations and the Stokes phenomenon, Topological Recursion and its Influence in Analysis, Geometry, and Topology, July 4-8, 2016, Hilton Charlotte University Place, Charlotte, NC.
10. Exact WKB analysis, cluster algebras and Painlevé equations, String-Math 2016, 27 June - 2 July, 2016, Collège de France.

D. 講義

1. 数理科学基礎：集合と写像, ε - δ 論法に基づく極限の定義, 1 階微分方程式の初等解法などを扱った. (教養学部前期課程講義)
2. 微分積分学 1, 2：微分積分学の入門講義. Taylor の定理, 偏微分, 極値問題, 広義積分, 重積分, べき級数などを扱った. (教養学部前期課程講義)
3. 常微分方程式：常微分方程式の入門講義. 微分方程式の初等解法, 初期値問題の解の存在と一意性, 定数係数線形常微分方程式の一般論, 自励系の平衡点の安定性などを扱った. (教養学部前期課程講義)
4. 全学自由研究ゼミナール：微分方程式と特殊函数に関する講義. 複素関数論の基礎, 超幾何微分方程式とその解の性質を紹介した. (教養学部前期課程講義)

H. 海外からのビジター

1. Omar Kidwai (JSPS fellow). We studied a relationship between topological recursion and BPS structure. In particular, for a class of spectral curves, we obtained

an explicit formula which describes the topological recursion free energy in terms of BPS invariants. The result is available in the preprint arXiv:2010.05596.

植田 一石 (UEDA Kazushi)

A. 研究概要

Imperial College London の Yankı Lekili 氏と共同で、ホモロジー的ミラー対称性の研究を行った。特に、これまでの研究で定式化した可逆多項式の Milnor ファイバーに対するホモロジー的ミラー対称性に関する予想を、任意の 2 次元以上の単純特異点に対して証明した。また、その過程で行列因子化の圏における Calabi–Yau 完備化の構成を与えた。さらに、ホモロジー的ミラー対称性の系として、任意の 2 次元以上の単純特異点の Milnor ファイバーのシンプレクティックコホモロジー群を明示的に記述した。

大阪大学の 大川新之介 氏と共同で、非可換代数幾何学の研究を行った。特に、非輪体の球状螺旋列を用いた AS 正則代数の構成を与えた。これは Bondal–Polishchuk や Van den Bergh らの結果を見通し良く整理した上で拡張したものになっている。

金沢大学の 永野中行 氏と共同で、IV 型領域上の保型形式環の研究を行った。特に、 $O(2, 4; \mathbb{Z})$ に対する指標付き保型形式環が重み 4, 4, 6, 8, 10, 10, 12, 30 の保型形式で生成され、その関係式は重み 8, 20, 60 の 3 つで生成されることを示した。また、符号が (2, 18) の偶ユニモジュラー格子に付随する指標付き保型形式環が、指標無し保型形式環に重み 132 の保型形式と重み 264 の関係式を加えて得られることを示した。この重み 132 の保型形式は Borcherds 積で与えられる尖点形式である。これらの結果の証明は K3 曲面のモジュライ空間を調べることによってなされる。

名古屋大学の 伊藤敦 氏、大阪大学の 大川新之介 氏および東京大学の 三浦真人 氏と共同で、例外型 Grassmann 多様体の Calabi–Yau 完全交差に関する研究を行った。特に、例外型 Grassmann 多様体上の完全可約な同変ベクトル束で、3 次元 Calabi–Yau 完全交差を与えるようなものを分類した。特に、 E_6 型 Grassmann 多様体の完全交差

として、新しい3次元 Calabi–Yau 多様体の族を与えた。

名古屋大学の伊藤敦氏および東京大学の三浦真人氏と共同で、代数的ビジョンに関する研究を行った。特に、Hartley–Schaffalitzky による射影再構成定理の代数幾何的な定式化及び証明を与えた。東京大学の三浦真人氏と共同で二重井戸型ポテンシャルによる相互作用を持つ多体系に関する研究を行い、2球デザインがポテンシャルの停留点を与えることを示した。

In a joint work with Yankı Lekili at the Imperial College London, we proved a conjecture relating the wrapped Fukaya category of the Milnor fiber of an invertible polynomial and the category of matrix factorizations of the sum of the Berglund–Hübsch transpose and a monomial in the case when the polynomial defines a simple singularity in dimension greater than one. We also obtained a result on the relation between matrix factorizations and Calabi–Yau completion along the way. As an application, we gave an explicit computation of the Hochschild cohomology group of the derived n -preprojective algebra of a Dynkin quiver for any $n \geq 1$, and the symplectic cohomology group of the Milnor fiber of any simple singularity in any dimension greater than one.

In a joint work with Shinnosuke Okawa at Osaka University, we gave a construction of AS-regular algebras from acyclic spherical helices, generalizing works of Bondal–Polishchuk and Van den Bergh.

In a joint work with Atsuhira Nagano at Kanazawa University, we showed that the ring of modular forms with characters for $O(2, 4; \mathbb{Z})$ is generated by forms of weights 4, 4, 6, 8, 10, 10, 12, and 30 with three relations of weights 8, 20, and 60. In another joint work with Atsuhira Nagano at Kanazawa University, we showed that the ring of modular forms with characters for the even unimodular lattice of signature (2,18) is obtained from the ring of modular forms without characters by adding a

Borchers product of weight 132 with one relation of weight 264, where V is a 2-dimensional \mathbb{C} -vector space. The proofs of these results are based on the study of moduli of K3 surfaces.

In a joint work with Makoto Miura at the University of Tokyo, we showed that spherical 2-designs give stationary points of the classical mechanical system of particles in a Euclidean space interacting by a double-well potential.

B. 発表論文

1. Y. Lekili and K. Ueda: “Homological mirror symmetry for Milnor fibers of simple singularities”, *Algebraic Geom.*, to appear.
2. A. Nagano and K. Ueda: “The ring of modular forms of $O(2, 4)$ with characters”, *Hokkaido Math. J.*, to appear.
3. M. Miura and K. Ueda: “Spherical 2-Designs as stationary points of many-body systems”, *Graphs and Combinatorics*, to appear.
4. B. Kim, J. Oh, K. Ueda and Y. Yoshida, Residue mirror symmetry for Grassmannians, *Schubert Calculus and Its Applications in Combinatorics and Representation Theory*, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, **332**, 307–365, 2020.
5. A. Ito, M. Miura, and K. Ueda, Projective reconstruction in algebraic vision, *Canad. Math. Bull.* **63** (3), 592–609, 2020.
6. Y. Nohara and K. Ueda, Potential functions on Grassmannians of planes and cluster transformations, *J. Symp. Geom.*, **18** (2), 559–612, 2020.
7. A. Ito, M. Miura, S. Okawa, and K. Ueda, Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties: the case of K3 surfaces of degree 12 and abelian varieties of degree 12 and abelian varieties, *Selecta Math.* **26** (38), 2020.
8. G_2 -Grassmannians and derived equivalence

lences, Manuscripta Math. 159, 549–559, 2019.

9. K. Hashimoto and K. Ueda, Reconstruction of general elliptic K3 surfaces from their Gromov-Hausdorff limits, Proc. Amer. Math. Soc. 147 (2019), 1963–1969.
10. A. Ito, M. Miura, S. Okawa, and K. Ueda, The class of the affine line is a zero divisor in the Grothendieck ring: via G_2 -Grassmannians, J. Algebraic Geom. 28 (2019), 245–250.

C. 口頭発表

1. Homological mirror symmetry for affine K3 surfaces, The 6th Workshop “Complex Geometry and Lie Groups”, 2021年2月17日.
2. Noncommutative del Pezzo surfaces, ZAG seminar, 2020年11月24日.
3. Noncommutative del Pezzo surfaces, Freemath seminar, 2020年5月26日.
4. Matrix factorizations and mirror symmetry, Moduli Spaces seminar, University of Melbourne, 2020年5月6日.

D. 講義

1. 基礎数論特別講義 IV: 非可換代数幾何学の動機を述べた後, 非可換代数多様体を適当な条件を満たす Abel 圏として定義する流儀と, 前三角微分次数圏あるいは安定 ∞ 圏として定義する流儀がある事を説明した。Abel 圏の基礎事項について復習した後, Abel 圏とその対象および自己同値からなる三つ組で適当な条件を満たすものと, 適当な条件を満たす次数環の関係を与える Artin-Zhang 理論を紹介した。また, 特に良いクラスの次数環として AS 正則代数の概念を述べ, Artin-Tate-Van den Bergh による 3次元 2次 AS 正則代数の分類理論を Bondal-Polishchuk によって整理された形で紹介した。最後に, 微分次数圏の概念を前面に押し出すことによって, 議論が

明快かつ簡潔になり, 自然な一般化が可能になることを示した。(数理大学院・4年生共通講義)

2. 全学自由研究ゼミナール: The HoTT Book の輪講。(教養学部前期課程講義)
3. 自然科学ゼミナール: Armstrong, Groups and Symmetry, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 1988 の輪講。(教養学部前期課程講義)
4. 数学特別講義 D: ミラー対称性に関する入門講義。(集中講義・東京工業大学・2020年10月)

柏原崇人 (KASHIWABARA Takahito)

A. 研究概要

(1) 大気や海洋のように, 水平方向のスケールが垂直方向のスケールよりも大きな場合, 流体の運動を表すナビエ・ストークス方程式から静水圧平衡を満たすプリミティブ方程式が導出される。この議論は形式的な次元解析によって行われていたが, 我々はその近似の数学的正当化を証明した。より正確に述べると, 水平方向と垂直方向のスケールの比 (アスペクト比) が 0 になる極限において, 拡散係数が異方的なナビエ・ストークスの解がプリミティブ方程式の解に収束することを示した。

(2) シニョリーニ条件やクーロン摩擦条件は, 弾性体力学の接触問題の定式化に用いられる基本的な境界条件である。ともに定常問題ではよく研究されている一方で, 非定常問題の解析は格段に難しくなり, 解の存在や一意性は未解決問題である。我々は, 速度を含むようなシニョリーニ型条件を提案し, クーロン摩擦をトレスカ摩擦に単純化した問題であれば, 解の存在と一意性が得られることを証明した。

(1) To describe the motion of atmosphere or ocean in which the horizontal scale is much larger than the vertical one, the so-called primitive equations are derived from the Navier-Stokes equations assuming the hydrostatic balance. We have rigorously justified the hydrostatic approximation, which were formally dis-

cussed before based on dimensional analysis. More precisely, in the situation where the aspect ratio goes to 0, we proved that the solution of the anisotropic Navier–Stokes equations converge to that of the primitive equations.

(2) Signorini and Coulomb boundary conditions are frequently utilized to formulate contact problems in elasticity. Although they are well studied for stationary settings, the analysis of non-stationary problems becomes much harder; in particular, existence and uniqueness of a solution remain open. We have proposed a new Signorini-type contact condition which involves velocity, establishing the well-posedness of the problem for in the Tresca friction setting.

B. 発表論文

1. Y. Giga, M. Gries, M. Hieber, A. Hussein, and T. Kashiwabara: “Analyticity of solutions to the primitive equations”, *Math. Nach.* **293** (2020), 284–304.
2. T. Kashiwabara and T. Kemmochi: “Pointwise estimates of linear finite element method for Neumann boundary value problems in a smooth domain”, *Numer. Math.* **144** (2020), 553–584.
3. T. Kashiwabara and T. Kommochi: “Stability, analyticity, and maximal regularity for parabolic finite element problems on smooth domains”, *Math. Comp.* **89** (2020), 1647–1679.
4. Y. Giga, M. Gries, M. Hieber, A. Hussein and T. Kashiwabara: “The hydrostatic Stokes semigroup and well-posedness of the primitive equations on spaces of bounded functions”, *J. Funct. Anal.* **279** (2020), doi: 10.1016/j.jfa.2020.108561
5. K. Furukawa, Y. Giga, M. Hieber, A. Hussein, T. Kashiwabara, and M. Wrona: “Rigorous justification of the hydrostatic approximation for the primitive equations by scaled Navier–Stokes equations”, *Nonlinearity* **33** (2020), 6502–6516.

6. G. Zhou, I. Oikawa and T. Kashiwabara: “The Crouzeix–Raviart element for the Stokes equations with the slip boundary condition on a curved boundary”, *J. Comput. Appl. Math.* **383** (2021), doi: 10.1016/j.cam.2020.113123
7. G. Zhou, T. Kashiwabara, I. Oikawa, E. Chung, and M.-C. Shiue: “An analysis on the penalty and Nitsche’s methods for the Stokes–Darcy system with a curved interface”, *Appl. Numer. Math.* **165** (2021), 83–118.

C. 口頭発表

1. Remarks on the regularity of slip boundary value problems of friction type, *Evolution Equations: Applied and Abstract Perspectives—in honour of Matthias Hieber’s 60th birthday—*, CIRM, Luminy (France), October 2019.
2. Remarks on the regularity of slip boundary value problems of friction type, *Russia-Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications”*, Novosibirsk (Russia), November 2019.
3. 滑らかな領域におけるノイマン境界値問題に対する有限要素法の最大値ノルム誤差評価について, 数学教室談話会, 愛媛大学, 2020年1月.
4. The semigroup and maximal regularity approach to the primitive equations, *Oberwolfach MFO-Webinar on Mathematical Advances in Geophysical Flows*, June 2020.
5. Unique solvability of a crack problem with Signorini-type and given-friction conditions in a linearized elastodynamic body, December 2020.

D. 講義

1. 常微分方程式：求積法・線形方程式・力学系・べき級数展開の基礎を扱った（教養学

部前期課程 2 年生講義).

2. 数理科学セミナー II : 集合と位相および関数解析の基礎を扱った (教養学部統合自然科学 3 年生).
3. 計算数理 II · 数値解析学 : 数値解析理論の基礎, 特に微分方程式に対する数値解析を扱った (数理大学院 · 4 年生共通講義).

F. 対外研究サービス

1. 日本応用数学会論文誌編集委員
2. 2020 年度日本数学会代議員 (地方区代議員)

G. 受賞

第 7 回藤原洋数理科学賞奨励賞 (2018)

加藤 晃史 (KATO Akishi)

A 研究概要

箴 (quiver) とその変異 (mutation) は, クラスタ代数とともに, 可積分系 · 低次元トポロジー · 表現論 · 代数幾何学 · WKB 解析などさまざまな分野に共通して現れる構造として注目を集めている. 特に, 箴の変異列 (mutation sequence) とゲージ理論や 3 次元双曲多様体の関連が提唱され, その不変量を数学的に厳密に解析する手段の開発が必要となった.

私は寺嶋郁二氏 (東北大学) との共同研究において, 与えられた箴変異の列 γ (quiver mutation loop = クラスタ代数の exchange graph 上のループに相当) に対し, 分配 q 級数 $Z(\gamma)$ と呼ばれる母関数を定義した. これは, 以下のような著しい性質を持つ. (1) $Z(\gamma)$ は箴変異の列 γ の反転操作や巡回シフトのもとで不変であり, 圏論的なモノドロミーの不変量と考えられる. (2) 箴変異の列 γ の変形に対し, 量子ダイログと同様なペンタゴン関係式を満たす. (3) ADE 型ディンキン図形やそのペアから自然に定義される分配 q 級数は, アフィン・リー環に附随する coset 型共形場理論に現れるフェルミ型 (準粒子型) 指標公式に一致し, 適当な q ベキ補正のもとで $Z(\gamma)$ は保型形式となる. (4) reddening sequence というクラス

の箴変異列 γ に対し, 分配級数は量子ダイログの積で表され, combinatorial Donaldson-Thomas invariant と一致する.

分配 q 級数の考え方は, 周期境界条件でなくても, 初期条件のみを指定した有限区間に対しても適用可能である. この場合は終状態に対する自由端条件を表すために, c -vector で次数付けされた非可換トラス値関数として考えるのが自然である. 加藤は, 寺嶋郁二氏と水野勇磨氏 (ともに東京工業大学) との共同研究において, Boltzmann weight を q -二項係数とする分配関数 (partition function) を導入し, その性質を調べた. この分配関数は, 実は引数の異なる 2 つの分配 q 級数 (組合せ論的 DT 不変量) の比として書けることが証明できる. その結果, 分配関数もまた分配 q 級数が持つ様々な良い性質を引き継いでいる. 分配 q 級数や分配関数は組合せ論的データのみから定義され, 箴が表す数学的対象の詳細には依らないので, 双対性の背後にある共通の性質を追究する上で役立つと期待される.

現在は分配級数の考え方を発展させ, 3 次元多様体の量子不変量を, 理想単体分割のデータから直接的に構成する研究を進めている.

Recently quivers and their mutations play pivotal role in mathematics and mathematical physics such as integrable systems, low dimensional topology, representation theory, algebraic geometry, WKB analysis, etc. There are various proposals which relate mutation sequences with gauge theories and/or three-dimensional hyperbolic manifolds. In order to study these proposals mathematically, it is useful to associate invariants with mutation sequences themselves.

In a recent joint work with Yuji Terashima (Tohoku University), we introduced a *partition q -series* $Z(\gamma)$ for a quiver mutation loop γ (a loop in a quiver exchange graph in cluster algebra terminology). This has following remarkable properties: (1) $Z(\gamma)$ is invariant under “inversion” and “cyclic shift” of γ ; so it may be regarded as a monodromy invariant. (2) $Z(\gamma)$ satisfies pentagon identities, sim-

ilar to those for quantum dilogarithms. (3) If the quivers are of Dynkin type or square products thereof, they reproduce so-called fermionic character formulas of certain modules associated with affine Lie algebras. They enjoy nice modular properties as expected from the conformal field theory point of view. (4) If a mutation sequence is reddening, then the partition q -series is expressed as an ordered product of quantum-dilogarithms; this coincides with the combinatorial Donaldson-Thomas invariant of the initial quiver.

The idea of partition q -series is also applicable to mutation sequences with free boundary conditions (as opposed to mutation loops with periodic boundary conditions). In the joint work with Y. Terashima and Y. Mizuno, we introduce a new type of invariants which uses q -binomial coefficients as local weights. This invariants turn out to be expressed as a ratio of two combinatorial DT invariants.

The definition of $Z(\gamma)$ requires only combinatorial data of quivers and mutation loops, and completely independent of the details of the problem. It is hoped that a deeper understanding of the partition q -series shed new lights on dualities and quantization.

I am now working on how extend these ideas to obtain quantum invariants of three manifolds, directly from ideal triangulations.

B. 発表論文

1. A. Kato, Y. Mizuno and Y. Terashima, *Quiver mutation sequences and q -binomial identities*, International Mathematics Research Notices, 2017, doi: 10.1093/imrn/rnx108

C. 口頭発表

1. “力学の変遷 —古典・量子・弦—” 日本数学会 市民講演会 東京工業大学 2019 年 3 月
2. “Quiver mutation loops and partition q -series” 研究集会「リーマン面に関連する位

相幾何学」東京大学数理科学研究科 2017 年 9 月

3. “Quiver mutation loops and partition q -series” 特別講演 日本数学会無限可積分セッション首都大学東京 2017 年 3 月
4. “Quiver mutation loops and partition q -series” Tropical geometry and related topics 京都大学理学研究科数学教室 2016 年 3 月
5. “Quiver mutation loops and partition q -series” International Conference on Geometry and Quantization GEOQUANT 2015 Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), Campus de Cantoblanco, Madrid, Spain, September 18, 2015.

D. 講義

1. 現象数理 III : 場の量子論における数理工学的手法。作用汎関数、経路積分と分配関数、摂動論、ゲージ対称性、行列模型、位相的場の理論、共形場理論など。(数理大学院・4 年生共通講義)
2. ベクトル解析 (教養学部前期課程講義)

北山 貴裕 (KITAYAMA Takahiro)

A. 研究概要

基本群の表現に付随する多様体のねじれ交叉形式とねじれ Blanchfield 形式の低次元トポロジーにおける新しい応用を追究した。特に、これらのペアリングを用いて、結び目のコンコードダンス及び Gordian 距離を研究した。

Stefan Friedl, Alexander Neumann, 鈴木正明との共同研究において、我々は結び目の Gordian 距離のねじれ Blanchfield 形式による下からの評価を与えた。整 Laurent 多項式環からの環準同型写像に対して、その値域である環上の Blanchfield 形式を表現するエルミート行列の最小サイズは結び目の不変量である。我々は、二つの結び目の Alexander 多項式のその環準同型写像による像によって生成される単項イデアルが互いに素であるならば、それら結び目の間の Gordian 距離は一方の結び目ともう一方の結び目の鏡像の向きを

反転したものと連結和の上記不変量の値以上であることを示した。これは Maciej Borodzik と Stefan Friedl による代数的結び目解消数に関する先行結果を一般化するものである。更に、我々はこの下からの評価を応用して、最小交点数が 10 以下である幾つかの素な結び目の間の Gordian 距離を決定することに成功した。

I pursued new applications of twisted intersection forms and twisted Blanchfield forms of a manifold associated to representations of the fundamental group in low-dimensional topology. In particular, I studied the concordance and the Gordian distance of knots, using such pairings.

In joint work with Stefan Friedl, Alexander Neumann and Masaaki Suzuki we presented a lower bound of the Gordian distance of knots in terms of twisted Blanchfield forms. For each ring homomorphism from the integral Laurent polynomial ring to the minimal size of a hermitian matrix representing the Blanchfield form over the target ring is a knot invariant. We showed that if the principal ideals generated by the images of the Alexander polynomials of two knots under the ring homomorphism are coprime, then the Gordian distance between the knots is greater than or equal to the invariant of the connected sum of one knot and negative the other. This extends the work by Maciej Borodzik and Stefan Friedl on the algebraic unknotting number of a knot. We applied the lower bound to determine the Gordian distance between some prime knots with crossing numbers less than 10.

B. 発表論文

1. S. Friedl, L. Lewark, T. Kitayama, M. Nagel and M. Powell: "Homotopy ribbon concordance, Blanchfield pairings, and twisted Alexander polynomials", to appear in *Canad. J. Math.*
2. S. Friedl, T. Kitayama and M. Nagel : "A note on the existence of essential tri-

branched surfaces", *Topology Appl.* **225** (2017) 75–82.

3. S. Friedl, T. Kitayama and M. Nagel : "Representation varieties detect essential surfaces", *Math. Res. Lett.* **25** (2018) 803–817.
4. T. Hara and T. Kitayama: "Character varieties of higher dimensional representations and splittings of 3-manifolds", to appear in *Geom. Dedicata*.
5. T. Kitayama, M. Morishita, R. Tange and Y. Terashima : "On certain L -functions for deformations of knot group representations", *Trans. Amer. Math. Soc.* **370** (2018) 3171–3195.

C. 口頭発表

1. Representation varieties detect splittings of 3-manifolds, Rigidity School, Nagoya 2016, 名古屋大学, 日本, 2016 年 7 月.
2. Representation varieties detect splittings of 3-manifolds, The second Australia-Japan Geometry, Analysis and their Applications, 京都大学, 日本, 2017 年 1 月.
3. Representation varieties detect splittings of 3-manifolds, Invariants in Low-dimensional Topology, Korea Institute for Advanced Study, 韓国, 2017 年 5 月.
4. Representation varieties and essential surfaces, New Development in Teichmüller Space Theory, 沖縄科学技術大学院大学, 日本, 2017 年 11 月.
5. Torsion polynomial functions and essential surfaces, Low Dimensional Topology and Number Theory X, 九州大学, 日本, 2018 年 3 月.
6. Twisted Alexander polynomials and L^2 -Euler characteristics, New development of low-dimensional topology, 四季の湯強羅青雲荘, 日本, 2018 年 12 月.
7. Character varieties and essential surfaces, The 14th East Asian Conference on Geometric Topology, 中国, 2019 年 1 月.

8. Character varieties and essential surfaces, Low-Dimensional Topology Workshop 2019, University of Regensburg, ドイツ, 2019 年 10 月.
9. Twisted Alexander polynomials and L^2 -Euler characteristics, Global Analysis Seminar, University of Regensburg, ドイツ, 2019 年 12 月.
10. Representations of fundamental groups and 3-manifold topology, RIKEN iTHEMS Math Seminar, オンライン, 2020 年 11 月.

E. 修士・博士論文

1. (修士) 佐藤 千尋 (SATO Chihiro): Co-compactly cubulated アルティン群の virtual specialness について
2. (修士) 執印 剛史 (SHUIN Tsuyoshi): Algebraic unknotting number の一般の閉 3 次元多様体への拡張と Blanchfield form について
3. (修士) 布施 音人 (FUSE Otohito): Cha と Orr により定義された transfinite Milnor 不変量の torus bundle の例における realizable class
4. (修士) 油井 星羅 (YUI Seira): 1 次元力学系を用いた 3 次元多様体の基本群の左不変順序付け可能性の判定とその応用

F. 対外研究サービス

1. The 16th East Asian Conference on Geometric Topology, オンライン, 2021 年 1 月 25 日-28 日, 世話人

小池 祐太 (KOIKE Yuta)

A. 研究概要

今年度は主に以下の 2 つのテーマについて研究を行った.

1. Xiao Fang 氏とともに高次元 Wishart 行列の正規近似に関する研究を行った. $X = (X_{ik})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq d}$ を平均 0, 分散 1 の独立

同分布な成分を持つ $n \times d$ ランダム行列として, $\frac{1}{\sqrt{d}}XX^\top$ の対角成分を除く上三角成分を縦に並べて得られる $\binom{n}{2}$ 次元ランダムベクトルを W とする. X の成分が標準正規分布に従う場合, $n^3 = o(d)$ であれば W の分布が Wasserstein 距離に関して $\binom{n}{2}$ 次元標準正規分布で近似できることが知られている. 今年度の研究では, X の各成分が有限な 6 次モーメントを持つ場合に同じ結果が成立することを示した.

2. 非退化な共分散行列を持つ独立確率ベクトルの和に対する超高次元中心極限定理における収束レートを改善する研究を Victor Chernozhukov 氏および Denis Chetverikov 氏とともにに行った. 次元を d , サンプル数を n とした場合, この収束レートのオーダーの下界として $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2}$ が知られており, このオーダーが最適であると予想されている. 確率ベクトルの分布が対数凹な密度を持つ場合には, 実際にこのレートに $\log n$ を乗じたオーダーが達成できることが Xiao Fang 氏との前年度の研究において示されている. 今年度の研究では, 確率ベクトルの ℓ_∞ -ノルムが一様に有界であれば, 同じ収束レートが達成できることを示した.

In this academic year, I have mainly studied the following two subjects:

1. I have studied normal approximation to high-dimensional Wishart matrices with Xiao Fang. Let $X = (X_{ik})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq d}$ be a random matrix whose entries are i.i.d. with mean 0 and variance 1. Then, let W be the $\binom{n}{2}$ -dimensional random vector obtained by stacking the upper triangular entries of $\frac{1}{\sqrt{d}}XX^\top$ excluding the diagonal entries. It is known that, when entries of X are normally distributed, the law of W can be approximated by the $\binom{n}{2}$ -dimensional normal distribution in terms of the Wasserstein distance, provided $n^3 = o(d)$. In

this academic year, we have shown that the same approximation result holds true when entries of X have finite sixth moments.

2. Collaborating with Victor Chernozhukov and Denis Chetverikov, I have studied improving the convergence rate in an ultra high-dimensional central limit theorem for sums of independent random vectors with non-singular covariance matrices. It is known that a lower bound of this convergence rate is given by $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2}$, where d is the dimension of the random vectors and n is the sample size, and this rate is conjectured to be optimal. In the last academic year, my joint work with Xiao Fang showed that $(\frac{\log^3 d}{n})^{1/2} \log n$ gives an upper bound when the laws of the random vectors have log-concave densities. In this academic year, we have shown that the same is true when the ℓ_∞ -norms of the random vectors are uniformly bounded.

B. 発表論文

1. Y. Koike, “Inference for time-varying lead-lag relationships from ultra high frequency data”, to appear in *Jpn. J. Stat. Data Sci.* (2021+).
2. X. Fang, Y. Koike, “High-dimensional central limit theorems by Stein’s method”, to appear in *Ann. Appl. Probab.* (2021+).
3. Y. Koike, “Notes on the dimension dependence in high-dimensional central limit theorems for hyperrectangles”, to appear in *Jpn. J. Stat. Data Sci.* (2021+).
4. V. Chernozhukov, D. Chetverikov, Y. Koike, “Nearly optimal central limit theorem and bootstrap approximations in high dimensions”, preprint, arXiv:2012.09513 (2020).
5. X. Fang, Y. Koike, “Large-dimensional

central limit theorem with fourth-moment error bounds on convex sets and balls”, preprint, arXiv:2009.00339 (2020).

6. X. Fang, Y. Koike, “New error bounds in multivariate normal approximations via exchangeable pairs with applications to Wishart matrices and fourth moment theorems”, preprint, arXiv:2004.02101 (2020).
7. Y. Koike, “De-biased graphical Lasso for high-frequency data”, *Entropy* **22** (2020) 456.
8. T. Hayashi, Y. Koike, “No arbitrage and lead-lag relationships”, *Statist. Probab. Lett.* **154** (2019) 108530.
9. Y. Koike, Z. Liu, “Asymptotic properties of the realized skewness and related statistics”, *Ann. Inst. Statist. Math.* **71** (2019) 703–741.
10. Y. Koike, Y. Tanoue, “Oracle inequalities for sign constrained generalized linear models”, *Econom. Stat.* **11** (2019) 145–157.

C. 口頭発表

1. 深層ニューラルネットワークによる多次元拡散過程のドリフト推定, 大阪大学 数理・データ科学セミナー, オンライン開催, 2021年3月.
2. Homogeneous sum に対する高次元中心極限定理, 日本数学会 2021 年度年会, オンライン開催, 2021年3月.
3. 深層ニューラルネットワークによる多次元拡散過程のドリフト推定, 確率過程の統計推測の最近の展開 2021, オンライン開催, 2021年3月.
4. YUIMA と機械学習, 第5回 YUIMA ユーザー会, オンライン開催, 2021年3月.
5. Multi-Scale Analysis of Lead-Lag Relationships in High-Frequency Financial Markets, The LiU Seminar Series in Statistics and Mathematical Statistics, online, 2020年12月.

6. NASDAQ-BATS 取引所間のリード・ラグ関係のマルチスケール解析, 2020 年度統計学輪講, オンライン開催, 2020 年 10 月.
7. 高頻度データ解析に端を発する高次元中心極限定理の展開について, 統計数学セミナー, オンライン開催, 2020 年 10 月.
8. Multi-Scale Analysis of Lead-Lag Relationships in High-Frequency Financial Markets, 11th CEQURA Conference 2020 on Advances in Financial and Insurance Risk Management, online, 2020 年 9 月.
9. 高次元中心極限定理の最近の展開, 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会, オンライン開催, 2020 年 9 月.
10. YUIMA におけるリード・ラグ解析の最近の展開, 2020 年度統計関連学会連合大会, オンライン開催, 2020 年 9 月.

D. 講義

1. 統計データ解析 II : 多変量解析および時系列解析の基礎を R による実習を中心に扱った. (教養学部前期課程講義)
2. 統計データ解析 I : 統計学の基礎 (記述統計量・極限定理・推定・検定など) を R による実習を中心に扱った. (教養学部前期課程講義)
3. 解析学特別講義 2: 「Stein の方法による正規近似入門」と題した集中講義を行った. (集中講義, 東京都立大学, 2020 年 10-12 月)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 大賀 晃弘 (OGA Akihiro): Drift estimation for a multi-dimensional diffusion process using Deep Neural Networks.
2. (修士) 勝屋 大輔 (KATSUYA Daisuke): Scaled Lasso estimation of sparse precision matrices in a general setting.

F. 対外研究サービス

1. 日本統計学会 広報理事

2. 日本金融・証券計量・工学学会 大会理事
3. “Asia-Pacific Financial Markets” Associate Editor
4. 統計数理研究所 客員准教授

G. 受賞

1. 第 1 回 ISI 東京大会記念奨励賞, 2019 年 9 月.
2. 第 32 回小川研究奨励賞, 2018 年 9 月.

権業 善範 (GONGYO Yoshinori)

A. 研究概要

今年度は、一般化された偏極対に対する極小対数的閾値の論文 (中村勇哉氏と Wei-Chung Chen 氏との共著) をまとめつつ、退化されたファイバー上の多重標準系からの拡張の問題について変形理論的視点からの研究を行った。割とこれはうまくいっているようで近日中にまとめて発表できればと考えている。その他にも、退化の構成、相対的 Du Bois 複体についての研究などを行った。主に神戸大学の佐野太郎氏や Utah 大の Christopher Hacon 氏に話を聞いてもらったりしながら研究していた。そんなことをしていたこともあって上記の共著論文が一向に仕上がってなくて非常に迷惑をかけている。完成は来年度に期待したい。

In this academic year, I was trying to complete the collaborated paper with Professor Yusuke Nakamura and Doctor Wei-Chung Chen about the minimal log discrepancy for generalized pairs. Moreover I studied about the extension problem on the pluri-canonical system from the singular fiber on some flat families. I hope that this works well and to complete this work near future. For other topics, I was thinking about log deformations, the construction of degenerations, and the relative du Bois Complex. I was indebted to Professor Taro Sano and Christopher Hacon for discussion for these topics on a regular basis. By such reasons, I am very sorry but the complete of the above joint work is delay. So I expect the next academic year for its

complete.

B. 発表論文

1. O. Fujino and Y. Gongyo : “On log canonical rings” Higher dimensional algebraic geometry—in honour of Professor Yujiro Kawamata’s sixtieth birthday, 159–169, Adv. Stud. Pure Math., **74**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2017.
2. P. Cascini, Y. Gongyo, and Karl Schwede : “Uniform bounds for strongly F-regular surfaces” Trans. Am. Math. Soc. **368**, No. 8, 5547–5563 (2016).,
3. Y. Gongyo, Z. Li, Z. Patakfalvi, K. Schwede, H. Tanaka, and H. R. Zong : “On rational connectedness of globally F-regular threefolds” Adv. Math. **280** (2015), 47–78,
4. Y. Gongyo and S. Takagi : “Surface of globally F-regular and F-split type” Math. Ann. **364** (2016), no. 3-4, 841–855.,
5. Y. Gongyo and S-i. Matsumura : “Versions of injectivity and extension theorems” Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4) **50** (2017), no. 2, 479–502
6. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka : “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) **21** (2019), no. 12, 3759–3795.
7. A. Broustet and Y. Gongyo : “Remarks on log Calabi–Yau structure of varieties admitting polarized endomorphism”, Taiwanese J. Math. **21** (2017), no. 3, 569–582,
8. S. Ejiri and Y. Gongyo : “Nef anti-canonical divisors and rationally connected fibrations”, preprint, Compos. Math. **155** (2019), no. 7, 1444–1456.
9. Y. Gongyo and S. Takagi : “Kollár’s injectivity theorem for globally F-regular varieties”, Eur. J. Math. **5** (2019), no. 3, 872–880.
10. S. R. Choi and Y. Gongyo : “On a

generalized Batyrev’s cone conjecture”, preprint, arXiv:2002.11071,

C. 口頭発表

1. Nef anti-canonical divisors and rationally connected fibrations, AG seminar at UCLA, , 24th Apr. 2020,
2. On a generalized Batyrev’s cone conjecture, Zoom Algebraic Geometry seminar , , 23th Apr. 2020,
3. A generalization of Batyrev’s cone conjecture Algebraic Geometry in Auckland, University of Auckland, NZ, 16–20th December 2019
4. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , 都の西北代数幾何学シンポジウム 2019 26th–29th November, 2019
5. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , 成功大学, コロキウム, 台南, 14th November, 2019
6. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , JHU AG seminar, 1st, October, 2019
7. ACC for LCT and Boundedness of Fano varieties after Birkar, Hacon, Mckernan, and Xu , 第 21 回多変数関数論葉山シンポジウム, 13th–16th July. 2019,
8. Nef anti-canonical divisors and rationally connected fibrations, Birational Geometry and Fano varieties, Moscow, 24th–28th Jun. 2019,
9. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , Algebraic Geometry International Conference, KIAS, 3rd–7th Jun. 2019,
10. A generalization of Batyrev’s cone conjecture , BGMS seminar at MSRI, 4th Apr. 2019,

D. 講義

1. 線型代数学 1: 行列の基本変形、線形空間の一般論について講義した (教養学部前期課程講義)

2. 数学基礎理論演習:上授業の演習

F. 対外研究サービス

1. 東大京大代数幾何セミナーの世話人,
2. Zoom Algebraic Geometry seminar 世話人,
3. Algebraic Geometry East Asia seminar 世話人,

坂井 秀隆 (SAKAI Hidetaka)

A. 研究概要

複素領域における微分方程式, 差分方程式の研究を, とくに, 特殊函数論, 可積分系の理論という観点から行ってきた.

最近の結果は以下の通り.

1. 4次元パンルヴェ型方程式の分類を目的として, とくにフックス型方程式の変形理論に対応する場合の4種類の非線型方程式を, ハミルトン系の形で求めた.
2. フックス型方程式の変形理論から得られる4つの4次元パンルヴェ型方程式に対して, 線型方程式の分岐しない場合の退化を考え, 2種類の4次元パンルヴェ型方程式と線型方程式との対応を与えた (川上拓志氏, 中村あかね氏との共同研究).
3. 小木曾・塩田による有理楕円曲面の分類に対応するハミルトン系の分類を行い, 双二次形式で作られるものを含むハミルトン函数と曲面の対応を調べた. また, バックlund変換の構成なども行った.
4. 線型 q 差分方程式の中間畳み込みを構成し, その主要な性質に証明をつけた (山口雅司氏との共同研究).
5. ある q 離散パンルヴェ方程式の一般解を, AGT 対応の q 類似を使って構成した (神保道夫氏, 名古屋創氏との共同研究).

My research interest is in theory of differential and difference equations in complex domains. In particular, I have been studying special functions and integrable systems in this field.

Recent results are as follows:

1. All of 4 4-dimensional Painlevé-type equations which is obtained from deformation theory of Fuchsian equations, were formulated and expressed in the form of Hamiltonian systems. This is motivated by an attempt to classify the 4-dimensional Painlevé-type equations.
2. We gave a correspondence between 22 4-dimensional Painlevé type equations and Fuchsian and non-Fuchsian linear differential equations. This is obtained from a degeneration scheme of the 4 4-dimensional Painlevé type equations which is calculated from deformation theory of Fuchsian equations. This study contains only unramified case, and ramified case would be another story (joint work with KAWAKAMI Hiroshi and NAKAMURA Akane).
3. We gave a classification of Hamiltonian systems corresponding to Oguiso-Shioda's classification of rational elliptic surfaces. We also construct a kind of Bäcklund transformations of the Hamiltonian systems.
4. We constructed "middle convolution" for linear q -difference equations of Fuchsian type. Some important properties of the transformation are proved (joint work with YAMAGUCHI Masashi).
5. We gave a concrete expression of general solutions of a q -Painlevé equation. We used q -analog of AGT correspondence. (joint work with JIMBO Michio and NAGOYA Hajime).

B. 発表論文

1. H. Sakai and M. Yamaguchi: "Spectral types of linear q -difference equations and q -analog of middle convolution", Int. Math. Res. Not. IMRN (2017), no. 7, 1975-2013.
2. M. Jimbo, H. Nagoya, and H. Sakai: "CFT approach to the q -Painlevé VI equation", J. Integrable Syst. **2** (2017), no. 1, xyx009, 27 pp.
3. K. Hiroe, H. Kawakami, A. Nakamura, and H. Sakai: "4-dimensional Painlevé-

type equations”, MSJ Memoirs, 37. Mathematical Society of Japan, Tokyo, 2018.

4. T. Mase, A. Nakamura, and H. Sakai: “Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations”, Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. **29** (2020), no. 5, 1251–1264.

C. 口頭発表

1. Ordinary differential equations on rational elliptic surfaces: Integrable systems, symmetries, and orthogonal polynomials (ICMAT, Madrid, Spain) 2017 年 9 月.
2. Discrete Painlevé equations: Joint Mathematics Meetings AMS Special Session (Washington State Convention Center, Seattle, USA) 2016 年 1 月.
3. A rigid, irreducible Fuchsian linear q -equation can be reduced to a 1st order equation by integral transformation: 25th International Conference on Integrable Systems and Quantum Symmetries (Czech Technical University, Prague, Czech) 2017 年 6 月.
4. CFT approach to the q -Painlevé equations (joint work with M. Jimbo and H. Nagoya): Asymptotic, Algebraic and Geometric Aspects of Integrable Systems (TSIMF, Sanya, China) 2018 年 4 月; 可積分系理論から見える数理構造とその応用 (京大数理研) 2018 年 9 月.
5. Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations (joint work with T. Mase and A. Nakamura): Integral Systems Workshop 2019 (University of Sydney, Sydney, Australia) 2019 年 11 月.
6. Painlevé 方程式の世界: 日本数学会秋季総合分科会, 関数方程式論分科会特別公演 (オンライン) 2020 年 9 月.
7. Painlevé 超越関数と共形場理論: 2020 年度表現論シンポジウム (オンライン) 2020 年 11 月.

D. 講義

1. 数学 I : 文系向け微分積分学の入門講義 (教養学部前期課程講義)
2. 複素解析学 II : 複素解析学の講義 (3 年生)
3. 複素解析学 II 演習: 複素解析学 II の演習 (3 年生)
4. 構造幾何学 : 力学系の講義 (教養学部統合自然科学科)
5. 構造幾何学演習 : 構造幾何学の演習 (教養学部統合自然科学科)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 細井 竜也 (HOSOI Tatsuya): 4 階 2 次齊次微分方程式の初期値に依存する複素冪を持つ形式級数解とその収束について.

F. 対外研究サービス

1. Funcialaj Ekvacioj 編集委員

G. 受賞

2019 年度日本数学会解析学賞

逆井 卓也 (SAKASAI Takuya)

A. 研究概要

グラフホモロジーは型に応じて種々のモジュライ空間の位相的性質や多様体の不変量など様々な応用を持つ数学的対象となっている. その 1 つである Lie 型のグラフホモロジーを調べるにあたって, 自由 Lie 代数のシンプレクティック微分 Lie 代数の構造を明らかにすることは重要な意味を持つ. とくにその微分 Lie 代数の次数 1 で生成される部分 Lie 代数を決定することは曲面の写像類群に対する有理 Johnson 準同型の像を決定することと同等であり, 大きな問題となっている. 今年度は, 森田茂之氏, 鈴木正明氏との共同研究により, 第 7,8 Johnson 準同型を調べ, 第 7 Johnson 準同型の像を決定し, 第 8 については 1 つの成分を除いてすべて決定した.

The graph homology has many applications to topological properties of various moduli

spaces and invariants of manifolds. In the study of the Lie case, the symplectic derivation Lie algebra of a free Lie algebra plays an important role. Especially, it is important to determine the subalgebra of the derivation Lie algebra generated by its degree 1 part, which turns out to be the same as the image of rational Johnson homomorphisms for mapping class groups of surfaces. This academic year, in a joint work with Shigeyuki Morita and Masaaki Suzuki, we investigated the 7th and 8th Johnson homomorphisms. In particular, we determined the images of the 7th and the 8th up to 1 component.

B. 発表論文

1. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “An abelian quotient of the symplectic derivation Lie algebra of the free Lie algebra”, *Experimental Mathematics* **27** (2018) 302–315.
2. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “Symmetry of symplectic derivation Lie algebras of free Lie algebras”, *RIMS Kôkyûfoku Bessatsu* **B66** (2017) 185–193.
3. T. Sakasai : “Johnson-Morita theory in mapping class groups and monoids of homology cobordisms of surfaces”, *Winter Braids Lecture Notes*, **3** (2016) Course no IV, 1–25.
4. 逆井卓也 : 曲面の写像類群と自由群の外部自己同型群のコホモロジーに関するこれまでの歩みと最近の進展, *数学* 第 70 卷 第 3 号, 日本数学会 (2018) 225–254.
5. T. Sakasai, S. Morita and M. Suzuki : “Torelli group, Johnson kernel and invariants of homology spheres”, *Quantum Topology* **11** (2020) 379–410.
6. T. Sakasai and G. Massuyeau : “Morita’s trace maps on the group of homology cobordisms”, *Journal of Topology and Analysis* **12** (2020) 775–818.

C. 口頭発表

1. グラフホモロジーとモジュライ空間のホモロジー群, 種々の幾何学的構造と基本群に現れる様々な特性類とその不変量への応用, 国家公務員共済組合連合会下呂保養所, 2018 年 8 月.
2. Computations on Johnson homomorphisms, Cohomological study of mapping class groups and related topics, IRMA (フランス), 2018 年 9 月.
3. Torelli group, Johnson kernel and invariants of homology 3-spheres, トポロジー火曜セミナー, 東京大学, 2018 年 11 月.
4. Topological studies of moduli spaces of Riemann surfaces and their generalizations, *Quantum Math*, 沖縄科学技術大学院大学, 2019 年 3 月.
5. グラフホモロジー: 定義と応用, EN-COUNTER with MATHEMATICS, 中央大学, 2019 年 3 月.
6. Computations on Johnson homomorphisms and their applications, *Computational Problems in Low-dimensional Topology II*, 沖縄科学技術大学院大学, 2019 年 4 月.
7. Johnson homomorphisms up to degree 7, ジョンソン準同型とその周辺 2019, 東京大学, 2019 年 5 月.
8. Computations in symplectic derivation Lie algebras and their applications, *Graph complexes in algebraic geometry and topology*, The University of Manchester (イギリス), 2019 年 9 月.
9. Higher dimensional extensions of Johnson homomorphisms via bordism groups, 低次元トポロジー in 白神 2019, あきた白神体験センター, 2019 年 11 月.
10. (1) Outer space and tropical curves, (2) Applications of the moduli space of tropical curves, リーマン面のモジュライ空間の諸相, 東京大学, 2020 年 1 月.

D. 講義

1. 数学 I (文科学): 微分積分学の初歩に関する講義. (教養学部前期課程講義)
2. 幾何学 II・幾何学特別演習 II: 位相空間のホモロジー群の基礎に関する講義と演習. (3 年生向け講義)
3. 幾何学特別講義 II / トポロジー特別講義 II: 「Kontsevich によるグラフホモロジーの理論とその応用」というタイトルで, 当分野の概説を行った. (集中講義, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科, 2020 年 7 月 13 日-7 月 17 日)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 高野 暁弘 (TAKANO Akihiro): Studies on the Tong-Yang-Ma representation —Twisted Alexander invariants and extensions of the representation—.

F. 対外研究サービス

1. 研究集会: 第 67 回 トポロジーシンポジウム・オンライン (2020 年 10 月, 本学アカウントの Zoom によるオンライン開催) 世話人.
2. 国際研究集会: The 16th East Asian Conference on Geometric Topology (2021 年 1 月, 本学アカウントの Zoom によるオンライン開催), Program Committee & Local Organizing Committee.
3. 研究集会: 表現と特性類に関する位相幾何学 (2021 年 3 月, 本学アカウントの Zoom によるオンライン開催) 世話人.
4. 研究集会: Thompson 群とその周辺 (2021 年 3 月, 東京都立大学ならびに本学アカウントの Zoom によるハイブリッド開催) 世話人.

佐々田 槇子 (SASADA Makiko)

A. 研究概要

本年度は, ある種の零温度ランダムポリマーモデルの定常分布についての研究を行った. 対応する

温度正のポリマーモデル, およびある決定論的な離散可積分モデルに対して用いられてきた手法を適用した. 4 つの基本ベータ/ガンマモデルに対して, 各モデルを定める写像が 2 つの基本的な全単射のうちの 1 つに対応していること, そして, その全単射に関する「独立性保存則」によって, 対応する定常分布が特徴付けられることが知られている. これと同様の, それぞれに対応する全単射による表現を, 対応する 4 つの零温度ランダムポリマーモデルに対して導出した. 温度正のポリマーモデルの場合との違いとして, 零温度モデルの場合には, 対応する変数変換が退化しているために, 定常分布を求めることはできるが, それを完全に特徴付けることはできない. また, この全単射による表現を用いて, これらの温度正, および零温度モデル間の関係を導出した. これにより, すでに既知の結果を再現した他, 新しい関係を示し, さらにいくつかの未解決な問を与えた. 本研究は David Croydon 氏との共同研究である.

This academic year, I studied stationary measures for certain zero-temperature random polymer models. I apply techniques developed for understanding the stationary measures of the corresponding positive-temperature random polymer models and some deterministic discrete integrable systems. For the four basic beta-gamma models (i.e. the inverse-gamma, gamma, inverse-beta and beta random polymers), it is known that the maps underlying the systems in question can each be reduced to one of two basic bijections, and that through an ‘independence preservation’ property, these bijections characterize the associated stationary measures. We derive similar descriptions for the corresponding zero-temperature maps, whereby each is written in terms of one of two bijections. One issue with this picture is that, unlike in the positive-temperature case, the change of variables required is degenerate in general, and so whilst the argument yields stationary solutions, it does not provide a complete characterization of them. We also derive from our viewpoint various links between ran-

dom polymer models, some of which recover known results, some of which are novel, and some of which lead to further questions. This is a joint work with David Croydon.

B. 発表論文

1. K. Sato, M. Sasada : “Thermal Conductivity for Coupled Charged Harmonic Oscillators with Noise in a Magnetic Field” , Commun. Math. Phys. 361-3 (2018), 951-995.
2. M. Sasada : “On the Green-Kubo formula and the gradient condition on currents” , Ann. Appl. Probab. 28, No. 5, (2018), 2727-2739.
3. D. A. Croydon and M. Sasada : “Invariant measures for the box-ball system based on stationary Markov chains and periodic Gibbs measures” , J. Math. Phys. 60 083301 (2019).
4. K. Sato, M. Sasada and H. Suda : “5/6-Superdiffusion of energy for coupled charged harmonic oscillators in a magnetic field” , Comm. Math. Phys. 372-1 (2019), 151-182.
5. D. A. Croydon, M. Sasada and S. Tsujimoto : “Dynamics of the ultra-discrete Toda lattice via Pitman’s transformation” , RIMS Kokyuroku Bessatsu, 78 (2020), 235-250.
6. D. A. Croydon, M. Sasada : “Generalized hydrodynamic limit for the box-ball system” , Comm. Math. Phys., (2020).
7. O. Blondel, C. Erignoux, M. Sasada and M. Simon : “Hydrodynamic limit for a facilitated exclusion process” , Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist., 56-1 (2020), 667-714.
8. D. A. Croydon, T. Kato, M. Sasada and S. Tsujimoto : “Dynamics of the box-ball system with random initial conditions via Pitman’s transformation” , Mem. Amer. Math. Soc., accepted.
9. D. A. Croydon, M. Sasada : “Discrete

integrable systems and Pitman’s transformation” , Proceeding of “The 12th Mathematical Society of Japan, Seasonal Institute (MSJ-SI) Stochastic Analysis, Random Fields and Integrable Probability.” 7 13, accepted.

10. D. A. Croydon and M. Sasada : “Duality between box-ball systems of finite box and/or carrier capacity” , RIMS Kokyuroku Bessatsu,79 (2020), 63-107.

C. 口頭発表

1. Discrete classical integrable systems and generalized Pitman’s transform, Particle Systems and PDE’s VIII, the University of Lisbon, Portugal, 2019年12月.
2. Geometric Perspective for the Theory of Hydrodynamic Limits, iTHEMS math-physics joint seminar, Online, 2020年8月.
3. Hydrodynamic limit of nongradient models, One World Probability Seminar, Online, 2020年10月.
4. Discrete integrable systems and Pitman’s transformation, UCLA probability seminar, Online, 2020年11月.
5. Geometric Perspectives for the Theory of Hydrodynamic Limits, Department Colloquium at McMaster University, Online, 2020年11月.
6. 流体力学極限の幾何学的考察 (Part 1) , 代数的整数論とその周辺, Online, 2020年12月.
7. General solutions and invariant measures for systems of KdV- and Toda-type locally-defined dynamics, Cornell probability seminar, Online, 2020年12月.
8. General solutions and invariant measures for systems of KdV- and Toda-type locally-defined dynamics, Kansai Probability Seminar, Online, 2020年12月.
9. 非勾配型モデルに対する流体力学極限の幾何学的考察, 確率論シンポジウム, Online, 2020年12月.
10. Pitman’s transform description and in-

variant measures for KdV- and Toda-type discrete locally-defined dynamics, University of Arizona and University of Utah Mathematical physics and probability joint online seminar, Online, 2021年3月.

E. 修士・博士論文

1. (博士) 須田 颯 (SUDA Hayate): Scaling limits of stochastic harmonic chains with long-range interactions.

F. 対外研究サービス

1. 国立研究開発法人 理化学研究所 客員研究員
2. 数学オリンピック財団 評議員
3. 日本学術振興会 専門委員会委員
4. 科学技術専門家ネットワーク 専門調査員
5. Probability Theory and Related Fields, Associate Editor
6. Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilités et Statistiques, Associate Editor

下村 明洋 (SHIMOMURA Akihiro)

A. 研究概要

関数解析やフーリエ解析の手法を用いて、発展方程式論や偏微分方程式の研究を行った。例えば、空間遠方でクーロンポテンシャルより緩やかに減衰する長距離型ポテンシャルを伴うハートリー・フォック型方程式の初期値問題について、小さい初期データに対して、分散性を持つ時間大域解の一意存在とその漸近形について検討した。それに関連して、実関数論についても検討を行った。

I studied on the theory of evolution equations and partial differential equations by using functional analysis and Fourier analysis. For example, I considered the existence, uniqueness and the large time behavior of dispersive global

solutions to the initial value problem of the Hartee-Fock type equation with a long-range potential for small initial data. I also studied real analysis.

C. 口頭発表

1. 確率の計算いろいろ, 高校生のための現代数学講座, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2016年7月.

D. 講義

1. 初年次ゼミナール理科「解析学の基礎」: 数学的に厳密な微分積分学. (教養学部前期課程, 1年生 理系, S セメスター).
2. 関数解析学・解析学 VII: 関数解析の基礎の講義. (数理大学院・4年生共通講義, S セメスター).
3. 基礎解析学概論・解析学 XB: 実解析学の基礎の講義. 主に, L^p -空間 (の続論) とソボレフ空間の基礎について講義した. (数理大学院・4年生共通講義, A セメスター).

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 2020 年度 全国区代議員 (評議員).

白石 潤一 (SHIRAISHI Junichi)

A. 研究概要

Affine screening operator に付随した screened vertex operators を用いて, 形式的無限級数 $f^{\widehat{gl}_N}(x, p|s, \kappa|q, t)$ (*non-stationary Ruijsenaars function*) を導入した. それは affine Laumon spaces の Euler characteristics を与える. パラメータ s と κ を適当に選ぶとき, 極限 $t \rightarrow q$ において $f^{\widehat{gl}_N}(x, p|s, \kappa|q, q/t)$ は, \widehat{sl}_N の dominant integrable character に $1/(p^N; p^N)_\infty$ (即ち, \widehat{gl}_1 character) を乗じたものになる. 級数 $f^{\widehat{gl}_N}(x, p|s, \kappa|q, t)$ に関する幾つかの予想が得られた. それらを概観すれば以下の通り. まず, bispectral, 及び, Poincaré duality が成り立つと予想される. bispectral duality から, evalua-

tion formula が従う。主予想は次のようなことを主張する。(i) 級数 $f^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s, \kappa|q, t)$ を適当に規格化すれば、その極限 $\kappa \rightarrow 1$ を取ることができる、(ii) それを $f^{\text{st.}\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s|q, t)$ とすれば、 $f^{\text{st.}\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s|q, t)$ は elliptic Ruijsenaars operator の固有関数を与える。Poincaré duality に関する予想の affine Toda limit $t \rightarrow 0$ を考察することで、非定常 affine q -difference Toda operator $\mathcal{T}^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(\kappa)$ を導入した。また、特に affine q -difference Toda ($t \rightarrow 0$)、及び、elliptic Calogero-Sutherland ($q, t \rightarrow 1$) 方程式の極限において、主予想の意味することを吟味した。

Based on the screened vertex operators associated with the affine screening operators, I introduced the formal power series $f^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s, \kappa|q, t)$ which I call the *non-stationary Ruijsenaars function*. We identify it with the generating function for the Euler characteristics of the affine Laumon spaces. When the parameters s and κ are suitably chosen, the limit $t \rightarrow q$ of $f^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s, \kappa|q, q/t)$ gives us the dominant integrable characters of $\widehat{\mathfrak{sl}}_N$ multiplied by $1/(p^N; p^N)_\infty$ (i.e. the $\widehat{\mathfrak{gl}}_1$ character). Several conjectures are presented for $f^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s, \kappa|q, t)$, including the bispectral and the Poincaré dualities, and the evaluation formula. The main conjecture asserts that (i) one can normalize $f^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s, \kappa|q, t)$ in such a way that the limit $\kappa \rightarrow 1$ exists, and (ii) the limit $f^{\text{st.}\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(x, p|s|q, t)$ gives us the eigenfunction of the elliptic Ruijsenaars operator. The non-stationary affine q -difference Toda operator $\mathcal{T}^{\widehat{\mathfrak{gl}}_N}(\kappa)$ is introduced, which comes as an outcome of the study of the Poincaré duality conjecture in the affine Toda limit $t \rightarrow 0$. The main conjecture is examined also in the limiting cases of the affine q -difference Toda ($t \rightarrow 0$), and the elliptic Calogero-Sutherland ($q, t \rightarrow 1$) equations.

B. 発表論文

1. E. Langmann, M. Noumi and J. Shiraishi, Basic Properties of Non-Stationary Ruijsenaars Functions, SIGMA 16 (2020), 105, 26 pages arXiv:2006.07171 <https://doi.org/10.3842/SIGMA.2020.105>
2. J. Shiraishi, Affine screening operators, affine Laumon spaces and conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions. J. Integrable Syst. 4 (2019), no. 1, xyz010, 30 pp.
3. A. Hoshino and J. Shiraishi, Macdonald polynomials of type C_n with one-column diagrams and deformed Catalan numbers, SIGMA Symmetry Integrability Geom. Methods Appl. 14 (2018), Paper No. 101, 33 pp.

C. 口頭発表

1. J. Shiraishi, Branching formula for q -Toda function of type B, Workshop on Elliptic Integrable Systems March 7th-9th 2021 over Zoom
2. J. Shiraishi, Some conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions, New Connections in Integrable Systems September 29 – October 2, 2020
3. J. Shiraishi, Affine screening operators, affine Laumon spaces, and conjectures concerning non-stationary Ruijsenaars functions, “Elliptic integrable systems, special functions and quantum field theory” 16-20 June 2019 Nordita, Stockholm.
4. 星野歩, 白石潤一, Kostka polynomials with one column diagrams of type B_n , C_n and D_n , 日本数学会年会, 2019年3月20日, 東京工業大学
5. 星野歩, 白石潤一, Matrix inversion for Koornwinder polynomials with one-column diagram 日本数学会秋季総合分科

- 会, 2018年9月24日, 岡山大学
6. 星野歩, 白石潤一, 一列型 C, D 型 Macdonald 多項式の明示公式, 日本数学会年会, 2018年3月20日, 東京大学
 7. J. Shiraishi, Some conjectures about duality identities associated with affine root systems and screened vertex operators with toroidal structure, “Exact methods in low dimensional statistical physics” (from 25 July to 4 August, 2017, Institut d’Études Scientifiques de Cargèse).

D. 講義

1. 数理科学基礎, 及び, 演習, 2020年度夏学期, 教養学部1年生対象.
2. 線形代数学, 及び, 演習, 2020年度夏冬学期, 教養学部1年生対象.
3. 常微分方程式論, 2020年度冬学期, 統合自然科学科学生対象.
4. 応用数学 XG, 数物先端科学 VII, 2020年度夏学期, 4年大学院対象. 非定常 Ruijsenaars 関数について

関口 英子 (SEKIGUCHI Hideko)

A. 研究概要

数理物理で現れる Penrose 変換を半単純 Lie 群の表現論の立場から研究しています. 特に, 等質多様体の幾何構造を用いて Penrose 変換の一般化を考察し, その中で, 特異な無限次元のユニタリ表現を具体的にとらえようと試みています.

Penrose 変換の像はサイクル空間上の偏微分方程式系を満たす場合があります. 変換群が実シンプレクティック群の場合, この偏微分方程式系を具体的に書き下し (青本–Gelfand の超幾何微分方程式系を高階に一般化した形をしている), 逆にその大域解が全て Penrose 変換で得られることを証明しました.

発表論文 [Contemporary Mathematics, AMS] では, 2つの相異なる不定値グラスマン多様体上の Dolbeault コホモロジー群で実現される無限次元表現の間に絡作用素 (ツイスター変換) が存在するためのパラメータと, 表現の特異性につ

いて考察しました. 次に従来の結果を非管状領域に拡張し, 続いてユニタリ表現のある対称対に関して制限したときの具体的な分岐則の公式を Penrose 変換を用いて決定しました. 特に, その分岐則は無重複であり, さらに離散的に分解可能になります. 口頭発表 [2,3] では 2つの異なる複素多様体上で構成された無限次元表現が同型になることが Penrose 変換を用いて証明できる一例を示しました.

I have been studying so called the Penrose transform, which originated in mathematical physics. My view point is based on representation theory of semisimple Lie groups, especially, a geometric realization of singular (infinite-dimensional) representations via the Penrose transform. Our main concern is with the characterization of the image of the Penrose transform by means of a system of partial differential equations on the cycle space, e.g., a generalization of the Gauss–Aomoto–Gelfand hypergeometric differential equations to higher degree. In [Contemporary Mathematics, AMS] I discussed intertwining operators between Dolbeault cohomologies on two indefinite Grassmannian manifolds, and studied a condition on the possible parameters in connection with singular representations. I have extended my previous results to non-tube domains of type AIII [Internat. J. Math., 2011], and found explicit branching laws with respect to symmetric pairs of certain family of infinite-dimensional representations which are realized in the spaces of Dolbeault cohomologies on non-compact complex homogeneous manifolds [Internat. J. Math., 2013].

B. 発表論文

1. H. Sekiguchi: Twistor and Penrose transform for indefinite Grassmannian manifolds, in preparation.
2. H. Sekiguchi: 積分幾何学と表現論. 『数学の現在 π 』, pp. 22–35. 東京大学出版会, 2016.

3. H. Sekiguchi : リー環とリー群, 朝倉書店, 数学辞典 (eds. 川又雄二郎, 坪井俊, 楠岡成雄, 新井仁之), (2016).

C. 口頭発表

1. Representations of semisimple Lie groups and Penrose transform, Tokyo-Lyon Conference in Mathematics (February 19-20, 2018, organizers: Taro Asume, Étienne Ghys, Toshitake Kohno, Takashi Tsuboi), Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, February 20, 2018.
2. Representations of Semisimple Lie Groups and Penrose Transform, トポロジー火曜セミナー, リー群論・表現論セミナーと合同, 東京大学大学院数理科学研究科, September 26, 2017.
3. Representations of Semisimple Lie Groups and Penrose Transform, Colloquium, Reims University, France, September 27, 2016.

D. 講義

1. 数理科学基礎 (線型代数): (教養学部理科 I 類 1 年生講義 S1 ターム).
2. 線型代数学: (教養学部理科 I 類 1 年生講義 S2 ターム, A セメスター).
3. 数理科学概論 I (文科学): 多変数関数の偏微分, 極値問題, 重積分 (教養学部文科学 S セメスター).
4. 数学 II: 線型代数学 (教養学部文科学 A セメスター).

E. 修士・博士論文

1. (修士) 井上ゆい (INOUE Yui): Benoist-Kobayashi 定数の計算と一般線型群のある等質空間の族に対する緩増加性の組合せ論的判定について

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会広報委員 (2017 年度-).

2. 日本数学会函数解析学分会委員 (2017 年度-).
3. オーガナイザー, Integral Geometry, Representation Theory and Complex Analysis, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, 27-28 January 2020.

田中 公 (TANAKA Hiromu)

A. 研究概要

正標数における代数多様体の極小モデル理論が研究テーマである。本年度は、正標数の 3 次元の極小モデルプログラムとファノ型多様体について研究した。これらの研究テーマに関していくらか新しい結果が得られた。まだ発展できる余地があるように考えている為、来年度も引き続き研究を継続する予定である。

I study minimal model program for algebraic varieties in positive characteristic. In this academic year, I studied three-dimensional minimal model program and varieties of Fano type in positive characteristic. I established some new results on these topics. Since I think that these results can be more developed, I will further study these topics in the next academic year.

B. 発表論文

1. H. Tanaka : “Minimal model program for excellent surfaces”, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **68** (2018), no. 1, 345-376.
2. H. Tanaka : “Behavior of canonical divisors under purely inseparable base changes”, *J. Reine Angew. Math.* **744** (2018), 237-264.
3. H. Tanaka : “Infinite dimensional excellent rings”, *Comm. Algebra* **47** (2019), no. 2, 482-489.
4. P. Cascini, H. Tanaka : “Purely log terminal threefolds with non-normal centres in characteristic two”, *Amer. J. Math.* **141** (2019), no. 4, 941-979.

5. A. Sannai, H. Tanaka : “Infinitely generated symbolic Rees algebras over finite fields”, *Algebra Number Theory* **13** (2019), no. 8, 1879–1891.
6. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka : “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, *J. Eur. Math. Soc.* **21** (2019), no. 12, 3759–3795.
7. Y. Nakamura, H. Tanaka : “A Witt Nadel vanishing theorem for threefolds”, *Compos. Math.* **156** (2020), no. 3, 435–475.
8. H. Tanaka : “Abundance theorem for surfaces over imperfect fields”, *Math. Z.* **295** (2020), no. 1-2, 595–622.
9. P. Cascini, H. Tanaka : “Relative semi-ampleness in positive characteristic”, *Proc. Lond. Math. Soc. (3)* **121** (2020), no. 3, 617–655.
10. H. Tanaka : “Pathologies on Mori fibre spaces in positive characteristic”, *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5)* **20** (2020), no. 3, 1113–1134.
6. Del Pezzo fibrations in positive characteristic, Del Pezzo surfaces and Fano varieties, Heinrich Heine Universität Düsseldorf, Germany, 2019 年 7 月.
7. On Mori fibre spaces in positive characteristic, ファノ多様体及び関連する代数幾何学, 九州大学, 2019 年 11 月.
8. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Tokyo-Seoul Conference in Mathematics 2019 - Algebraic Geometry -, The University of Tokyo, Japan, 2019 年 11 月.
9. Rational points and minimal model program in positive characteristic, RIMS Symposia: Rational Points on Higher Dimensional Varieties, Research Institute for Mathematical Sciences, Japan, 2019 年 12 月.
10. On Mori fibre spaces in positive characteristic, Algebraic and Arithmetic Geometry Conference, the University of Science and Technology of China, China, 2019 年 12 月.

C. 口頭発表

1. Rational points for Fano varieties over finite fields and vanishing theorems for Witt vector cohomologies, 代数幾何セミナー, 東北大学, 2018 年 7 月.
2. On varieties of Fano type in positive characteristic, Modern Algebraic Geometry, 北京大学, 中国, 2018 年 7 月.
3. On minimal model program in positive characteristic, 代数幾何学城崎シンポジウム, 城崎, 2018 年 10 月.
4. On varieties of Fano type in positive characteristic, 2018 Fall Program of Moduli Spaces and Varieties, Shanghai Center of Mathematical Science, 中国, 2018 年 11 月.
5. On Witt analogues of the Kodaira vanishing theorem, Algebraic Geometry in Positive Characteristic and Related Topics, The University of Tokyo, Japan, 2018 年 12 月.

D. 講義

1. 数理科学基礎：線型代数の導入部分に関する講義を行った。(S1 ターム、教養学部前期課程講義)
2. 数理科学基礎演習：線型代数の導入部分に関する演習。(S1 ターム、教養学部前期課程講義)
3. 自然科学ゼミナール：圏論の教科書を用いて輪講形式の講義を行った。(S セメスター、教養学部前期課程講義)
4. 代数学 XA・代数構造論 I：可換環論の入門講義。幾何学的な視点を強調しつつ可換環論の諸概念を解説した。(S セメスター、数理大学院・4 年生共通講義)
5. 数理科学セミナー I：リー群の教科書を用いて輪講形式の講義を行った。(S セメスター、教養学部基礎科学科講義)
6. 「極小モデル理論入門」京都大学集中講義, 2020 年 11 月 9 日～2020 年 11 月 13 日. 極小モデル理論について初学者向けの入門

講義を行った。

F. 対外研究サービス

1. 東大京大代数幾何セミナー世話人.

長谷川 立 (HASEGAWA Ryu)

A. 研究概要

(1) 圏の計算体系化の研究: MacLane による古典的なコヒーレンス定理は、たとえばモノイド圏において図式追跡が自明なことを意味している。始域と終域を共有する 2 つの射はいつでも等しいからである。少し複雑な圏になるとコヒーレンス定理は成り立たない。一つの拡張の方向として、2 つの射が等しいかどうか判定するアルゴリズムがあるとき拡張された意味でのコヒーレンス定理が成り立つとする。

ある種の圏と計算体系との一対一対応はプログラミング言語のモデル論における基礎である。Lawvere-Lambek によるラムダ計算とデカルト閉圏との同値性の発見に端を発し、いろいろな対応が知られている。本研究では線形論理に対応する圏の上に計算規則が入れられることを示した。計算体系側の規則を単に翻訳するだけではだめで、より精密な体系を作ることで圏の側にも計算規則が入る。停止性と合流性を示した。これにより線形圏においては一般化コヒーレンス定理が(ほぼ)成り立つことが示された。

(2) 完全な値呼び計算の研究: プログラミング言語の多くは値呼び評価戦略で実装されている。したがって値呼びラムダ計算の体系を整備することは重要で 1970 年代の Plotkin の研究に端を発して長い歴史をもつ。その性質を規定するものとして、Reynolds の継続渡し変換が標準的な意味論として確立している。

標準的な意味論に対する完全性を論じる。言語で成り立つ性質が意味論でも成り立つことを保証するのが健全性ならば、意味論の世界で成り立っていることすべてが言語の側でも成り立つことを保証するのが完全性である。完全性を満たす値呼び体系は Sabry-Felleisen のものを始めとしている

いと提案されている。しかしいずれも計算体系としては不満がある。それどころか、ごく一部を除いて計算体系にすらなっていなかった。本研究では初めて計算体系とみなせるような値呼びの体系を構築した。そして完全性に基づき、それが計算体系の満たすべき性質をもつことを示した。また計算体系の性質が型により特徴づけられることを示した。

(1) Study of computational systems based on categories: A classical coherence theorem by Mac Lane ensures that diagram chasing in the free monoidal category, for example, is straightforward. It is because two morphisms having the same domain and the same codomain are always equal. If we consider a little more complex categories, the coherence does not hold any more. One possible way to handle general cases is to extend the notion so that the generalized coherence holds whenever there is a procedure to decide equality between two morphisms.

One-to-one correspondences between certain categories and computational systems are fundamental facts in the model theory of programming languages. After the discovery of the correspondence between cartesian closed categories and the lambda calculus by Lawvere and Lambek, various correspondences have been found by now. In our study, we exhibit that computational rules can be directly installed on the categorical model of the linear logic. It is not enough to make a carbon copy translation of the rules of the calculus side. We need to develop a refined system in the category side. We verified termination and confluence. Therefore we have succeeded in proving that the categorical model of the linear logic (almost) satisfies the generalized coherence theorem.

(2) Study of complete call-by-value calculi: Most programming languages are implemented under the call-by-value evaluation strategy. Therefore it is important to develop the study of call-by-value lambda calculi. It dates back to Plotkin's work in 1970's. Reynolds'

continuation-passing-style transformation now takes the position of standard semantics to signify the meaning of the call-by-value calculi. We discuss the completeness of the standard semantics. It is soundness that ensures that every property of the language remains to hold in the semantics; in contrast, it is completeness that ensures that every property valid in the universe of the semantics can be restored on the language. A dozen of systems satisfying completeness have been proposed, such as the one by Sabry and Felleisen. They are, however, unsatisfactory in the computational point of view. Indeed, except very few, they are not even computational systems. We proposed the first call-by-value calculus that can be reasonably called a computational system. We established various properties that are expected to hold, making essential use of the completeness. Moreover, we showed that these properties are characterized by a type system.

B. 発表論文

1. R. Hasegawa: "A Categorical Reduction System for Linear Logic", Theory and Applications of Categories, Vol. 35, 2020, No. 50, pp 1833-1870.
2. R. Hasegawa: "Complete Call-by-Value Calculi of Control Operators II: Strong Termination", Logical Methods in Computer Science, March 2, 2021, Volume 17, Issue 1

D. 講義

1. 常微分方程式：常微分方程式の入門. 解法, 解の存在・一意性, 線形常微分方程式, 力学系の大域挙動. (教養学部前期課程講義)
2. 計算数学 I：プログラミング言語の数学的基礎理論. ラムダ計算をベースにプログラミング言語の背後にある数理を概説した. 合流性・停止性等の基本性質を説明した. また Turing 完全性の意味とその証明の概略を示した. 操作的意味論に基づき実装の概略を述べた. (理学部 3 年生向け講義)

3. 応用数学 XC(本郷): 計算複雑性の基礎理論：オートマトンと正規言語との関連を用いて仮想機械とそれが生成する言語の導入を行った後, Turing 機械とそれに基づく計算可能性の説明を行った. 計算複雑性のクラスを定義し, NP 完全問題や PSPACE 完全問題等の基本事項を説明した. (理学部 3 年生向け講義)

林 修平 (HAYASHI Shuhei)

A. 研究概要

昨年度はコンパクト多様体上の C^1 endomorphism について, その臨界点の集合がすべての不変測度の台の和集合の閉包と交わらないときに forward Ergodic Closing Lemma を証明した. 今年度はこの forward Closing Lemma を臨界点の集合が極限集合と交わらない場合に (測度論的な意味における) generic condition なしで証明することを試みた. これは本質的には昨年度の結果の拡張である.

In the last academic year, I proved the forward Ergodic Closing Lemma for C^1 endomorphisms on a compact manifold whose critical points are disjoint from the closure of the union of supports of all invariant measures. In this academic year, I tried to prove the forward Closing Lemma without any generic condition (in the measure-theoretical sense) for the case where critical points are disjoint from the limit sets. This is essentially the extension of the result of the last academic year.

B. 発表論文

1. S. Hayashi: "Sinks with relatively large immediate basins and a refinement of Mañé's C^1 generic dichotomy", Nonlinearity **29** (2016) 3597–3624.
2. S. Hayashi: "A forward Ergodic Closing Lemma and the Entropy Conjecture for nonsingular endomorphisms away from tangencies", Discrete Contin. Dyn. Syst.

C. 口頭発表

1. Applications of the extended ergodic closing lemma, 冬の力学系研究集会, 日本大学軽井沢研修所, 2016年1月.
2. A C^2 generic property on the presence of ergodic measures with a numerically chaotic behavior, RIMS 研究集会「力学系とその関連分野の連携探索」, 京都大学 2016年6月.
3. A refinement of Mañé's generic dichotomy for surface diffeomorphisms, 「葉層構造と微分同相群 2017 研究集会」, Foliations and Diffeomorphisms Groups 2017, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2017年10月.
4. On linearly entropy expansive diffeomorphisms, 「葉層構造と微分同相群 2018 研究集会」, Foliations and Diffeomorphisms Groups 2018, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018年10月.
5. An asymptotic closing lemma and its applications, 冬の力学系研究集会, 日本大学軽井沢研修所, 2019年1月.
6. The forward Ergodic Closing Lemma for nonsingular C^1 endomorphisms, RIMS 研究集会「力学系 -新たな理論と応用に向けて-」 京都大学 2019年6月.

D. 講義

1. 数理科学概論 III: 文科生を対象としてテーマを設定した講義. 1次元力学系の講義として2次元写像族やシャルコフスキーの定理を扱った. (教養学部前期課程講義)
2. 集合と位相・同演習: 理学部数学科進学予定の学部2年生を主な対象とした講義および演習. (第2学年理学部専門科目)

A. 研究概要

1. 準局所保存量を用いた量子可積分系の緩和状態の記述

一般的な孤立量子系は非平衡状態から熱的平衡状態へ緩和するのに対し, 可積分系は熱的平衡状態とは異なる定常状態へ緩和する. これは, 可積分系がもつ多数の保存量により緩和過程が制限されることに起因する. 熱力学で記述される大きな系ではエネルギーのような物理量が相加性を持つが, 可積分系におけるいくつかの保存量は局所演算子でないにも関わらず相加性を持つことが知られている. このような準局所保存量に着目し, 相加的かつ関数的に独立な保存量の組により可積分系の緩和状態が記述されることを示した.

2. 頂点作用素による隠れた超対称性の定式化
超対称性は超対称チャージとエネルギー作用素 (ハミルトニアン) により生成される. 超対称性は並進対称性を含むため, 離散系における定義には工夫が必要である. 例えば, 陽に超対称性を持たないいくつかの可積分量子スピン鎖では, システムサイズを変化させる演算子として超対称チャージを導入することで隠れた超対称性を定義できる場合がある. このような場合に対し, 頂点作用素を用いて超対称チャージを定式化した. これにより, 離散系に対して定義された超対称性とその連続極限で現れる超対称性と整合的であることを示した.

3. 量子群の高次元表現に対応する可解確率過程の構成

一次元多粒子ランダムウォークの一種である非対称単純排他過程は, 量子群の基本表現で表される行列 (マルコフ行列) に従って時間発展する可解確率過程である. マルコフ行列として量子群の高次元表現を使うことで, 各サイトが複数次状態を取り得る新たな可解確率過程を構成した. ある行列がマルコフ行列であるためには非対角要素の非負性および各列のゼロ和が必要となり, フュージョン規則に従って構成した高次元

表現をそのまま用いることはできない。量子群の高次元表現を適切に分解することにより、これら二つの条件を満たす行列が構成できることを示した。

1. Description of long-time steady states of quantum integrable systems by quasilocal conserved quantities

General isolated quantum systems relax from a nonequilibrium state to a thermal equilibrium state, whereas integrable systems relax to a steady state different from a thermal equilibrium one. This is because many conserved quantities of integrable systems restrict relaxation processes. Some of non-local conserved quantities of integrable systems are known to possess extensivity in a large system described by thermodynamics, in which physical quantities like energy possess extensivity. By focusing on such quasilocal conserved quantities, we showed that relaxation states of integrable systems are described by a set of functionally independent extensive conserved quantities.

2. Vertex-operator formulation of hidden supersymmetry

A supersymmetry is generated by supercharges and an energy operator (Hamiltonian). A supersymmetry needs to be modified on a discrete system, since it contains the translation symmetry which breaks in a discrete system. For instance, the actions of supercharges are redefined to change the system length on a certain class of integrable spin chains possessing a hidden supersymmetry. We formulate these supercharges by using vertex operators. Subsequently, we show the equivalence between the discrete analog of the supersymmetry on a spin chain and the

supersymmetry on a system obtained as the continuum limit of the corresponding spin chain.

3. Construction of stochastic processes associated with higher-dimensional representations of quantum groups

The asymmetric simple exclusion process, one of 1-dimensional multi-particle random walks, is a solvable stochastic process whose time development is determined by a matrix given by the fundamental representations of quantum groups (Markov matrix). We construct new integrable stochastic processes by using the higher-dimensional representations of the quantum groups as Markov matrices. A Markov matrix must satisfy the positivity of non-diagonal elements and the zero-sum rule for each column. Therefore, the higher-dimensional representations constructed from the fusion rule cannot be used as a Markov matrix. We construct a matrix equipped with the two requirements above by decomposing the fused matrix in a proper way.

B. 発表論文

1. C. Arita and C. Matsui: "Phase coexistence phenomena in an extreme case of the misanthrope process with open boundaries", *Europhys. Lett.* **114** (2016) 60012.
2. C. Matsui: "Spinon excitations in the spin-1 XXZ chain and hidden supersymmetry", *Nucl. Phys.* **B913** (2016) 15–33.
3. C. Matsui and T. Prosen: "Construction of the steady state density matrix and quasilocal charges for the spin-1/2 XXZ chain with boundary magnetic fields", *J. Phys. A: Math. Theor.* **50** (2017) 385201.
4. C. Matsui: "Nonequilibrium physics

in integrable systems and spin-flip non-invariant conserved quantities”, J. Phys. A: Math. Theor. in press <https://doi.org/10.1088/1751-8121/ab72ae>.

C. 口頭発表

1. “Spinon excitations in the spin-1 XXZ chain and hidden supersymmetry”, New Trends in Low-Dimensional Physics: Quantum Integrability and Applications, Chinese Academy of Sciences (China), 2016年9月.
2. “Exact solvability of the boundary driven diffusive spin-1/2 XXZ chain with non-diagonal boundary magnetic fields”, INTEGRABILITY IN LOW-DIMENSIONAL QUANTUM SYSTEMS, MATRIX (Australia), 2017年6,7月.
3. “Hidden supersymmetry behind the Fateev-Zamolodchikov spin chain”, Fall 2017 Chern-Simons Workshop “Integrability across mathematics and physics”, UC Berkeley (US), 2017年9月.
4. “QuasilocaI chargers of the XXZ spin chain and integrability of the boundary-driven diffusive system”, Non-Equilibrium Systems and Special Functions, MATRIX (Australia), 2018年1,2月.
5. “QuasilocaI charges and non-equilibrium behavior in integrable systems”, Correlations in Integrable Quantum Many-Body Systems, Wuppertal University (Germany), 2018年9月.
6. “Non-Hermitian quasilocaI charges and non-equilibrium behavior of the XXZ model”, International Workshop: Theoretical Developments and Experimental Progresses in Quantum Matter: Dynamics of Quantum Magnetism, Tsung-Dao Lee Institute (China), 2019年8月.
7. “Nonequilibrium physics in integrable

systems and spin-flip non-invariant conserved quantities”, Baxter 2020: Frontiers in Integrability, The Australian National University (Australia), 2020年2月.

8. “Nonequilibrium physics of the XXZ model and spin-flip non-invariant conserved quantities”, RIGOROUS STATISTICAL MECHANICS AND RELATED TOPICS II, Online workshop, 2020年11月.
9. “量子可積分系と非平衡現象”, 物理学特別講義 14, 九州大学理学府物理学専攻, 2020年10,11月

D. 講義

1. 数理科学基礎／線型代数学1：数理科学の高大接続部分，および線型代数の導入部分を取り扱った。（教養学部前期課程講義）
2. 数理科学基礎演習／数学基礎理論演習：数理科学の基礎的内容に関する演習を行なった。（教養学部前期課程講義）
3. 現象数理 II・現象数理学・非線形数理：様々な分野における自然現象を記述する数理モデルについて，オムニバス形式の講義を行なった。（数理大学院・4年生共通講義・教養学部基礎科学科講義）
4. 学術フロンティア講義：現在の数学研究の現場で話題になっている事柄に関してオムニバス講義を行なった。（教養前期）
5. 線型代数学 2: 線型代数の基礎部分を取り扱った。（教養学部前期課程講義）
6. 線型代数学演習：線型代数の演習を行なった。（教養学部前期課程講義）
7. 現象数理 III・数理解析学概論：量子力学および統計力学の入門部分を取り扱った。（数理大学院・4年生共通講義）
8. 数情報学：量子情報の導入部分に関して講義を行なった。（教養学部基礎科学科講義）

G. 受賞

Topic 1 Poster Award, Statphys27 (Argentina),

2019年7月

松尾 厚 (MATSUO Atsushi)

A. 研究概要

私は、共形場理論に関連するさまざまな数学的構造の研究を行ってきたが、現在では、主として頂点作用素代数の対称性に関する研究を行っている。

この方向での私の研究成果の一つとして、偏三重系に附随する代数系の構成がある。これは、ある種の頂点作用素代数に三互換群が自己同型として作用することを示した宮本雅彦氏の研究を深化させたもので、そのような三互換群に対応するフィッシャー空間と呼ばれる構造から可換非結合的な代数を構成し、それによって三互換群の作用を理解するとともに、そのような三互換群を分類することに成功した。その後、この代数は松尾代数と呼ばれるようになり、これを含む代数のクラスとして軸代数の概念が提唱された。現在では米国・英国・ベルギー・ロシアなど複数の国の研究者によって軸代数は精力的に研究されている。

近年の研究成果としては、英国ラフバラ大学の A.P. Veselov 氏と共同で極小巾零軌道の Hilbert 級数の普遍公式を得たことが挙げられる。これは単純リー環の表現に対する一連の普遍公式を極小巾零軌道の言葉で言い換えることによって得られるもので、その系として、いわゆる随伴多様体の次数を表す普遍公式が得られる。

I have been working on various mathematical aspects of two-dimensional conformal field theories. Currently, I am mainly working on symmetries of vertex operator algebras (VOAs).

One of the major achievements in this direction is construction of commutative nonassociative algebras associated with partial triple systems. This is obtained by further investigating a result of M. Miyamoto that a 3-transposition group acts on a vertex operator algebra of a certain type, intended to understand the action of such a 3-transposition group by constructing a commutative nonassociative algebra from the Fischer space corresponding to the 3-transposition group, and used to a

complete classification of 3-transposition groups that act on vertex operator algebras in the way described by Miyamoto. Such an algebra is now called the Matsuo algebra associated with a partial triple system. A class of commutative nonassociative algebras called axial algebra, which includes the Matsuo algebra, was introduced and studied further by researchers in many countries of the world such as USA, UK, Belgium, and Russia.

More recently, in a joint work with A.P. Veselov, we obtained a universal formula, in the sense of P. Vogel, for Hilbert series of minimal nilpotent orbits by means of the three parameters that are known to express the dimensions of the adjoint and certain other representations of simple Lie algebras. As a corollary, in the same joint work, we derived a formula which describes the degrees of the adjoint varieties of the corresponding types.

B. 発表論文

1. 松尾 厚: “大学数学ことはじめ”, 東京大学出版会, 2019. (東京大学数学部会編)
2. A. Matsuo and A.P. Veselov: “Universal formula for the Hilbert series of minimal nilpotent orbits”, Proc. Amer. Math. Soc. **145** (2017), 5123–5130.
3. H. Maruoka, A. Matsuo and H. Shimakura, “Classification of vertex operator algebras of class S^4 with minimal conformal weight one”, J. Math. Soc. Japan, **68**, (2016), 1369–1388.
4. 松尾 厚: “単純 Lie 環に関する普遍公式について”, 第 28 回有限群論草津セミナー報告集, 2016.
5. 松尾 厚: “無限次元リー環と有限群—頂点作用素代数とムーンシャイン”, 数学の現在 *i*, 第 4 講, 東京大学出版会, 2016

C. 口頭発表

1. “Around Symmetries of Vertex Operator Algebras”, The International Conference and PhD-Master Summer School

on Graphs and Groups, Representations and Relations, Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia, August, 2018.

2. “On a universal formula for minimal nilpotent orbits”, RIMS 研究集会 有限群・代数的組合せ論・頂点作用素代数の研究, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2016 年 12 月.
3. “単純リー環に関する普遍公式について”, 第 28 回有限群論草津セミナー, 草津セミナーハウス, 草津, 2016 年 7 月.
4. “Classification of vertex operator algebras of class S^4 with minimal conformal weight one”, Perspectives from vertex algebras, 京都大学理学部, 京都, 2015 年 7 月.

D. 講義

1. 数学 IIPEAK : 英語による線型代数の入門講義, (教養学部前期課程講義)
2. 常微分方程式 : 常微分方程式の入門講義, (教養学部前期課程講義)
3. 幾何学 III : 多様体上のベクトル場と微分形式に関する講義, (3 年生向け講義)

松本 久義 (MATUMOTO Hisayosi)

A. 研究概要

私の専門は表現論特に実簡約群あるいは複素簡約リー代数の表現論である。有限次元リー代数は簡約リー代数と冪零リー代数の半直和に解するが、このことは自由度有限の対称性は簡約部分と冪零部分とのくみあわせとして理解できることを意味する。冪零リー代数は可換リー代数の組み合わせとみなせるので、結局簡約リー群 (代数) は非可換な対称性の本質的な部分を担っているとみなせる。近年の私の興味の中心はスカラー型の一般化バルマ加群の間の準同型の分類である。 \mathfrak{g} を複素簡約リー代数、 \mathfrak{p} をその放物型部分代数とする。 \mathfrak{g} の \mathfrak{p} の一次元表現からの誘導表現はスカラー型の一般化 Verma 加群と呼ばれる。 \mathfrak{p} が Borel 部分代数の時が Verma 加群である。スカラー型の一般化 Verma 加群の間の準同型は一般

化旗多様体上の同変直線束の間の不変線形微分作用素と対応しており、一般化された旗多様体をモデルとする、parabolic geometry の観点からも興味深い。Verma 加群の間の準同型を決定することは、Verma, Bernstein-Gelfand-Gelfand によって 1970 年前後に達成された。一般化 Verma 加群の場合は、1970 年代に Lepowsky が実半単純 Lie 代数の極小放物型部分代数の複素化の場合に Verma の結果を拡張するなど、基本的な結果を幾つか得たが同時に Verma 加群の場合に比べはるかに難しいことが認識されいまだ分類問題は一般的な状況では未解決である。極大放物型部分代数の場合は以前の研究で解決した。Soergel の Category \mathcal{O} の各ブロックの圏としての構造極大放物型部分代数の場合のスカラー型一般化 Verma 加群の間の準同型の存在から組織的に一般の場合のスカラー型一般化 Verma 加群の間の準同型の存在が示せる。これを elementary homomorphism という。上述の Bernstein-Gelfand-Gelfand の結果は Verma による準同型の合成によってすべての 0 でない Verma 加群の間の準同型が得られるというように言い換えられるのでそれに対応してスカラー型一般化 Verma 加群の間の 0 でない準同型はすべて elementary homomorphism の合成になっているという予想が定式化できこの予想が肯定的なら準同型の分類問題が解決できたことになる。最近の成果は以下のとおりである。まず、A 型単純リー代数に対して上記予想を肯定的に解決した。A 型以外の古典型リー代数の場合について現在は取り組んでいる。A 型の場合に適用した手法を B 型、C 型の場合に適用しようとすると残念ながら一般的な放物型部分代数の場合うまく行かない。ただし、A 型で得られた結果を拡張できる場合もある。例えば C 型の場合放物型部分代数の Levi part は「ランクの落ちた C 型」といくつかの \mathfrak{gl} たちの直和になっているがすべての \mathfrak{gl} のランクの偶奇が一致しているような場合である。無限小指標が regular という条件がつくが対応する一般化旗多様体の余接束からのモーメント射がその像の上で双有理の場合はこの条件がはずせる。

My research interests are in representation theory, in particular representation theory of real

reductive groups and complex reductive Lie algebras. A finite dimensional Lie algebra is a semidirect product of a reductive algebra and a nilpotent algebra. This fact more or less implies any finite-dimensional symmetry is understood as a combination of a reductive Lie group and a Lie nilpotent group. Nilpotent groups can be understood as combinations of abelian groups. So, reductive groups form essential parts of symmetries. Recently, I have been working mainly on the classification of the homomorphisms between scalar generalized Verma modules.

Let \mathfrak{g} be a complex semisimple Lie algebra and let \mathfrak{p} be its parabolic subalgebra. The induced module of one-dimensional representation of \mathfrak{g} is called a (scalar) generalized Verma module. If \mathfrak{g} is a Borel subalgebra, it is called a Verma module. Classification of the homomorphisms between scalar generalized Verma modules is equivalent to that of equivariant differential operators between the spaces of sections of homogeneous line bundles on generalized flag manifolds. So, it is important from the viewpoint of the parabolic geometry. A sufficient condition for the existence of the homomorphisms between Verma modules is given by [Ve]. Bernstein, I. M. Gelfand, and S. I. Gelfand proved the condition of Verma is also a necessary condition. Later, Lepowsky studied the generalized Verma modules case and obtained some elementary results. As Lepowsky pointed out, the classification problem for homomorphisms between generalized Verma modules is much more difficult than the Verma modules. The problem is still open. I have classified the homomorphisms between scalar generalized Verma modules associated with maximal parabolic subalgebras. ([Ma1]) Soergel established that blocks of category \mathcal{O} are characterized in terms of integral Weyl groups. Using this result of Soergel, we can construct a homomorphism between scalar generalized Verma modules associated to a general parabolic sub-

algebra from a homomorphism between scalar generalized Verma modules associated to a maximal parabolic subalgebra. We call such a homomorphism an elementary homomorphism. I proposed the following conjecture.

Conjecture An arbitrary nontrivial homomorphism between scalar generalized Verma modules is a composition of elementary homomorphisms.

The conjecture in the case of the Verma modules is nothing but the result of Bernstein-Gelfand-Gelfand. The conjecture is affirmative in the case of the type A. Unfortunately, the method of [Ma3] is not applicable to general parabolic subalgebras of other classical Lie algebras. However, using the method, we can generalize the result of (A) to a class of parabolic subalgebras of simple Lie algebras of type B and C, under the assumption that the infinitesimal character is regular. If the moment map of the cotangent bundle of the generalized flag variety to its image, we may remove the assumption..

B. 発表論文

1. Hisayosi Matumoto, Homomorphisms between scalar generalized Verma modules for $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$, Int. Math. Res. Notices, **2016** (2016) 3525-3547.

C. 口頭発表

1. On the homomorphisms between scalar generalized Verma modules for complex simple Lie algebras of type B and C, International Symposium on “Advances and Perspectives in Representation Theory” 2019年 10月 Qingdao, China
2. On the homomorphisms between scalar generalized Verma modules for complex simple Lie algebras of type B and C, Representation theory of reductive Lie groups and algebras 2019年 3月 東京大学
3. スカラー型一般化バルマ加群の annihila-

tor について, RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の広がり」 2017 京都大学数理解析研究所

D. 講義

1. 「全学自由研究ゼミナール」, 教養学部 1, 2 年生対象 保形関数入門
2. 数物先端科学 I・代数学 XG: 簡約リー群の表現論の入門講義

三枝 洋一 (MIEDA Yoichi)

A. 研究概要

p 進簡約代数群の表現を局所 Galois 表現によってパラメータ付ける局所ラングランズ対応に興味を持っている。特に, Rapoport-Zink 空間と呼ばれる p 進体上のリジッド空間の ℓ 進エタールコホモロジーと局所ラングランズ対応の関係を中心的なテーマとして研究を進めている。

今年度は, 前年度に引き続き, 一般斜交群 $\mathrm{GSp}(4)$ に伴う Rapoport-Zink 空間のエタールコホモロジーと局所 Arthur 分類の関係についての研究を行った。局所 Arthur 分類とは, 大域的な保型表現の局所成分に現れる既約表現を, A パラメータと呼ばれる局所 Galois 表現の変種によってパラメータ付けるものであり, ある意味で局所ラングランズ対応の一般化にあたるものである。 $\mathrm{GSp}(4)$ の Rapoport-Zink 空間のエタールコホモロジー H_{RZ}^i には, $G = \mathrm{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$, その内部形式 J , および \mathbb{Q}_p の Weil 群が作用する。前年度の研究では, H_{RZ}^i の G 超尖点部分を G および J の局所 Arthur 分類によって記述するという問題を考察した。本年度は, その手法を少し改良することで, H_{RZ}^i の J 超尖点部分も局所 Arthur 分類によって記述できることが判明した。残る問題は, G の非超尖点表現と J の非超尖点表現のテンソル積が H_{RZ}^i にどのように現れるかということである。技術的な問題を除けば, このような表現は H_{RZ}^2 には現れないことが分かった。技術的な問題を解消することは次年度の課題である。

I am interested in the local Langlands correspondence, which parametrizes irreducible

smooth representations of a p -adic reductive group by local Galois representations. More specifically, I am mainly working on the problem relating the ℓ -adic étale cohomology of the Rapoport-Zink spaces and the local Langlands correspondence.

This year, I continued my research on the relation between the étale cohomology of the Rapoport-Zink space of the symplectic similitude group $\mathrm{GSp}(4)$ and the local Arthur classification. The local Arthur classification parametrizes irreducible representations appearing as local components of global automorphic representations by A -parameters, which are variants of local Galois representations. It can be regarded as a generalization of the local Langlands correspondence in some sense. The étale cohomology H_{RZ}^i of the Rapoport-Zink space for $\mathrm{GSp}(4)$ is equipped with actions of $G = \mathrm{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$, its inner form J , and the Weil group of \mathbb{Q}_p . Last year I gave a description of the G -supercuspidal part of H_{RZ}^i by means of the local Arthur classification of G and J . This year, I found a slight modification of the method that can also be applied to describe the J -supercuspidal part of H_{RZ}^i . The remaining problem is how the tensor product of a non-supercuspidal representation of G and that of J contributes to H_{RZ}^i . It turned out that such a representation does not appear in H_{RZ}^2 , up to some technical difficulty. Next year I would like to try to resolve this difficulty.

B. 発表論文

1. Y. Mieda : “On the formal degree conjecture for simple supercuspidal representations”, *Mathematical Research Letters* に採録決定済。
2. Y. Mieda : “Parity of the Langlands parameters of conjugate self-dual representations of $\mathrm{GL}(n)$ and the local Jacquet-Langlands correspondence”, *Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu* **20**, 2017–2043.

3. Y. Mieda : “On irreducible components of Rapoport-Zink spaces”, International Mathematics Research Notices, Volume 2020, 2361–2407.
4. N. Imai and Y. Mieda : “Potentially good reduction loci of Shimura varieties”, Tunisian Journal of Mathematics **2** (2020), 399–454.
5. Y. Mieda : “Note on weight-monodromy conjecture for p -adically uniformized varieties”, Proceedings of the American Mathematical Society **147** (2019), 1911–1920.
6. T. Ito, T. Koshikawa and Y. Mieda : “Galois representations associated with a non-selfdual automorphic representation of $GL(3)$ ”, preprint, arXiv:1811.11544.
7. 三枝 洋一 : Arthur 分類とその応用, RIMS 講究録別冊 B77 「代数的整数論とその周辺 2016」, 75–126.
8. Y. Mieda : “On irreducible components of Rapoport-Zink spaces”, International Mathematics Research Notices, Volume 2020, 2361–2407.
9. Local Shimura varieties and the Fargues-Fontaine curve, RTG Research Workshop 2019, UC Berkeley, 2019 年 5 月.
10. On the formal degree conjecture for simple supercuspidal representations, Workshop on arithmetic geometry, Tokyo-Princeton at Komaba, 東京大学, 2019 年 3 月.
11. Cohomology of perfectoid spaces and their reductions, with application to the local Langlands correspondence, Arithmetic and Algebraic Geometry 2019, 東京大学, 2019 年 1 月.
12. Cohomology of affinoid perfectoid spaces and their reductions, Arithmetic and geometry of local and global fields, Tuan Chau (ベトナム), 2018 年 6 月.

C. 口頭発表

1. Local Saito-Kurokawa A -packets and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $GSp(4)$, 保型形式, 保型表現, ガロア表現とその周辺, 京都大学 (オンライン), 2021 年 1 月.
2. Local Saito-Kurokawa A -packets and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $GSp(4)$, The Eighth Pacific Rim Conference in Mathematics, UC Berkeley (オンライン), 2020 年 8 月.
3. Local Langlands correspondence and p -adic geometry, NTU Mathematics Colloquium, 国立台湾大学, 2020 年 3 月.
4. Introduction to the Langlands program, 国立台湾大学, 2020 年 3 月.
5. Local Saito-Kurokawa A -packets and ℓ -adic cohomology of Rapoport-Zink tower for $GSp(4)$, Arithmetic Geometry and Representation Theory, 富山県民会館, 2019 年 12 月.
6. ある代数曲面のエタールコホモロジーと $GL(3)$ の自己双対的でない保型表現の関係

D. 講義

1. 整数論・代数学 XE : 保型表現論の入門講義. 保型形式を扱うための現代的な手法である保型表現論について, 一般線型群 GL_n の場合に限り, 入門的な講義を行った. アデール上の GL_n の簡約理論などの準備に基づき, アデール上の保型形式を定義し, その空間の有限次元性に関する Harish-Chandra の定理の証明を与えた. また, アデール上の保型形式の空間に現れる表現として保型表現を定義し, 制限テンソル積分解などの基本性質を解説した. (数理大学院・4 年生共通講義)
2. 代数学 I : 群と環の理論の入門講義 (理学部 3 年生向け講義)
3. 代数学特別演習 I : 代数学 I の演習 (理学部 3 年生向け講義)

E. 修士・博士論文

1. (修士) 島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke): Geometric Structure of Affine Deligne-Lusztig Varieties for GL_3

三竹 大寿 (MITAKE Hiroyoshi)

A. 研究概要

研究対象として扱ってきたものは非線形偏微分方程式であり、特に Hamilton-Jacobi (HJ) 方程式に重点を置いてきた。この HJ 方程式は、解析力学、幾何光学、最適制御、微分ゲームにおける重要な基礎方程式である。近年、同方程式に対する均質化、解の長時間挙動といった、基本的な漸近解析が著しく進展してきた。これらの解析では、偏微分方程式における粘性解理論が基本的な役割を果たしているが、私は従来の同理論に比べより一層、力学系理論との関連に注目してきた。具体的には、同方程式の背景にあるハミルトン系、又は確率ハミルトン系の関係を深めようとする弱 Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM) 理論、またその一般化について、その発展に貢献してきた。特に、今年度は、

- (a) 凝結・分裂モデルに現れる HJ 方程式,
- (b) 外力付平均曲率流方程式の一般化コーシー・ディリクレ問題の解の長時間挙動,
- (c) 多層的界面方程式の導出,
- (d) 平均場ゲーム理論に現れる選択問題

について取り組み、幾つかの結果を得ることができた。論文として、今年度に [1], [2], [3], [4] (B. 発表論文を参照) を発表した。

The main subject of my research is nonlinear Partial Differential Equations, and in particular I have made some special effort to the study on the Hamilton-Jacobi (HJ) equation. This equation is an important fundamental equation for various branches of science like classical mechanics, geometric optics, calculus of variations, optimal control and differential games. This year, I focused on problems related to various properties of viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations appearing in the context of classical mechanics and crystal growth. In particular, I have worked on the following topics:

- (a) Large time behavior for a Hamilton-Jacobi equation in a critical Coagulation-

Fragmentation model,

- (b) The generalized Cauchy-Dirichlet problem for graph mean curvature flow with driving force,
- (c) A level set approach for multi-layered interface systems,
- (d) The selection problem for some first-order stationary mean-field games,

I got several results and published papers [1], [2], [3], [4] below.

B. 発表論文

1. H. Mitake, H. V. Tran, T. S. Van : "Large time behavior for a Hamilton-Jacobi equation in a critical Coagulation-Fragmentation model", to appear in Comm Math Sci. Preprint is available from arXiv:2004.13619.
2. H. Mitake, L. Zhang : "Remarks on the generalized Cauchy-Dirichlet problem for graph mean curvature flow with driving force", to appear in SN Partial Differential Equations and Applications.
3. H. Mitake, H. Ninomiya, K. Todoroki : "A level set approach for multi-layered interface systems", Interfaces Free Bound. 22 (2020), no. 4, 383–400.
4. D. A. Gomes, H. Mitake, K. Terai : "The selection problem for some first-order stationary mean-field games", Netw. Heterog. Media 15 (2020), no. 4, 681–710.
5. Y. Giga, H. Mitake, H. V. Tran : "Remarks on large time behavior of level-set mean curvature flow equations with driving and source terms, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 25 (2020), no. 10, 3983–3999.
6. Y. Giga, Q. Liu, H. Mitake : "Discrete schemes for time-fractional fully nonlinear evolution equations and their convergence", Asymptot. Anal. 120 (2020), no. 1-2, 151–162.
7. W. Jing, H. Mitake, H. V. Tran : "Gen-

eralized ergodic problems: existence and uniqueness structures of solutions", J. Differential Equations 268 (2020), no. 6, 2886–2909.

8. H. Mitake, H. V. Tran, Y. Yu, "Rate of convergence in periodic homogenization of Hamilton-Jacobi equations: the convex setting, Arch. Ration. Mech. Anal. 233 (2019), no. 2, 901–934.
9. Y. Giga, H. Mitake, T. Ohtsuka, H. V. Tran : "Existence of asymptotic speed of solutions to birth and spread type nonlinear partial differential equations", to appear in Indiana Univ. Math. J.
10. H. Mitake and K. Soga: "Weak KAM theory for discount Hamilton-Jacobi equations and its application", Calc. Var. Partial Differential Equations 57 (2018), no. 3, Art. 78, 32 pp.

C. 口頭発表

1. Large time behavior for a Hamilton-Jacobi equation in a critical Coagulation-Fragmentation model, 2020 Seoul-Tokyo Conference, オンライン開催, 2020年11月27日.
2. 退化粘性 Hamilton-Jacobi 方程式の長時間挙動, 2020年度「微分方程式の総合的研究」, オンライン開催, 2020年12月20日.
3. 凝結・分裂モデルに現れるハミルトン・ヤコビ方程式, 第38回九州における偏微分方程式研究集会, オンライン開催, 2021年1月25日.

D. 講義

1. ベクトル解析 (教養学部前期課程講義)
2. 数学 II (教養学部前期課程講義)
3. 学術フロンティア講義 (オムニバス形式)
4. 解析学 XF (数理大学院, 700 番台): 最適制御理論に現れる完全非線形偏微分方程式に分類されるハミルトン・ヤコビ方程式, 界面運動に現れる平均曲率流方程式を中心として, 楕円型, 放物型偏微分方程式に

対する弱解理論の一つの粘性解理論の基礎について講義した. さらに, その応用として, 粘性消滅法, 均質化問題, 相転移現象といった漸近解析について解説をした.

5. 微分積分学 (A セメスター, 教養学部前期課程講義) (ニコマ)
6. 微分積分学の演習 (A セメスター, 教養学部前期課程講義) (ニコマ)

宮本 安人 (MIYAMOTO Yasuhito)

A. 研究概要

楕円型と放物型の偏微分方程式を研究している. 十数年にわたり楕円型を主に研究してきたが, 直近の3年は放物型の研究にも力を注いだ. 過去5年の具体的なテーマは次の通り:

1. 放物型方程式の可解性 [1,2,7] 初期関数が L^∞ に属する場合は, 非線形項の増大度に依らずに時間局所解が存在するが, L^∞ に属さない場合は, 時間局所解の存在は自明ではない. [1] では非整数階微分を含む方程式 $u_t + (-\Delta)^{\theta/2}u = f(u)$, [2] では二重臨界の藤田方程式 $u_t = \Delta u + |u|^{2/N}u$, [7] では指数関数またはそれより大きい増大度を非線形項に持つ連立方程式 $u_t = \Delta u + g(v)$, $v_t = \Delta v + f(u)$, に対して, それぞれ可解となるための (ほぼ) 最適な初期関数に関する可積分条件を導いた.
2. 非局所項を持つ1次元 Allen-Cahn 方程式の分岐構造と安定性 [3] 先行研究において, $(-1, 1)$ 上の Neumann 問題

$$du'' + (1 - u^2) \left(u - \frac{\mu}{2} \int_{-1}^1 u dx \right) = 0$$

は, 自明解から1次分岐しその分岐の枝から2次分岐することが知られていたが, この研究では, 1次分岐枝のすべての解の安定性を決定し, 2次分岐枝は特異摂動領域の解の安定性を SLEP 法を用いて決定した.

3. 優臨界方程式の解構造 [4,6,9,10] [4] では, 非線形項の主要部が冪か指数関数のとき, 球対称な特異解の存在・一意性, $C_{loc}^2(0, \infty)$ における古典解の特異解への収束などを示

した. [10] では, 主要部が冪のとき, 特異解の弱固有値を新たに定義し, それを用いて singular extremal solution の新たな特徴づけを行なった. これらの研究は内藤雄基氏 (広島大学) との共同研究に基づく. 特異解の情報を用いて, [6] では松隈型の優臨界 k -ヘシアン方程式の正值球対称解の構造, [9] では S^n 上の測地球領域における臨界又は優臨界 Emden-Fowler 方程式の正值球対称解の構造を明らかにした.

4. 劣臨界方程式の変分法を用いた解構造の解明 [5]: L^2 ノルム一定条件の下で, 一般的な非線形項 $F(u)$ と遠方で 0 に収束する非正のポテンシャル項 $V(x)$ を持つエネルギー

$$\inf_{\|u\|_{L^2}^2=\alpha} \int_{\mathbb{R}^N} \frac{|\nabla u|^2}{2} + V(x)u^2 - F(u)dx$$

の最小エネルギー解の存在と非存在について論じた.

5. 固有値固有関数の明示的表示 [8] 一般的に線形 2 階常微分作用素の固有値と固有関数を明示的に表示する事は極めて困難であることが知られている. [4] は 1 次元区間 $(-1, 1)$ 上の Gel'fand 問題 $u'' + \lambda e^u = 0$ の Dirichlet 問題を考察し, 若狭徹氏 (九州工大) が開発した手法を用いて, 全ての正值解における線形化固有値問題の固有値と固有関数を明示的に表示することに成功した.

My research area is parabolic and elliptic equations. I mainly study elliptic problems for 10 years. However, I am studying also parabolic problems for the past three years. Recent topics are listed below:

1. **Solvability of parabolic problems [1,2,7]** If the initial function is in L^∞ , then it is known that a local-in-time solution exists. However, the existence of a solution is not trivial if the initial function is not in L^∞ . We study $u_t + (-\Delta)^{\theta/2}u = f(u)$ in [1], $u_t = \Delta u + |u|^{2/N}u$ in [2] and $u_t = \Delta u + g(v)$ and

$v_t = \Delta v + f(u)$ in [7]. We obtain almost optimal integrability conditions for initial functions such that a solution for parabolic problems exists.

2. **Stability of solutions for one-dimensional nonlocal Allen-Cahn equation [3]** In the previous study the global bifurcation diagram of the Neumann problem

$$du'' + (1 - u^2) \left(u - \frac{\mu}{2} \int_{-1}^1 u dx \right) = 0$$

on $(-1, 1)$ was obtained. In this study we determine the stability of each solution on the first branch. The first branch has a second bifurcation point. Then, we determine the stability of a solution in a singular perturbation regime of d on the second branch is determined, using the so-called SLEP method.

3. **Structure of solutions to supercritical problems [4,6,9,10]** In [4] we show the existence and uniqueness of a radial singular solution u^* when the principal part of the nonlinear term is u^p or e^u . Moreover, we show that the classical solution u converges to the singular solution u^* in $C_{loc}^2(0, \infty)$ as $\|u\|_\infty \rightarrow \infty$. In [10] we define a new weak eigenvalue and obtain a new characterization of a singular extremal solution. The radial singular solution plays an important role in the study of the solution structure. We study the solution structure of positive radial solutions of a k -Hessian equation of Matsukuma type (resp. an Emden-Fowler equation on a spherical cap) in [6] (resp. [9]), using a radial singular solution.

4. **Minimization problem with L^2 -constraint [5]** The existence and nonexistence of global minimizers of the L^2 -constraint minimization problem

$$\inf_{\|u\|_{L^2}^2=\alpha} \int_{\mathbb{R}^N} \frac{|\nabla u|^2}{2} + V(x)u^2 - F(u)dx$$

are considered. Here, $V(x)$ is nonpositive and $V(x) \rightarrow 0$ as $|x| \rightarrow \infty$,

5. **Exact eigenvalues and eigenfunctions** [8] Every solution of the Dirichlet problem $u'' + \lambda e^u = 0$ in $(-1, 1)$, which we call a one-dimensional Gel'fand problem, can be written explicitly. We consider the linearization problem of the Dirichlet problem at each solution. We succeeded in obtaining exact expressions of all eigenvalues and eigenfunctions of the linearization problem, using a method developed by Prof. T. Wakasa (Kyushu tech).

B. 発表論文

1. T. Giraudon and Y. Miyamoto, "Fractional semilinear heat equations with singular and nondecaying initial data", to appear in *Rev. Mat. Complut.*
2. Y. Miyamoto, "A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space", to appear in *J. Evol. Equ.*
3. Y. Miyamoto, T. Mori, T. Tsujikawa and S. Yotsutani, "Stability for stationary solutions of a nonlocal Allen-Cahn equation", *J. Differential Equations* **275** (2021) 581–597.
4. Y. Miyamoto and Y. Naito, "Fundamental properties and asymptotic shapes of the singular and classical radial solutions for supercritical semilinear elliptic equations", *NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl.* **27** (2020) Paper No. 52, 25 pp.
5. N. Ikoma and Y. Miyamoto, "The compactness of minimizing sequences for a nonlinear schrödinger system with potentials", *Calc. Var. Partial Differential Equations* **59** (2020) Paper No. 48, 20 pp.
6. Y. Miyamoto, J. Sanchez and V. Vergara, "Multiplicity of bounded solutions to the k -Hessian equation with

a Matukuma-type source", *Rev. Mat. Iberoam.* **35** (2019) 1559–1582.

7. Y. Miyamoto and M. Suzuki, "Weakly coupled reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinearities and singular initial data", *Nonlinear Anal.* **189** (2019) 111576, 21 pp.
8. Y. Miyamoto and T. Wakasa, "Exact eigenvalues and eigenfunctions for a one-dimensional Gel'fand problem", *J. Math. Phys.* **60** (2019) 021506, 11pp.
9. A. Kosaka and Y. Miyamoto, "The Emden-Fowler equation on a spherical cap of S^n ", *Nonlinear Anal.* **178** (2019) 110–132.
10. Y. Miyamoto and Y. Naito, "Singular extremal solutions for supercritical elliptic equations in a ball", *J. Differential Equations* **265** (2018), 2842–2885.

C. 口頭発表

1. Existence and uniqueness of singular solutions for supercritical semilinear elliptic equations, 日本数学会 2021 年度年会, 慶應義塾大学 (オンライン), 2021 年 3 月
2. A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space, 第 4 回反応拡散方程式と非線形分散型方程式の解の挙動, 宮崎大学 (オンライン), 2021 年 2 月 16 日
3. A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space, 第 38 回九州における偏微分方程式研究集会, 九州大学 (オンライン), 2021 年 1 月 25 日
4. (1) A doubly critical semilinear heat equation in the L^1 space, (2) Radial single point rupture solutions for a general MEMS model, 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会, 熊本大学 (オンライン), 2020 年 9 月
5. Pattern formation and the "hot spots" conjecture, Analysis seminar, Univercity College Dublin (Ireland), Feb. 18, 2020.
6. Weakly coupled reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinearities

and singular initial data, Comenius Univ. (Slovakia), Seminar, Feb. 21, 2019.

7. Exact eigenvalues and eigenfunctions for a one-dimensional Gel'fand problem, Journée d'Analyse Non Linéaire, Université Paris-Sud (France), Sept. 21, 2018.
8. (1) A limit equation and bifurcation diagrams of semilinear elliptic equations with general supercritical growth (Special Session 18) (2) Exact eigenvalues and eigenfunctions for a one-dimensional Gel'fand problem (Special Session 101), The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Taiwan Univ. (Taiwan), July, 2018.
9. Intersection number and applications for semilinear elliptic equations with general supercritical growth, 8th Euro-Japan Workshop on Blow-up, Tohoku Univ. (Japan), June 5, 2018.
10. 一般化スケール変換による極限方程式とその応用, 談話会, 東京工業大学理学院数学科, 2018年1月24日.

D. 講義

1. 数理科学演習 II (S セメスター): 高橋陽一郎著『微分方程式入門』東京大学出版会を2名で輪読した(統合自然4年生)
2. 偏微分方程式論 (S セメスター): 関数解析を用いない1階と2階の線形偏微分方程式(熱方程式, ラプラス方程式, 波動方程式)を解説した(統合自然3・4年生)
3. 数学講究 XB (S セメスター中1回): 非線形偏微分方程式の定性的理論(数学科4年生)
4. 解析学 XA/数物先端科学 X (A セメスター): 有界凸領域上の反応拡散方程式もしくは反応拡散系とそのシャドー系の Neumann 問題を考える. それらの問題の「安定定常解の形状がどのようになるか?」を論じた.(線形または非線形)ホットスポット予想と呼ばれる予想と深い関連があることを解説し, いくつか特殊な有界凸領域

で証明した. さらに境界におけるホットスポットの数についても論じた.(数理大学院・4年生共通講義)

5. 数理科学セミナー II (A セメスター): 黒田成俊著『関数解析』共立出版を3名で輪講した(統合自然3年生)
6. 卒業研究 (A セメスター): 2名で常微分方程式に関するある未解決問題を研究して解決し, 英語論文を執筆した(統合自然4年生)
7. 数理科学概論 (A セメスター中1回): 非線形偏微分方程式の定性的理論(統合自然2年生)

E. 修士・博士論文

1. (博士論文) 鈴木 将満 (SUZUKI Masamitsu): Local in time solvability for reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinear terms

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 地方区代議員
2. 博士論文 学外審査委員(東京都立大学 石井裕太氏)
3. (世話人) 木曜応用解析セミナー 東大数理

米田 剛 (YONEDA Tsuyoshi)

A. 研究概要

Clay 財団は 2000 年に、数学の未解決問題を 7 つ挙げた。そのうちのひとつが「3 次元 Navier-Stokes 方程式の滑らかな解は時間大域的に存在するのか、または解の爆発が起こるのか」である。この未解決問題は、Leray(1934) から始まり、Fujita-Kato(1964) による強解の結果によって飛躍的に進展したが、最終的な解決には至っていない。その原因として、流体方程式に本質的に内在する非線形作用を深く洞察する為の数学解析道具が十分にそろっていないからだと思われる。一方で、その非線形作用によって生成される乱流は、今も活発に研究が発展している。しかしながら、乱流研究サイドでも、非線形作用そのものを扱うのは大変難しく、「渦粘性」という近似概念、

そして「統計」が主な解析道具となる（最近では、流体運動の非線形性をうまくとらえられていると期待できる「リザーバー・コンピューティング（機械学習）」も発展してきている）。

上述の流体研究の現状を踏まえた上で、私の最近の主な研究は「乱流の素過程である vortex stretching (3D), vorrex thinning (2D) の数学解析」を推し進めたこと [3,5,6,8] と「微分同相写像群による非粘性流の非線形作用の洞察」にある [1,2,4]。特に [5][8] では vortex stretching と zeroth law との関連を明らかにした。Zeroth law とは、Navier-Stokes 方程式の粘性係数をゼロへ飛ばしたとき、解のエンストロフィー（渦度の L^2 ノルムの二乗）が粘性係数に反比例するオーダーで無限大に発散することである。これは、流れが乱流であるための最も重要な指標の一つであり、特に Onsager 予想の起源となっているが、この zeroth law 自体の数理解理解を目指す研究は文字通り皆無であった。それが可能になったのは、Bourgain-Li(2015) や Kiselev-Sverak(2014) 等による Euler 方程式研究の breakthrough が起きたからに他ならない。それら最新の解析手法を駆使することで、zeroth law と数学解析との接点を、世界で初めて明らかにすることが出来た。

また、非粘性流には微分同相写像群の深い構造が潜んでいる。そういった群を使った流体研究は V. Arnold: Ann. Inst. Fourier (1966) の次のような言及から始まったと言える「オイラーによる剛体の運動は R^3 の回転群上の左不変距離の測地線である。そのことを踏まえると、高次元非圧縮流体などの群に対しても同様の方程式を得ることができる。」Arnold のこの論文はかなり有名であるにもかかわらず、それに続く研究が（解析学サイドと比べて）多くあるとは思えない。いずれにしても、この研究 field における最近の重要な結果（と私は認識している）である Misiolek (IUMJ 1993) と Misiolek (Proc. AMS 1996) を出発点として、流体の非線形メカニズムの洞察を進めている。

以下で、その最新の結果 [5] と [4] を説明したい。

- [5] 我々は、小スケールの渦と大スケールの anti-parallel な渦管を初期値とした場合の 3次元 Navier-Stokes 流の洞察を進め

た。そのような渦配置が「瞬間的な渦伸長」を引き起こすことを示し、更にそのメカニズムを使って、zeroth law が vortex stretching によって生成されることを数学的に証明した。そういった Navier-Stokes 流を構成する際、大規模数値計算による Navier-Stokes 乱流の最新研究結果: Goto-Saito-Kawahara(2017) を参考にした。このような「瞬間的な渦伸長」こそが、今後、この zeroth law にまつわる乱流の数学解析を進展させるカギとなるだろう。

- [4] 球面と楕円面上の非圧縮オイラー流の共役点の存在性を考えた。Misiolek (1996) では、微分幾何学的な判定条件（以下 M-criterion と呼ぶ）を構築し、その共役点の存在を示している。ただ、背後の多様体はもっぱら T^2 であり、球面や楕円面における共役点の存在性を論じた研究は存在しなかった。そこで我々はその M-criterion を使って、背後の多様体が楕円面となる非圧縮オイラー流における共役点の存在を示した。この楕円面が球に十分近くても良く、その点において「球」が critical manifold になっていることも明らかに出来た。なお、こういった共役点そのものは、非粘性流の（微分幾何学的なメカニズムによる）完全な非線形性によって生成されていう点は特筆に値する。

My recent research interest is mathematical turbulence, in particular, to clarify the mechanism of vortex-stretching, vortex-thinning and shear-flow on various manifolds like ellipsoids. I would explain my recent results [5,6,4] in the following:

- [5] By DNS of Navier-Stokes turbulence, Goto-Saito-Kawahara (2017) showed that turbulence consists of a self-similar hierarchy of anti-parallel pairs of vortex tubes, in particular, stretching in larger-scale strain fields creates smaller-scale vortices. Inspired by their numerical result, we examined the Goto-Saito-

Kawahara type of vortex-tubes behavior using the incompressible 3D Navier-Stokes equations. More precisely, we considered the NS equations under the following $2 + \frac{1}{2}$ -dimensional situation: small-scale horizontal vortex blob being stretched by large-scale, anti-parallel pairs of vertical vortex tubes. We proved a modified version of the zeroth law (but very close to the actual zeroth-law) induced by such vortex-stretching.

- [6] In steady-state two dimensional turbulence, vortex thinning process is one of the attractive mechanism. By direct numerical simulation to the two-dimensional Navier-Stokes equations with small-scale forcing and large-scale damping, Xiao-Wan-Chen-Eyink (2009) found an evidence that inverse energy cascade may proceed with the vortex thinning mechanism. On the other hand, Alexakis-Doering (2006) calculated upper bound of the bulk averaged enstrophy dissipation rate of the state-state two dimensional turbulence. In particular, they showed it vanishes in the order Re^{-1} , when the external force is only on the single scale, and were emphasizing that, in this Re^{-1} scaling, the flow exhibits laminar behavior, since energy is concentrated at relatively long length scales (independent of Reynolds number). In [6], we showed that the vortex-thinning provides strictly slower vanishing order of the enstrophy dissipation than Re^{-1} .
- [4] Existence of a conjugate point in the incompressible Euler flow on a sphere and an ellipsoid is considered. Misiołek (1996) formulated a differential-geometric criterion (we call M-criterion) for the existence of a conjugate point in a fluid flow. In [4], it is shown that no zonal flow (stationary Euler flow) satis-

fies M-criterion if the background manifold is a sphere, on the other hand, there are zonal flows satisfy M-criterion if the background manifold is an ellipsoid (even it is sufficiently close to the sphere). The conjugate point is created by the fully nonlinear effect of the inviscid fluid flow with differential geometric mechanism.

B. 発表論文

1. T. D. Drivas, G. Misiołek, B. Shi, and T. Yoneda, Conjugate and cut points in ideal fluid motion, submitted.
2. T. Tauchi and T. Yoneda, Some positivity results of the curvature on the group corresponding to the incompressible Euler equation with Coriolis force, submitted, arXiv:2103.00192
3. I.-J. Jeong and T. Yoneda, Quasi-streamwise vortices and enhanced dissipation for the incompressible 3D Navier-Stokes equations, submitted, arXiv:2012.14621
4. T. Tauchi and T. Yoneda: Existence of a conjugate point in the incompressible Euler flow on an ellipsoid, submitted, arXiv:1907.08365
5. I.-J. Jeong and T. Yoneda: Vortex stretching and enhanced dissipation law for the incompressible 3D Navier-Stokes equations, to appear in Math. Annal.
6. I.-J. Jeong and T. Yoneda: Enstrophy dissipation and vortex thinning for the incompressible 2D Navier-Stokes equations, to appear in Nonlinearity.
7. L. Lichtenfelz and T. Yoneda: "A local instability mechanism of the Navier-Stokes flow with swirl on the no-slip flat boundary", to appear in J. Math. Fluid Mech.
8. I.-J. Jeong and T. Yoneda: "Three-dimensional Euler flow generating instantaneous vortex stretching and related zeroth law, Nagare: Journal of

Japan Society of Fluid Mechanics:ながれ
39 (2020) 230-239.

9. E. Nakai and T. Yoneda: "New applications of Campanato spaces with variable growth condition to the Navier-Stokes equation", Hokkaido Math. J. **48** (2019) 99-140.
10. G. Misiołek and T. Yoneda: "Continuity of the solution map of the Euler equations in Hölder spaces and weak norm inflation in Besov spaces", Trans. Amer. Math. Soc. **370** (2018), 4709-4730.

C. 口頭発表

1. Quasi-streamwise vortices and enhanced dissipation for the incompressible 3D Navier-Stokes equations, analysis and PDEs seminar, Cergy Paris Universite (online), France, Jan. 2021
2. Vortex stretching and enhanced dissipation for the incompressible 3D Navier-Stokes equations, International Workshop on Multi-Phase Flows: Analysis, Modelling and Numerics, Waseda University (online), Tokyo, Dec. 2020
3. Instantaneous vortex stretching and energy cascade on the incompressible 3D Euler equations, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, Aug. 2019
4. Recent topics on well-posedness and stability of incompressible fluid and related topics, Summer Graduate School, Mathematical Sciences Research Institute (MSRI), Berkeley, CA, USA, July-Aug. 2019
5. 瞬間的な渦伸長を生成する 3次元 Euler 流・それに関連する zeroth law について, 京都大学応用数学セミナー, Kyoto University, May 2019.
6. Instantaneous vortex stretching and energy cascade on the incompressible 3D Euler equations, KIAS workshop, Mathematics of Fluid Motion II: Theory and Computation, KIAS, Korea, Dec. 2018.

7. Instantaneous vortex-stretching and anomalous dissipation on the 3D Euler equations, The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, National Taiwan University, Taipei, July 2018.
8. Instantaneous vortex-stretching and anomalous dissipation on the 3D Euler equations, 2018 International Conference on Mathematical Fluid Dynamics School of Mathematics and Information Science, Henan Polytechnic University, China, May 2018.
9. 様々な流体物理現象の数学解析：回転流体中の vortex breakdown と 2次元乱流に現れる vortex thinning, 熊本大学応用解析セミナー, Dec. 2017.
10. An instability mechanism in the vorticity on the axis for the axisymmetric Euler equations, Princeton Tokyo Mathematical Fluid Dynamics, Princeton University, Princeton, USA, Nov. 2017.

D. 講義

1. 現象数理 I：ハミルトン力学系についての講義を行った。その際、アーノルド・リウビルの定理を丁寧に証明した。また、最小作用の原理に基づいた非圧縮オイラー方程式の導出やカイラリティーの最新研究の紹介も行った（理学部 3年生向け講義）
2. 実解析学 II・実解析学演習 II：フーリエ解析に関する講義・演習を行った。（教養学部基礎科学科講義）

F. 対外研究サービス

1. 流体力学会年会における「流体数理」のセッションオーガナイザー

助教 (Research Associates)

麻生 和彦 (ASOU Kazuhiko)

A. 研究概要

1. 演習問題の解説ビデオを利用した大学教養課程数学の教育実践
大学教養課程の講義において演習時間が十分に取れない場合、演習問題のプリントを配布し自習を促しているが、学生の解答に対して十分な解説がされているとはいえない。そこで、演習問題の詳細な解説ビデオを作成し、演習問題プリントを配布した数日後にインターネット上で公開することを行った。その結果、受講生のアンケートでは、講義期間中に解説ビデオを視聴したのは受講者の半数と少なかったが、視聴した学生は解説プリントよりも理解に役立ったとの回答を得ることができた。今年度は、コロナ禍でのオンライン講義に対応できるよう教育工学のインストラクショナル・デザインの知見を用い講義全体のデザイン改良を検討した。
2. 黒板講義の見たいところを受講者が自由に視聴可能な講義ビデオ配信システムの設計
数理ビデオアーカイブ・プロジェクトで収録している講演や講義ビデオを教育や研究で有効に活用するため、新たな講義ビデオの収録公開システムを、商用のビデオ公開システムをベースとして開発を行っている。システムの概要は、1. 黒板を使った数学の講義を固定したハイビジョンカメラで黒板全体を収録、2. 収録された映像を黒板だけの静止画と講演者を中心に切り取った動画に自動編集、3. 自動編集した黒板の静止画と講演者の動画を組み合わせたwebページを公開する機能を持つ。このシステムにより学習者は、黒板の見にくい小さな文字や数式を拡大して視聴することができるようになり、また以前に書かれた板書をいつでもストレスなく見返すことができるようになる。今後は開発したシステムを用いた学習効果の実証実験を行っていく。
3. 遠隔講義システムの開発

東大数理とIHES(フランス・パリ)、Morningside Center of Mathematics(中国・北京)の3地点で開催される「東京パリ数論幾何セミナー」の双方向遠隔中継の実践を通して、黒板を使った数学の講演を中継するための多地点システムの開発を行っている。今年度は、H.323 準拠のビデオ会議システムだけでなく Zoom や YouTube ライブを使った中継システムの開発を行った。今後は、対面とオンラインのハイブリッド講義にも対応できるようにシステムを改善していく。

4. 数学に関連する資料の保存や管理、公開に関する調査研究
数理図書室に保管されていた代数的整数論国際会議(1955)、函数解析学国際会議(1969)、多様体論国際会議(1973)などの講演音声テープ(計297本)を教育や研究を目的として長期的に活用するための保存方法の研究を行っている。

1. Educational practice of using the explainer video of math exercises
2. Development of video shooting method of the blackboard for video streaming
3. Development of distance learning system
4. Research study on preservation, conservation and exhibition of mathematics material

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会 情報システム運用委員会 専門委員
2. 数学教育学会 学会誌等電子化作業部会 委員

清野 和彦 (KIYONO Kazuhiko)

A. 研究概要

- 4 次元多様体における局所線形な群作用と滑らか

な群作用の違いについて研究している。今年度も、有限群がスピン四次元多様体に滑らかに作用してその作用で不変なスピン構造とスピン・シー構造があるとき、そのようなスピン構造とスピン・シー構造を一つずつ選び、そのスピン・シー構造の複素共役を同時に考えることで滑らかな作用が満たすべき条件を導き出そうとしてみたが、上手く行かなかった。

I have studied difference between locally linear group actions and smooth ones on 4-manifolds. This year, I tried and failed to derive constraints of a smooth group action on a Spin 4-manifold by using a Spin-structure, a Spin^c-structure and its complex conjugate which are invariant under the action.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習：大学で数学を学ぶための基礎についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S1 ターム)
2. 数理科学基礎演習：大学で数学を学ぶための基礎についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S1 ターム)
3. 数学基礎理論演習：微分積分学と線型代数学の初歩についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S2 ターム)
4. 数学基礎理論演習：微分積分学と線型代数学の初歩についての演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 S2 ターム)
5. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
6. 微分積分学演習：微分積分学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
7. 線型代数学演習：線型代数学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
8. 線型代数学演習：線型代数学の演習を行った。(教養学部前期課程理科 I 類 1 年生 A セメスター)
9. 全学自由研究ゼミナール「多変数関数の微分」：多変数関数の微分について解説した。

(教養学部前期課程 S1 ターム)

10. 全学自由研究ゼミナール「電磁気学で使う数学」：多変数関数の積分とベクトル解析について解説した。(教養学部前期課程 A セメスター)

牛腸 徹 (GOCHO Toru)

A. 研究概要

位相的場の理論に付随する不変量に対して、“母空間”という見方から理解を深めることを試みている。そのために、シンプレクティック多様体のループ空間の半無限同変コホモロジーや“半無限同変 K 群”に入る構造を調べている。ここ数年の研究を通して、筆者はシンプレクティック多様体のループ空間の同変 K 群には、自然に差分作用素が作用することを確かめ、トーリック多様体やその完全交叉に対して、対応する差分方程式やその解を求めた。その結果、これらの差分方程式やその解は、量子コホモロジーから得られる微分方程式やその解のある種の“q-類似”になっていることが分かった。筆者自身の定式化によれば、同様の考察は、同変 elliptic cohomology を用いても可能であるように思われるので、この場合に、どのような構造が得られることになるのか研究を続けているところである。

I have been trying to have a better understanding of various topological invariants associated with topological field theories from the viewpoint of "Bo-kuukan". For that purpose, I have been studying the structure of the semi-infinite equivariant cohomology and “the semi-infinite equivariant K group” of the loop space of a symplectic manifold. In the last few years, I found that there exists a natural action of difference operators on the equivariant K group of the loop space of a symplectic manifold, and I obtained the corresponding difference equation and its solutions in the case of a toric manifold and its complete intersection. As a result, I found that the difference equation and its solution so obtained are a kind of "q-analogue" of the differential equation and its solutions asso-

ciated with their quantum cohomology. Using my formulation, the same consideration seems to be possible also in the case of the equivariant elliptic cohomology, and I have been studying to clarify what kind of structures we obtain in this case.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習：教養一年生の S1 タームの演習
2. 数学基礎理論演習：教養一年生の S2 タームの演習
3. 微分積分学演習：教養一年生の A セメスターの微分積分学の演習
4. 線型代数学演習：教養一年生の A セメスターの線型代数学の演習
5. 全学ゼミナール「じっくり学ぶ数学 II」：教養一年生を対象に、微積分学や線型代数学における基本的な考え方を順番に取り上げて説明した。

今野 北斗 (KONNO Hokuto)

A. 研究概要

私はこれまで閉 4 次元多様体の族に対するゲージ理論を中心に研究を行ってきた。今年度の主たる研究成果は、族のゲージ理論を境界付き 4 次元多様体へ拡張する足がかりを与えるものである。(谷口正樹氏との共同研究。) 具体的には以下のような結果である。境界付き 4 次元多様体の滑らかな族が与えられ、その境界として現れる 3 次元多様体の族が自明であるとする。このとき、4 次元多様体の族の不変量(直感的には交叉形式の族)に、滑らかさに由来する制約が得られるというのが主結果である。この制約は、(族でない単独の)閉 4 次元多様体の場合では Donaldson の対角化定理に相当する。Donaldson の対角化定理の閉 4 次元多様体の族に対するバージョンは Baraglia により最近得られており、また(族でない単独の)境界付き 4 次元多様体への拡張は Frøyshov によりなされている。今回の我々の結果は、Baraglia・Frøyshov の結果を統合したものとして定式化される。応用として、境界付き 4 次元多様体の同相群・微分同相群の間のホモトピカ

ルな比較を、非常に広いクラスの 4 次元多様体に対して行った。以上の結果はプレプリントとしてまとめて arXiv に発表した。

上の結果の証明は Manolescu の Seiberg–Witten Floer 安定ホモトピー型に基づく。関連して、Seiberg–Witten Floer 安定ホモトピー型の別の応用も視野に入ってきたので、年度の後半は主にその準備にあてられた。

I have been working in the study of gauge theory for families of closed 4-manifolds. In this year, I got started to extend gauge theory for families to 4-manifolds with boundary. (This is joint work with Masaki Taniguchi.) Our result is described as follows. Suppose that we are given a smooth family of 4-manifolds bounded by a trivial family of 3-manifolds. The main result states that we may find a constraint, coming from the smoothness of the family, on an invariant of families of 4-manifolds, which is intuitively an invariant of the intersection forms. This constraint corresponds to Donaldson’s diagonalization theorem in the case for a single closed 4-manifold. A version of the Donaldson’s diagonalization for families of closed 4-manifolds was recently given by Baraglia, and a version for single 4-manifolds with boundary was given by Frøyshov. Our result is formulated as unification of their results. As an application, we showed that there is homotopical difference between the homeomorphism groups and diffeomorphism groups of many 4-manifolds with boundary. The above result was already posted on arXiv and submitted to a journal.

The proof of the above result is based on Manolescu’s Seiberg–Witten Floer stable homotopy type. We also considered other applications of Seiberg–Witten Floer stable homotopy type.

B. 発表論文

1. H. Konno : “Bounds on genus and configurations of embedded surfaces in 4-

- manifolds", *J. Topol.* **9** (2016), no. 4, 1130–1152.
2. H. Konno: "Positive scalar curvature and higher-dimensional families of Seiberg-Witten equations", *J. Topol.* **12** (2019), no. 4, 1246–1265.
 3. H. Konno and M. Taniguchi: "Positive scalar curvature and 10/8-type inequalities on 4-manifolds with periodic ends", *Invent. Math.* **222** (2020), no. 3, 833–880.
 4. D. Baraglia and H. Konno: "A gluing formula for families Seiberg-Witten invariants", *Geom. Topol.* **24** (2020), no. 3, 1381–1456.
 5. H. Konno: "Characteristic classes via 4-dimensional gauge theory", to appear in *Geom. Topol.*
 6. T. Kato, H. Konno, and N. Nakamura: "Rigidity of the mod 2 families Seiberg-Witten invariants and topology of families of spin 4-manifolds", to appear in *Compos. Math.*
 7. D. Baraglia and H. Konno: "A note on the Nielsen realization problem for K3 surfaces", to appear in *Proc. Amer. Math. Soc.*
 8. H. Konno and N. Nakamura: "Constraints on families of smooth 4-manifolds from $\text{Pin}^-(2)$ -monopole", arXiv:2003.12517.
 9. H. Konno and M. Taniguchi: "The groups of diffeomorphisms and homeomorphisms of 4-manifolds with boundary", arXiv:2010.00340.
 10. T. Kato, H. Konno, and N. Nakamura: "A note on exotic families of 4-manifolds", arXiv:2101.00367.
- ant emerging from the adjunction inequality, *Low Dimensional Topology and Gauge Theory*, BIRS-CMO (メキシコ), 2017年8月
3. Complex of embedded surfaces in a 4-manifold and family Seiberg-Witten theory, *The East Asian Symplectic Conference*, Sichuan University (中国), 2017年10月
 4. Gauge theory for families of 4-manifolds, *Gauge Theory and Applications*, the University of Regensburg (ドイツ), 2018年7月
 5. Gauge theory for families of 4-manifolds, 第65回トポロジーシンポジウム, 信州大学, 2018年8月
 6. Characteristic classes via 4-dimensional gauge theory, 第65回幾何学シンポジウム, 東北大学, 2018年8月
 7. Difference between the diffeomorphism and homeomorphism groups of 4-manifolds, *Four manifolds: Confluence of high and low dimensions*, the Fields Institute (カナダ), 2019年7月
 8. The diffeomorphism and homeomorphism groups of 4-manifolds, *Floer Homotopy Theory and Low-Dimensional Topology*, University of Oregon (アメリカ), 2019年8月
 9. Seiberg-Witten theory for families I, II, *Gauge Theory Virtual*, オンライン [アメリカ], 2021年1月
 10. Gauge theory and diffeomorphism and homeomorphism groups, *日本数学会 2021年度年会 特別講演*, オンライン [慶應義塾大学], 2021年3月

C. 口頭発表

1. High-dimensional wall crossing and gluing in Seiberg-Witten theory, 第63回幾何学シンポジウム, 岡山大学, 2016年8月
2. A cohomological Seiberg-Witten invari-

D. 講義

1. 幾何学特別演習 I: 多様体論の演習. (理学部3年生, Sセメスター)
2. 微分積分学演習: 微分積分の演習. (教養学部前期課程, Aセメスター)
3. PEAK 学修相談室: PEAK 学生の微分積分・線型代数に関する学修相談. (教養学

部前期課程, A セメスター)

4. 集合と位相補習: 集合と位相に関する小テストの実施。(理学部 3 年生, A セメスター)

中村 勇哉 (NAKAMURA Yusuke)

A. 研究概要

(1) LSC 予想と PIA 予想を研究した. 商特異点に対して PIA 予想を証明し, その系として超商特異点に対して LSC 予想を証明することができた (B. 発表論文の 1, 柴田康介氏との共同研究). これにより LSC 予想に関しては, 既存の 2 つの結果 (超曲面特異点の場合と商特異点の場合) を含む広いクラスで証明することができた.

(2) 社会数理実践研究の一環として, 周期グラフの配位数列を調べた. 周期グラフの配位数列が十分大きいところで準多項式になる, という Grosse-Kunstleve と Brunner, Sloane による予想を肯定的に証明した (B. 発表論文の 2). 証明には有限生成モノイドの理論を用いている.

(1) I studied the LSC conjecture and the PIA conjecture. We proved the PIA conjecture for quotient singularities and the LSC conjecture for hyperquotient singularities. This allows us to integrate two known results on the LSC conjecture, the case of hypersurface singularities and the case of quotient singularities.

(2) I investigate the coordination sequences of periodic graphs. We proved that the coordination sequences of periodic graphs are of quasi-polynomial type, which gives the affirmative answer to a conjecture by Grosse-Kunstleve, Brunner and Sloane. The proof is based on the theory of finitely generated monoids.

B. 発表論文

1. Y. Nakamura, K. Shibata: “Inversion of adjunction for quotient singularities”, preprint, available at arXiv:2011.07300.
2. Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase, J. Nakagawa: “Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type”,

Acta Crystallogr. Sect. A77 (2021), no. 2, 138–148.

3. Y. Nakamura: “Dual complex of log Fano pairs and its application to Witt vector cohomology”, to appear in Int. Math. Res. Not. IMRN.
4. Y. Nakamura, H. Tanaka: “A Witt Nadel vanishing theorem for threefolds”, Compos. Math. 156 (2020), no. 3, 435–475.
5. K. Hashizume, Y. Nakamura, H. Tanaka: “Minimal model program for log canonical threefolds in positive characteristic”, Math. Res. Lett. 27 (2020), no. 4, 1003–1054.
6. Y. Gongyo, Y. Nakamura, H. Tanaka: “Rational points on log Fano threefolds over a finite field”, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) 21 (2019), no. 12, 3759–3795.
7. M. Mustață, Y. Nakamura: “A boundedness conjecture for minimal log discrepancies on a fixed germ”, Contemp. Math., 712 (2018), 287–306.
8. Y. Nakamura, J. Witaszek: “On base point free theorem and Mori dream spaces for log canonical threefolds over the algebraic closure of a finite field”, Math. Z. 287 (2017), no. 3-4, 1343–1353.
9. Y. Nakamura: “On minimal log discrepancies on varieties with fixed Gorenstein index”, Michigan Math. J. 65 (2016), no. 1, 165–187.
10. Y. Nakamura: “On semi-continuity problems for minimal log discrepancies”, J. Reine Angew. Math. 711 (2016), 167–187.

C. 口頭発表

1. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, Zoom Algebraic Geometry Seminar, オンライン開催, 2021 年 2 月.
2. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, Fudan-SCMS AG Seminar, Fudan University, 中国 (オンライン開催),

2021 年 1 月.

3. “Inversion of adjunction for quotient singularities”, 特異点セミナー, オンライン開催, 2020 年 12 月.

D. 講義

1. 教養学部 1 年数学演習 (通年).
2. 社会数理実践研究 W 対称班.

F. 対外研究サービス

1. (オーガナイザー) Algebraic Geometry in East Asia Online Seminar, オンライン開催 (2 週間に 1 度), 2020 年 8 月-.

G. 受賞

1. 2018 年度 日本数学会賞建部賢弘賞奨励賞, 2018 年 10 月.

鮑 園園 (BAO Yuanyuan)

A. 研究概要

Heegaard Floer ホモロジーは 3 次元多様体や結び目の位相不変量として知られている. この不変量の量子トポロジー的な意味を解明するのが本研究の主な目的である. 三価空間グラフは, 量子トポロジーにおいて, 様々なところで重要な役割を担っている. 私は三価空間グラフの Heegaard Floer ホモロジーについての研究を行ってきた (一部は Zhongtao Wu 氏との共同研究).

G を向き付けられた三価空間グラフの図式とする. Sink や source となる頂点がないと仮定する. G に辺彩色 c を与える. G の辺に基点 δ を任意に選び, (G, δ) の Kauffman 状態の集合 $S(G, \delta)$ を考える. Kauffman 状態の定義についてここで詳しく述べないが, 図式 G を利用して完全に組合わせたに定義される. $S(G, \delta)$ は Heegaard Floer チェーン複体の生成元集合になることが分かっている. 以前の研究において, 各状態 $s \in S(G, \delta)$ に量 $\Delta_s \in \mathbb{Z}[t^{-1/2}, t^{1/2}]$ を付与し, 状態和 $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s$ は G の位相的不変量になることを証明した. 今年度, 共同研究者 Zhongtao Wu 氏と共に次の結果を得た:

$S(G, \delta)$ と G の spanning tree との関係調べ, $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s|_{t=1}$ は G の weighted number of spanning trees と一致する. この number はグラフ理論においてよく知られている量であり, Laplacian 行列を使って計算することができる (matrix tree 定理).

状態和 $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s$ は $gl(1|1)$ 量子不変量になることを以前の研究によって分かった. 今後, この不変量, そして Heegaard Floer ホモロジーの量子トポロジー的な側面を引き続き研究する予定である.

Heegaard Floer homology is a topological invariant defined for a 3-dimensional manifold or a knot embedded in S^3 . The main purpose of my research is to understand the quantum topological meaning of this invariant. It is well-known that trivalent spatial graphs take on a big role in the construction of various quantum invariants for a 3-manifold or a knot. I have been studying the Heegaard Floer homology for a trivalent graph in recent years (partly joint with Zhongtao Wu).

Let G be an oriented trivalent graph diagram without sink or source vertices. Assign an edge coloring c to G and choose a generic base point δ in G . Let $S(G, \delta)$ be the set of Kauffman states of (G, δ) . Here we omit the definition of a Kauffman state, which is defined combinatorially on the diagram G . The set $S(G, \delta)$ is the generating set of a certain Heegaard Floer chain complex of G . In our previous research, we defined a quantity $\Delta_s \in \mathbb{Z}[t^{-1/2}, t^{1/2}]$ for each state s , and proved that the state sum $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s$ is a topological invariant of G . This year Zhongtao Wu and I proved the following result: By investigating the relation of $S(G, \delta)$ and the spanning trees of G , we found that $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s|_{t=1}$ coincides with the weighted number of spanning trees of G . This number is a classical well-known value in graph theory and can be calculated using Laplacian matrix (matrix tree theorem).

In my previous research, I proved that the state

sum $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s|_{t=1}$ can be regarded as a $gl(1|1)$ quantum invariant. In the future, we will continue to study the quantum topological aspects of $\sum_{s \in S(G, \delta)} \Delta_s|_{t=1}$ and that of Heegaard Floer homology.

B. 発表論文

1. Yuanyuan Bao and Zhongtao Wu, An Alexander polynomial for MOY graphs, *Selecta Math.* (N.S.) 26 (2020), no. 2 Article No. 32.
2. Yuanyuan Bao, A topological interpretation of Viro's $gl(1|1)$ -Alexander polynomial of a graph, *Topology Appl.*, Vol. 267, (2019), pp. 106870, 25.
3. Yuanyuan Bao, The Heegaard Floer complexes of a trivalent graph defined on two Heegaard diagrams, *京都大学数理研究録*, No. 2129, (2019), pp. 69–82.
4. Yuanyuan Bao, Heegaard Floer homology for embedded bipartite graphs, *京都大学数理研究録*, No. 2004, (2016), pp.1–12.

C. 口頭発表

1. An Alexander polynomial of MOY graphs, 大阪市立大学 Friday Seminar, Zoom, 2020 年 10 月.
2. Alexander polynomial and spanning trees, 拡大 KOOK セミナー 2020, Zoom, 2020 年 9 月.
3. The Heegaard Floer homology of a trivalent graph defined on two Heegaard diagrams, *Intelligence of Low-dimensional Topology*, 京都大学, 2019 年 5 月.
4. A topological interpretation of Viro's $gl(1|1)$ -Alexander polynomial of a graph, *East Asia conference on Gauge theory and related topics*, 京都大学, 2018 年 9 月.
5. The Alexander polynomial of a trivalent spatial graph and its MOY-type relations, 岡潔女性数学者セミナー, 奈良女子大学, 2017 年 12 月.

6. The Alexander polynomial of a colored trivalent graph and its MOY-type relations, 4 次元トポロジー, 大阪市立大学, 2017 年 11 月.
7. The Alexander polynomial of the balanced bipartite graph, 微分トポロジー 17, 電気通信大学, 2017 年 3 月.
8. Heegaard Floer homology for embedded bipartite graphs, *Intelligence of Low-dimensional Topology*, 京都大学, 2016 年 5 月.

D. 講義

1. 数学 I ①(PEAK) : 一変数微分積分学入門. (PEAK 一年生向け講義, A セメスター)
2. 数学 I ②(PEAK) : 多変数微分積分学入門. (PEAK 一年生向け講義, S セメスター)
3. 数理科学基礎演習 (教養学部前期課程, S1 セメスター)
4. 数学基礎理論演習 (教養学部前期課程, S2 セメスター)
5. 線型代数学演習 (教養学部前期課程, A セメスター)
6. 微分積分学演習 (教養学部前期課程, A セメスター)

間瀬 崇史 (MASE Takafumi)

A. 研究概要

Laurent 性を持つ差分方程式について, 主に既約性と coprimeness の観点から調べた. Laurent 性を持つ方程式に対して Laurent 単項式による従属変数変換を施すと, Laurent 性を持つ方程式が得られる場合があるが, 既約性はこの操作によって保たれるわけではない, ということが知られていた. そこでまずは, どのような Laurent 単項式による変換ならば Laurent 性が保たれるのかという点と, Laurent 性が保たれる場合にこの変換によって既約性が保たれることはあるのかという点について主に調べた.

I studied discrete equations with the Laurent property, focusing on the irreducibility and

coprimeness properties. It is known that if one performs a Laurent monomial transformation (the transformation defined by a Laurent monomial) of the dependent variable of a Laurent recurrence, the obtained equation often has the Laurent property but does not necessarily have the irreducibility. I discussed the condition for such a transformation to preserve the Laurent property (and the irreducibility).

B. 発表論文

1. T. Mase, A. Nakamura, H. Sakai, Discrete Hamiltonians of discrete Painlevé equations, *accepted*, to appear in *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, arXiv:2001.02535.
2. Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase, J. Nakagawa, Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type, *Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances* A77 (2021): 138–148.
3. J. Hietarinta, T. Mase, R. Willox, Algebraic entropy computations for lattice equations: why initial value problems do matter, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 52 (2019): 49LT01.
4. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Algebraic entropy of a multi-term recurrence of the Hietarinta-Viallet type, *RIMS Kôkyûroku Bessatsu* B78 (2020): 121–153.
5. B. Grammaticos, A. Ramani, R. Willox, T. Mase, Detecting discrete integrability: the singularity approach, *Nonlinear Systems and Their Remarkable Mathematical Structures*, N. Euler (Ed.) (CRC Press, Boca Raton FL, 2018), arXiv:1809.00853.
6. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, N. Okubo, T. Tokihiro, Toda type equations over multi-dimensional lattices, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoret-*

ical 51 (2018): 364002.

7. R. Kamiya, M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, Nonlinear forms of co-primeness preserving extensions to the Somos-4 recurrence and the two-dimensional Toda lattice equation –investigation into their extended Laurent properties–, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 51 (2018): 355202.
8. T. Mase, Studies on spaces of initial conditions for nonautonomous mappings of the plane, *Journal of Integrable Systems* 3 (2018): xyy010.
9. M. Kanki, T. Mase, T. Tokihiro, On the coprimeness property of discrete systems without the irreducibility condition, *SIGMA* 14 (2018): 065.
10. A. Ramani, B. Grammaticos, R. Willox, T. Mase, J. Satsuma, Calculating the algebraic entropy of mappings with unconfined singularities, *Journal of Integrable Systems* 3 (2018): xyy006.

C. 口頭発表

1. T. Mase, Integrability tests for lattice equations - or why initial value problems do matter, Integrable Systems 2019, Sydney (Australia), November 2019.
2. 間瀬崇史, 2 階差分方程式の初期値空間, 2019 年函数方程式 A セミナー, 新潟県, 2019 年 3 月.
3. 間瀬崇史, ある方程式の次数増大について, 可積分系ウィンターセミナー 2019, 長野県, 2019 年 2 月.
4. T. Mase, R. Willox, A. Ramani, B. Grammaticos, Dynamical degrees and singularity patterns, International Conference on Symmetry and Integrability in Difference Equations, Fukuoka (Japan), November 2018.
5. 間瀬崇史, R. Willox, A. Ramani, B. Grammaticos, 特異点閉じ込めと代数的エントロピー I, 非線形波動研究の新潮流 - 理論とその応用-, 九州大学応用力学研究所

(福岡), 2017 年 11 月.

6. T. Mase, Spaces of initial conditions for nonautonomous mappings of the plane, The Tenth IMACS International Conference on Nonlinear Evolution Equations and Wave Phenomena: Computation and Theory, Georgia (U.S.), March 2017.
7. 間瀬崇史, 非自励 2 階差分方程式の初期値空間, アクセサリー・パラメーター研究会 2017, 熊本大学理学部 (熊本), 2017 年 3 月.
8. T. Mase, Spaces of initial conditions for nonautonomous mappings of the plane, Workshop on Discrete Painlevé equations, Tokyo (Japan), December 2016.
9. 間瀬崇史, 多次元格子上的擬似可積分系, 可積分系数理の現状と展望, 京都大学数理解析研究所 (京都), 2016 年 9 月.

D. 講義

1. 微分積分学演習: 教養学部前期過程, A セメスター, 理科二三類 1 年 (21-24). 微積分学の演習をオンラインで行った.
2. 線型代数学演習: 教養学部前期過程, A セメスター, 理科二三類 1 年 (21-24). 線型代数学の演習をオンラインで行った.
3. 代数と幾何 (補習): 理学部 2 年生, A セメスター, 数学科進学予定者対象. 「代数と幾何」の補習授業をオンラインで行った.
4. 数学学修相談室: 教養学部前期過程, S セメスター, A セメスター, 1-2 年生対象. 教養学部生からの数学に関する質問をオンラインで受け付けた.

特任教授 (Project Professors)

大田 佳宏 (OHTA Yoshihiro)

A. 研究概要

応用数理解析を用いて、自動化ロボットに搭載する AI (Artificial Intelligence) の研究開発をアイソトープ総合研究センターなどと共同研究で行っている。複雑かつ繊細な作業とビッグデータ解析まで行う自律発見ロボットの開発をめざす。

現在は、自治体、企業、病院、研究機関などと連携することで融合研究を推進しており、特に応用分野としては放射性物質を使った薬の開発と、遺伝子の転写のメカニズムの解明をターゲットとしている。

遺伝子の転写とは、DNA 配列を鋳型に RNA polymerase II (RNAPII) という酵素によって遺伝子が読まれ RNA が合成される現象を指し「生命の基本原則」とも考えられている。一方で、転写の生成物である RNA は時間変異性が高く微小不均一性を持つため、細胞を用いた実験において高時間分解能の現象観察を行うことは難しいのが現状である。そこで、観察不可能な領域における高分解能の検証を可能とし、構築したモデルの再現性を保証するため、超離散系シミュレーションなどの数理科学的手法が必須となる。

我々はセルオートマトンを用いた RNAPII のシミュレーションによって、速度変化をしながら自由流として運動する転写の様子を再現した。この速度変化領域と前方の RNAPII との時空間の間隔によって RNAPII の衝突が起こることを示し、渋滞の発生する相転移の閾値も導出することができた。

一方で、生物医学分野における大規模次世代遺伝子解析装置などの実験手法の進歩によって、転写運動の基盤となるクロマチン構造が動的に変化していることもわかってきている。そのため、セルオートマトンを用いた転写モデルについても、サイトの動的変化まで取り入れたモデルを導入する必要性が出てきた。我々は本問題点を解決するため、確率セルオートマトンのモデルである ASEP を拡張し、DNA 構造が 3 次元的近傍にあるサイト間で写像を導入することで RNAPII の転移が

可能となる新規モデルを構築した。この新規モデルのシミュレーション結果によって、一部の遺伝子についての細胞実験の結果を正確に再現することができた。

By leveraging applied mathematical analysis, the research and development of AI (Artificial Intelligence) for the automated robot as joint research with Isotope Science Center and others are ongoing. We target to develop an autonomous discovery robot that can perform complicated and delicate work and even big data analysis.

Currently, we are promoting integrated studies by collaborating with municipalities, leading companies, hospitals, research institutes, etc. In particular, as an application, we target our interests to develop drugs using radioactive substances and to elucidate the mechanism of the transcription of genes.

Transcription is a fundamental cellular process in which the RNA polymerase enzymes play a central role. In eukaryotes, RNA polymerase II (RNAPII) is responsible for this process, and genome-wide studies show that transcription by RNAPII is dynamically regulated. Due to the experimental difficulty in the molecular biological approach, the picture of the gene transcription remains snapshot rather than dynamical views. Therefore, to reveal the principles of transcription, the mathematical modeling and simulation by fusing deep spatiotemporal analysis of real data are crucial.

By the cellular automaton (CA) simulation of the mobility of RNAPII over long distances, we found that the RNAPII molecules move as a free flow state, though there exist regions of reduced velocity, as far as the time interval between nearest RNAPII molecules is larger than the time required for an RNAPII passing the exclusion length in the reduction region. If the

reduction is strong enough to reach a certain threshold, a transition occurs from the free flow state to the states with congested and repetitive flows.

On the other hand, by combining next-generation sequencing and chromosome conformation capture (3C), it becomes evident that chromatin domains representing the transcription basic structural units move dynamically within the nucleus. Therefore, it is required to apply this dynamical movement and configurational changes to the CA model.

We previously identified transitions of RNAPII in the spatial configuration of DNA. Our formulation was extending the asymmetric simple exclusion process (ASEP) and derived an analytical expression for the dwell time distribution of the RNAPIIs during transcription. Also, we adopt the RNAPII transfer methods by mapping n forward (or backward) jump routes and m proximal points. Then we show that the simulation results of this model are consistent with the experimental findings for actual gene transcriptions. After that, we will make a detailed comparison of the results from the realistic simulation for a specific gene with the experimental data obtained here. Studies in this model also emphasize RNAPII flow stability and a fault-tolerant system of the gene transcription.

B. 発表論文

1. Yoichi Nakata, Yoshihiro Ohta and Sigeo Ihara: "Periodic orbit analysis for the deterministic path-preference traffic flow cellular automaton", Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics (2019) 36:25-51.
2. Hosokawa Y, Hosokawa I, Shindo S, Ohta Y, Ozaki K, and Matsuo T : "Alkannin inhibits CCL3 and CCL5 production in human periodontal ligament cells", Cell Biology International, Volume 40, Issue 12, December 2016, Pages 1380-1385.

C. 口頭発表

1. 大田佳宏, 「科学技術イノベーションと倫理・法・社会」, 大阪大学 ELSI センターシンポジウム パネルディスカッション, 2021年3月2日, オンライン.
2. 大田佳宏, 「数学ベンチャー Arithmer の医学分野への応用事例について」, 医学研究における数理的方法, 2021年2月24日, オンライン.
3. 大田佳宏, 「数理と人工知能の医学分野などへの産業応用」, 数理・人工知能・医学: 数理科学と医学との協働, 2021年1月14日, オンライン.
4. 大田佳宏, NICT イノベーションデザインイニシアティブ (Innovation Design Initiative: IDI) , 2020年12月16日, オンライン.
5. 大田佳宏, 「with コロナ社会と AI」, 集客交流産業論 2020 with コロナ社会における持続可能な地域づくり, 2020年12月2日, 徳島文理大学.
6. 大田佳宏, 「数学と AI による社会課題の解決」, IMI Colloquium, 2020年10月14日, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所.
7. 大田佳宏, 「数学と AI を駆使して社会課題に挑む東大発ベンチャー Arithmer」, 第339回科学技術展望懇談会, 2020年8月28日, 株式会社テクノバ.
8. 大田佳宏, 「最先端技術を活用した起業について」, 平成長久館「特別塾」・最先端技術導入講座 とくしま・スタートアップ・プラットフォーム, 2020年7月29日.
9. 大田佳宏, 「AI と数学が変える医療と危機管理」, 参議院上公会, 2020年2月21日, 参議院議員会館.
10. 大田佳宏, 「AI Smart Robot Network」, 徳島県関西本部 共催 (公社) 関西経済連合会 ソーシャル・イノベーション・セミナー, 2020年2月20日, 関西経済連合会.
11. 大田佳宏, 「AI Smart Network -AI の様々な業界への適用事例-」, 徳島新聞 滴翠クラブ, 2020年2月13日, 新聞放送会館.

12. 大田佳宏,「AI と日本の未来」, ジュピターテレコム 経営層向けセミナー, 2020年2月7日, 丸の内トラストタワー N 館.
13. 大田佳宏, 徳島ビジネスフォーラム in 大阪, 2020年2月4日, ホテル阪神大阪.
14. 大田佳宏,「AI Smart Robot Network」, 徳島広告協会/徳島新聞アド・クラブ新春合同講演会, 2020年1月29日, 徳島グランヴィリオホテル.
15. 大田佳宏,「AI・IT 技術を活用した業務効率化について」, 徳島県庁トップセミナー, 2020年1月21日, 徳島グランヴィリオホテル.
16. 大田佳宏, 総務省 グローバルコミュニケーション開発推進協議会および全体総括, 2019年11月22日, 凸版印刷 NIPPON GALLERY.
17. 大田佳宏,「AI Smart Robot Network」, 第125回産業立地研修会, 2019年11月8日, 中央大学駿河台記念館.
18. 大田佳宏,“Change The World”, PITCH CEATEC JAPAN 2019, 2019年10月17日, 幕張メッセ.
19. 大田佳宏,「AI Smart Robot Network」, 日本数学会 2019年度秋季総合分科会 数学連携ワークショップ, 2019年9月19日, 金沢大学.
20. 大田佳宏, AI/SUM デモステージ登壇 2019年4月22日, 日本経済新聞社 丸の内ビルディング.
21. 大田佳宏,「AI Smart Robot Network」, 2019年4月2日, 人工知能未来社会経済戦略本部 自民党本部.
22. 大田佳宏,「AI SMART ROBOT NETWORK」, 鹿児島大学トップセミナー, 2019年2月14日, 鹿児島大学.
23. 大田佳宏,「情報通信技術関連の企業としての AI の活用」, 徳島ビジネスマッチングデー in 東京 2018, 2018年11月1日, ホテルオークラ東京.
24. 大田佳宏,「AI・ロボット技術の活用事例と今後の技術的進化」, 徳島経済同友会, 2018年10月22日, 阿波観光ホテル.
25. 大田佳宏,「AI Smart Robot Network」, 平成 30 年度国立大学理学系学長会議, 2018年10月12日, 徳島大学新蔵キャンパス.
26. 大田佳宏,「AI スマートロボットネットワーク」, とくしま経済飛躍サミット, 2018年10月11日, ときわホール.
27. 大田佳宏,「AI Smart Robot Network」, 第3回ドリンクジャパンセミナー, 2018年6月28日, 東京ビックサイト.
28. 大田佳宏,「AI スマートロボットネットワーク」, 一般社団法人徳島ニュービジネス協議会, 2018年6月16日, 徳島グランヴィリオホテル.
29. 大田佳宏,「データ資産と AI を活用したビジネス価値の創造」, Google Leaders Circle, 2018年5月16日, 六本木ヒルズ Google オフィス.
30. 大田佳宏,「AI スマートロボットネットワーク」, 徳島商工会議所金融部会主催公演会, 2018年4月19日, 徳島ワシントンホテルプラザ.
31. 大田佳宏,「AI スマートロボットネットワーク」, 第1回 AI・RPA セミナー, 2018年2月26日, 徳島県徳島市港産業株式会社本社.
32. 大田佳宏,「AI スマートロボットネットワーク」, 平成 29 年度徳島県産業教育振興会情報交換会, 2018年1月16日, 徳島県徳島市ザ・グランドパレス.
33. 大田佳宏,「AI スマートロボットネットワーク」, 東京徳島産業経済倶楽部会合, 2017年11月30日, 東京都千代田区学士会館.
34. 大田佳宏,「AI SMART ROBOT の研究開発とそのビジネスモデル」, 産学連携数理レクチャー, 2017年10月5日, 理化学研究所大河内記念ホール.
35. 大田佳宏,「高度数学を用いた AI プロファイリング・スコアリングの金融・ヘルスケア分野への応用」, 2017年6月23日, 一般社団法人 FinTech 協会.
36. Yoshihiro Ohta,「AI Smart Robot Network for Biomedical Analysis」, AI in Asia, 2017年3月6日, 早稲田大学国際会議場井深大記念ホール.

37. 大田佳宏, 「Dynamic Approaches to Living System in Cell Biology」, 第 68 回日本細胞生物学会大会 細胞生物学の生命動態研究シンポジウム, 2016 年 6 月 16 日, 京都テルサ大会議室.

D. 講義

1. 社会数理先端科学 II (11/20, 11/27 担当): 「AI, そして数理科学は社会にどう応用されているか~活用事例から学ぶ AI と数理の力」のタイトルで, 数理科学, AI の活用事例について講義した.

桂 利行 (KATSURA Toshiyuki)

A. 研究概要

正標数において, K3 曲面, Enriques 曲面, 楕円曲面, Coble 曲面, アーベル多様体, Calabi-Yau 多様体などの研究を行なっている. また, 最近ではポスト量子暗号で用いられる Jacobi 多様体の Richelot isogeny にも興味を持っている.

自己同型群が有限な Enriques 曲面に含まれる nodal 曲線の数は有限個であることが知られているが, 複素数体上の場合, nodal 曲線のなす configuration は, 金銅誠之によって 7 種類に分類され, それぞれの場合の自己同型群の構造とモジュライ数が決定されている. 標数 2 の代数的閉体上の Enriques 曲面は, Bombieri-Mumford による分類理論で指摘されたように singular, classical, supersingular の 3 つに分かれ, 他の標数とは異なる様相を呈する. 金銅誠之, G. Martin との共同研究で, 標数 2 の有限自己同型群を持つ Enriques 曲面の nodal 曲線の configuration は, singular Enriques は 3 種類, classical Enriques は 8 種類, supersingular Enriques は 5 種類に分類されるという結果を得, それぞれの場合に自己同型群の構造を与えた. singular Enriques 曲面の configuration の 3 種類は複素数体上で現れる configuration に全て含まれるが, classical と supersingular の場合は, そこに現れる VII 型の configuration は複素数体上で現れるものと同じであるが, この他の configuration は全て新規のものである.

supersingular K3 曲面の単有理性の問題や, 位数 3 の自己同型を有するアーベル曲面の構造についても M. Schuett との共同研究でいくつかの結果を与えた.

Richelot isogeny については, 高島克幸との共同研究で, 種数 2 の superspecial 曲線のなす isogeny グラフの edge の正確な数を計算し, そのグラフの全容を明らかにした.

The subjects of my research are K3 surfaces, Enriques surfaces, elliptic surfaces, Coble surfaces, abelian varieties and Calabi-Yau varieties in positive characteristic. Lately, I also study the structure of Richelot isogenies of algebraic curves which are used in the theory of post quantum crypto-system.

I've been studying Enriques surfaces in characteristic 2. Over the complex number field Enriques surfaces with finite automorphism group contain a finite number of nodal curves and S. Kondo classified these surfaces into 7 classes, using configurations of nodal curves. In positive characteristic, the number of nodal curves which are contained in an Enriques surface with finite automorphism group is also finite, but the situation of their configurations is different. In particular, in characteristic 2, Bombieri and Mumford showed that Enriques surfaces are divided into 3 classes, i.e., singular, classical and supersingular ones. As a joint work with S. Kondo and G. Martin, we showed that the configurations of nodal curves of Enriques surfaces with finite automorphism group in characteristic 2 are given as follows: 3 types for singular Enriques surfaces, 8 types for classical Enriques surfaces and 5 types for supersingular Enriques surfaces. We also gave the structures of finite automorphism groups. It is worth noticing that all three types for singular Enriques surfaces appear in characteristic 0, but that the type which appears in characteristic 0 for other cases is only type VII.

Jointly with S. Schuett, I also study the unirationality of K3 surfaces and the structure of

abelian surfaces with automorphism of order 3, and gave some results.

As a joint-work with Katsuyuki Takashima, we calculated the number of Richelot isogenies for superspecial curves of genus 2, and made clear the structure of their isogeny graph.

B. 発表論文

1. T. Katsura and K. Takashima, Counting Richelot isogenies between superspecial abelian surfaces, in “Proceedings of the Fourteenth Algorithmic Number Theory Symposium (ANTS-XIV)” (edited by Steven Galbraith), Open Book Series 4, Mathematical Sciences Publishers, Berkeley, 2020, 283–300. DOI 10.2140/obs.2020.4.283
2. T. Katsura and M. Schuett, K3 surfaces with 9 cusps in characteristic p , accepted in *J. Pure and Applied Algebra*, 225 (2021), doi.org/10.1016/j.jpaa.2020.106558.
3. T. Katsura and M. Schuett, Zariski K3 surfaces, *Zariski K3 surfaces*, *Rev. Mat. Iberoam*, *Eur. Math. Soc.*, 36 no.3 (2020), 869–894, DOI 10.4171/RMI/1152.
4. T. Katsura, S. Kondo and G. Martin, On classification of Enriques surfaces with finite automorphism group in characteristic 2, *Algebraic Geometry* 7 (4) (2020), 390–459, doi:10.14231/AG-2020-012
5. T. Katsura and S. Kondo, On Enriques surfaces in characteristic 2 with finite group of automorphisms, *J. Algebraic Geometry*, 27 (2018), 173–202, doi.org/10.1090/jag/697.
6. T. Katsura, On the multi-canonical systems of quasi-elliptic surfaces in characteristic 3, the EMS Series of Congress Report, European Mathematical Society, 2018, 153–157.
7. T. Katsura, Lefschetz pencils on a certain hypersurface in positive character-

istic, *Advanced Studies. Pure Math.*, 74 (2017), 265–278

C. 口頭発表

1. On the classification of Enriques surface with finite automorphism group, Conference on Theory and Applications of Supersingular Curves and Supersingular Abelian Varieties, RIMS Conference [Zoom], 京都大学数理解析研究所, October 13, 2020.
2. Counting Richelot isogenies of supersingular curves of genus 2, Seminar of Algebraic Geometry in East Asia [Zoom], October 9, 2020.
3. Supersingular Richelot isogenies of curves of genus 2, 湯布院代数幾何学ワークショップ, 日本文理大学湯布院研修所, December 27, 2019.
4. On the supersingular locus of the moduli space of principally polarized abelian varieties in positive characteristic, "Supersingular abelian varieties and related arithmetic", Nagoya Univ., September 30, 2019.
5. Algebraic geometry in positive characteristic, Research Seminar Algebraic Geometry, Leibniz University Hannover, August 15, 2019; Conference on Algebraic Geometry in Positive Characteristic and Related Topics, Univ. of Tokyo, Tokyo, December 18, 2018; (正標数の代数幾何学) 2017 年度日本数学会代数学賞特別講演, 首都大学東京, March 26, 2017.
6. Zariski K3 surfaces, 第 6 回代数幾何研究集会一字部一, 宇部高専, 宇部, January 13, 2019; "K3 surfaces and Related Topics", Nagoya Univ., December 20, 2017.
7. Construction of numerically trivial automorphism of Enriques surfaces in characteristic 2, Research Seminar Algebraic Geometry, Leibniz Univ. Hannover, Germany, September 4, 2018.
8. Automorphism groups of Enriques sur-

faces with quasi-elliptic fibration in characteristic 2, Conference on Differential, Algebraic and Topological Methods in Complex Algebraic Geometry, Cetraro, Italy, September 10, 2018.

9. Classification of Enriques surfaces with finite automorphism groups in characteristic 2, Algebraic Geometry Conference, Hotel Libero, Busan, Korea, March 29, 2017; New Trends in Arithmetic and Geometry of Algebraic Surface, Banff International Research Station, Banff, Canada, March 17, 2017; Arithmetic and Algebraic Seminar, University of Amsterdam, The Netherlands, September 5, 2017.
10. Enriques surfaces in characteristic 2, Summer School 2016 of the IRTG "Moduli and Automorphic Forms", Vlieland, The Netherlands, August 31, 2016.

F. 対外研究サービス

1. 2012 年度～2021 年度 藤原洋数理科学賞審査委員会委員長
2. 2016 年 6 月～2021 年 5 月 日本数学会理事 長補佐
3. 2016 年度～2021 年度 猿橋賞選考委員
4. 2018 年度 第 34 回京都賞基礎科学部門専門委員会委員長, 審査委員会委員
5. 2018 年度 お茶の水女子大学外部評価委員会委員
6. 2019 年度 東北大学理学部・理学研究科外部評価委員会委員
7. 2020 年度 東京理科大学総合研究院アドバイザー委員会委員

G. 受賞

2017 年度日本数学会代数学賞

I. 連携併任講座

1. 「情報数学セミナー」主催 藤原洋客員教授
2. WISE Program FoPM セミナー 6 回

河野 俊丈 (KOHNO Toshitke)

A. 研究概要

多様体の基本群の線形表現は, 平坦ベクトル束のホロノミー表現と対応するが, この構成を, 高次圏に拡張する研究を行なった. 具体的には, K.-T. Chen による形式的ホモロジー接続を用いて, 高次のホモトピー重群の高次圏としての表現に拡張した. 特に, 超平面配置について, 形式的ホモロジー接続を具体的に記述し, 超平面配置の補集合の 2 次ホモトピー型について調べた. また, 配置空間の場合に, 高次の KZ 接続を定義し, さらに, これまでに得られていた KZ 方程式のモノドロミー表現と量子群との関係を高次圏に拡張することについて研究した. 応用として組みひもコボルディズムのなす圏の表現を構成し, Kontsevich 積分の 2 次の圏への拡張として, 曲面組みひもとよばれる 4 次元空間内の曲面の位相不変量を定義した.

Linear representations of the fundamental groups of manifolds correspond to the holonomy representations of flat vector bundles over the manifolds. I generalized this construction to higher categories and investigated the theory of representations of homotopy path groupoids by means of the notion of formal homology connections due to K.-T. Chen. In particular, in the case of hyperplane arrangements, I gave an explicit description of formal homology connections and studied homotopy 2-types of the complement of hyperplane arrangements. I defined higher KZ connections for configuration spaces and investigated a higher category extension of the relation between the monodromy representations of KZ connections and quantum groups. As an application I constructed representations of the category of braid cobordisms and defined topological invariants for 2-dimensional braids as a 2-category version of the Kontsevich integral.

B. 発表論文

1. T. Kohno : *Higher holonomy maps of formal homology connections and*

- braid cobordisms*, Journal of Knot Theory and Its Ramifications Vol. 26 (2016), 1642007 (14 pages), DOI: 10.1142/S0218216516420074
2. T. Kohno : *Quantum representations of braid groups and holonomy Lie algebras*, Advanced Studies in Pure Mathematics 72 (2017), 117-144.
 3. T. Kohno : *Configuration spaces, KZ connections and conformal blocks*, Topology of Arrangements and Representation Stability, Oberwolfach Reports No.2 (2018), 52-54 DOI: 10.4171/OWR/2018/2
 4. T. Kohno : *Homological representations of braid groups and the space of conformal blocks*, F. Callegaro et al. (eds.), Perspectives in Lie Theory, Springer INdAM Series 19, DOI 10.1007/978-3-319-58971-8, 2018.
 5. T. Kohno : *Higher holonomies for hyperplane arrangements*, European Journal of Mathematics, (2019), 1-23 DOI 10.1007/s40879-019-00382-z
 6. T. Kohno : *Higher holonomy and iterated integrals*, 2020, <https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/kohno/papers/HHI.pdf>
 4. Quantum symmetry in homological representations of braid groups, East Asian Conference on Geometric Topology, Peking University, January 2019.
 5. Mathematical forms - collection of geometric models at the University of Tokyo, Tokyo-Berkeley Symposium - Forms in Nature and Art, The University of Tokyo, January 2019.
 6. Higher category extensions of holonomy maps and iterated integrals, Higher structures in algebra, geometry and quantum field theory, University of Hamburg, February 2019.
 7. Higher holonomy maps and iterated integrals, New trends in geometry and mathematical physics, CSF Monte Verità, August 2019.
 8. Mathematical forms - geometric models, lattices and crystals, Design Innovation from Nature Symposium, Jacobs Hall, UC Berkeley, November 2019.
 9. Higher holonomy maps and iterated integrals, Hyperplane Arrangements and Singularities, Graduate School of Mathematical Sciences, the University of Tokyo, December 2019.
 10. Higher holonomy functors and iterated integrals, Homotopy Theory Symposium 2020, online, November 2020.

C. 口頭発表

1. Local systems on configuration spaces, KZ connections and conformal blocks, Topology of Arrangements and Representation Stability, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, January 2018.
2. Higher category extensions of KZ connections and representations of braid cobordisms, 101e rencontre entre mathématiciens et physiciens théoriciens, IRMA, Strasbourg, June 2018.
3. Introduction to representation theory of braid groups, The 1st International Undergraduate Mathematics Summer School Peking University, July 2018.

D. 講義

1. 数理科学広域演習 : Academic writing に関する FoPM プログラムの講義で, oral presentation に関わる部分を担当した.

F. 対外研究サービス

1. カブリ数物連携宇宙研究機構 (Kavli IPMU) 主任研究者 (兼任)
2. Kyushu Journal of Mathematics, Editor.
3. Annales de l'Institut Henri Poincaré D, Editor.
4. East Asian Conference on Geometric

中川 淳一 (NAKAGAWA Junichi)

A. 研究概要

異分野融合に数学を活用し数学イノベーションを推進：(1) 数学により抽象化した枠組みのなかで現実世界の問題をとらえ、問題の根源を明らかにすること、(2) 数学により構築した枠組みをもとに既存技術の再構築を図り、ゼロベースから新しい技術概念を創出すること、(3) 技術の出口をつくり、技術概念の製造現場や社会への普及を図り、イノベーションに繋げること。そのため、国内外の人脈を背景に、世界最先端の数学理論を駆使して、ニーズに対応する技術を世界最速での提案を目指す。

I have used mathematics to create an interdisciplinary platform for dealing with the problems of industry and society. This is the concept of mathematical innovation: (1) Clarification of the principle of the problem by looking at the real-world problems an abstracted framework using mathematics (2) Reconstruction of the existing technical concept based on the constructed framework and creating new technological concept by “think from zero” using mathematics (3) Applying the technology and attempting to promote it among the manufacturing field and society, and leading them to innovation. With my domestic and international networks, I propose an appropriate technology toward industrial needs at the fastest speed in the world using cutting-edge mathematical theories.

B. 発表論文

- [1] T. Kumano, J. Nakagawa, A derivation of coincidence relations utilizing quaternion and matrix based on the hexagonal lattice for material engineers, *International Journal of Mathematics for Industry*, vol.11, No.1 (2019)
- [2] H. Hamada, S. Matsutani, J. Nakagawa, O. Saeki, M. Uesaka, An algebraic description of screw dislocations in SC and BCC crystal lat-

tices, *Pacific Journal of Mathematics for Industry*, PJMI-D-16-00014R3 (2018)

[3] 中川淳一, [インダストリアルマテリアルズ] 数学と物質・材料との連携の展開, *応用数理* 28 巻 4 号 (2018)

[4] A. Micheletti, J. Nakagawa, A. A. Alessi, D. Morale, E. Villa, A germ-grain model applied to the morphological study of dual phase steel, *Journal of Mathematics in Industry*, 6(1), 1-24 (2016)

[5] 山本昌宏, 中川淳一, 製鉄業における課題と逆問題：数学手法の汎用性と技術の横展開 (その二), *数学セミナー*, 9月号 (2016)

[6] 山本昌宏, 中川淳一, 製鉄業における課題と逆問題：数学手法の汎用性と技術の横展開 (その一), *数学セミナー*, 7月号 (2016)

C. 口頭発表

[1] 中川淳一, 東京大学大学院数理科学研究科日本製鉄社会連携講座「データサイエンスにおける数学イノベーション」が目指すもの, *JST CRDS 数学と自然科学、工学との協働に関するセミナー*, JST Web 講演 2021.2.24

[2] 中川淳一, 東京大学大学院数理科学研究科社会連携講座「データサイエンスにおける数学イノベーション」が目指すもの, *日本応用数理学会 2019 年度年会*, 東京大学数理科学研究科大講義室 2019.9.4

[3] J. Nakagawa, Creating an Interdisciplinary Platform Based on Inverse Problems, *International Conference on Inverse Problems*, 復旦大学 (2018.10.12-14)

[4] 中川淳一, 製造プロセスにおける数理的研究の現状と、数理科学と物質・材料の連携の展開について, *日本数学会 2016 年度秋季総合分科会 数学連携ワークショップ ～物質材料科学に潜む「数理」を探る～*, 関西大学, 2016.9.16

[5] 中川淳一, 製造プロセスにおける数理的研究の現状と、数理科学と物質・材料の連携の展開について, *日本機械学会 2016 年度年次大会 産業に応える数学 –幾何・統計・計算数学からものづくりへ–*, 九州大学, 2016.9.13

D. 講義

1. 社会数理先端科学 II： 数学とデータサイエン

スの関わりについて 講義を行った。通常概念の意味でのデータサイエンスにおける数学・統計学の利活用の事例紹介 (12 月 4 日)。データの定義を変えて純粋数学者が参画できる議論の場から生まれる新しい数学研究の成果を、FMSP 社会数理実践研究の事例を題材に紹介 (12 月 25 日)

2. 社会数理実践研究 金属班

藤原 毅夫 (FUJIWARA Takeo)

A. 研究概要

- 密度汎関数理論に基づいた強結合電子構造モデルと分子動力学法の確立:

数百万原子系の大規模固有値問題を解く効率的アルゴリズム開発 (課題 1), および数万原子系における数 10 ナノ秒に亘る全原子配置の変化を (固有値問題を忠実に解くことをせずに) 追う分子動力学手法の開発 (課題 2) を行っている. 実空間における全エネルギーを表現する一般的な関数形を得た.

Molecular Dynamics based on semi-empirical Hamiltonian: A novel tight-binding method is developed, based on the extended Hückel approximation, with referring the electronic structure and the total energy, obtained by the first principles method. The parameters of semi-empirical Hamiltonian are so adjusted by computer that the result can reproduce the those of the first principles calculation. We have obtained a general formula for the total energy functional in real space.

- 文科系学部における数学基礎教育の在り方: 実社会における数学の利用は, 文科系も含めて至るところに広がりかつ深まっている. 我々は, 経済学部講義としてより実用に密着した講義の形を検討し, 実施している. 一般論ではなく事例に即して数学理論を講じ, それを体験する形で計算プログ

ラム MATLAB で体験させるという方法を試みるとともに講義の映像を外部に提供している.

Basic education of mathematics in social sciences: Mathematics is an essential skill and deeply used everywhere in many disciplines. We are currently developing a lecture style of mathematics for social sciences. In the class, we use MATLAB program to give students hands-on experience of applying mathematics to their topics.

- COVID-19 : COVID-19 : COVID-19 のダイナミクスを記述する数理モデル (SIR-i model) を構築しそのダイナミクスを明らかにした.

Mathematical Analysis of Epidemic Disease Models and Application to COVID-19: Mathematical models for infectious diseases are considered. The exact solutions of SIR model are analyzed in terms of oscillatory motion in susceptible-infected (S-I) phase space. SIR model can not apply the effects of repeated epidemics, and then, we introduce inflow population into SIR model and name it SIR-i model. Stability is analyzed around a stable equilibrium point in S-I phase space. The nature of the phenomenon is governed by $(\text{contact rate}) \times (\text{inflow population}) = (\text{removal rate})$ and (removal rate) . Numerical examples are shown and discussed with parameters of COVID-19.

B. 発表論文

1. T.Fujiwara, "Mathematical Analysis of Epidemic Disease Models and Application to COVID-19", Journal of the Physical Society of Japan 90, 023801 (2021).
2. T. Fujiwara, S. Nishino, S. Yamamoto, T. Suzuki, M. Ikeda, and Y. Ohtani, "Total-energy assisted tight-binding method based on local density approx-

imation of density functional theory", Joul. Phys. Soc. Jpn. **87**, 064802 (2018).

3. 三浦 沖, 増田 勝也, 坂田 加奈子, 藤原 毅夫, “複数講義室をつなぐ講義のためのシステム開発”, 工学教育, vol.66, no.5, 13, (2018).
4. 坂田 加奈子, 戸川 久美子, 三浦 沖, 藤原 毅夫, “OCW 向け教育コンテンツ作成の効率化の試み”, 工学教育, vol.66, no.3, 73, (2018).
5. 藤原毅夫, “数学基礎教育を再考する”, 数理学 (サイエンス社), vol.645, 2017 年 3 月号, 59, (2017).
6. 藤原毅夫, MATLAB クイックスタート, (東京大学出版会 2021).
7. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 代数学第 2 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴園 2020).
8. 藤原毅夫, “大学数学のお作法と無作法” (近代科学社 2019)
9. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 代数学第 1 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴園 2019).
10. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 数学解析 第一編 微分積分学第 2 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴園 2017).
11. 浦川肇, 高木泉, 藤原毅夫編著, 数学解析 第一編 微分積分学第 1 巻 藤原松三郎著, (内田老鶴園 2016).
12. 藤原毅夫, 石井靖, “力学” (数理工学社 2016)

C. 口頭発表

1. ‘ヘンリー・ダイアーと日本の工学 工学教育における工学寮・工部大学校の伝統 - 数学教育を中心として -’, 東京大学工学部 アカデミックセミナー 『東大という思想』 工学系編, 2021 年 2 月 13 日
2. ‘教育数学とプログラミング’, 日本工学教育協会 第 68 回年次大会・工学教育研究講演会, 2020 年 9 月 11 日

村田 昇 (MURATA Noboru)

A. 研究概要

生体の学習機能を数理的にモデル化して工学に応用することに取り組んでいる。特に大量のデータからその確率的構造を獲得する統計的学習を対象に、様々な学習アルゴリズムの動特性や収束の解析を行っている。また、脳波、筋電、音声といった生体が発生する信号の生成機構にも興味を持ち、これらの解析に適した信号処理の方法を研究している。

We try to understand learning mechanisms of biological systems mathematically, and to apply them to a variety of problems in the field of engineering. Particularly, we focus on statistical learning, which enables us to capture the probabilistic structure inside a large amount of data, and analyze dynamics and convergence property of various learning algorithms. We are also interested in generating mechanisms of biological signals such as EEG (electroencephalogram), EMG (electromyogram), and voice, and we study on signal processing methods suitable for analyzing them.

B. 発表論文

1. T. Aritake, H. Hino, S. Namiki, D. Asanuma, K. Hirose and N. Murata: “Single-molecule localization by voxel-wise regression using convolutional neural network”, Results in Optics, **1** (2020) 100019.
2. S. Sonoda and N. Murata: “Transport analysis of infinitely deep neural network”, Journal of Machine Learning Research, **20** (2019) 1–52.
3. T. Iwasaki, H. Hino, M. Tatsuno, S. Akaho and N. Murata: “Estimation of neural connections from partially observed neural spikes”, Neural Networks, **108** (2018) 172–191.
4. S. Sonoda, K. Nakamura, Y. Kaneda, H. Hino, S. Akaho, N. Murata, E. Miyauchi and M. Kawasaki: “EEG dipole source

localization with information criteria for multiple particle filters", *Neural Networks*, **108** (2018) 68–82.

5. Y. Fujimoto, H. Kikusato, S. Yoshizawa, S. Kawano, A. Yoshida, S. Wakao, N. Murata, Y. Amano, S. Tanabe and Y. Hayashi: "Distributed energy management for comprehensive utilization of residential photovoltaic outputs", *IEEE Transactions on Smart Grid*, **9** (2018) 1216–1227.
6. S. Sonoda and N. Murata: "Neural network with unbounded activation functions is universal approximator", *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **43** (2017) 233–268.
7. H. Hino, J. Fujiki, S. Akaho and N. Murata: "Local intrinsic dimension estimation by generalized linear Modeling", *Neural Computation*, **29** (2017) 1838–1878.
8. T. Kato, H. Hino and N. Murata: "Double sparsity for multi-frame super resolution", *Neurocomputing*, **240** (2017) 115–126.
9. T. Chiba, H. Hino, S. Akaho and N. Murata: "Time-varying transition probability matrix estimation and its application to brand share analysis", *PLoS ONE*, **12** (2017) e0169981.
10. K. Takano, H. Hino, S. Akaho and N. Murata: "Nonparametric e-mixture estimation", *Neural Computation*, **28** (2016) 2687–2725.

D. 講義

1. 数理科学統論 I : 統計データ解析の入門講義, 計算機実験によって確率的現象に慣れ, 統計推測法の意味を理解し, データ解析の方法を実習する.
2. 数理科学統論 J : 統計データ解析の入門講義, 高次元大規模データに潜む相関構造を発見し計量する多変量解析, および時系列データの基本的な解析法を学ぶ.

特任准教授 (Project Associate Professor)

竹内 知哉 (TAKEUCHI Tomoya)

A. 研究概要

逆問題、数理モデリング、数理最適化、アルゴリズム等の研究、ならびにこれらの研究を通して得られた知見を活用し企業と共同で製鉄業に現れる問題の実用解法の提案と実装を行っている。

My research field is inverse problems, mathematical optimization, mathematical modeling and their application to real world problems arising from industry.

B. 発表論文

1. G. Tanaka, R. Nakane, T. Takeuchi, T. Yamane, D. Nakano, Y. Katayama and A. Hirose: "Spatially Arranged Sparse Recurrent Neural Networks for Energy Efficient Associative Memory", IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst, Vol. 31, no. 1, (2020) pp. 24-38.
2. T. Takeuchi, Y. Hirata, S. Horai, and K. Aihara: "Japan's R&D Project of Ramp Forecasting Technology: A Forecast Integration Method", The 17th International Workshop, Stockholm, Sweden, 17-19 Oct, 2018.
3. T. Takeuchi: "The Proximal Method of Multipliers for a Class of Nonsmooth Convex Optimization", SEISAN KENKYU 70, 157-164, 2018.
4. S. Okuno, T. Takeuchi, S. Horai, K. Aihara and Y. Hirata: "Avoiding Underestimates for Time Series Prediction by State-Dependent Local Integration", METR 2017 - 22 November 2017.
5. K. Ito, B. Jin and T. Takeuchi: "On the Legendre tau method for fractional boundary value problems with a Caputo derivative", *Frac. Cal. Appl. Anal.* vol. 19 (2016), pp. 357 - 378.

6. B. Jin and T. Takeuchi: "Lagrange optimality system for a class of nonsmooth convex optimization", *Optimization*, vol. 65 (2016), pp. 1151 - 1166.

C. 口頭発表

1. Numerical homogenization of dual-phase steel by nonlinear conjugate gradient method, RIMS Workshop on "Recent developments on inverse problems for partial differential equations and their applications", Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, 2021年01月6日-8日.
2. A mathematical model for elastic-plastic composites and homogenization, Analysis, Control and Inverse Problems for PDEs, Napoli, Italy, November 26-30, 2018.
3. Prediction-step-dependent expert advice: Application to wind energy ramp forecasting, Grand Renewable Energy 2018 International Conference, PACIFICICO Yokohama, 2018年7月19日.
4. Augmented Lagrangian Methods for Convex Optimization, iTHES(RIKEN)-AIMR(Tohoku)-IIS(Tokyo) Joint Symposium: "New Horizon of Mathematical Sciences", Suzuki Umetaro Hall at RIKEN Wako campus, Japan, April 28, 2016.

D. 講義

1. 数理科学基礎・同演習：線型代数の講義と演習 (理科I類1年生 S1 ターム)
2. 線型代数学1・同演習：線型代数の講義と演習 (理科I類1年生 S2 ターム)
3. 線型代数学2・同演習：線型代数の講義と演習 (理科I類1年生 A セメスター)

特任助教 (Project Research Associates)

田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

A. 研究概要

G を連結コンパクトリー群、 τ をその対合 ($\tau^2 = \text{id}$ なる自己同型写像) とし、その固定点集合を G^τ とします。このとき、あるトーラス $A \subset G$ が存在して $G = G^\tau A G^\tau$ が成り立ちます。このカルタン分解は、B. Hoogenboom 氏によって、 G の可換な2つの対合 τ, μ に対する分解 $G = G^\tau A G^\mu$ へと一般化されました (CWI Tract, **5**, Stichting Mathematisch Centrum, Amsterdam, (1984))。さらに、E. Heintze, R. Palais, C. Terng, G. Thorbergsson (Conf. Proc. Lecture Notes Geom. Topology, IV, 1995) の四氏と松木敏彦氏 (数理解析研究所講究録 **895** (1995)、J. Algebra **197** (1997)) によって独立に、対合が可換とは限らない場合へ拡張されました。

発表論文2では、分解 $G = HAL$ を Gelfand 対 (G, H) , (G, L) に対して与えています (ただし、 $SO(8)$ の特殊な幾何が現れる場合を除きます)。論文では、松木氏によるコンパクトとは限らない対称対に関する結果を用いて絶対球部分群の組 (H, L) に対する両側剰余類 $H \backslash G / L$ を扱っており、特別な場合としてコンパクト Gelfand 対に関する分解 $G = HAL$ を得ています。ここで、複素化の組 (G_C, H_C) が複素球対となる G の閉部分群 H を絶対球部分群といいます。

We let G be a connected compact Lie group and τ an involution with G^τ its fixed points subgroup. Then we have the Cartan decomposition $G = G^\tau A G^\tau$ for some torus $A \subset G$. The decomposition has been extended as $G = G^\tau A G^\mu$ for commuting involutions μ and τ by B. Hoogenboom (CWI Tract, **5**, Stichting Mathematisch Centrum, Amsterdam, (1984)), and further, for general involutions μ and τ by E. Heintze, R. Palais, C. Terng and G. Thorbergsson (Conf. Proc. Lecture Notes Geom. Topology, IV, 1995) and by T. Matsuki (Surikaisekikenkyusho Kokyuroku **895** (1995),

J. Algebra **197** (1997)) independently. In the article B.2 below a decomposition $G = HAL$ is given for compact Gelfand pairs (G, H) and (G, L) except for some cases where special geometries of $SO(8)$ arise. This article discusses a double coset decomposition of a real reductive group G with respect to reductive absolutely spherical subgroups H and L by using Matsuki's results on double coset decompositions for symmetric pairs, and obtains $G = HAL$ for a compact Lie group G as a special case.

B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for Gelfand pairs and induction of spherical functions, preprint.
2. Yuichiro Tanaka, Double coset decomposition for reductive absolutely spherical pairs, accepted for publication in Proceedings of Tunisian-Japanese Conference 2019.
3. Yuichiro Tanaka, Visible actions of compact Lie groups on complex spherical varieties, accepted for publication in Journal of Differential Geometry.
4. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, accepted for publication in Kyoto Journal of Mathematics.
5. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 函数解析学分科会講演アブストラクト (2019), 67–76.
6. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 数理解析研究所講究録, RIMS, Kyoto University, No. 2139 (2019), 37–49.
7. Yuichiro Tanaka, Geometry of multiplicity-free representations of $SO(N)$ and visible actions, Acta Appl. Math. **142** (2016), 189–205.

C. 口頭発表

1. 田中雄一郎, Gelfand 対の球関数について, Langlands and Harmonic Analysis (第 5 回), Zoom meeting, 2021 年 3 月 9 日.
2. 田中雄一郎, 無重複性の伝播定理について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", Zoom meeting, 2020 年 8 月 19 日.
3. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical subgroup, 6th Tunisian-Japanese Conference, Mahdia, Tunisia, December 16, 2019.
4. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学 角間キャンパス, 2019 年 9 月 18 日.
5. 田中雄一郎, Introduction of symplectic techniques for group actions, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 群馬県, 2019 年 8 月 21 日.
6. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 表現論とその周辺分野の進展, 京都大学数理解析研究所, 2019 年 7 月 10 日.
7. 田中雄一郎, 簡約型実球部分群に対するカルタン分解, 2018 年度表現論ワークショップ, 九州大学伊都キャンパス, 2019 年 3 月 12 日.
8. 田中雄一郎, G 多様体上の固有関数について, Langlands and Harmonic Analysis (第 4 回), ホテルサンバリーアネックス, 大分県, 2019 年 3 月 6 日.
9. 田中雄一郎, Neeb 氏と Miglioli 氏の論文 Multiplicity freeness of unitary representations in sections of holomorphic Hilbert bundles の紹介, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 群馬県, 2018 年 8 月 20 日.
10. 田中雄一郎, A spectral set on a stack, Langlands and Harmonic Analysis (第 3

回), いこいの村富山, 富山県, 2018 年 3 月 15 日.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習 (線型代数): 線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
2. 数学基礎理論演習 (線型代数): 線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
3. 線型代数学演習: 線型代数学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
4. 複素解析学補習: 複素解析学に関する補習 (教養学部前期課程学生)

山本 宏子 (YAMAMOTO Hiroko)

A. 研究概要

反応拡散系などに現れるパターン形成問題が主な研究対象である. 本年度は, (i): 半線型波動方程式の反応拡散近似, (ii): 非局所発展方程式に対する解の安定性問題に取り組んだ.

(i): 反応拡散近似は, 微分方程式の解を多成分の反応拡散方程式系の解により近似することであり, 様々な方程式に対し, 性質の良い半線型放物型方程式の特性を適用できるという観点から, 理論, 応用の両面から重要な近似方法である. 本研究では, 半線型波動方程式の解を 2 成分の反応拡散方程式系により近似できることを示した. 特に, 非線型項に関する条件の拡張を考え, 論文にまとめた.

(ii): 非局所発展方程式は, 積分項を含む積分微分方程式で表され, 拡散項を含まなくても進行波解やパルス解などの様々な非自明解を豊富に含むことが知られている. このような非自明解の豊富さから, 進行波解やパルス解に対する安定性を統一的に議論することは非常に重要である. 本研究では, 非局所反応拡散方程式の解に対する安定性問題を論じるため, 線型化作用素のスペクトル問題に対する Evans 関数の構成を行った. これは所謂, Fredholm 行列式によって定義される解析的関数であり, Deng-新居 (2006) が構成したものと同様の性質を持つものである. また, 非局所反応拡散方程式に対する反応拡散近似との関係も調べ, 数値解析結果との比較も行った.

My research is mainly concerned with reaction-diffusion systems and pattern formation. In this year, we studied (i): a reaction-diffusion approximation of semilinear wave equations and (ii): stability problem of solutions for non-local evolution equations.

(i): Reaction-diffusion approximation is an approximation method that a solution of a differential equation is approximated by a solution of reaction-diffusion system. This method attracts interest from a viewpoint that it is possible to apply the nature of semilinear parabolic system to various differential equations. We showed that solutions of a 2-component reaction-diffusion system approximate those of a semilinear wave equation. In particular, we considered an extension of several assumptions of a reaction term.

(ii): Nonlocal evolution equations are integro-differential equations, and it is well known that there are many types of solutions in the non-local evolution equations, for example, standing pulse solutions and traveling wave solutions. Since the nonlocal evolution equations have such a various solutions, it is important to discuss the stability of the solutions generally. In order to discuss the stability problem for the solutions of nonlocal reaction-diffusion equations, we constructed the Evans function for spectral problems associated with linearized operators. The Evans function is an analytical function based on the Fredholm determinant, and it has similar properties to the original Evans function constructed by J. Deng and S. Nii in 2006. Moreover, we studied the relationship between the nonlocal reaction-diffusion equations and its reaction-diffusion approximation and observed instability of a steady-state solution in numerical simulations.

B. 発表論文

1. H. Ninomiya and H. Yamamoto, A reaction-diffusion approximation of a semilinear wave equation, *J. Differential*

Equations **272** (2021), 289–309.

2. A. Sekisaka and H. Yamamoto, Instability in the nebula model of compressive viscous gases, *Phys. D* **403** (2020), 132290.
3. I. Takagi and H. Yamamoto, Locator function for concentration points in a spatially heterogeneous semilinear Neumann problem, *Indiana Univ. Math. J.* **68** (2019), 63–103.
4. M. Iida, H. Ninomiya and H. Yamamoto, A review on reaction-diffusion approximation, *J. Elliptic Parabol. Equ.* **4** (2018), 565–600.
5. H. Ninomiya, Y. Tanaka and H. Yamamoto, Reaction-diffusion approximation of nonlocal interactions using Jacobi polynomials, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* **35** (2018), 613–651.
6. H. Ninomiya, Y. Tanaka and H. Yamamoto, Reaction, diffusion and non-local interaction, *J. Math. Biol.* **75** (2017), 1203–1233.
7. H. Yamamoto, Concentration points in stationary solutions of spatially heterogeneous reaction-diffusion equation, Proceedings of 43rd Sapporo Symposium on Partial Differential Equations, *Hokkaido University technical report series in mathematics*, No. 175 (2018), 89–93 (査読なし).

C. 口頭発表

1. 非局所反応拡散方程式に対する Evans 関数 (The Evans function for reaction-diffusion equations with nonlocal effects), 2021 年度日本数学会年会 (応用数学分科会), 慶應義塾大学, 2021 年 3 月 15–18 日 (オンライン開催).
2. いくつかの偏微分方程式に対する反応拡散近似, 数学と諸分野の連携に向けた若手数学者交流会 SESSION “Young Mathematicians’ Challenge”, 2021 年 3 月 13–14 日 (オンライン開催).

3. A reaction-diffusion approximation of a semilinear wave equation, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, January 5–7, 2021(online).
4. 非局所発展方程式に対する Evans 関数, 2020 年度応用数学合同研究集会, 2020 年 12 月 18–20 日 (オンライン開催).
5. 星間ガスの自己重力不安定と中心多様体縮約, 若手による流体力学の基礎方程式研究集会, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科, 2020 年 1 月 6–7 日.
6. 波動方程式に関する反応拡散近似, Workshop on Nonlinear PDE in Numazu, 沼津市民文化センター, 2019 年 6 月 1–2 日.
7. Concentration points in stationary solutions of a spatially heterogeneous reaction-diffusion equation, The 43rd Sapporo symposium on partial differential equations, Hokkaido University, Japan, August 21–23, 2018.

D. 講義

1. 数理科学基礎演習 (微分積分学) : 教養学部前期課程講義, S1 ターム. 微分積分学に関する演習を行った.
2. 数理科学基礎演習 (線型代数学) : 教養学部前期課程講義, S1 ターム. 線型代数学に関する演習を行った.
3. 数学基礎理論演習 (微分積分学) : 教養学部前期課程講義, S2 ターム. 微分積分学に関する演習を行った.
4. 微分積分学演習 : 教養学部前期課程講義, A ターム. 微分積分学に関する演習を行った.

連携併任講座 (Special Visiting Chairs)

☆客員教授 (Visiting Professors)

本間 充 (HOMMA Mitsuru)

A. 研究概要

「生活者の Web アクセスログデータを数理的モデルの検討」

生活者個人のアクセスログデータという Big Data の研究。Web アクセスログに加えて、モニターの属性データや、アクセスした Web 特徴情報から、データの活用方法や、新たな分析モデル。さらには、Web のアクセス行動の予測がについて研究を行っている。本研究では、実際の実データを活用して行っている。

Mathematical Models from the Big Data: a true web access data set

We are considering the Models for the Web Access Data. We can use the true Web Access data which are making from marketing survey monitors. We are thinking suitable models.

藤原 洋 (FUJIWARA Hiroshi)

A. 研究概要

情報数学セミナーの一環として産学連携講座として、毎週木曜日 16:50~18:35 講義を実施した。共通テーマ:『AI と量子計算 (暗号理論を含む) を主題とする新たな数理科学とは?』とし、サブテーマとして~社会課題解決型と基礎理論回帰型アプローチによる新学問体系構築に向けて~とした。背景としては、今日の情報科学および情報工学における発展トレンドの大きな流れは、「実用化段階に入った AI (人工知能)」、「演算速度のさらなる高速化」、「増大するサイバーセキュリティの重要性」の3つがあげられる。本研究での産学連携講座では、このトレンドに沿って、「AI と量子計算」を主テーマとし暗号理論の最前線にも触れながら、新たな情報科学/情報工学における数理科学的アプローチについて論じることとした。

本連携講座における数理科学的アプローチにおける特徴は、社会課題解決的アプローチと基礎理論回帰型アプローチを併用することとした。換言すれば、ニーズオリエンテッドとシーズオリエンテッドのアプローチをペアリングすることで、以下に示す実用的かつ理論的な学問体系の構築を試みた。1. セクション構成 本連携講座は、以下の3つのセクションから構成される。§1 実用化段階に入ったAI、§2 演算速度のさらなる高速化、§3 増大するサイバーセキュリティの重要性

I carried out a 16:50-18:35 lecture as a university-industry research collaboration lecture as part of an information mathematics seminar every Thursday. A common theme: With "the new mathematical science to assume AI and a quantum calculation (including the code theory) the subject" I did this and did it with ... for a ... society problem solution type and new study system construction by the basics theory recurrence type approach as a subtheme. By way of background, "AI (artificial intelligence) which the big flow of the development trend in today's information science and computer science entered for a practical use stage," I include three of "the importance of the cyber security to increase" "further speedup of the operation speed". I decided to lecture about mathematical scientific approach in new information science/computer science while a master featuring the theme of "AI and a quantum calculation", and touching the battle front of the code theory along this trend in the university-industry research collaboration lecture in this study. As for the characteristic in the mathematical scientific approach in this cooperation lecture, a social problem decided to use basic theory recurrence type approach to-

gether with approach of being settled. In other words, I tried the construction of the practical and theoretical study system shown below by performing pairing of approach of needs-oriented and the seeds-oriented. The section constitution book cooperation lecture is comprised of three following sections. § 1.AI that entered for 1 practical use stage, § 2. Further speedup of operation speed, § 3.Importance of the cyber security to increase.

B. 発表論文

1. 藤原洋: “深層学習とは異なる, 独自の「共感性 AI」共同研究のススメ (巻頭コラム)”, 情報処理学会誌, 2018 年 1 月, Vol. 59, No.1, 2-3.
2. 藤原洋: 書籍“日本はなぜ負けるのか インターネットが創り出す 21 世紀の経済力学”, (NextPublishing) オンデマンド (ペーパーバック), インプレス R&D, 2016 年 6 月.
3. 藤原洋: 書籍“次世代産業の共通基盤となる IoT /スマートプラットフォーム [農業から医療・健康、スマートハウス/在宅ヘルスケアまで]” (藤原洋 (著, 編集), 山下徹 (監修), 村井純 (監修)), インプレス新産業調査レポートシリーズ, 2018 年 5 月.
4. 藤原洋: 書籍“全産業「デジタル化」時代の日本創生戦略”, PHP 研究所, 2018 年 8 月.
5. 藤原洋: 書籍“数学力で国力が決まる”, 日本評論社, 2018 年 9 月.
6. 藤原洋, 他 17 人: 書籍“「未踏の時代」のリーダー論——挑戦する経営者たち”, 日本経済新聞出版, 2019 年 3 月.
7. 藤原洋, 他: 書籍“SDGs の本質:企業家と金融によるサステナビリティの追求”, 中央経済社, 2020 年 7 月.

C. 口頭発表

1. San Diego-Japan Innovation: Common Avenues in IoT and Biotech, An Evening of Art and Science Conference, UC San Diego Japan and San Diego, May 15,

2015.

2. Japan-Israel Cyber Security Coalition, Cybertech 2019, Tel Aviv, Jan. 29, 2019.
3. IoT/5G Technology & Business in Japan, Greater Sci-tech innovation conference 2020, Shenzhen, China, Nov. 11, 2020.

D. 講義

情報数学セミナー

新型コロナウイルスの感染症拡大で 5 月 7 日のスタートとなり以下の 22 回の講義を行った。前期は、5 月 7 日『私たちは誰?どこから来たのか?私たちはどこにいるのか?私たちはどこへ行くのか?そのための数理科学の役割とは?』、5 月 14 日『実用化段階に入った AI の過去・現在・未来』、21 日『コンピュータの誕生から演算速度のさらなる高速化へ』、6 月 4 日『テレワーク社会と増大するサイバーセキュリティの重要性』、11 日『現代 AI の技術基盤と基礎となる機械学習』、18 日『古典コンピューティングの高速化から量子への道』、7 月 2 日『テレワーク社会とサイバー攻撃の脅威』、9 日『機械学習からディープラーニングへ』、16 日『古典コンピューティングの高速化手法の基本と量子コンピューティングの根底にある因果律の革新』の合計 9 回後期は、10 月 1 日『マルウェアによるサイバー攻撃からゼロトラストネットワークへ』、8 日『ニューラルネットワークからディープラーニングへ』、15 日『古典コンピューティングの高速化手法の実際と量子コンピューティングの基本=重ね合わせ原理』、22 日『情報セキュリティ 10 大脅威 2020 からゼロトラストを考える』、29 日『ディープラーニングの教師あり・なし学習と強化学習』、11 月 5 日『PC 攻防史、並列演算とは?、量子ゲートとは?』、19 日『口座不正引き出し事件の考察とマイクロソフトによるゼロトラスト』26 日『AI を支える強化学習と回帰アルゴリズム』、12 月 3 日『PC-LAN 攻防史・フリンの分類・量子ゲートの実際』、10 日『自動車会社供給網へのサイバー攻撃とシスコによるゼロトラスト』、17 日『AI の機械学習における分類とクラスタリング』、24 日『ネットビジネス登場・GPU の基礎・2 入力量子ゲート』、1 月 7 日『防衛省関連企業へのサイバー攻撃と Amazon/Google のゼロトラスト』の 13 回

学振特別研究員 (JSPS Fellow)

井上 瑛二 (INOUE Eiji)

A. 研究概要

Chen–Donaldson–Sun と Tian によるファノ多様体の Kähler–Einstein 計量の存在に関する Yau–Tian–Donaldson 予想の解決後、より一般の偏極多様体に対する YTD 予想を中心的課題として盛んに研究されるようになった cscK 計量と K 安定性だが、Chen–Cheng, Berman–Darvas–Lu, Chi Li 氏らの研究により、予想は Boucksong–Jonsson により深化されてきた非アルキメデス多重ポテンシャル論の問題に帰着した。

YTD 予想は形式的にはスカラー曲率を対応させる概複素構造の空間上の関数がモーメント写像と理解できることから、有限次元の Kempf–Ness 定理を雛形として予見される主張だが、多様体にハミルトニアン・トーラス作用があるとき、付随するモーメント写像の像が作る多面体上の“偏”関数を用いて概複素構造の空間上のシンプレクティック構造を变形することができる。この変形されたシンプレクティック構造に付随するモーメント写像を与えるのが Lahdili の“偏”スカラー曲率である。多様体が K 安定でない場合の最適退化の問題の定式化に関連して、特に偏関数が線形関数と一変数関数の合成で書ける場合に関心があるが、一変数関数を線形に取った場合が extremal 計量、指数関数に取った場合が著者が定式化し研究してきた μ -cscK 計量に対応する。

本年度の主たる成果は、 μ -cscK 計量と μ K 安定性の枠組みにおける最適退化の問題を定式化し、その定式化の普遍的な側面として、一般に最適退化に関わるケーラー計量の空間上の Calabi 型の汎関数の背景には接束上の汎関数があり、Donaldson 型の (不) 等式「テスト配位に対する不変量の上限 $\stackrel{(\leq)}{=} \text{Calabi 型の汎関数の下限}$ 」は接束上の関数についての minimax 型の定理と解釈できるという新しい理解に到達したことである。具体的には以下のことを証明した。

1. Perelman の W エントロピーをケーラー計量の接束上の汎関数と見ると、その臨界点は μ -cscK 計量である。

2. (符号を逆にした) W エントロピーのファイバー毎の sup は Calabi 型の汎関数を与え、その下限に関して Donaldson 型の不等式が成立する。また、下限は μ -cscK 計量によってのみ達成される。
3. 上記の Donaldson 型の不等式においてテスト配位側に現れるのは、同変交点数で定義される μ エントロピーで、これを最大化する退化の中心ファイバーは μ K 半安定になる。

最適退化の問題の関心は、この μ エントロピーを最大化する退化が常に一意存在するかということである。存在すれば、 μ K 半安定でない多様体を μ K 半安定な多様体に関連づけることができる。今回の研究で得た理解から、この問題は μ -cscK 計量の存在に関する問題と双対的な関係にあることがわかる。この存在問題や Minimax 定理の観点からすると、 μ エントロピーはテスト配位の空間より大きく適切な意味で完備な空間に拡張されることが期待されるが、非アルキメデス psh 計量の空間がその候補である。現在この理論構築を進めている。

This year, I proved the following.

1. Perelman’s W-entropy can be regarded as a functional on the tangent bundle of the space of Kähler potentials. The critical points of this functional is precisely μ -cscK metrics, which I introduced in the following second article.
2. The supremum of the minus of the W-entropy along fibres give a Calabi type functional μ on the space of Kähler metrics. I proved a version of Donaldson’s inequality $\sup \mu_{\text{NA}}(\mathcal{X}, \mathcal{L}; \tau) \leq \inf \mu(\omega)$ for the lower bound of this functional. The minimum is attained by a Kähler metric if and only if it is a μ -cscK metric.
3. If a “test configuration” $(\mathcal{X}, \mathcal{L}; \tau)$ attains a maximum of μ_{NA} , then its central fibre

is μ K-semistable.

B. 発表論文

1. E. Inoue : “The moduli space of Fano manifolds with Kähler–Ricci solitons”, Adv. Math. Vol. 357, Article 106841, 2019.
2. E. Inoue : “Constant μ -scalar curvature Kähler metrics – formulation and foundational results”, preprint, arXiv:1902.00664.
3. E. Inoue : “Equivariant calculus on μ -character and μ K-stability of polarized scheme”, preprint, arXiv:2004.06393.
4. E. Inoue : “Entropies in μ -framework of canonical metrics and K-stability, I – Archimedean aspect: Perelman’s W-entropy and μ -cscK metrics”, preprint, arXiv:2101.11197.

C. 口頭発表

1. Perelman’s μ -entropy in Kahler geometry and μ -cscK metrics, 第 22 回 多様体上の微分方程式, 金沢 (online), Nov. 26-27, 2020.
2. μ -cscK metrics, μ K-stability and a Lagrangian formalism, 第 26 回複素幾何シンポジウム, 金沢 (online), Nov. 2-5, 2020.
3. μ -cscK metrics and μ K-stability of polarized manifolds, Seminar on Geometric Complex Analysis, 東京大学 (online), 東京, July 13, 2020.
4. μ -cscK metrics and μ K-stability of polarized manifolds, Séminar du CIRGET / Géométrie et Topologie, UQAM (online), Montreal, June 12, 2020.
5. μ -cscK 計量と μ K-安定性, 専門家向け勉強会「ケーラー多様体の標準計量とその周辺」, 東京工業大学, 大岡山, Feb. 20-22, 2020
6. μ -cscK 計量, 微分トポロジーセミナー, 京都大学, 京都, June 4, 2019.
7. μ -cscK metric, NCTS Workshop on An-

alytic Trends in Complex Geometry and Related Fields, Taipei, June 17-21, 2019.

8. The moduli space of Fano manifolds admitting Kähler-Ricci solitons, Singular metrics in complex Kähler geometry, CIRM, Marseille, Feb. 2019.
9. Kähler-Ricci soliton and moduli space of Fano manifolds, The 24th Symposium on Complex Geometry, 金沢, Nov. 13-16, 2018.
10. Canonical metrics on compact Kähler manifolds and moduli spaces of complex structures, 幾何セミナー, 名古屋大学, 名古屋, Nov. 6, 2018.
11. Moduli space of Fano manifolds admitting Kähler-Ricci solitons, 第 65 回幾何学シンポジウム, 仙台, Aug. 28-31, 2018.
12. Kähler-Ricci soliton and K-stability, beyond Kähler-Einstein, Younger generations in Algebraic and Complex geometry V, 函館コミュニティプラザ, 函館, Aug. 6-9, 2018.
13. Moduli space of Fano manifolds admitting Kähler-Ricci solitons, HAYAMA Symposium on Complex Analysis in Several Variables XX & Pacific Rim Complex-Symplectic Geometry Conference, 湘南国際村センター, 葉山, July 13-17, 2018.
14. On complex analytic moduli space of Fano manifolds admitting Kähler-Ricci solitons, The 2nd Symposium in Geometry and Differential Equations, ShanghaiTech University, Shanghai, June 11-15, 2018.
15. Kähler-Ricci soliton, K-stability and moduli space of Fano manifolds, 複素解析幾何セミナー, 東京大学, 東京, May 2018.
16. Moduli of Fano manifolds admitting Kähler-Ricci solitons, Mathsci Freshman Seminar 2018, 京都大学, 京都, Feb. 2018.

G. 受賞

2018 年 東京大学大学院数理科学研究科 研究科長賞

大久保 勇輔 (OHKUBO Yusuke)

A. 研究概要

戸田模型の q -差分類似は量子群の表現論との繋がりの中で研究されてた. 特に q -戸田差分作用素の固有関数 (q -戸田関数) は Verma module の Whittaker ベクトルを用いて構成することができる. また旗多様体の量子コホモロジーや、アフィン Demazure 加群の指標とも深い関係があり, Macdonald 関数の退化極限としても与えられる.

今年度は星野氏, 白石氏によって予想された B 型の q -Toda 関数の明示公式を証明した. この明示公式は B 型の q -戸田関数を A 型の q -戸田関数で展開する分岐公式とみなせる. 証明は A 型 q -戸田関数の隣接関係式 (q -超幾何級数のそれと似た関係式) を構成し, 分岐係数の漸化式を立てることによって与えることができる. 他の型における類似の公式や, この分岐公式の Macdonald 関数への持ち上げについても興味があるが未だ見つかっていない.

さらに, 今年度は高次の Koornwinder 作用素の自由場表示や Sergeev-Veselov の Super Macdonald 多項式の Ding-Iohara-Miki 代数による構成についても考察した.

The q -difference analogue of the Toda system has been studied in the connection with representation theory of the quantum groups. In particular, the eigenfunctions of the q -Toda difference operators (q -Toda functions) can be constructed by Whittaker functions in the Verma module. Moreover, the q -Toda functions are closely related to the quantum cohomology of flag manifolds and affine Demazure characters. They can also be given as the degeneration limit of the Macdonald polynomials.

In this year, I presented a proof of the explicit formula for the B_N q -Toda functions, which

was conjectured by A. Hoshino and J. Shiraishi. This explicit formula can be regarded as a branching formula from the B_N q -Toda function restricted to the A_{N-1} q -Toda functions. The proof is given by a contiguity relation of the A_{N-1} q -Toda functions and a recursion relation of the branching coefficients

Furthermore, I have studied the free field representation of higher-order operators of the Koornwinder polynomials and construction of Sergeev and Veselov's super Macdonald polynomials by the Ding-Iohara-Miki algebra.

B. 発表論文

1. A. Hoshino, Y. Ohkubo, J. Shiraishi. "Branching Formula for q -Toda Function of Type B." arXiv:2103.04378 [math.QA].
2. M. Fukuda, Y. Ohkubo, J. Shiraishi, "Non-stationary Ruijsenaars functions for $\kappa = t^{-1/N}$ and intertwining operators of Ding-Iohara-Miki algebra," SIGMA **16** 116 (2020). arXiv:2002.00243 [math.QA].
3. M. Fukuda, Y. Ohkubo and J. Shiraishi, "Generalized Macdonald Functions on Fock Tensor Spaces and Duality Formula for Changing Preferred Direction," Commun. Math. Phys. **380** (2020) no.1, 1-70, arXiv:1903.05905 [math.QA].
4. Y. Ohkubo, "Kac determinant and singular vector of the level N representation of Ding-Iohara-Miki algebra," Lett. Math. Phys. **109**, no. 1, 33 (2019) [arXiv:1706.02243 [math-ph]].
5. H. Awata, H. Kanno, A. Mironov, A. Morozov, A. Morozov, Y. Ohkubo and Y. Zenkevich, "Generalized Knizhnik-Zamolodchikov equation for Ding-Iohara-Miki algebra," Phys. Rev. D **96**, no. 2, 026021 (2017) [arXiv:1703.06084 [hep-th]].
6. H. Awata, H. Kanno, A. Mironov, Al. Morozov, An. Morozov, Y. Ohkubo

and Y. Zenkevich, “Anomaly in RTT relation for DIM algebra and network matrix models,” Nucl. Phys. B **918**, 358 (2017), arXiv:1611.07304 [hep-th].

7. H. Awata, H. Kanno, A. Mironov, Al. Morozov, An. Morozov, Y. Ohkubo and Y. Zenkevich, “Toric Calabi-Yau threefolds as quantum integrable systems. \mathcal{R} -matrix and \mathcal{RTT} relations,” JHEP **1610**, 047 (2016), arXiv:1608.05351 [hep-th].
8. H. Awata, H. Kanno, T. Matsumoto, A. Mironov, Al. Morozov, An. Morozov, Y. Ohkubo and Y. Zenkevich, “Explicit examples of DIM constraints for network matrix models,” JHEP **1607**, 103 (2016), arXiv:1604.08366 [hep-th].

C. 口頭発表

1. 大久保勇輔, 「非定常 Ruijsenaars 関数と DIM 代数」 組合せ論的表現論の最近の進展, Zoom 会議, 2020 年 10 月
2. 大久保勇輔, 白石潤一, 福田真之, 「非定常 Ruijsenaars 関数と Ding-Iohara-Miki 代数の intertwining 作用素」 日本数学会春季大会, 日本大学, 2020 年 3 月
3. Yusuke Ohkubo “Matrix element formula for the intertwiners of the Ding-Iohara-Miki algebra and its application,” The 2nd Meeting for Study of Number theory, Hopf algebras and related topics, The University of Toyama, February 2020
4. 大久保勇輔, 白石潤一, 福田真之, 「Ding-Iohara-Miki 代数の $2N$ 価 intertwining 作用素の行列要素公式」 日本数学会秋季大会, 金沢大学, 2019 年 9 月
5. 福田真之, 大久保勇輔, 白石潤一, 「Koornwinder 作用素の Fock 空間上での実現」, 日本数学会秋季大会, 山形大学, 2019 年 9 月
6. Yusuke Ohkubo, “Free field representation of the Koornwinder operator,” Workshop and School “Topological Field Theories, String theory and Matrix Models - 2019,” Lebedev Physical Institute (Moscow), August 2019
7. Yusuke Ohkubo, “Generalized Macdonald functions, AGT correspondence and intertwiners of DIM algebra,” International Workshop Lie theory and its applications in physics, Bulgarian academy of science (Varna) June 2019
8. Yusuke Ohkubo, “Explicit formula for generalized Macdonald functions and q-deformed AGT correspondence,” 研究集会「Algebraic Lie Theory and Representation Theory」, 山喜旅館(静岡県) 2019 年 5 月
9. “Explicit formula for generalized Macdonald functions and proving q-deformed AGT conjecture,” One day workshop of JSPS-RFBR joint project “Topological Field Theories and String Theory,” Nagoya university, March 2019.
10. “Singular vectors of DIM algebra and generalized Macdonald functions arising from AGT correspondence,” Keio High Energy Physics Seminars, Keio university, July 2018.

佐藤 光樹 (SATO Kouki)

A. 研究概要

本年度の研究では, Aliakbar Daemi 氏・谷口正樹氏との共同研究として, インスタントン・フレア鎖複体の間に新しい同値関係を導入し, その同値類がホモロジー同境不変量になっていることを証明した。その応用として, 昨年度構成した実数値のホモロジー同境不変量 r_s と Daemi 氏の不変量 $\Gamma(i)$ の双方の一般化になっている不変量の族の構成に成功した。また, 一般のザイフェルトホモロジー 3 球面に対する $\Gamma(1)$ の計算手法や $\Gamma(i)$ の連結和公式を与えた。

In this year, as joint work with Aliakbar Daemi and Masaki Taniguchi, we introduced a new equivalence relation on the set of instanton

Floer chain complexes and proved that the equivalence class is a homology cobordism invariant. As its application, we succeeded to construct a family of homology cobordism invariants which generalizes both the real-valued invariants r_s which we constructed in the last year and Daemi's invariants $\Gamma(i)$. Moreover, we gave a method for computing $\Gamma(1)$ of a general Seifert homology 3-sphere and a connected sum formula of $\Gamma(i)$ between Seifert homology 3-spheres.

B. 発表論文

1. K. Sato and M. Taniguchi: "Rational homology 3-spheres and simply connected definite bounding", *Algebr. Geom. Topol.* **20** (2020), no. 2, 865–882.

C. 口頭発表

1. Region-valued concordance invariant from Heegaard Floer homology, 微分トポロジー'20, Zoom(オンライン開催), 2020年9月.
2. Filtered instanton Floer homology and the homology cobordism group, MIT Geometry and Topology Seminar, Zoom(オンライン開催), 2020年11月.
3. Freed and Uhlenbeck 「Instantons and Four-Manifolds」 Chapter 6, 微分トポロジー'21, Zoom(オンライン開催), 2021年2月.

高田 土満 (TAKATA Doman)

A. 研究概要

Atiyah-Singer の指数定理は、コンパクト多様体の解析的不変量 (Dirac 作用素と呼ばれるある Fredholm 作用素の指数) が、実は位相的に計算できることを主張する定理である。その定理の無限次元版を与えるのが、私の研究の目的である。もう少し具体的には、Kasparov による非コンパクト多様体の同変指数定理を特別な場合に

無限次元化することが、私の研究の目的である。その Kasparov の指数定理は、以下のように3段階に分けて記述できる。すなわち、(1) 考えるべき Dirac 作用素は、「一般化された意味で」解析的指数をもつ。(2) その指数は、Index element と呼ばれる KK 群の元から非可換幾何的手続き (解析的組み立て写像) によって決まる。(3) その Index element は Symbol element と呼ばれる $\mathcal{R}KK$ 群の要素だけから決まり、逆に Symbol element は Index element だけから決まる (K 理論的 Poincaré 双対)。今年度は、(2) と (3) の無限次元版にまたがる内容を研究した。

詳細を述べる。(2) と (3) を合わせると、Symbol element だけから、非可換幾何の手続きによって解析的指数が計算できることになる。その手続きを位相的組み立て写像と呼ぶ。本年度の成果は、 S^1 のループ群 LS^1 が固有かつ余コンパクトに作用している多様体に対してその位相的組み立て写像を定式化し、それを計算したことである (実は、位相的組み立て写像の「前半」は、一般のコンパクトリー群のループ群に対して拡張できる)。そしてその結果は、これまでの私の (1), (2), (3) に関する研究内容と整合的であり、 LS^1 同変指数定理が、二つのステップを残して完成したと言って良い。昨年度に述べた成果と合わせて執筆した論文が、「Topological Aspects of the Equivariant Index Theory of Infinite-Dimensional LT-Manifolds」である (プレプリント)。

また、昨年度に構成した K 理論的 Poincaré 双対を用いて、Witten 種数を非可換幾何的に構成するという研究も行っている。更に、Higson-Kasparov-Trout の C^* 環を応用して、非コンパクト多様体でゲージ理論を展開するという研究を、京都大学の加藤毅教授と共同で行っている。これらに関する論文はいずれも未執筆であるが、これまでの研究の経験を生かして、新たな分野にも挑戦しているところである。

The Atiyah-Singer index theorem states that an analytic quantity of a compact manifold (the Fredholm index of the Dirac operator) can be computed in terms of algebraic topology. The big goal of my research is to formulate and prove an infinite-dimensional version of this

theorem. Concretely, I would like to generalize the index theorem for non-compact manifolds equipped with a proper and cocompact group action proved by Kasparov. This theorem can be divided into three parts: (1) The equivariant Dirac operator has a well-defined analytic index in a generalized sense; (2) This index is determined by a KK -element called the “index element” by a noncommutative geometrical procedure (called the analytic assembly map); and (3) The index element is determined by the “symbol element” which is an element of the $\mathcal{R}KK$ -group, and vice versa (K -theoretical Poincaré duality). In this year, I studied an aspect connecting the infinite-dimensional versions of (2) and (3).

Let me explain the detail. As a consequence of (2) and (3), the analytic index is completely determined by the symbol element with a noncommutative geometrical procedure. We call this procedure the topological assembly map. The result of this year is the following: I formulated an infinite-dimensional version of the topological assembly map for infinite-dimensional manifold equipped with a proper cocompact action of the loop group of S^1 ; and I computed it (in fact, the “former half” of this topological assembly map can be generalized to the case for the loop group for a general compact Lie group). Moreover, this result is consistent with my previous results about the infinite-dimensional version of (1) and (2). This means that the LS^1 -equivariant index theorem is completed except for remained two steps. In the paper “Topological Aspects of the Equivariant Index Theory of Infinite-Dimensional LT-Manifolds” (preprint) which I wrote this year, I explained this result and the result which I explained in the annual report of the last year. After I wrote a paper, I started a research to construct the Witten genus in terms of noncommutative geometry by the K -theoretical Poincaré duality which I constructed last year. Moreover, I started a research of gauge the-

ory for non-compact manifolds using the C^* -algebras of Higson-Kasparov-Trout, with professor Tsuyoshi Kato (Kyoto Univ.). Although I have not written papers on these themes, I have been challenging myself to new fields making use of the research experience so far.

B. 発表論文

1. D. Takata : “Topological Aspects of the Equivariant Index Theory of Infinite-Dimensional LT-Manifolds”, 2007.08899. preprint.
2. D. Takata : “LT-equivariant Index from the Viewpoint of KK-theory A Global Analysis on the Infinite-dimensional Heisenberg Group”, Journal of Geometry and Physics. **150** (2020).
3. D. Takata : “An infinite-dimensional index theorem and the Higson-Kasparov-Trout algebra”, 1811.06811. preprint.
4. D. Takata : “A Loop Group Equivariant Analytic Index Theory for In finite-dimensional Manifolds”, doctoral thesis (Kyoto university), (2018).
5. D. Takata : “Noncommutative geometry and an index theory of infinite-dimensional manifolds”, In: Quantum Theory and Symmetries with Lie Theory and Its Applications in Physics Volume 1, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, **18**, (2018), pp. 377-381, Springer.
6. D. Takata : “An Analytic LT-equivariant Index and Noncommutative Geometry”, Journal of Noncommutative Geometry, **13** (2019), no. 2, pp. 553-586.
7. D. Takata : “Naturality of FHT isomorphism”, Journal of GGT, **10**, 2016, pp. 1-41.

C. 口頭発表

1. An infinite-dimensional index theory and the Higson-Kasparov-Trout algebra, Operator algebra seminar, East China Nor-

mal University, August 2020.

2. Atiyah-Singer の指数定理の無限次元化に向けて, 日本数学会 2020 年度会, 日本大学, 2020 年 3 月 (新型コロナウイルス流行につき中止).
3. 無限次元多様体の K 理論的 Poincaré 双対, 関西ゲージ理論セミナー, 京都大学, 2020 年 1 月.
4. An infinite-dimensional index theory and the Higson-Kasparov-Trout algebra, 作用素環セミナー, 東京大学, 2019 年 12 月.
5. Loop group and an index theory for infinite-dimensional manifolds, Geometry and Topology Seminar, Washington University in St. Louis, April 2019.
6. Towards the infinite-dimensional-version index theorem: the latter half of the assembly map, The Pennsylvania State University (U.S.A.), March 2019.
7. Towards the infinite-dimensional-version index theorem: Poincaré duality, Non-commutative geometry seminar, The Pennsylvania State University (U.S.A.), February 2019.
8. 指数定理とその展開, ミラー対称性の諸相, 京都大学, 2018 年 9 月.
9. Towards an infinite-dimensional index theorem, 作用素環の最近の進展, 京都大学, 2018 年 8 月.
10. Towards an infinite-dimensional index theorem, K-theory and index theory, Kyoto University, August 2018.

館山 翔太 (TATEYAMA Shota)

A. 研究概要

(1) VMO 係数をもつ放物型アイザックス方程式の L^p 粘性解に対する空間 1 階微分のヘルダー評価 (口頭発表 1) VMO とは Vanishing Mean Oscillation の略で, VMO 条件とは有界変動平均条件において球上の積分平均が半径と共にゼロに収束することである. 一方, アイザックス方程式とは 2 人のプレイヤーの確率微分ゲームから現れる方程式であり, 2 階微分項に関して非凸な方

程式である. 既存の研究では, 2 階微分項係数が VMO 条件を満たす放物型アイザックス方程式の L^p 粘性解の存在が示されたが, 粘性解の正則性理論を一切使っていない. また, 一般にこのような方程式に対して解の一意性はなく, 空間 1 階微分のヘルダー評価が解の正則性の限界である. 本研究では, 粘性解理論を改めて整備することで, 既存の研究で扱った方程式の L^p 粘性解の正則性について調べた. なお, この研究内容を研究集会「微分方程式の総合的研究」(2019 年 12 月) で発表した. 以下をまとめた博士論文で「博士論文川井賞」を受賞し, 2019 年 9 月に題目『完全非線形偏微分方程式の L^p 粘性解の定性的性質の研究』で「日本数学会賞建部賢弘奨励賞」を受賞した.

(2) 完全非線形楕円型・放物型方程式に対する両側障害問題の L^p 粘性解の同程度連続性評価, 存在定理及び空間 1 階微分のヘルダー評価 (発表論文 3) 両側障害問題とは, 自由境界問題の典型例であり, 解の大きさを上下に制限する条件付きの方程式である. 既存の研究は, 空間 (時空) 変数に依存しない最も単純な非発散型の方程式に対するもののみであり, 解の同程度連続性評価に方程式の平行移動不変性が必要であった. しかし, 古典的な解の振動評価に新たなアイデアを加えることで, 方程式の適用範囲を広げた. そのアイデアとは, 上下の障害物に触れないような摂動を施した優解及び劣解の振動を評価する際に弱ハルナック不等式を用いた点で, これが本研究の特色である. ここで, 弱ハルナック不等式とは解のある可積分評価を表す. 一方, 放物型では, Shahgholian(2008) により片側障害問題の粘性解の空間 1 階微分の評価が与えられており, その証明の鍵は, 背理法によりバリア関数を具体的に時空変数の多項式で与えることで矛盾を導くというものであった. この論法の改良を行い適用範囲を広げ, 楕円型に対応する放物型方程式を扱えるようにした. なお, 放物型の内容は単著論文として国際誌に投稿中である.

(3) 完全非線形一様放物型方程式に対する L^p 粘性解のヘルダー評価 (発表論文 2) 1 階微分項に関して線形又は優線形増大度をもつ完全非線形一様放物型方程式の L^p 粘性解に対する弱ハルナック不等式を示した. さらに, 弱ハルナック不等式からヘルダー連続性評価, 局所最大値原理及びハ

ルナック不等式を示した。これは、1 階微分項に関して非有界係数を扱った Koike-Swiech の一連の研究で 10 年間未解決であった問題である。粘性解に対する弱ハルナック不等式を示すには、あるバリア関数の構成が必要となるが、楕円型方程式を扱った Koike-Swiech(2009) の研究では、1 階微分項に非有界係数をもつ方程式に対してその構成法が与えられた。本研究では、この構成法を放物型方程式に拡張し、楕円型に対応する、弱ハルナック不等式が成り立つための 1 階微分項係数及び外力項の条件を示した。

(4) フラグメン・リンデレーフの定理 (錐や無限円柱等の非有界領域上、無限遠点で適切な増大条件を満たす解の最大値原理)(発表論文 1) 楕円型方程式を扱った Capuzzo Dolcetta-Vitolo(2007) は、境界近傍で弱ハルナック不等式を用いることで、ある増大度条件を満たす粘性解に対して最大値原理を示した。本研究では、時間の正の方向に開いている無限円錐領域において、一階微分項に非有界係数をもつ完全非線形一様放物型方程式に対して定理を示した。本研究の特徴は、円錐の境界付近で弱ハルナック不等式を用いる際、放物型ハルナック鎖の個数を精密に評価した点である。この内容は、Friedman(1957) の線形放物型方程式に関する研究以来のものである。

(1) The local Hölder continuity estimate on the space derivative of L^p -viscosity solutions of fully nonlinear uniformly second-order parabolic partial differential equations when coefficients in vanishing mean oscillation in the space variables is established when $p > n + 2$.

(2) The global equi-continuity estimate on L^p -viscosity solutions of bilateral obstacle problems with unbounded ingredients is established when obstacles are merely continuous. The existence of L^p -viscosity solutions is established via an approximation of given data. The local Hölder continuity estimate on the first derivative of L^p -viscosity solutions is shown when the obstacles belong to $C^{1,\beta}$, and $p > n$.

(3) The weak Harnack inequality for L^p -viscosity supersolutions of fully nonlinear second-order uniformly parabolic partial dif-

ferential equations with unbounded coefficients and inhomogeneous terms is proved. It is shown that Hölder continuity of L^p -viscosity solutions is derived from the weak Harnack inequality for L^p -viscosity supersolutions. The local maximum principle for L^p -viscosity subsolutions and the Harnack inequality for L^p -viscosity solutions are also obtained. Several further remarks are presented when equations have superlinear growth in the first space derivatives.

(4) The Phragmén-Lindelöf theorem for classical solutions of linear parabolic equations in cones, whose vertex is the origin of \mathbb{R}^{n+1} , was established by Avner Friedman in 1957. It is extended to fully nonlinear parabolic equations with unbounded coefficients.

B. 発表論文

1. S. Tateyama : “The Phragmén-Lindelöf theorem for L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients”, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, **133** (2020) 172–184.
2. S. Koike, A. Swiech and S. Tateyama : “Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly parabolic equations with unbounded ingredients and applications”, *Nonlinear Analysis*, **185** (2019) 264–285.
3. S. Koike and S. Tateyama, On L^p -viscosity solutions of bilateral obstacle problems with unbounded ingredients, *Mathematische Annalen* in press, (2019).

C. 口頭発表

1. Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coefficients, 微分方程式の総合的研究, 東京工業大学理学院, 2019 年 12 月.
2. Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coeffi-

cients, 第 166 回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学神楽坂校舎, 2019 年 11 月.

3. Hölder gradient estimates on L^p -viscosity solutions of fully nonlinear parabolic equations with VMO coefficients, 京都大学 NLPDE セミナー, 京都大学理学研究科, 2019 年 11 月.
4. The Phragmén-Lindelöf theorem for fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients, Viscosity solution approach to asymptotic problems in front propagation, dynamical system and related topics, RIMS, Kyoto University, Japan, 2019 年 7 月.
5. The Phragmén-Lindelöf theorem for fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients, 埼玉大学第 90 回解析ゼミ, 埼玉大学理学部, 2019 年 4 月.
6. 完全非線形方程式の両側障害問題に対する L^p 粘性解について, 熊本大学応用解析セミナー, 熊本大学大学院自然科学研究科, 2018 年 10 月.
7. 完全非線形方程式の両側障害問題に対する L^p 粘性解について, 神戸大学解析セミナー, 神戸大学理学部, 2018 年 5 月.
8. Existence of L^p -viscosity solutions to the double obstacle problem with unbounded ingredients, The 19th Northeastern Symposium Mathematical Analysis, Faculty of Science Building, Hokkaido University, Japan, 2018 年 2 月.
9. Existence of L^p -viscosity solutions to the double obstacle problem with unbounded ingredients, 若手のための偏微分方程式と数学解析 (第 11 回), 福岡大学セミナーハウス, 2018 年 2 月.
10. The Phragmén-Lindelöf theorem for fully nonlinear parabolic equations with unbounded ingredients, East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, Seoul National University, Korea, 2017 年 1 月.

G. 受賞

一般社団法人日本数学会, 建部賢弘奨励賞, 2019

年 9 月.

土谷 昭善 (TSUCHIYA Akiyoshi)

A. 研究概要

全ての頂点が格子点となっている格子凸多面体の組合せ論, 代数, 幾何的な性質を中心に研究している. 今年度の研究の中で特に次の 2 つの結果に関して説明する.

1. Castelnouov トーリック多様体の特徴付け:
 n 次元複素射影的多様体 X と X 上の豊富な直線束 L に対し, 組 (X, L) は n 次元偏極多様体と呼ばれる. 各偏極多様体に対し, 断面種数と呼ばれる偏極多様体の分類理論において重要な不変量が定義できる. 藤田は Castelnouovo による曲線の種数に関する上限の高次元版として断面種数の上限を与えた. Castelnouovo 偏極多様体とはその断面種数がこの上限に達するもののことを呼ぶ. 一方, 格子凸多面体と偏極トーリック多様体は 1 対 1 に対応しており, 互いの性質をそれぞれ言い換えることができる. 川口は格子凸多面体が内部に格子点を持つ時に, 付随する偏極トーリック多様体が Castelnouovo となる必要十分条件を, h^* 多項式と呼ばれる格子凸多面体の不変量を用いて与えた. しかし, 内部に格子点を持たない場合, 偏極トーリック多様体の Castelnouovo 性は付随する格子凸多面体の h^* 多項式のみで決定しないことを示す例を発見した. そこで spanning と呼ばれる格子凸多面体の性質に着目し, 一般の格子凸多面体に対し, 付随する偏極トーリック多様体が Castelnouovo となる必要十分条件を spanning 性と h^* 多項式を用いて与えた. この結果と簡単な議論から川口の結果も得ることができ, Castelnouovo トーリック多様体の多面体による特徴付けは完全に解決した.

2. 対称辺凸多面体の体積公式:

対称辺凸多面体は有限単純グラフに付随する格子凸多面体である. 対称辺凸多面体の体積は蔵本モデルと呼ばれる同期現象の代表的な数学モデルに現れる蔵本方程式の実数解の個数の上限を与える. この関係から近年, 対称辺凸多面体の正規化体積を計算する研究が活発に行われている. 実際, サイクル, 完全グラフ, 完全二部グラフの場合に対応する対称辺凸多面体の体積が計算され

ている。一方で、その計算結果は明示的な値であり、その値が対応するグラフのどのような性質を表しているのかはわからなかった。そこで対称辺凸多面体の体積、さらにより情報を多く持つ不変量である h^* 多項式の公式をグラフの言葉を用いて与える研究を行なった（大杉英史氏との共同研究）。その結果、サスペンショングラフの場合、その体積や h^* 多項式がグラフの完全マッチング可能集合の個数を数え上げることで計算できることがわかった。特にその場合、 h^* 多項式が γ 非負性と呼ばれる強い性質を持つことを示すことにも成功した。またカクタスグラフと呼ばれるグラフに制限したとき、そのサスペンションに対応する対称辺凸多面体の体積および h^* 多項式の公式をグラフのマッチングの個数を用いて与えた。その公式から、化学的グラフ理論に登場する μ 多項式と呼ばれる不変量との関連を発見することで、その h^* 多項式が γ 非負性より強い実根性を持つことを証明した。

I have studied lattice polytopes, which are convex polytopes all of whose vertices are lattice points, from viewpoints of combinatorics, algebra and geometry. I explain the following two results.

1. A combinatorial characterization of Castelnuov toric varieties:

For an n -dimensional complex projective variety X and an ample line bundle L on X , the pair (X, L) is called an n -dimensional polarized variety. For each polarized variety, we can define an invariant which is called sectional genus. Sectional genus plays an important role in the classification theory of polarized varieties. Fujita gave an upper bound for the sectional genus as a higher-dimensional version of the Castelnuovo bound. A polarized variety is called Castelnuovo if the sectional genus achieves the upper bound. On the other hand, there is a one-to-one correspondence between lattice polytopes and polarized toric varieties, and we can read off properties of polarized toric varieties from the associated lattice polytopes vice versa. Kawaguchi gave a characterization

of Castelnuovo toric varieties whose associated lattice polytopes have interior lattice points in terms of an invariant of lattice polytopes which is called an h^* -polynomial. However, I found an example which implies that we cannot characterize Castelnuovo toric varieties whose associated lattice polytopes have no interior lattice points by using only h^* -polynomials. Moreover, I succeeded in showing that a polarized toric variety is Castelnuovo if and only if the associated lattice polytope is spanning and the h^* -polynomial satisfies a condition. As a corollary we can get the Kawaguchi's characterization.

2. A volume formula for symmetric edge polytopes:

Symmetric edge polytopes are lattice polytopes arising from finite graphs. The normalized volume of a symmetric edge polytope gives an upper bound on the number of possible solutions of Kuramoto equations, which appears in Kuramoto model. Kuramoto model describes the behavior of interacting oscillators. Recently, many researchers try to compute the normalized volume of symmetric edge polytopes. In fact, for cycles, complete graphs and complete bipartite graphs, the normalized volume of the symmetric edge polytopes were computed. However, a combinatorial interpretation of the normalized volume of symmetric edge polytopes was not known. So I and Ohsugi Hidefumi tried to give formulas of the normalized volume and h^* -polynomials of symmetric edge polytope in terms of graph invariants. As a result, we succeeded in computing normalized volume and h^* -polynomials of the symmetric edge polytopes of suspension graphs by counting perfectly matchable sets. In particular, in this case, we know that the h^* -polynomials of the symmetric edge polytopes of suspension graphs are γ -nonnegative. On the other hand, we gave another formula of the h^* -polynomial of the symmetric edge polytope of the suspension of a cactus graph by using matchings. From the formula we found a con-

nection between h^* -polynomials of symmetric edge polytopes and μ -polynomials, which appear in the context of chemical graph theory, and we showed that the h^* -polynomial of the symmetric edge polytope of the suspension of a cactus graph is real-rooted, which is a stronger property than γ -nonnegativity.

B. 発表論文

1. T. Hibi and A. Tsuchiya: "Odd cycles and Hilbert functions of their toric rings", *Mathematics* **8** (2020) 22.
2. T. Hibi and A. Tsuchiya: "Classification of lattice polytopes with small volumes", *J. Comb.* **11** (2020) 495–509.
3. H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Enriched chain polytopes", *Israel J. Math.* **237** (2020) 485–500.
4. C. Haase, F. Kohl and A. Tsuchiya: "Levelness of Order Polytopes", *SIAM J. Discrete Math.* **34** (2020) 1261–1280.
5. H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Reflexive polytopes arising from bipartite graphs with γ -positivity associated to interior polynomials", *Selecta Math. (N. S.)* **26** (2020) 59.
6. H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Nef-partitions arising from unimodular configurations", *Math. Nachr.* **293** (2020) 1791–1800.
7. T. Hibi, H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Integer decomposition property for Cayley sums of order and stable set polytopes", *Michigan Math. J.* **69** (2020) 765–778.
8. T. Hibi and A. Tsuchiya: "Depth of an initial ideal", "Combinatorial structures in algebra and geometry," Springer Proceedings in Mathematics and Statistics **331** (2020) 67–71.
9. H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Enriched order polytopes and enriched Hibi rings", *Eur. J. Math.* **7** (2021) 48–68.
10. A. Higashitani, B. Nill and A. Tsuchiya: "Gorenstein polytopes with trinomial

h^* -polynomials", *Beitr. Algebra Geom.* (2020), published online.

11. A. Tsuchiya: "Edge rings of bipartite graphs with linear resolutions", *J. Algebra Appl.* (2020), published online.
12. H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "The h^* -polynomials of locally anti-blocking lattice polytopes and their γ -positivity", *Discrete Comput. Geom.* (2020), published online.
13. S. Okada and A. Tsuchiya: "Two enriched poset polytopes", arXiv:2003.12271.
14. T. N. Tran and A. Tsuchiya: "Worwitz-compatible subarrangements of braid arrangements and cocomparability graphs", arXiv:2007.01248.
15. H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Symmetric edge polytopes and matching generating polynomials", arXiv:2008.08621.
16. K. Mori, H. Ohsugi and A. Tsuchiya: "Edge rings with q -linear resolutions", arXiv:2010.02854.
17. A. Tsuchiya: "Castelnuovo polytopes", arXiv:2010.13617.
18. S. Kara, I. Portakal and A. Tsuchiya: "Rigid Gorenstein toric Fano varieties arising from directed graphs", arXiv:2103.06404.

C. 口頭発表

1. Perfectly contractile graphs and quadratic toric rings, オンライン研究集会 組合せ論と可換環論, オンライン, 2020年5月2日–3日.
2. Nef-partitions arising from two poset polytopes, 可換環論オンラインワークショップ, オンライン, 2020年11月21日–11月23日.
3. 対称辺凸多面体の体積公式と蔵本モデルとの関係, 2020年度応用数学合同研究集会, オンライン, 2020年12月18日–20日.
4. Ehrhart theory of locally anti-blocking lattice polytopes, 12th polymake confer-

ence, online, January 29th, 2021.

5. 対称辺凸多面体とマッチング生成多項式, 日本数学会年会, オンライン, 2021年3月15日-18日.

長岡 大 (NAGAOKA Masaru)

A. 研究概要

Du Val del Pezzo 曲面とは, 反標準因子が豊富であり, Du Val 特異点しか持たない代数閉体上の曲面 S を指す. S の Picard 数が 1 かつ標数が 0 の場合に S は分類されており, また標数が 5 以上の場合の分類も, Witt 環上に S を (特異点を保って) リフトすることで, 標数が 0 の場合に帰着された. しかし, 標数 2 では Witt 環上にリフトしない例 S_0 が知られていた. 一方で S_0 では, (NB):非特異な有効反標準因子の非存在や, (NK):豊富な Weil 因子に対する小平消滅定理の不成立, (ND):標数 0 で実現できない特異点の包含という, 3 種類の正標数独特の病的な現象が現れていた.

そこで本年度は, 東京大学の河上龍郎氏と共同で, Du Val del Pezzo 曲面の上記の 3 種類の病的な現象と (NL):リフト不可能性の関連性を研究した. 結果として, $(NK) \Rightarrow (ND) \Rightarrow (NL) \Rightarrow (NB)$ であることを証明し, 4 つそれぞれに対しその現象が現れる Du Val del Pezzo 曲面を分類した. 更に, 標数が 0 の場合の Ye による手法と以上の分類を組み合わせることで, 標数が 2 または 3 の場合に, Picard 数 1 の Du Val del Pezzo 曲面の分類を与えた.

A surface S over an algebraically closed field k is a Du Val del Pezzo surfaces if its anti-canonical divisor is ample and it has only Du Val singularities. When the Picard number of S equals one and k is of characteristic zero, there is the classification of such surfaces. Even in the case of characteristic at least five, the classification of S is reduced to the case of characteristic zero since we can lift S to the Witt ring (preserving singularities). However, in characteristic two, there is an example S_0 of Du Val del Pezzo surfaces which is not liftable. On the other hand, S_0 have the fol-

lowing three pathological property; (NB):the non-existence of smooth effective anti-canonical divisors, (NK):the failure of the Kodaira vanishing theorem for ample Weil divisors, and (ND):the inclusion of singularities which cannot appear in characteristic zero.

In this year, in collaboration with Tatsuro Kawakami in University of Tokyo, we studied the relationship between the above three pathological property on Du Val del Pezzo surfaces and (NL):the non-liftability. As a result, we showed that $(NK) \Rightarrow (ND) \Rightarrow (NL) \Rightarrow (NB)$, and for each of four property, we classified Du Val del Pezzo surfaces satisfying the given property. Moreover, combining this classification and the Ye's method in characteristic zero, we gave the classification of Du Val del Pezzo surface with Picard number one in characteristic two or three.

B. 発表論文

1. M. Nagaoka: "Fano compactifications of contractible affine 3-folds with trivial log canonical divisors", *Internat. J. Math.* **29** (2018), No. 6, 1850042, 33 pp.
2. M. Nagaoka: "On compactifications of affine homology 3-cells into quadric fibrations", *Journal of Algebra (Elsevier)* **563**, 2020, 1-29.
3. M. Nagaoka: " G_a^3 -structures on del Pezzo fibrations", *Michigan Math. J. Advance Publication*, 2021, 1-10. <https://doi.org/10.1307/mmj/20195835>
4. M. Nagaoka: "Compactifications of affine homology 3-cells into blow-ups of the projective 3-space with trivial log canonical divisors", *European Journal of Mathematics*, 2021, 33 pp. <https://doi.org/10.1007/s40879-021-00450-3>
5. M. Nagaoka and T. Kawakami: "Pathologies and liftability on Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic", preprint, 2020, 29 pp.

arXiv:2008.07700

6. M. Nagaoka and T. Kawakami: "Classification of Du Val del Pezzo surfaces of Picard rank one in positive characteristic", preprint, 2020, 18 pp. arXiv:2012.09405

C. 口頭発表

1. "Contractible affine threefolds in smooth Fano threefolds", The 15th Affine Algebraic Geometry Meeting, 関西学院大学, 2017年3月.
2. "Compactifications of contractible affine 3-folds into Fano blow-ups of P^3 ", 射影多様体の幾何とその周辺 2017, 高知大学, 2017年11月.
3. "On the compactifications of contractible affine 3-folds into quadric fibrations", Younger generations in Algebraic and Complex geometry V, 函館コミュニティプラザ G スクエア, 2018年8月.
4. "On compactifications of contractible affine threefolds into del Pezzo fibrations", Basel-Dijon-(+) Joint Seminars, Mathematical Institute of Burgundy (France), 2018年10月.
5. "On compactifications of contractible affine threefolds into del Pezzo fibrations", Cambridge-Tokyo Algebraic Geometry workshop 2018, University of Cambridge (UK), 2018年12月.
6. "On compactifications of contractible affine threefolds into del Pezzo fibrations", The 17th Affine Algebraic Geometry Meeting, 関西学院大学, 2019年3月.
7. "Compactifications of affine homology 3-cells into quadric fibrations", Workshop on Calabi-Yau Varieties and Related Topics, 函館コミュニティプラザ G スクエア, 2019年8月.
8. "Compactifications of affine homology 3-cells into quadric fibrations", 城崎代数幾何学シンポジウム 2019, 城崎国際アートセンター, 2019年10月.
9. " G_a^3 -structures on del Pezzo fibrations",

The 18th Affine Algebraic Geometry Meeting, 埼玉大学, 2020年3月.

10. "Pathologies on Du Val del Pezzo surfaces in positive characteristic", 阪大オンライン代数幾何学セミナー, 大阪大学, 2020年11月.

中村 力 (NAKAMURA Tsutomu)

A. 研究概要

今年度の成果の一つは、ネーター代数、つまり加群として有限生成な可換ネーター環上の(非可換)代数に対して、平坦余ねじれ加群の構造定理を与えたことである。一般に余ねじれ加群のクラスは、平坦加群のクラスに対しての右直交を1次の Ext 関手について取ることで定義され、平坦かつ余ねじれな加群は射影加群や移入加群に並んでホモロジカルに良い性質を持つことが知られている。可換ネーター環上の任意の平坦余ねじれ加群は、局所化した環上の適切な自由加群の完備化を全ての素イデアルについて集めた直積として実現されることが Enochs によって示されており、本研究ではこの事実の一般化をネーター代数の場合に与えることに成功した。また、その帰結として得られる直既約移入左加群の同型類と直既約平坦余ねじれ右加群の同型類の間の明示的な一対一対応が、Ziegler スペクトラムと呼ばれる加群圏に付随する位相空間の双対性と互換性があることを明らかにした。(神田遼氏との共同研究)

もう一つの成果は、可換ネーター環上の非有界導来圏において、コンパクトとは限らない意味での(準)傾対象を具体的に構成したことである。傾理論は三角同値の研究で重要な役割を持ち、変異の操作を可能にする準傾理論へと枠組みを広げながら盛んに研究が行われている。通常、(準)傾対象はコンパクトなものを念頭にしているが、その概念は自然に非コンパクトな対象へと拡張され、 t -構造、局所化理論、Grothendieck derivator などの観点から発展を続けている。しかし、非コンパクトな(準)傾対象で興味深い具体例は、かなり限定された状況でのみ知られていた。本研究では可換ネーター環上の非有界導来圏において、自然かつ非自明な準傾対象を局所コホモロジーの概念を用いて具体的に構成し、それが傾対象になる

ためのマイルドな環論的条件を与えることに成功した。(Michal Hrbek と Jan Šťovíček との共同研究)

上の二つのテーマに加えて、アデリック複体と呼ばれる対象の研究を行った。これは Beilinson が Parshin による 2 次元のアデルを任意のネータースキームへと拡張する上で導入したものであり、実際の構成は比較的複雑である。本研究では、アデリック複体がアファインの場合には [B.5] で導入されたチェック複体で明瞭に実現されることを証明した。

以上の成果は論文として準備中である。

One of the main results in this academic year is a structure theorem for flat cotorsion modules over a noetherian algebra, i.e., a module-finite (possibly non-commutative) algebra over a commutative noetherian ring. In general, the class of cotorsion modules is defined as the right Ext^1 -orthogonal class to all flat modules. It is known that modules being flat and cotorsion have good homological properties as well as projective modules and injective modules. Enochs proved that each flat cotorsion module over a commutative noetherian ring is isomorphic to a direct product of completions of free modules over localized rings with respect to all prime ideals. In joint work with Ryo Kanda, we have generalized this fact to the case of noetherian algebras. As a corollary, we have given an explicit one-to-one correspondence between the isomorphism classes of indecomposable injective left modules and those of indecomposable flat cotorsion right modules, and further revealed that this correspondence is compatible with a duality for topological spaces called Ziegler spectra, which are associated to module categories.

Another main result is a concrete construction of (not necessarily compact) silting/tilting objects in unbounded derived categories of commutative noetherian rings. Tilting theory plays an important role in the study of triangulated equivalences, and it have been actively stud-

ied, extending its framework to silting theory in order to make a mutation operation possible. While silting/tilting objects are usually assumed to be compact, their definitions are extended to non-compact objects, and such silting/tilting theory has been developing from the viewpoints of t-structures, localization theory, Grothendieck derivators, etc. However, concrete and interesting examples of non-compact silting/tilting objects were known only in quite restricted situations. In joint work with Michal Hrbek and Jan Šťovíček, we have concretely constructed natural and non-trivial silting objects by using the notion of local cohomology, and we have also given a mild ring-theoretic condition that makes these silting objects tilting.

In addition to the two themes above, I have studied adelic complexes, which were introduced by Beilinson extending Parshin's 2-dimensional adèles to the case of arbitrary noetherian schemes. Although the actual construction of adelic complexes are relatively complicated, I have proved that the adelic complex over an affine noetherian scheme of finite Krull dimension can be clearly realized as a Čech complex introduced in [B.5].

Papers containing these results are in preparation.

B. 発表論文

1. M. Hrbek and T. Nakamura : "Telescope conjecture for homotopically smashing t-structures over commutative noetherian rings", *J. Pure Appl. Algebra* **225** (2021), no. 4, 106571, 13 pp.
2. T. Nakamura and P. Thompson : "Minimal semi-flat-cotorsion replacements and cosupport", *J. Algebra* **562** (2020), 587–620.
3. T. Nakamura, R. Takahashi, and S. Yassemi : "Little dimension and the improved new intersection theorem", *Math. Scand.* **126** (2020), no. 2, 209–220.

4. T. Nakamura : "Cosupports and minimal pure-injective resolutions of affine rings", J. Algebra **540** (2019), 306–316.
5. T. Nakamura and Y. Yoshino : "Localization functors and cosupport in derived categories of commutative Noetherian rings", Pacific J. Math. **296** (2018), no. 2, 405–435.
6. T. Nakamura and Y. Yoshino : "A local duality principle in derived categories of commutative Noetherian rings", J. Pure Appl. Algebra **222** (2018), no. 9, 2580–2595.
7. *anced big Cohen-Macaulay modules*, Algebra seminar, University of Warwick, イギリス, 2019年10月.
9. *Pure derived categories and weak balanced big Cohen-Macaulay modules*, GTM (Genova-Torino-Milano) seminar, University of Genova, イタリア, 2019年9月.
10. *Pure derived categories and weak balanced big Cohen-Macaulay modules*, The Eighth China-Japan-Korea International Symposium on Ring Theory, 名古屋大学, 2019年8月.

C. 口頭発表

1. *Large tilting objects in derived categories of commutative noetherian rings*, OCAMI 代数セミナー, 大阪市立大学 (オンライン), 2021年3月.
2. *Structure of flat cotorsion modules over noetherian algebras and elementary duality on Ziegler spectra*, 日本数学会 2021年度年会, 慶應義塾大学 (オンライン), 2021年3月. (神田 遼 氏との連名, 登壇者: 中村)
3. *Adelic complexes over commutative noetherian rings*, 可換環論オンラインワークショップ, 2020年11月.
4. *Telescope conjecture for homotopically smashing t-structures over commutative noetherian rings*, 東京可換環論セミナー, 東京大学 (オンライン), 2020年10月.
5. *Minimal semi-flat-cotorsion replacements and cosupport*, 環論表現論セミナー, 名古屋大学 (オンライン), 2020年7月.
6. *Cosupport and related topics*, Algebra seminar, Charles University, チェコ, 2020年3月.
7. *Weak balanced big Cohen-Macaulay modules and Ziegler spectra*, 第41回可換環論シンポジウム, 倉敷シーサイドホテル, 2019年11月.
8. *Pure derived categories and weak bal-*

橋詰 健太 (HASHIZUME Kenta)

A. 研究概要

今年度の研究成果は log abundant と呼ばれる性質を持つ対数的標準因子についての極小モデル理論と、「一般化された対数的標準対」と呼ばれる対象についての非消滅予想についての結果である。

まず、log abundant の性質を持つ対数的標準因子についての極小モデル理論について説明する。対数的標準対における log abundant の性質は、極小モデル理論におけるアバダンズ予想と深い関わりのある重要な性質である。アバダンズ予想とは、射影的対数的標準対 (X, Δ) で対数的標準因子 $K_X + \Delta$ がネフであるようなものが与えられたとき、 $K_X + \Delta$ が semi-ample であろうという予想である。藤野氏と権業氏の結果により、射影的対数的標準対 (X, Δ) で $K_X + \Delta$ がネフであるようなものについて、 (X, Δ) が log abundant の性質を持つことと semi-ample であることは同値である、ということが知られている。一方、極小モデル理論のもう1つの重要な予想として、極小モデルの存在がある。今年度の研究では、log abundant の性質と、極小モデルの存在の関係について証明した。より厳密には、射影的対数的標準対 (X, Δ) が与えられたとき、 (X, Δ) の極小モデルプログラムでこの極小モデルプログラム中に log abundant の性質を持つ射影的対数的標準対が有限個しか現れないものが存在する、という結果である。この結果から、log abundant の性

質を持つ射影的対数的標準対 (X, Δ) について、 (X, Δ) から始まる全ての極小モデルプログラムが log abundant の性質を保つなら、 (X, Δ) は極小モデルを持つということが分かった。さらにこの結果の特別な場合は、Birkar 氏や Hacon–Xu の 2 氏による極小モデルの結果の復元や 6 次元の極小モデルプログラムの特別な場合の解決など、さまざまな応用を持っている。

次に、「一般化された対数的標準対」と呼ばれる対象についての非消滅予想の結果を説明する。「一般化された対数的標準対」とは 2016 年に Birkar–Zhang の 2 氏によって導入された対象で、ここ数年の双有理幾何学の発展に極めて重要な貢献をしている対象である。この対象の定義は人工的であるものの、双有理幾何学の様々な場面で現れることが知られている。さらに、通常対数的標準対と同様に「一般化された対数的標準対」に対する極小モデル理論が構築できることが予想されている。今年度の研究では、極小モデル理論の内の非消滅予想と呼ばれる予想を、偏極付きの「一般化された対数的標準対」について証明した。この結果は昨年 Hu 氏との共同研究で得た偏極付き対数的標準対における極小モデル理論の部分的な一般化になっている。

また、この 2 つの結果以外にも、藤野氏との共同研究により、正規対の対数的標準変形についての結果を得た。対数的標準変形は部分的特異点解消の一種で、悪い特異点を持った多様体の幾何学を対数的標準特異点の多様体に帰着できることが期待される。この結果を応用することで、可約なスキームの半対数的標準変形や擬対数スキーム上の有理曲線の長さに関する結果を得た。

The main results of the research of this year are the minimal model theory for log abundant log canonical pairs and a result on the non-vanishing conjecture for generalized log canonical pairs.

Firstly, I explain the minimal model theory for log abundant log canonical pairs. The property of being log abundant for log canonical pairs is an important property and it is deeply related to the abundance conjecture in the minimal model theory. The abundance conjecture

predicts that for any projective log canonical pair (X, Δ) such that $K_X + \Delta$ is nef, $K_X + \Delta$ is semi-ample. By the result by Fujino and Gongyo, it is known that for any projective log canonical pair (X, Δ) such that $K_X + \Delta$ is nef, $K_X + \Delta$ is semi-ample is and only if (X, Δ) is log abundant. On the other hand, there is another important conjecture of the minimal model theory, called the existence of log minimal models. In this year, I proved a relation between the property of being log abundant for log canonical pairs and the existence of log minimal models. More precisely, for a given projective log canonical pair (X, Δ) , I proved that there is a minimal model program for (X, Δ) such that there are only finitely many log abundant log canonical pairs in the minimal model program. From this result, for any projective log abundant log canonical pair (X, Δ) , if all minimal model program for (X, Δ) preserve the property of being log abundant then (X, Δ) has a log minimal model. Furthermore, a special case of this result recovers the results of the minimal model theory by Birkar and Hacon–Xu, and it also shows of the minimal model program of dimension six in a special case.

Secondly, I explain a result on the non-vanishing conjecture for “generalized log canonical pairs”. The notion of “generalized log canonical pairs” was introduced by Birkar and Zhang in 2016, and it plays an important role for the development of the birational geometry. Though the definition of “generalized log canonical pairs” is artificial, it appears in various situations in the birational geometry. Moreover, it is expected that the minimal model theory for generalized log canonical pairs can be established as the case of the usual log canonical pairs. In the research of this year, I proved the non-vanishing conjecture, which is one of conjectures of the minimal model theory, for generalized log canonical pairs with a polarization. This result is a partial generalization of the minimal model theory for log canonical

pairs with a polarization, which was proved by my joint work with Hu in last year.

Furthermore, by a joint work with Professor Fujino, I got a result on log canonical modifications for normal pairs. Log canonical modification is a kind of partial resolutions of singularities. By using the result, we may expect that we can reduce geometry of varieties with bad singularities to that of varieties with log canonical singularities. By applying the result, we obtained a result on semi-log canonical modifications for reducible schemes and the length of rational curves for quasi-log schemes.

B. 発表論文

1. K. Hashizume : “Finite generation of adjoint ring for log surfaces”, *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **23** (2016) 741–761.
2. K. Hashizume : “On the Non-vanishing Conjecture and Existence of Log Minimal Models”, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **54** (2018) 89–104.
3. K. Hashizume : “Minimal model theory for relatively trivial log canonical pairs”, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **68** (2018) 2069–2107.
4. K. Hashizume : “Remarks on special kinds of the relative minimal model program”, *Manuscripta Math.* **160** (2019) 285–314.
5. K. Hashizume : “Non-vanishing theorem for lc pairs admitting a Calabi–Yau pair”, *Math. Res. Lett.* **26** (2019) 1097–1113.
6. Kenta Hashizume, Yusuke Nakamura and Hiromu Tanaka : “Minimal model program for log canonical threefolds in positive characteristic”, to appear in *Math. Res. Lett.*
7. K. Hashizume : “A class of singularity of arbitrary pairs and log canonicalizations”, *Asian J. Math.* **24** (2020) 207–238.
8. K. Hashizume and Zheng-Yu Hu : “On

minimal model theory for log abundant lc pairs”, *J. Reine Angew. Math.* **767** (2020) 109–159.

9. K. Hashizume : “Log Iitaka conjecture for abundant log canonical fibrations”, *Proc. Japan Acad. Ser. A. Math. Sci.* **96** (2020) 87–92.
10. K. Hashizume : “Relations between two log minimal models of log canonical pairs”, *Internat. J. Math.* **31** (2020), 23 pp.

C. 口頭発表

1. On existence of small lc modification and log canonicalization for normal varieties, 代数幾何学セミナー, 大阪大学大学院理学研究科, 2019年1月.
2. On existence of small lc modification and log canonicalization for normal varieties, 第24回代数若手研究会, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019年2月.
3. On minimal model theory for log canonical pairs with big boundary divisors, 代数幾何セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019年5月.
4. On minimal model theory for log canonical pairs with big boundary divisors, 代数幾何セミナー, 京都大学大学院理学研究科, 2019年11月.
5. On minimal model theory for log canonical pairs with big boundary divisors, MAGIC seminar, Imperial College London (イギリス), 2020年1月.
6. A relation between log MMP and property of being log abundant for lc pairs, 東大京大代数幾何学セミナー (Online), 2020年7月.
7. On minimal model theory for log canonical pairs, 日本大学特異点月曜セミナー (Online), 2020年7月.
8. Relations between two log minimal models of log canonical pairs, ZAG Marathon (Online), 2020年9月.
9. Relations between two log minimal mod-

els of log canonical pairs, 城崎代数幾何学シンポジウム 2020 (Online), 2020 年 10 月.

10. On log MMP for log canonical pairs of log general type, 第 19 回アフィン代数幾何学研究集会 (Online), 2021 年 3 月.

G. 受賞

2019 年度日本数学会賞建部賢弘奨励賞

藤田 直樹 (FUJITA Naoki)

A. 研究概要

シューベルト・カルキュラスはシューベルト多様体の交叉に関する研究分野であり, 旗多様体のコホモロジー環においてシューベルト類 (シューベルト多様体が定めるコホモロジー類) のなす基底に関する構造定数を具体的に計算することが目標の一つである. そのような計算を行うためにはシューベルト類をシューベルト多項式のような具体的な組合せ論的对象を用いて実現することが重要である. A 型の旗多様体のコホモロジー環と Gelfand–Tsetlin 多面体の polytope ring の間の同型を通して, Kiritchenko–Smirnov–Timorin は A 型のシューベルト類を簡約な (双対) Kogan 面という Gelfand–Tsetlin 多面体の特別な面の和として記述した. 今年度は柏原結晶基底の理論を用いて, この結果を C 型の旗多様体まで拡張した. まず一般リー型の場合に, opposite Demazure 結晶のストリング・パラメトリゼーションを明示的に記述した. この記述に現れる面が簡約な双対 Kogan 面の自然な拡張を与えている. この結果は opposite シューベルト多様体の半トーリック退化の明示的な記述を与えていると解釈することもでき, Kogan–Miller による簡約な双対 Kogan 面に付随する既約トーリック多様体の和集合への退化の拡張を与えている. その後 pipe dream に対する mitosis 作用素の理論を応用して, 簡約な Kogan 面を A 型の Demazure 結晶と関連付けた. この関係は C 型の場合まで自然に拡張され, シンプレクティック Gelfand–Tsetlin 多面体上のシューベルト・カルキュラスの理論を誘導する. 具体的にはシンプレクティック Gelfand–Tsetlin 多面体に対する (双対) Kogan 面の概念を導入し,

C 型のシューベルト類をこれらの面の和として記述した.

Schubert calculus is a research area on the intersection theory of Schubert varieties, and one of its aim is to compute the structure constants of the cohomology ring of a flag variety with respect to the basis consisting of Schubert classes (i.e. cohomology classes of Schubert varieties). To make such computation, it is important to realize Schubert classes as concrete combinatorial objects such as Schubert polynomials. Through an identification of the cohomology ring of the type A flag variety with the polytope ring of the Gelfand–Tsetlin polytopes, Kiritchenko–Smirnov–Timorin realized each Schubert class of type A as a sum of reduced (dual) Kogan faces of the Gelfand–Tsetlin polytopes. In this academic year, we generalized this result to the type C flag variety using the theory of Kashiwara crystal bases. We first explicitly described string parametrizations of opposite Demazure crystals in general Lie type, which give a natural generalization of reduced dual Kogan faces. This result can also be seen as an explicit description of semitoric degenerations of opposite Schubert varieties, which generalize Kogan–Miller’s degeneration into a union of irreducible toric varieties associated with reduced dual Kogan faces. We then related reduced Kogan faces with Demazure crystals in type A using the theory of mitosis operators on pipe dreams. This relation is naturally extended to the case of type C , which leads to the theory of Schubert calculus on symplectic Gelfand–Tsetlin polytopes. More concretely, we introduced the notion of (dual) Kogan faces of the symplectic Gelfand–Tsetlin polytopes, and realized each Schubert class of type C as a sum of these faces.

B. 発表論文

1. N. Fujita: “Schubert calculus from polyhedral parametrizations of De-

- mazure crystals”, preprint 2020, arXiv:2008.04599v1.
2. H. Abe, N. Fujita, and H. Zeng: “Fano and weak Fano Hessenberg varieties”, preprint 2020, arXiv:2003.12286v1.
 3. N. Fujita and H. Oya: “Newton–Okounkov polytopes of Schubert varieties arising from cluster structures”, preprint 2020, arXiv:2002.09912v1.
 4. N. Fujita and A. Higashitani: “Newton–Okounkov bodies of flag varieties and combinatorial mutations”, *Int. Math. Res. Not.*, published online, DOI:10.1093/imrn/rnaa276.
 5. N. Fujita, E. Lee, and D. Y. Suh: “Algebraic and geometric properties of flag Bott–Samelson varieties and applications to representations”, *Pacific J. Math.* **309** (2020), 145–194.
 6. H. Abe, N. Fujita, and H. Zeng: “Geometry of regular Hessenberg varieties”, *Transform. Groups* **25** (2020), 305–333.
 7. N. Fujita: “Polyhedral realizations of crystal bases and convex-geometric Demazure operators”, *Selecta Math. (N.S.)* **25** (2019), Paper No. 74, 35 pages.
 8. N. Fujita: “Newton–Okounkov bodies for Bott–Samelson varieties and string polytopes for generalized Demazure modules”, *J. Algebra* **515** (2018), 408–447.
 9. N. Fujita: “Folding procedure for Newton–Okounkov polytopes of Schubert varieties”, *Comm. Algebra* **46** (2018), 2666–2692.
 10. M. Bernal Guillén, D. Corey, M. Donten-Bury, N. Fujita, and G. Merz: “Khorvanskii bases of Cox–Nagata rings and tropical geometry”, in *Combinatorial Algebraic Geometry*, *Fields Inst. Commun.* Vol. 80, Springer, New York, 2017, 159–179.
- C. 口頭発表
1. “Introduction to Newton–Okounkov bodies from cluster algebras I, II”, QSMS Winter school on mirror symmetry and related topics, QSMS, 韓国, オンライン, 2021年2月.
 2. “Introduction to crystal bases I, II / Newton–Okounkov bodies of flag and Schubert varieties I, II”, *Combinatorics on Flag Varieties and Related Topics 2021*, Ajou University, 韓国, オンライン, 2021年1月.
 3. “Newton–Okounkov bodies arising from cluster structures and mutations on polytopes”, *Legendrians, Cluster algebras, and Mirror symmetry*, 韓国, オンライン, 2021年1月.
 4. “Newton–Okounkov bodies arising from cluster structures”, *Online Algebraic Geometry Seminar*, Nottingham University, イギリス, オンライン, 2020年11月.
 5. “Schubert calculus from polyhedral parametrizations of Demazure crystals”, 南大阪代数セミナー, オンライン, 2020年11月.
 6. “Combinatorial mutations on representation-theoretic polytopes”, *組合せ論的表現論の最近の進展*, RIMS, オンライン, 2020年10月.
 7. “Newton–Okounkov 凸体およびクラスター構造から生じるトーリック退化”, 日本数学会 2020 年度年会・トポロジー分科会・特別講演, 日本大学, 2020年3月 (COVID-19 の影響により中止, アブストラクトの発行のみ).
 8. “Newton–Okounkov polytopes of flag varieties and tropicalized cluster mutations”, 第 15 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 2020年2月.
 9. “Newton–Okounkov polytopes of flag varieties from cluster algebras”, *Toric Topology 2019 in Okayama*, Okayama University of Science, 岡山, 日本, 2019

年 11 月.

10. "Classification of weak Fano Hessenberg varieties", Hessenberg varieties 2019 in Osaka, Osaka City University, 大阪, 日本, 2019 年 11 月.

松井 紘樹 (MATSUI Hiroki)

A. 研究概要

私は可換環論および代数幾何学についてホモロジー代数的な側面から研究を行っている. 以下では今年度に行った研究のうち重要なものについてその概要を記す.

テンソル三角幾何学は Balmer によって創始された分野であり, テンソル三角圏を可換環論的/代数幾何学的な手法を用いて研究するものである. 具体的には, 与えられたテンソル三角圏 \mathcal{T} に対して Balmer スペクトラムという位相空間を対応させ, この位相空間を通して \mathcal{T} について調べるというものである. テンソル三角幾何学はこれまでに非常に成功を収めていて, 可換環論, 代数幾何学, 有限群のモジュラー表現論, 安定ホモトピー論といった様々な分野において, そこに現れる種々のテンソル三角圏を研究する重要な手法となっている. しかし, テンソル三角幾何学はテンソル構造を持たない三角圏に対しては適用できない理論である. そこで, テンソル三角幾何学の類似をテンソル構造を持たない三角圏に対して構築するという問題は自然な問題である. 今年度は, 与えられた三角圏の素 thick 部分圏という概念を導入し, この概念を用いて三角圏のスペクトルと呼ぶ位相空間を導入した. 特に, ネータースキーム X の完全導来圏, 有界導来圏, 特異圏について考察し, X のある部分空間これらの三角圏のスペクトラムに位相空間として埋め込まれることを示した. さらに, テンソル三角圏については, ここで定義されたスペクトラムと Balmer スペクトラムの関係について研究を行った.

I have studied commutative algebra and algebraic geometry from the homological insight. I will explain the following result, which is the main topic of my study.

Tensor triangular geometry is the theory ini-

tiated by Balmer. This theory aims to study tensor triangulated categories by commutative-algebraic and algebro-geometric approaches. Namely, for a given tensor triangulated category \mathcal{T} , he introduced a topological space called the *Balmer spectrum* of \mathcal{T} , which reflects the structure of the lattice of radical thick subcategories of \mathcal{T} . Although tensor triangular geometry is quite successful, it cannot be applied to triangulated categories without tensor structures. These triangulated categories contain important ones, such as the bounded derived category and the singularity category of a noetherian scheme. Therefore, it is a natural and important problem to develop an analogous theory of tensor triangular geometry for triangulated categories without tensor structures. This year, I introduced the notion of a *prime thick subcategory* of a given triangulated category \mathcal{T} , and used this to define a topological space, which we call the *spectrum* of \mathcal{T} . Especially, I studied these concepts for the perfect derived, the bounded derived, and the singularity categories of a noetherian scheme X . I proved that certain subspaces of X is contained in the spectra of these triangulated categories as topological spaces. I also studied the relation between our spectrum and the Balmer spectrum for a tensor triangulated category.

B. 発表論文

1. H. Matsui, T. T. Nam, R. Takahashi, N. M. Tri, and D. N. Yen: "Cohomological dimensions of specialization-closed subsets and subcategories of modules", Proc. Amer. Math. Soc. **149** (2021), no. 2, 481–496.
2. O. Celikbas, H. Matsui, and A. Sadeghi: "On an example concerning the second rigidity theorem", to appear in AMS Contemp. Math.
3. H. Matsui and R. Takahashi: "Filtrations in module categories, derived categories and prime spectra", to appear in

Int. Math. Res. Not. IMRN

4. O. Celikbas, U. Le, and H. Matsui: "On the depth and reflexivity of tensor products", arXiv:2102.01575.
5. H. Matsui: "Prime thick subcategories and spectra of derived and singularity categories of noetherian schemes", arXiv:2102.11317.

C. 口頭発表

1. Introduction to Triangulated Categories in Commutative Algebra, Algebra Seminar, West Virginia University, 2020 年 1 月 24 日, 27 日
2. 三角圏のスペクトラムとその可換環論への応用, 日本数学会 2020 年度年会, 日本大学理工学部, 2020 年 3 月 16 日
3. Construction of spectra of triangulated categories, Mini Workshop on "Derived categories of Coherent Sheaves", 首都大学東京, 2020 年 3 月 16 日, 17 日
4. 加群圏の部分圏とザリスキスペクトラムの部分集合について, 可換環論オンラインワークショップ (online), 2020 年 11 月 21 日-23 日
5. Subcategories of modules/derived categories and subsets of Zariski spectra, 東京名古屋代数セミナー (online), 2020 年 12 月 10 日

特任研究員 (Project Researchers)

池川 隆司 (IKEGAWA Takashi)

A. 研究概要

- 産学協働による高度数学人材育成方法論
インターンシップや PBL (Project/Problem Based Learning) のような産学協働による高度数学人材 (学生を含む) の育成に関する方法論を研究している。
- 通信ネットワークと行動パターンの数理モデル
無線ネットワークを中心とした通信ネットワークの振る舞いを表現する数理モデルを研究している。さらに、通信ネットワークを通して得られるユーザの時空間データを使った行動パターンの数理モデルを研究している。
- 技術文書作成技術の教育方法論
科学論文、報告書、プレゼン資料のような技術文書の作成技術を向上させる教育方法論を研究している。
- **Methodology for nurturing of talented mathematical persons through academic-industrial collaboration**
I explore the methodology to nurture talented mathematical persons including students through academic-industrial collaboration such as internship and project/problem based learnings.
- **Mathematical models of communication networks and network-user trajectory patterns**
I develop the mathematical models to represent the behavior of communication networks, especially wireless networks, and to represent the trajectory patterns obtained from communication networks.
- **Methodology for improvement of**

technical writhing and presentation skills

I study the methodology to improve the skills for writing technical documents such as scientific papers and technical reports and presentation.

B. 発表論文

1. T. Ikegawa : “Goodput analysis for lossy low-speed wireless networks during message segmentation”, 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2021), Nanjing, China, March (2021), accepted.
2. 池川 隆司 : “メッセージ分割が発生する無線ネットワークでのグッドプット解析—ビット誤りが独立的に発生する回線の場合—”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 45 (2021) 17–26.
3. 池川 隆司 : “無線ネットワークにおける動的ペイロード長方式の研究動向”, 神奈川工科大学研究報告 B 理工学編 44 (2020) 23–28.
4. T. Ikegawa : “Effect of payload size on mean response time when message segmentations occur: Case of burst packet arrival”, VALUETOOLS 2019: Proceedings of the 12th EAI International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools (2019) 7–14.
5. 池川 隆司 : “研究者・技術者のための文書作成・プレゼンメソッド”, 日本評論社 (2018) pp. 253 (単著).
6. 池川 隆司 : “数学履修生のキャリアとそのデザイン”, 数学セミナー増刊「数学ガイドンス 2018」 (2018) 176–181 (招待論文).
7. T. Ikegawa: “Effect of payload size on mean response time when message segmentations occur using $M^X/G/1$ queueing model”,

<https://arxiv.org/abs/1803.10553>
(2018).

8. 池川 隆司, 牧野 壽永, 中川路 克之: “時空間データマイニング装置”, 特願 2017-1133 (2017).
9. T. Ikegawa: “Effect of Retransmitted Packet Size Preservation Property on Data-Unit-Size Distribution and Goodput for Stop-and-Wait Protocol”, <https://arxiv.org/abs/1610.00149> (2016).
10. 池川 隆司: “2015 年度「若手数学者のキャリア構築支援活動」報告—研究交流会 2015 と第 5 回キャリアパスセミナー開催模様—”, 日本数学会数学通信, **21** (2016) 31-37 (招待論文).

C. 口頭発表

1. デジタルトランスフォーメーション時代を迎えた情報通信産業とキャリアデザインの基礎, 群馬大学講義「情報と職業」, 2021 年 1 月 5 日 (招待講演)
2. 講義「テクニカルライティング」を通じたハラスメント防止への取組, 日本工学教育研究講演会, 3E07, 2020 年 9 月.
3. 数学が人生を変える!, 数学の魅力—女子中高生のために—, 東京大学大学院数理学研究科, 2019 年 3 月 (招待講演).
4. Effect of Payload Size on Goodput when Message Segmentations Occur for Wireless Networks: Case of Packet-Corruptions Recovered by Stop-and-Wait Protocol, the Thirteenth International Symposium on Operations Research and Its Applications, ISORA 2018, Guizhou China, Aug. 2018.
5. Career Support Activities for Mathematical Students through Academic-Industrial Collaboration, Forum on Innovation Talent through Academic-Industry Partnerships, Shanghai University of Finance and Economics, Oct. 2017 (Keynote speech).

6. 技術文書作成のための技術・知識体系の提案と筆記試験と演習を併用したシラバスの開発, 日本工学教育研究講演会, 2017 年 8 月.
7. 数学・データサイエンス分野における産学連携教育の現状と課題, 理工系プロフェッショナル教育推進委託事業シンポジウム, 2017 年 3 月 (招待講演).
8. 日本数学会におけるキャリア構築支援活動, 第 5 回数学・数理科学のためのキャリアパスセミナー: 多様なキャリアの構築に向けた特色ある数学教育, 日本数学会, 2016 年 3 月 (招待講演).
9. 数学好き中高生のハローワーク—数学者の卵の明るい未来—, 数学の魅力—女子中高生のために—, 東京大学大学院数理学研究科, 2016 年 3 月 (招待講演).
10. 数学イノベーション人材育成エコシステムの構築に向けて, 文部科学省委託事業「数学・数理科学を活用した異分野融合研究の動向調査」調査報告シンポジウム, 2016 年 2 月 (招待講演).

F. 対外研究サービス

1. 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (IEEE WCNC 2021) TPC Member.

川本 敦史 (KAWAMOTO Atsushi)

A. 研究概要

偏微分方程式の逆問題について研究を行っている。具体的には、偏微分方程式の源泉項や係数を決定する逆問題における一意性と安定性の研究をしている。

近年は、非整数階拡散方程式に対する逆問題とカーレマン評価の研究を行っており、1 階時間偏導関数と 1/2 階時間偏導関数を含む複数項時間非整数階拡散方程式に対する逆問題の結果 (町田学氏との共同研究) が論文 [3] として出版された。

今年度は、空間多次元の場合の 1/2 階時間非整数階拡散方程式を考え、源泉項を決定する逆問題と拡散係数を決定する逆問題について研究した。

この非整数階拡散方程式に対するカーレマン評価を導出し、そのカーレマン評価を用いて逆問題における安定性評価を確立した（黄欣馳氏との共同研究）。

I have been working on inverse problems for partial differential equations. More precisely, I have been studying the uniqueness and the stability in inverse problems of determining the source term or the coefficients in partial differential equations.

In recent years, I have been working on inverse problems and Carleman estimates for some fractional diffusion equations. The work on inverse problems for a first and half order time fractional diffusion equation (Joint work with Prof. M. Machida) was published as an article [3].

In this academic year, We considered a half order time fractional diffusion equation in multi dimensional case in space, and we studied the inverse problems of determining the source term or the diffusion coefficient. We derived the Carleman estimate for this fractional diffusion equation. Then we established the stability estimates in inverse source and inverse coefficient problems by using the Carleman estimate (Joint work with Dr. X. Huang) .

B. 発表論文

1. Atsushi Kawamoto: “Hölder stability estimate in an inverse source problem for a first and half order time fractional diffusion equation”, *Inverse Probl. Imaging* **12** (2018) 315–330.
2. Atsushi Kawamoto: “Lipschitz stability estimates in inverse source problems for a fractional diffusion equation of half order in time by Carleman estimates”, *J. Inverse Ill-Posed Probl.* **26** (2018) 647–672.
3. Atsushi Kawamoto and Manabu Machida: “Lipschitz Stability in Inverse Source and Inverse Coefficient Problems

for a First- and Half-order Time-fractional Diffusion Equation”, *SIAM J. Math. Anal.* **52** (2020) 967–1005.

4. Atsushi Kawamoto and Manabu Machida: “Global Lipschitz stability for a fractional inverse transport problem by Carleman estimates”, *Appl. Anal.* **100** (2021) 752–771.

C. 口頭発表

1. Carleman Estimates and Inverse Source Problems for Fractional Diffusion Equations, 2nd East Asia Section of IPIA-Young Scholars Symposium, NCTS(National Center for Theoretical Sciences), Taipei, Taiwan, November 2016. (Invited talk)
2. Inverse problems for parabolic integro-differential equations, 若手研究集会「波動・振動・流れの制御と逆問題 -理論と数値計算-」, 同志社大学, 2017年8月.
3. Inverse problems for a first- and half-order time fractional diffusion equation, 若手研究集会「波動・振動・流れの制御と逆問題 -理論と数値計算-」, 東京理科大学, 2019年8月.

儀我 美保 (GIGA Mi-Ho)

A. 研究概要

特異な非等方的曲率を含むいくつかの発展方程式について広義解の解析を行った。

非等方的曲率流で界面エネルギー密度にカドがあり、解にファセットと呼ばれる平らな面が出現するような現象は、2階非線形退化特異放物型偏微分方程式で形式的に表わすことが出来る。解のクラスを適切に定義することにより様々な比較定理を確立した。平面上の閉曲線に対する非等方的曲率流の解の、時間離散的決定論的ゲーム理論による近似を見出した。

一方、結晶成長におけるファセット面の現れる表面拡散現象などは、4階の特異拡散方程式で記述されうる。界面エネルギーがクリスタライン

で、増大度が1次より大きい場合、結晶形状の動きを表すODE系と代数方程式系の連立方程式を導出し、区分一次関数からなるある特定の族に属する初期値に対して時間局所解の一意存在性を示した。

また複雑流体の動きを記述する様々なモデルを變分的に統一的視点から導出することについて解説した。

さらに拡散方程式による曲面の動きを応用して、創薬につながるデータ分離法を確立した。

This work is concerned with analysis of generalized solutions for some nonlinear evolution equations with singular diffusivities.

We are interested in a singular anisotropic curvature flow. In evolving curves governed by singular interfacial energy density with corners, we often observe that a flat portion called a facet appears. Such a phenomena can be described as a nonlinear degenerate singular parabolic partial differential equation of second order.

We also found a time-discrete deterministic game approximation for an anisotropic curve shortening flow in the plane. By introducing suitable notion of solutions we have been establishing various comparison principles and existence theorems.

On the other hand, we also focused on a surface diffusion flow with very singular interfacial energy in crystal growth, which is a fourth order nonlinear partial differential equations. For crystalline energy density we derived an ODE system with a system of algebraic equations to describe the solution and local-in-time unique solvability of the solution for an initial curve in a special family of piecewise linear functions, provided that the growth order of the energy density is super linear.

In the meanwhile we explain several models describing motion of complex fluids from synthetic viewpoint of variational theory.

As an application of motion of a surface by diffusion equations, we established a method for data separation which leads creation of new

medicine.

B. 発表論文

1. M.-H. Giga, A discrete deterministic game approach for the planer motion by crystalline energy, Proc. of Workshop: Emerging Developments in Interface and Free Boundaries (eds. C. M.Elliott et al.) Overwolfach Reports, 14 (2017), 295-296.
2. M.-H. Giga, A. Kirshtein and C. Liu: "Variational modeling and complex fluids ", In : Y. Giga, A. Novotny (eds), Handbook of Mathematical Analysis in Mechanics of Viscous Fluids, vol.1 (2018), 73-113, Springer.
3. M.-H. Giga, Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, Proc. of Workshop: Surface, Bulk, and Geometric Partial Differential Equations (eds. C. M. Elliott et al.), Overwolfach Reports, 16(2019), 194-197.
4. T. Hidaka, K. Imamura, T. Hioki, T. Takagi, Y. Giga, M.-H. Giga, Y. Nishimura, Y. Kawahara, S. Hayashi, T. Niki, M. Fushimi and H. Inoue : "Prediction of compound bioactivities using heat-diffusion equation", Patterns 1 (2020) 100140.

C. 口頭発表

1. A discrete deterministic game approach for the planer motion by crystalline energy, (Journée d'Analyse Non Linéaire, Organized by Jan Elias and Danielle Hilhorst), Laboratoire de mathématiques analyse numérique et edp, Université de Paris-Sud 11, UMR 8628, Paris, France, Jun 6, 2016.
2. A discrete deterministic game approach for the planer motion by crystalline energy, (Emerging Developments in Interfaces and Free Boundaries (January 22-28, 2017), Organized by Charles M. Elliott, Yoshikazu Giga, Michael

Hinze and Vanessa Styles) Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, January 27, 2017.

3. On planar anisotropic curvature flow and its approximation by deterministic games, (Partial Differential Equations and their Applications 2016/17 Organized by Charles M. Elliott, Jose Dodorigo) University of Warwick, United Kingdom, May 3, 2017.
4. Crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, (Surface, bulk and geometric partial differential equations: interfacial, stochastic, non-local and discrete structures (January 20-25, 2019), Organized by Charles M. Elliott, Harald Garcke and Ralf Kornhuber) Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany, January 25, 2019.
5. On crystalline surface diffusion flow for graph-like curves, PDE Seminar series (Seminar by NYU-ECNU Institute of Mathematical Sciences at NYU Shanghai), Geography Building, Zhongbei Campus, East China Normal University Shanghai, April 23, 2019.
6. Crystalline surface diffusion flow for graph like curves, mini-symposium 2020 (Analysis on metric spaces unit) Partial Differential Equations under Various Metrics (December 8-11, 2020), Organized by Yoshikazu Giga, Qing Liu, Xiaodan Zhou), Okinawa institute of science and technology graduate university, Japan (online), December 8, 2020.

鈴木 拓海 (SUZUKI Takumi)

A. 研究概要損失関数の近似の二次項に L^q ノルム型罰則 ($0 < q \leq 1$) を課すことにより目的関数を構成し, その目的関数から得られる推定量の性質を調べた. 特に, 推定量の L^p 有界性や変数選択の一致性における収束オーダーについて調べた. さらに, その応用として, 確率過程の統計に

おける変数選択の問題を考えた. 具体的には, エルゴード的な点過程, エルゴード的な拡散過程, 非エルゴード的な拡散過程について調べた. また, それぞれのモデルについてシミュレーションを行った.

その他では, 医療データの解析を行なった.

We construct an objective function that consists of a quadratic approximation of a loss function term and L^p penalty term ($0 < q \leq 1$) and investigate the properties of the estimators which obtained from the objective function. In particular, we interested in the L^q -boundedness of the estimators and convergence rate in consistency of variable selection. We also treat variable selection problem in stochastic processes as applications. Concretely, we study ergodic point processes, ergodic diffusion processes and non-ergodic diffusion processes. Additionally, we run simulation in each case. Other than that, we analyze medical data.

B. 発表論文

1. T. Suzuki : “ L^q penalized least squares approximation methods and their applications to point processes”, 東京大学修士論文 (2017)
2. T. Suzuki, N. Yoshida : “Penalized least squares approximation methods and their applications to stochastic processes”, Japanese Journal of Statistics and Data Science, 3(2), 513-541.
3. T. Suzuki : “Penalized Least Squares Approximation Methods and Their Applications to Stochastic Processes”, 東京大学博士論文 (2020)

C. 口頭発表

1. point process とその intensity について, CREST 研究集会:第 1 回 YUIMA ユーザー会ユース, 東京大学, 2016 年 1 月.
2. Penalized LSA methods, 統計サマーセミナー 2017, 栃木県日光市, 2017 年 8 月.

3. Cox モデルにおける変数選択のシミュレーション, CREST 研究集会:第3回 YUIMA ユーザー会コース, 東京大学, 2017 年 9 月.
4. L^q penalized LSA methods and their applications to stochastic processes, JST CREST・さきがけ・AIMap 合同シンポジウム「数学パワーが世界を変える 2018」, 2018 年 1 月.
5. L^q penalized LSA methods and their applications to stochastic processes, CREST 研究集会:確率過程の統計推測の最近の展開, 東京大学, 2018 年 1 月.
6. 罰則付き LSA とそのシミュレーション, 統計サマーセミナー 2018, 岐阜県岐阜市, 2018 年 8 月
7. Penalized Least Squares Approximation Methods, 日本数学会「異分野・異業種研究交流会 2018」, 明治大学中野キャンパス 2018 年 11 月
8. Penalized least squares approximation methods, シンポジウム「高次元複雑データの統計モデリング」, 九州大学伊都キャンパス 2019 年 8 月

F. 対外研究サービス

1. 北里大学薬学部臨床医学 (臨床統計学) 講座研究員

関野 希望 (SEKINO Nozomu)

A. 研究概要

3次元多様体をその中のファイバー結び目、それに対応したヒーガード分解を用いて調べようとした。

I tried to research 3-manifolds by using its fibered knots and the corresponding Heegaard splitting.

B. 発表論文

1. N. Sekino: “Genus one fibered knots in 3-

manifolds with reducible genus two Heegaard splittings”, *Topology and its Applications* **239** (2018) 46–64.

2. N. Sekino: “Lens spaces which are realizable as closures of homology cobordisms over planar surfaces”, *Illinois J. Math.* Volume 64, Number 4 (2020), 481–492.

C. 口頭発表

1. 素でない 3次元多様体の GOF-knot, GD2016–微分同相群と離散群, 箱根, 2016 年 12 月.
2. 可約な種数 2 Heegaard 分解を持つ 3次元多様体の GOF-knot, 東北結び目セミナー 2017, 山形大学, 2017 年 9 月.
3. Genus one fibered knots in 3-manifolds with reducible genus two Heegaard splittings, The 13th East Asian School of Knots and Related Topics, KAIST (韓国), 2018 年 1~2 月.
4. 可約な種数 2 Heegaard 分解を持つ多様体の種数 1 ファイバー結び目, 広島大学トポロジー・幾何セミナー, 広島大学, 2018 年 10 月.
5. 平面曲面上の homology cobordism の閉包として表されるレンズ空間, 研究集会「低次元トポロジー in 白神 2019」, あきた白神体験センター, 2019 年 10 月.

長町 一平 (IPPEI Nagamachi)

A. 研究概要

今年度は, 正標数の体 K 上の幾何的整かつ正則な代数曲線 C の特異点に関する研究を行なった. 本研究は高松氏との共同研究である. 具体的な研究内容としては, $C \times_{\text{Spec } K} \text{Spec } K^{p^{-i}}$ の正規化 $C(i)$ に付随するピカールスキームの構造を, G_m の Weil 制限を用いて記述した. また, C の特異点に対して離散付値環論を用いて新たな不変量を定義し, この不変量を用いて導手や種数の差の振る

舞いを記述した.

This year, I studied singular points of regular algebraic curves geometrically integral over fields of characteristic $p > 0$. This study was joint work with Teppei Takamatsu. Let $C \rightarrow K$ be such an algebraic curve over such a field. Write $C(i)$ for the normalization of $C \times_{\text{Spec } K} \text{Spec } K^{p^{-i}}$. We studied the Picard scheme of $C(i)$ over $K^{p^{-i}}$ and described the structure of this group scheme by using the Weil restriction of G_m . Also, we defined a new invariant of a singular point of C by using discrete valuation ring theory, and described genus changes and conductors by using this invariant.

B. 発表論文

1. I. Nagamachi : “On a good reduction criterion for proper hyperbolic polycurves with sections”, Hiroshima Math. J. 48 (2018), pp. 223–251.
2. I. Nagamachi : “Criteria for good reduction of hyperbolic polycurves”, arXiv: 1801.08728v2[math.NT].
3. I. Nagamachi : “On homotopy exact sequence for normal schemes”, arXiv: 1811.11395v3[math.NT].
4. I. Nagamachi : “On the Hom Version of the Grothendieck Conjecture for Hyperbolic Polycurves of Dimension 2”, arXiv: 1902.02058[math.NT].
5. I. Nagamachi : “Good reduction of hyperbolic polycurves and their fundamental groups: A survey”, submitting to RIMS Kôkyûroku Bessatsu.
6. I. Nagamachi and T. Takamatsu : “The Shafarevich conjecture and some extension theorems for proper hyperbolic polycurves”, To appear in Mathematical Research Letters.

C. 口頭発表

1. On the Hom version of the Grothendieck conjecture for hyperbolic polycurves of

dimension 2, 代数的整数論とその周辺 2019, 京都大学数理解析研究所, 2019年12月.

2. 代数スタックのホモトピー完全列について, 大阪大学整数論 & 保型形式セミナー, 大阪大学, 2019年12月.
3. 代数スタックのホモトピー完全列について, 日本数学会秋季総合分科会, 金沢大学, 2019年9月.
4. The Shafarevich conjecture and some extension theorems for proper hyperbolic polycurves, 数論合同セミナー, 京都大学数学教室, 2019年9月.
5. On the Hom version of the Grothendieck conjecture for hyperbolic polycurves of dimension 2, Fundamental groups: Geometry and Arithmetic, School of Mathematical Sciences, USTC, Hefei, Anhui, China, 2019年8月.
6. On the Hom version of the Grothendieck conjecture for hyperbolic polycurves of dimension 2, 第13回福岡数論研究集会, 九州大学(伊都キャンパス), 2019年8月.
7. On homotopy exact sequences for normal algebraic stacks, 広島大学代数学セミナー, 広島大学理学部 数学科, 2019年6月.
8. On the Hom version of the Grothendieck conjecture for morphisms from regular varieties to hyperbolic polycurve of dimension 2, 第18回広島仙台整数論集会, 広島大学理学部, 2019年7月.
9. On homotopy exact sequences for normal schemes, 神戸大学代数学セミナー, 神戸大学理学研究科, 2019年3月.
10. On homotopy exact sequences for normal schemes, 第24回代数学若手研究会, 東京大学大学院数理科学研究科, 2019年2月.

橋本 健治 (HASHIMOTO Kenji)

A. 研究概要

K3 曲面に有限群がシンプレクティックに作用する場合について、極大な 11 個の群があることが知られている。そのような状況における、有限群

の作用の（非シンプレクティックな）拡大の分類をした（Simon Brandhorst 氏との共同研究）。特に、最大位数 3840 をもつ群 $M_{20}.C_4$ の場合について、K3 曲面の射影多様体としての定義方程式と、クレモナ変換としての群作用を具体的に与えた。（論文 1）

K3 曲面の無限位数の自己同型の応用として、新しいカラビ・ヤウ多様体（の族）を構成した。このカラビ・ヤウ多様体はケーラー性の条件は満たさず、単連結であってベッチ数 b_2 を任意に大きくすることができる（佐野太郎氏との共同研究、論文 2）。

また、K3 曲面の族と、対応する保型形式環の構造について調べた（植田一石氏、永野中行氏との共同研究）。特に、ある種のヒルベルト保型形式に対応する K3 曲面の族について調べた。

It is known that there are totally eleven maximal finite groups acting on K3 surfaces symplectically. We classified the extensions of such actions (as non-symplectic actions of finite groups). This is a joint work with Simon Brandhorst. In particular, in the case of the group $M_{20}.C_4$ with maximal order 3840, we gave an explicit project model of the corresponding K3 surface and the group action consisting of Cremona transformations. [1]

As an application of automorphisms of K3 surfaces with infinite order, we constructed new families of Calabi–Yau threefolds (CY3s). Each CY3 in the family is non-Kähler and simply connected, and the second Betti number b_2 is unbound (arbitrarily large). This is a joint work with Taro Sano. [2]

We also studied certain families of K3 surfaces and the corresponding ring of automorphic forms (a joint work with Atsuhira Nagano and Kazushi Ueda). In particular, we studied a family of K3 surfaces corresponding to certain Hilbert modular forms.

B. 発表論文

1. S. Brandhorst and K. Hashimoto: “Extensions of maximal symplectic actions

on K3 surfaces”, arXiv:1910.05952, to appear in Annales Henri Lebesgue.

2. K. Hashimoto and T. Sano: “Examples of non-Kähler Calabi-Yau 3-folds with arbitrarily large b_2 ”, arXiv:1902.01027.
3. K. Hashimoto and K. Ueda: “Reconstruction of general elliptic K3 surfaces from their Gromov-Hausdorff limits”, Proc. Amer. Math. Soc. 147 (2019), no. 5, 1963–1969.
4. K. Hashimoto, JongHae Keum and Kwangwoo Lee: “K3 surfaces with Picard number 2, Salem polynomials and Pell equation”, J. Pure Appl. Algebra 224 (2020), no. 1, 432–443.
5. K. Hashimoto and A. Kanazawa: “Calabi–Yau threefolds of type K (I) Classification”, International Mathematics Research Notices, Vol. 2017, Issue 21, 6654–6693.
6. K. Hashimoto, Hwayoung Lee and K. Ueda: “On a certain generalization of triangle singularities”, manuscripta math. **153** (2017), 35–51.
7. Jae-Seung Jeong, Hantao Lu, Ki Hoon Lee, K. Hashimoto, Suk Bum Chung and Kwon Park: “Competing states for the fractional quantum Hall effect in the $1/3$ -filled second Landau level”, Phys. Rev. B 96 (2017), 125148.
8. K. Hashimoto and A. Kanazawa: “Calabi–Yau threefolds of type K (II) Mirror symmetry”, Communications in Number Theory and Physics **10** (2016), no. 2, 157–192.

C. 口頭発表

1. Generalized triangle singularities (日本語), ミラー対称性の諸相 2020, オンライン研究集会, 2020 年 9 月
2. Period map of a certain family of K3 surfaces with an S_5 action, Japanese–European symposium on Symplectic Varieties and Moduli Spaces 第三回

tionâĂŞ, 東京理科大学, 2018 年 8 月.

3. Mirror symmetry for complete intersection K3 surfaces in weighted projective spaces, Working Workshop on Calabi–Yau Varieties and Related Topics, 学習院大学, 2018 年 8 月.
4. Global sections of some special elliptic surfaces, Workshop on algebraic surfaces 2018, Leibniz University Hannover, Germany, 2018 年 3 月
5. Global sections of some special elliptic surfaces, UC Riverside Algebraic Geometry Seminar, UC Riverside, USA, 2018 年 2 月.
6. Symplectic automorphisms of K3 surfaces and applications, 11th Conference on Arithmetic and Algebraic geometry, 東京大学, 2018 年 1 月.

林 拓磨 (HAYASHI Takuma)

A. 研究概要

近年私は保型 L 関数の特殊値の有理性や整数性への応用を期待して Harish-Chandra 加群の整構造と関連する幾何学の研究を続けている.

今年度, 大きく分けて 3 つの結果の結果を得た.

1 つ目は $PU(1,1)$ の有限被覆群の主系列表現の分数モデルと私が呼んでいるものについてである. 複素数体上共役と同型になる主系列表現であって, Gauss 整数環の適当な局所化上のモデルが共役と同型にならないものが存在することが分かった.

2 つ目は一般の Noether 基礎概形上の平滑概形上の捻じれ D 加群の基礎理論の構築である. これは捻じれ D 加群を用いた表現の構成を可換環上で行うために始めたもので, 今年度基礎理論の整備を終えて現在論文にまとめている. これは Fabian Januszewski 氏 (Paderborn 大学) との共同研究である.

3 つ目は基点無しの部分旗概形上の同変線束の構成である. 初めに古典 Lie 群の標準的な半整数形式の部分旗概形 (正確には放物型) を分類した. 次に半 Gauss 整数環上で同変線束を構成してそれらがいつ Galois 作用を持つかを計算及び分類

した. 捻じれ D 加群の論文が仕上がり次第こちらの論文も公表する予定である.

I have been working on integral models of Harish-Chandra modules and related geometry, motivated by applications to rationality and integrality of special values of automorphic L -functions.

In this year, I obtain three results. One is on fractional models of principal series representations of finite covering groups of $PU(1,1)$. The result is that there exists a model of a principal series representation over a localization of the ring of Gauss integers such that it is not isomorphic to its conjugation, but that its base change to the complex numbers is isomorphic to its conjugation.

The second result is on the theory of twisted D -modules on smooth schemes over Noether schemes. This is a joint work with Fabian Januszewski (Paderborn University). We have been working on it for geometric construction of representations over commutative rings. We finished establishing the basic part, and are writing a paper on it.

The third one is on construction of equivariant line bundles on partial flag schemes without base points. I classified all partial flag schemes (precisely speaking, parabolic types) of the standard half-integral models of classical Lie groups. Then I computed and classified when equivariant line bundles on partial flag schemes over the half Gauss integers admit Galois actions. I will submit a paper on this result right after I finish writing down the paper on twisted D -modules.

B. 発表論文

1. T. Hayashi:“A construction of (g, K) -modules over commutative rings”, Lie Theory and Its Applications in Physics, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 2019 (2020).
2. T. Hayashi:“A descent theorem of closed

- orbits in some partial flag schemes”, 2020 年度表現論シンポジウム講演集 (2020).
3. T. Hayashi: “Half-integrality of the KGB decomposition for SL_3 ”, 数理解析研究所講究録 2161, 38-45, 2020-6.
 4. T. Hayashi: “Dg analogues of the Zuckerman functors and the dual Zuckerman functors I”, Journal of Algebra 540, 274–305 (2019).
 5. T. Hayashi: “Half-integrality of the closed $SO(3)$ -orbit on the flag variety of SL_3 ”, 数理解析研究所講究録 2139, 165-176, 2019-12.
 6. T. Hayashi: “Half-integrality of the closed $SO(3)$ -orbit on the flag variety of $SL(3)$ ”, 第 5 回 Algebraic Lie Theory and Representation Theory 報告集刊 (2019).
 7. T. Hayashi: “Half-integrality of the KGB decomposition for SL_3 ”, 2019 年度表現論シンポジウム講演集 (2019).
 8. T. Hayashi: “Flat Base Change Formulas for (\mathfrak{g}, K) -modules over Noetherian rings”, Journal of Algebra 514, 40–75 (2018).
 9. T. Hayashi: “Integral models of Harish-Chandra modules of the finite covering groups of $PU(1,1)$ ”, arXiv preprint arXiv:1712.07336 (2017).
 10. T. Hayashi: “Dg analogues of the Zuckerman functors and the dual Zuckerman functors II”, arXiv preprint arXiv:1606.04320 (2016).
1. “Conditions of Reductive Groups and Global Analysis”, オンライン開催, 2020 年 8 月.
 4. Half-integrality of the KGB decomposition for SL_3 . 2019 年度表現論シンポジウム, サンライズ九十九里, 2019 年 11 月.
 5. Half-integrality of the KGB decomposition for SL_3 . 表現論とその組合せ論的側面, 京都大学数理解析研究所, 2019 年 10 月.
 6. A construction of integral models of Harish-Chandra modules. Summer School on L^2 -Torsion and Symmetric Spaces, University of Göttingen, 2019 年 10 月.
 7. Half-integrality of the KGB -decomposition for SL_3 : From combinatorics to algebraic geometry. Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
 8. Half-integrality of the closed $SO(3)$ -orbit on the flag variety of SL_3 . 表現論とその周辺分野の進展, 京都大学数理解析研究所, 2019 年 7 月.
 9. A construction of (\mathfrak{g}, K) -modules over commutative rings. 13-th edition of the International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics (LT-13), the Guest House of the Bulgarian Academy of Sciences, 2019 年 6 月.
 10. Half-integrality of the closed $SO(3)$ -orbit on the flag variety of $SL(3)$. Algebraic Lie Theory and Representation Theory, 山喜旅館, 2019 年 5 月.

C. 口頭発表

1. A descent theorem of closed orbits in some partial flag schemes. 2020 年度表現論シンポジウム, オンライン開催, 2020 年 11 月.
2. Rings of definition of closed K -orbits in some partial flag varieties, Friday Tea Time Zoom Seminar, オンライン開催, 2020 年 10 月.
3. A descent theorem of closed K -orbits in partial flag varieties, Workshop on "Ac-

松雪 敬寛 (MATSUYUKI Takahiro)

A. 研究概要

ファイブレーションの有理ホモトピーの特性類が、単連結な場合に Shlessinger-Stasheff を始めとした構成により知られている。私は、発表論文において可微分ファイバー束に対して、ホモトピー代数を用いることによって、類似の特性類を de Rham コホモロジー類として構成し、あるグ

ラフ複体との関係を与えた。本年度はホモトピー代数の族の障害類として構成した特性類について、Milnor-Wood 型不等式の証明を試みた。

Characteristic classes for a simply-connected fibration are known as Shlessinger-Stasheff's construction. In the papers below, we constructed similar characteristic classes for differential fiber bundles as de Rham cohomology classes through homotopy algebra, and related to a certain graph complex. I also tried to prove Milnor-Wood type inequality for characteristic classes constructed as a certain obstruction class for a family of homotopy algebras.

B. 発表論文

1. T.Matsuyuki, Double graph complex and characteristic classes of fibrations, Pacific Journal of Mathematics, vol. 301, no. 2, (2019), 547–574.
2. T.Matsuyuki, Obstruction of C_∞ -algebra models and characteristic classes, math.AT:1809.00363, (2018).
3. T. Matsuyuki and Y. Terashima, Characteristic classes of fiber bundles, Algebr. Geom. Topol. 16 (2016), no. 5, 3029–3050.
4. H.Kajiura, T.Matsuyuki, and Y.Terashima, Homotopy theory of A_∞ -algebras and characteristic classes of fiber bundles, math.GT:1605.07904, (2016).

C. 口頭発表

1. モデル障害類と Milnor-Wood 不等式, 日本数学会秋季総合分科会, 熊本大学, 2020 年 9 月.
2. 分類空間としての Chen 同型の空間, 日本数学会秋季総合分科会, 金沢大学, 2019 年 9 月.
3. Chen モデルの空間とそのコホモロジー, 空間の代数的・幾何学的モデルとその周辺, 信州大学, 2019 年 9 月.
4. Obstruction class of a deformation of ho-

motopy algebra models, 日本数学会年会, 東京工業大学, 2019 年 3 月.

5. Moduli space of Chen's connections and characteristic classes, Building-up Differentiable Homotopy Theory, 九州大学, 2019 年 3 月.
6. Characteristic classes of fiber bundles and homotopy algebra models, The 14th East Asian Conference on Geometric Topology, Peking University (中華人民共和国), 2019 年 1 月.
7. Maurer-Cartan 単体的集合とファイバー束の障害類, 福岡ホモトピー論セミナー, 福岡大学, 2019 年 1 月.
8. Kontsevich のグラフ複体と導分のコホモロジー, その一般化について, 松江セミナー, 島根大学, 2018 年 11 月.
9. ホモトピー代数モデルの変形障害とファイバー束の特性類, ホモトピー論シンポジウム, 東京工業大学, 2018 年 11 月.
10. ファイブレーションの特性類とグラフ複体, 日本数学会秋季総合分科会, 岡山大学, 2018 年 9 月.

MARRA Pasquale

A. 研究概要

My research activity is focussed on topological states, in particular topological superconductivity in condensed matter systems, Thouless quantum pumps in cold atoms, and on the various generalizations of the Harper-Hofstadter model. In my research, I use analytical and numerical methods such as the theory of tight-binding models, the calculation of topological invariants, transport properties, response spectra, and perturbation theory. I acquired a theoretical knowledge of one dimensional topological superconductors, Hofstadter-like systems, and their generalizations. I implemented numerical tools to calculate the band structure, edge states, local density of states, topological invariants, localization length, coherence time, Josephson current, and other measurable prop-

erties.

B. 発表論文

1. Disorder-induced Thouless pumping of ultracold atoms in an optical lattice, S. Nakajima, N. Takei, K. Sakuma, Y. Kuno, P. Marra, Y. Takahashi, preprint, arXiv:2007.06817 (2020)
2. Topologically quantized current in quasiperiodic Thouless pumps, P. Marra, M. Nitta, Phys. Rev. Research **2**, 042035(R) (2020)
3. Topologically nontrivial Andreev bound states, P. Marra, M. Nitta, Phys. Rev. B **100**, 220502(R) (2019)
4. Degeneracy lifting of Majorana bound states due to electron-phonon interactions, P. P. Aseev, P. Marra, P. Stano, J. Klinovaja, D. Loss, Phys. Rev. B **99**, 205435 (2019)
5. Editorial for the volume Topological states of matter: Theory and applications, R. Citro, P. Marra, F. Romeo, Eur. Phys. J. Spec. Top. **227**, 1291–1294 (2018)
6. A zero-dimensional topologically nontrivial state in a superconducting quantum dot, P. Marra, A. Braggio, R. Citro, Beilstein J. Nanotechnol. **2018**, 9, 1705-1714 (2018)
7. Controlling Majorana states in topologically inhomogeneous superconductors, P. Marra, M. Cuoco, Phys. Rev. B **95**, 140504(R) (2017)
8. Fractional quantization of charge and spin in topological quantum pumps, P. Marra, R. Citro, Eur. Phys. J. Spec. Top. **226**, 2781-2791 (2017)
9. Signatures of topological phase transitions in Josephson current-phase discontinuities, P. Marra, R. Citro, A. Braggio, Phys. Rev. B **93**, 220507(R) (2016)

10. Theoretical approach to resonant inelastic x-ray scattering in iron-based superconductors at the energy scale of the superconducting gap, P. Marra, S. Sykora, J. van den Brink, Sci. Rep. **6**, 25386 (2016)

C. 口頭発表

1. Topological nontrivial Andreev bound states, double dimensionality, and synthetic dimensions, University of Salerno, Italy, 13 January 2020
2. Topologically nontrivial Andreev bound states, CMD2020GEFES, Madrid, Spain, 1 September 2020
3. The Hofstadter model, fractality, and topology, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Komaba, Tokyo, Japan, 18 December 2019
4. Topological nontrivial Andreev bound states, double dimensionality, and synthetic dimensions, Kyoto University, Japan, 21 August 2019
5. Topological states of matter induced by spatially modulated fields, Keio University, Yokohama, Japan, 17 April 2019
6. Decoherence of Majorana bound states by electron-phonon interaction, 18th RIKEN Interdisciplinary Exchange/Discovery Evening, RIKEN, Saitama, Japan, 1 March 2019
7. Electron-phonon coupling in superconducting nanowires, 4th SuperFox conference on Superconductivity and Functional Oxides, University of Salerno, Italy, 14 September 2018
8. Fractional quantization of the charge and spin transport in 1D quantum pumps, 16th RIKEN Interdisciplinary Exchange/Discovery Evening, RIKEN, Saitama, Japan, 11 November 2017
9. Pinning Majorana states to domain walls in amplitude-modulated magnetic

textures, TO-BE Fall meeting (Towards Oxide-Based Electronics), Ljubljana, Slovenia, 29 September 2016

10. Manipulating Majorana edge states via amplitude-modulated magnetic fields, Conference of the Condensed Matter Division, European Physical Society, Groningen, Netherlands, 5 September 2016

三浦 真人 (MIURA Makoto)

A. 研究概要

今年度は主にカラビ・ヤウ多様体の研究に取り組んだ。非特異な複素 3 次元カラビ・ヤウ多様体 (以下、カラビ・ヤウ多様体) は、そのオイラー数が有界かどうかすら分かっていないが、全体的な分布についての「地誌学」は、数学者からも物理学者からも広く興味を持たれている。実際、既知のデータを見るだけでも、ミラー対称性はもちろん、半オイラー数の偶奇の偏りなど、興味深いデータの特徴をいくつも観察することができる。しかし、知られているカラビ・ヤウ多様体のホッジ数のデータのほとんどはトーリック多様体の超曲面というただ一つのクラスから得られるもので (それだけで約 30,000 組ある)、現時点でのデータベースは多様性を欠いていると言わざるを得ない。そこで今年度は、カラビ・ヤウ多様体のホッジ数のデータベースを大幅に拡張するための研究に取り組んだ。具体的には、一般の半単純リー群に対する等質多様体において同変ベクトル束の完全交叉として記述されるカラビ・ヤウ多様体を目標に定め、そのホッジ数を全て計算するというプロジェクトを進めた。これは、基本的にはコシユル複体に付随するスペクトル系列を表現論を用いてきちんと計算するという話であるが、計算量による困難さもある。現段階の結果としては、スペクトル系列の射の詳細を必要としない場合について、合理的な時間でホッジ数を計算するプログラムを作ることができた。この開発中のソフトウェアを用いて、共著者と共にこれまでに知られていなかった例外型グラスマン多様体の中にあるピカル数 1 のカラビ・ヤウ多様体の幾何学を調べ、プレプリントを改訂した。

The geography of Calabi–Yau 3-folds have attracted interest from both mathematicians and physicists, although it is still not known whether the Euler numbers of Calabi–Yau 3-folds are bounded or not. Even among the known database of Calabi–Yau 3-folds, we can observe many characteristic features of the distribution like the biased ratio between the even half-Euler numbers and the odd one, as well as the mirror symmetry. However, most of the known Hodge data of Calabi–Yau 3-folds are coming from a specific type; hypersurfaces of toric 4-folds, which is around 30,000 data. Thus, the present database lacks diversity and seems unsatisfactory for discussing the genuine geography of Calabi–Yau 3-folds. Based on this motivation, this year, I have been working on the research to expand the database of Calabi–Yau 3-folds. More precisely, I have been working and made some progress on the project to compute all the Hodge numbers of Calabi–Yau 3-folds that are described as complete intersections of equivariant vector bundles on homogeneous spaces for semi-simple Lie groups in general. This is basically a calculation of spectral sequences associated with the Koszul complexes using representation theory, but there is a difficulty due to the computational complexity either. As a result at this stage, I have created a computer program to calculate the Hodge numbers at a reasonable speed when the morphisms in the spectral sequences are simple enough. My coauthors and I have applied this developing software to investigate Calabi–Yau 3-folds of Picard number one in exceptional Grassmannians and revised a preprint.

B. 発表論文

1. Daisuke Inoue, Atsushi Ito and Makoto Miura, *I-functions of Calabi–Yau 3-folds in Grassmannians*. Commun. Number Theory Phys. **11** (2017), no. 2, 273–309.
2. Makoto Miura, *Minuscule Schubert varieties and mirror symmetry*. SIGMA **13**

- (2017), 067, 25 pages.
3. Atsushi Ito, Makoto Miura, Shinnosuke Okawa and Kazushi Ueda, *The class of the affine line is a zero divisor in the Grothendieck ring: via G_2 -Grassmannians*. J. Algebraic Geom. **28** (2019), 245–250.
 4. Makoto Miura, *Complete intersection Calabi–Yau threefolds in Hibi toric varieties and their smoothing*. Algebraic and Geometric Combinatorics on Lattice Polytopes, (2019), 280–295.
 5. Daisuke Inoue, Atsushi Ito and Makoto Miura, *Complete intersection Calabi–Yau manifolds with respect to homogeneous vector bundles on Grassmannians*. Math. Z. **292** (2019), 677–703.
 6. Atsushi Ito, Makoto Miura and Kazushi Ueda, *Projective reconstruction in algebraic vision*. Canadian Mathematical Bulletin, **63**(3) (2020), 592–609.
 7. Atsushi Ito, Makoto Miura, Shinnosuke Okawa and Kazushi Ueda, *Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties: the case of $K3$ surfaces of degree 12 and abelian varieties*. Sel. Math. New Ser. **26**, 38 (2020).
 8. Makoto Miura and Kazushi Ueda, *Spherical 2-Designs as Stationary Points of Many-Body Systems*. Graphs Combin. **37** (2021), no. 2.
 9. Atsushi Ito, Makoto Miura, Shinnosuke Okawa and Kazushi Ueda, *Calabi–Yau complete intersections in exceptional Grassmannians*. arXiv:1606.04076 [math:AG] (replaced in 2021).
- Projective reconstruction in algebraic vision. 韓国浦項, IBS-CGP, 2017年12月12日.
3. Hibi toric varieties and mirror symmetry, Algebraic and Geometric Combinatorics on Lattice Polytope, 大阪大学, 2018年8月1日.
 4. Multiview varieties and reconstruction problems. Algebraic geometry and computer vision (SS-09), Joint meeting of the Korean Mathematical Society and the German Mathematical Society, 韓国ソウル, COEX, 2018年10月6日.
 5. 等質多様体上の等質ベクトル束と、その完全交叉について. ワークショップ「代数幾何学と表現論」, 金沢大学, 2019年1月9日.
 6. Looking through high-dimensional cameras. BK21 PLUS distinguished scholar colloquium, 韓国大邱, 慶北大学校, 2019年12月20日.
 7. マルチビュー幾何学入門. 坂戸数学セミナー (オンライン), 城西大学, 2020年7月28日.
 8. 27 lines on a cubic surface. Three W's Seminar (online), KIAS, 2020年9月7日.
 9. Reconstruction problems in algebraic vision, Workshop on “Recent developments on inverse problems for partial differential equations and their applications”, RIMS (online), 2021年1月8日.
 10. 4次元空間の計量再構成に向けて, ワークショップ「VRを用いたインタラクティブな高次元認識」, 九州大学 IMI (オンライン), 2021年2月9日.

C. 口頭発表

1. Higher dimensional multi-view geometry. Current Topics in Algebraic and Symplectic Geometry, 京都大学, 2017年3月9日.
2. (1) Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties. (2)

博士課程学生 (Doctoral Course Students)

学振 DC1, DC2 : 日本学術振興会・特別研究員 DC

FMSP コース生 : 数物フロンティア・リーディング大学院プログラムコース生

☆ 3 年生 (Third Year)

稲次 春彦 (INATSUGU Haruhiko)

A. 研究概要

本年度は、ジャンプを含む確率微分方程式の統計推測理論について、指導教官との共同研究で得られた諸結果を 2 篇のジャーナルに投稿するとともに、それらを博士論文にまとめた。研究内容は以下の 2 つに大別される。

第一に、パラメトリックな設定のもとでの統計推測理論として、ジャンプを含む確率微分方程式の拡散項 (ボラティリティ) のパラメータ推定の問題を扱った。ボラティリティ・パラメータの推定にあたっては、データに含まれるジャンプは推計結果を大きく歪める要因となり、その効果的な検出・除去の方法が、理論・実用の双方から求められていた。本研究では、この目的を達成するための新しい方法として、観測データすべてを用いて、除外すべき増分データを検出する「大域的フィルター」(global filter) の方法を導入し、その理論的性質を明らかにした。そのうえで、それを疑似尤度解析の枠組みに取り入れ、ボラティリティパラメータの最尤推定量およびベイズ推定量の一致性および漸近正規性を証明した。また、数値シミュレーションによって、本手法が既存研究よりもジャンプを効果的かつ安定的に除去でき、真のボラティリティ・パラメータをより正確に推定できることを明らかにし、本手法の有用性を示した。本研究はジャーナルで受理され、公開される予定である [1]。

第二に、ノンパラメトリックな設定の下で、大域的フィルターの手法によって、ジャンプを含む確率微分方程式に対するボラティリティの新手法“global threshold realized volatility”を提案し、その一致性および漸近正規性 (安定収束) を証明した。そのうえで、数値シミュレーションによって、様々なケースにおいて GRV が既存手法 (bipower variation, minimum realized volatility) を上回

る性能をもつことを示した。本研究の一部はジャーナルに投稿中である [2]。

I worked on statistical inference theory for stochastic differential equations (SDEs) with jumps. I submitted two co-authored papers with my supervisor and wrote the doctoral dissertation by combining them. Our results are twofold.

First, we dealt with the problem of parametric estimation of volatility parameter for SDEs with jumps. In estimating the volatility parameter, jumps in the observations distort estimation results greatly and hence more effective schemes to detect and eliminate jumps are needed both theoretically and practically. To this end, we proposed the new method, which we call “global filter”, that makes use of all observations to detect increments that should be eliminated, and proved its theoretical properties. Moreover, we applied this method to the framework of quasi-likelihood analysis and constructed the maximum likelihood and the Bayesian estimators for the volatility parameter. We showed their consistency and asymptotic normality. By numerical simulations, we showed that our new method eliminates jumps and estimates true volatility parameter more effectively and stably than previous methods. The paper reporting these results is already accepted and is to be published [1].

Second, in the nonparametric setting, we applied the global filter to obtain the new estimator of integrated volatility, “global threshold realized volatility” (GRV), for SDEs with jumps. We proved its consistency and asymptotic normality (stable convergence). In addition, we conducted numerical simulation to

show that the GRV outperforms the previous methods (bipower variation and minimum realized volatility). We submitted the paper reporting some of these results [2].

B. 発表論文

1. H. Inatsugu and N. Yoshida : “Global jump filters and quasi-likelihood analysis for volatility”, Forthcoming in *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*.
2. H. Inatsugu and N. Yoshida: “ Realized volatility with a global jump filter for high intensity of jumps”, Submitted to *Bernoulli*.

稲山 貴大 (INAYAMA Takahiro)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

L^2 評価式, L^2 拡張定理, 及びベクトル束の特異エルミート計量といった対象を中心に研究している. 本年度は主に以下の成果を得た.

- (1) 昨年度, 細野元気氏との共同研究において twisted Hörmander condition という条件を導入し, これが Griffiths 半正値性を示すことを証明していた. その後 Deng-Ning-Wang-Zhou は, 滑らかな計量に対して, この条件が中野半正値性を示すことを証明した. 筆者はこの研究を応用し, ベクトル束の特異計量に対する中野半正値性の定義を 1 つ提案した. この設定の下, 中野正値な特異計量を持つベクトル束係数のコホモロジーの消滅定理を証明した. これは, Nadel 型, Griffiths 型, 及び中野型の消滅定理の一般化に相当する.
- (2) Berndtsson, 細野-筆者, Deng-Ning-Wang-Zhou 等の研究により, ある種の Hörmander 型の評価式が成立することと, 計量が正値性を持つことが同値であることが知られている. 筆者はこの研究を推し進め, (n, q) -形式に対して Hörmander 型の L^2 評価が成り立つことと, 計量が uniform $(q-1)$ -positivity と呼ばれる正値性を持つことが同値であることを示した.
- (3) (細野元気氏との共同研究) (E, h) をベクトル束 E とその上の Griffiths 半正値な計量とす

るとき, $(S^m E \otimes \det E, S^m h \otimes \det h)$ は中野半正値になることが知られている. つまりそこから $(S^m E \otimes \det E, S^m h \otimes \det h)$ 係数, または $(S^m E, S^m h)$ 係数の L^2 評価式や L^2 拡張定理が得られるが, これらの条件が (E, h) の Griffiths 半正値性と全て同値になることを示した. これは Griffiths 半正値な計量に対する新たな特徴付けを与えたことになる.

I study L^2 -estimates, L^2 -extension and singular Hermitian metrics on holomorphic vector bundles. I obtained the following results.

- (1) I introduced the twisted Hörmander condition last year with Genki Hosono, and proved that this condition implies Griffiths semi-positivity. After that, Deng-Ning-Wang-Zhou proved that this condition implies Nakano semi-positivity for smooth Hermitian metrics. Applying this result, I propose a definition of singular Nakano semi-positivity, and prove Demailly-Nadel-Nakano type vanishing theorems.
- (2) It is known that a certain kind of Hörmander’s condition is equivalent to the positivity of metrics, due to Berndtsson, Hosono-Inayama and Deng-Ning-Wang-Zhou. I generalize these results for partial positivity. I show that this Hörmander type condition for (n, q) -forms is equivalent to uniform $(q-1)$ -positivity.
- (3) (joint work with Genki Hosono) It is known that if (E, h) is Griffiths semi-positive, $(S^m E \otimes \det E, S^m h \otimes \det h)$ is Nakano semi-positive for $m \geq 1$. Then L^2 -estimates and L^2 -extensions hold for $(S^m E \otimes \det E, S^m h \otimes \det h)$ and $(S^m E, S^m h)$. We prove that all these conditions are equivalent to the Griffiths semi-positivity of (E, h) . This work gives a new characterization of Griffiths semi-positivity.

B. 発表論文

1. Takahiro Inayama : “ L^2 estimates and vanishing theorems for holomorphic vector bundles equipped with singular Hermitian metrics”, Michigan Math. J. **69**,

- (2020), 79–96.
2. Takahiro Inayama : “Curvature currents and Chern forms of singular Hermitian metrics on holomorphic vector bundles”, J. Geom. Anal. **30**, (2020), 910–935.
 3. Genki Hosono and Takahiro Inayama : “A converse of Hörmander’s L^2 -estimate and new positivity notions for vector bundles”, Sci. China Math. (2020), (DOI: 10.1007/s11425-019-1654-9)
 4. Takahiro Inayama : “From Hörmander’s L^2 -estimates to partial positivity”, arXiv:2008.08287, accepted for publication in Comptes Rendus Mathématique.
 5. Takahiro Inayama : “Pseudonorms on direct images of pluricanonical bundles”, submitted, arXiv:1910.05771.
 6. Takahiro Inayama : “Nakano positivity of singular Hermitian metrics and vanishing theorems of Demailly-Nadel-Nakano type”, arXiv:2004.05798.
 7. Genki Hosono and Takahiro Inayama : “A remark on characterizations of Griffiths positivity through asymptotic conditions”, submitted.
5. Positivity of singular Hermitian metrics on vector bundles, Young Mathematicians Workshop on Several Complex Variables 2019, 大阪市立大学, 2019 年 9 月.
 6. Pseudonorms on direct images of pluricanonical bundles, 多変数関数論冬セミナー, 東北大学, 2019 年 12 月.
 7. 多重標準束の順像層における擬ノルムについて, 日本数学会 2020 年度年会, 日本大学, 2020 年 3 月 (年会中止に伴い講演は保留).
 8. Nakano positivity of singular Hermitian metrics and vanishing theorems of Demailly-Nadel-Nakano type, 複素解析幾何セミナー, 東京大学, 2020 年 7 月.
 9. From Hörmander’s L^2 -estimates to positivity, 第 26 回複素幾何シンポジウム, オンライン (Zoom 講演), 2020 年 11 月.
 10. L^2 理論による正值性の特徴付けとその応用, 多変数関数論若手オンライン勉強会, オンライン (Zoom 講演), 2020 年 12 月.

G. 受賞

研究科長賞, 東京大学, 2018 年 3 月.

C. 口頭発表

1. L^2 estimates and vanishing theorems for holomorphic vector bundles equipped with singular Hermitian metrics, 日本数学会 2018 年度年会, 東京大学, 2018 年 3 月.
2. A converse of Hörmander’s L^2 -estimate and new positivity notions for vector bundles, Workshop on Complex Analytic and Algebraic Methods in Dynamics, 大阪市立大学, 2019 年 1 月.
3. The twisted Hörmander condition and new positivity notions for vector bundles, 解析幾何学セミナー, 名古屋大学, 2019 年 4 月.
4. New positivity notions for vector bundles (short communications), HAYAMA Symposium on Complex Analysis in Sev-

甘中 一輝 (KANNAKA Kazuki)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

符号数 (p, q) の C^∞ 級の非退化対称双線形テンソルを有する C^∞ 級多様体を擬リーマン多様体と呼ぶ。特に負の符号数 q が 0 の時リーマン多様体、1 の時ローレンツ多様体と呼ばれる。リーマン多様体の場合と同様に擬リーマン多様体にはラプラシアンと呼ばれる二階の微分作用素が定義される。リーマン多様体のラプラシアンは楕円型微分作用素であるが、ローレンツ多様体のラプラシアンは楕円型ではなく双曲型微分作用素であり、その固有値分布の定性的性質は多様体がコンパクトである場合、一般論としてはほとんど知られていない。小林俊行氏は擬リーマン局所半単純対称

空間において、ラプラシアンを含む「内在的な」微分作用素を用いた大域解析の研究を創始し、同氏は Fanny Kassel 氏との共同研究でいくつかの基本的結果を与えた。例えばある特別な擬リーマン局所半単純対称空間に対してラプラシアンの安定固有値を無限個発見した。

擬リーマン局所半単純対称空間の中でも、断面曲率が -1 の定曲率ローレンツ多様体は反ド・ジッター多様体と呼ばれる。特に 3次元の場合、豊富な大域構造が知られている。博士課程では、3次元の反ド・ジッター多様体の新たな大域的性質を追求し、得られた結果（発表論文 3,4）を博士論文としてまとめた。

発表論文 3 では、4 つの実数列からリー群 $SO_0(2,2)$ の無限生成の部分群を構成し、その反ド・ジッター空間 $SO_0(2,2)/SO_0(2,1)$ への作用の固有不連続性・強不連続性の判定法を各数列の漸近挙動を用いて与えた。さらにその一つの帰結として、数え上げの増大度が任意に大きくなる様な不連続群を構成した。

発表論文 4 ではコンパクト反ド・ジッター多様体のラプラシアンの離散スペクトラムの (L^2) -重複度について考察した。自然数 m が大きくなればなるほど、固有値として $4m(m-1)$ を持つ固有関数が無限に多く構成でき、さらにその構成は反ド・ジッター構造の変形に関して安定的である事を証明した。

A pseudo-Riemannian manifold is a C^∞ -manifold equipped with a smooth non-degenerate symmetric bilinear tensor of signature (p, q) . It is called Riemannian if $q = 0$ and Lorentzian if $q = 1$. As in the Riemannian case, a pseudo-Riemannian manifold has a second-order differential operator called the Laplacian. The Laplacian of a Riemannian manifold is an elliptic operator, but the Laplacian of a Lorentzian manifold is not elliptic but hyperbolic. In the Lorentzian setting, the eigenvalue distribution of the Laplacian are rarely known when the manifold is compact. Toshiyuki Kobayashi initiated global analysis on pseudo-Riemannian locally symmetric spaces using “intrinsic” differential op-

erators such as the Laplacian. He gave some basic results in collaboration with Fanny Kassel. For example, they found infinitely many stable eigenvalues of the Laplacians of special pseudo-Riemannian locally symmetric spaces. Among pseudo-Riemannian locally symmetric spaces, a Lorentzian manifold with constant sectional curvature -1 is called an anti-de Sitter manifold. There are a rich family of anti-de Sitter 3-manifolds. In the doctoral course, I pursued new global properties of anti-de Sitter 3-manifolds, and summarized results obtained in Papers 3, 4 as a doctoral dissertation.

In Paper 3, I constructed infinitely generated subgroups of the Lie group $SO_0(2,2)$ from a quadruple of sequences, and found a properness criterion and a sharpness criterion for their action on the anti-de Sitter space $SO_0(2,2)/SO_0(2,1)$ using asymptotic behaviors of sequences. As a result, I constructed discontinuous groups for the anti-de Sitter space for which the asymptotic growth of the counting is as rapid as we wish.

In Paper 4, I considered the (L^2) -multiplicity of discrete spectrum of the Laplacian on compact anti-de Sitter manifolds. I proved that the larger the natural number m , the more eigenfunctions with eigenvalue $4m(m-1)$ are constructed, and that the construction is stable under any small deformation of the anti-de Sitter structure.

B. 発表論文

1. K. Kannaka, 反ド・ジッター空間における無限生成の強不連続性を有さないある不連続群の軌道の数え上げについて, 京都大学数理解析研究所講究録 **2103**, 表現論と代数, 幾何, 解析をめぐる諸問題 (研究代表者: 久保利久 (龍谷大学)), 2018, 43-59.
2. K. Kannaka, On the discrete spectrum of a certain non-sharp locally anti-de Sitter space, 京都大学数理解析研究所講究録 **2136**, 保型形式, 保型表現とその周辺 (研究代表者: 若槻聡 (金沢大学)), 2019, 11

pages.

3. K. Kannaka, Counting orbits of certain infinitely generated non-sharp discontinuous groups for the 3-dimensional anti-de Sitter space, 27 pages, arXiv:1907.09303v2.
4. K. Kannaka, Linear independence of generalized Poincaré series for anti-de Sitter 3-manifolds, 18 pages, arXiv:2005.03308.

C. 口頭発表

1. 反ド・ジッター空間における無限生成の強不連続性を有さないある不連続群の軌道の数え上げについて, “リーマン面に関連する位相幾何学”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018年8月.
2. 論文 “Poincare series for non-riemannian locally symmetric spaces”, F. Kassel and T. Kobayashi(2016) の 3次元反ド・ジッター空間に限った紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018年8月.
3. 反ド・ジッター空間における無限生成の強不連続性を有さないある不連続群の軌道の数え上げについて, 微分トポロジーセミナー, 京都大学大学院理学研究科, 2018年12月.
4. On the discrete spectrum of a certain non-sharp locally anti-de Sitter space, “保型形式, 保型表現とその周辺”(研究代表者: 若槻聡 (金沢大学)), 京都大学数理解析研究所, 2019年1月.
5. 反ド・ジッター空間における, ある無限生成の不連続群の軌道の数え上げについて, 「リーマン面・不連続群論」研究集会, 早稲田大学, 2019年2月.
6. 論文 “Proper affine actions and geodesic flows of hyperbolic surfaces”(W. M. Goldman, F. Labourie, G. Margulis, 2009) の紹介, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019

年8月.

7. 局所反ド・ジッター空間の離散スペクトラムの重複度について, 北陸数論セミナー, 金沢大学サテライトプラザ, 2019年10月.
8. 3次元コンパクトローレンツ多様体の離散スペクトラムの重複度について, 2019年度表現論ワークショップ, 県民ふれあい会館(鳥取県立生涯学習センター), 2020年1月.
9. The multiplicity of discrete spectrum for 3-dimensional Lorentzian manifolds, East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics 2020, Kavli IPMU, Tokyo, January, 2020.
10. “Quotients compacts des groupes ultramétriques de rang un” (F. Kassel) の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, zoom seminar, 2020年8月.

G. 受賞

2018年3月 数理科学研究科長賞, 東京大学大学院数理科学研究科

北岡 旦 (KITAOKA Akira)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年は、レンズ空間上の Rumin 複体の解析的振率関数 $\kappa_{\mathcal{E}}$ について調べた。接触多様体において、 $\kappa_{\mathcal{E}}(0)$ は接触不変量である。Rumin と Seshadri は 3次元 S^1 -作用付き佐々木多様体上において $\kappa_{\mathcal{E}}(0) = 0$ を示した。一方で、Rumin 複体に付随する解析的振率 $T_{\mathcal{E}}$ は $\kappa_{\mathcal{E}}$ を用いて定義されており、3次元 S^1 -作用付き佐々木多様体上において、 $T_{\mathcal{E}}$ と T_{dR} が等しいことが Rumin と Seshadri によって証明された。これらの等式が一般の次元で正しいかどうかを考えるのは自然である。

70年の Ray の論文と Littlewood-Richardson の公式を応用することにより、ユニモジュラーホロノミーが誘導するベクトルバンドル E の κ を Hurwitzze 関数の有限で具体的に書き下すことに成功した。特に、レンズ空間上で、 $\kappa_{\mathcal{E}}(0) = 0$

を示し、 $T_{\mathcal{E}}$ の値を決定した。加えて、 $T_{\mathcal{E}}$ の T_{dR} 関係式を作り、予想されていた等式に修正案を投げた。

In this year, I research the analytic torsion function $\kappa_{\mathcal{E}}$ associated with the Rumin complex on the lens spaces.

On contact manifold, $\kappa_{\mathcal{E}}(0)$ is a contact invariant. Rumin and Seshadri showed that $\kappa_{\mathcal{E}}(0) = 0$ on 3-dimensional Sasakian manifolds with S^1 -action. On the other hand, the analytic torsion $T_{\mathcal{E}}$ associated with the Rumin complex is defined with $\kappa_{\mathcal{E}}$, and the torsion $T_{\mathcal{E}}$ agrees with the Ray-Singer torsion T_{dR} for flat bundles with unimodular holonomy on 3-dimensional Sasakian manifolds with S^1 -action. It is natural to ask whether such relations hold for higher dimensions.

With the Littlewood-Richardson rule and a paper of Ray, on flat vector bundles with a unimodular holonomy over lens spaces, I expressed explicitly the analytic torsion functions associated with the Rumin complex in terms of the Hurwitz zeta function. As a corollary, I showed $\kappa_{\mathcal{E}}(0) = 0$ and I determined the analytic torsions. Moreover, we give a formula between this torsion and the Ray-Singer torsion.

B. 発表論文

1. A. Kitaoka : “Ray-Singer Torsion and the Rumin Laplacian on lens spaces”, available online at arXiv:2009.03276.
2. A. Kitaoka : “Analytic torsions associated with the Rumin complex on contact spheres”, *Internat. J. Math.* **31** (2020), no.3, 2050112.
3. A. Kitaoka : “Analytic torsions associated with the Rumin complex on contact spheres”, available online at arXiv:1911.03092.

C. 口頭発表

1. Analytic torsions associated with the

Rumin complex on contact spheres, Symplectic & Poisson Geometry Seminar, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2020 年 3 月 2 日。

2. Analytic torsions associated with the Rumin complex on contact spheres, 複素幾何セミナー, 東京大学, 2019 年 12 月 9 日。
3. An analytic torsion associated with the Rumin complex on the CR sphere, Young Mathematicians Workshop on Several Complex Variables 2019, 大阪市立大学, 2019 年 9 月 9 日。
4. Analytic torsions associated with the Rumin complex on contact spheres, HAYAMA Symposium on Complex Analysis in Several Variables XXI, Shonan Village Center, 2019 年 7 月 14 日。
5. An analytic torsion associated with the Rumin complex on the CR spheres, 2018 年度 多変数関数論冬セミナー, 大阪市立大学, 2018 年 12 月。
6. Eigenvalues of Rumin-Seshadri laplacian on spheres, Berkeley Tokyo Summer School Seminar, University of California, Berkeley, 2017 年 8 月。
7. The Rumin-Seshadri torsion function on the spheres, HAYAMA Symposium on Complex Analysis in Several Variables XX & Pacific Rim Complex-Symplectic Geometry Conference, Shonan Village Center, 2018 年 7 月。
8. 球面上の Rumin-Seshadri 振率関数, 数理新人セミナー, 京都大学, 2018 年 2 月。

木村 満晃 (KIMURA Mitsuaki)

A. 研究概要

1982 年の Gromov の論文以来, 有界コホモロジーは多くの研究者によって広く研究されてきた。し

かし、一般には有界コホモロジーの計算は困難である。実数係数の場合を考える。2次有界コホモロジーは、擬準同型と呼ばれる群上の実数値関数を用いて比較的よく研究されてきた。3次有界コホモロジーについては、吉田や相馬による初期の仕事を除き、しばらく結果が無かったが、ここ数年でいくつかの成果が出てきている。

我々は、微分同相群上の有界コホモロジーおよび擬準同型について研究を行った。

- (川崎盛通氏との共同研究) G -不変擬準同型という概念を導入し、その性質と応用について調べた。 G -不変擬準同型に対する Bavard 双対定理を証明した。また、擬準同型の拡張問題についても調べ、 $g \geq 2$ のとき、 $\text{Ham}(\Sigma_g, \omega)$ 上の $\text{Symp}_0(\Sigma_g, \omega)$ -不変擬準同型である Py の Calabi 擬準同型は、 $\text{Symp}_0(\Sigma_g, \omega)$ 上に拡張しないことを示した。系として、フラックス準同型 $\text{Symp}_0(\Sigma_g, \omega) \rightarrow H^1(\Sigma_g, \mathbb{R})$ が切斷準同型を持たないことを示した。(論文 2)
- Brandenbursky と Marcinkowski の結果の拡張を行った。彼らは有限体積完備リーマン多様体 M のある種の変換群 \mathcal{T}_M の 3 次有界コホモロジー $H_b^3(\mathcal{T}_M)$ について調べ、 $\pi_1(M)$ が「十分複雑」なとき、 $\dim_{\mathbb{R}} H_b^3(\mathcal{T}_M)$ が無限であることを示していた。我々は、彼らの結果を無限体積になりうる場合に拡張した。そのためにノルム制御コホモロジーという概念を導入した。(論文 3)
- コンパクト曲面 Σ の面積保存微分同相群 \mathcal{G}_Σ の 3 次有界コホモロジー $H_b^3(\mathcal{G}_\Sigma)$ について調べ、任意の曲面 Σ について $\dim_{\mathbb{R}} H_b^3(\mathcal{G}_\Sigma)$ が無限であることを示した。Brandenbursky と Marcinkowski の結果により、 $\chi(\Sigma) < 0$ の場合がカバーされていたが、 $\chi(\Sigma) \geq 0$ の場合が残っていた。それを解決するために、Gambaudo–Ghys 構成の高次版を定義し、石田による単射性定理の一般化を示した。(論文 4)

なお、川崎盛通氏、松下尚弘氏、見村万佐人氏との共同研究により、上述の川崎氏との共同研究からさらに発展した結果が得られている。(論文 5,6)

Since Gromov’s seminal paper in 1982, bounded cohomology has been extensively studied by many authors. Although, the computation of bounded cohomology is difficult in general. We consider the real coefficient case. The second bounded cohomology has been relatively well studied by using a real-valued function on a group, which is called a quasimorphism. Except the early works of Yoshida and Soma, it seems that there have been few results on the third bounded cohomology for a while, but several results have appeared in the last few years.

We study bounded cohomology and quasimorphisms on certain diffeomorphism groups.

- (joint work with Morimichi Kawasaki)
We introduce the notion of G -invariant quasimorphism and study its properties and applications. We prove Bavard’s duality theorem for G -invariant quasimorphisms. We also study the extension problem of quasimorphisms. We show that Py’s Calabi quasimorphism, which is a $\text{Symp}_0(\Sigma_g, \omega)$ -invariant quasimorphism on $\text{Ham}(\Sigma_g, \omega)$, does not extend to $\text{Symp}_0(\Sigma_g, \omega)$ if $g \geq 2$. As a corollary, if $g \geq 2$, we show that the flux homomorphism $\text{Symp}_0(\Sigma_g, \omega) \rightarrow H^1(\Sigma_g, \mathbb{R})$ does not have a section homomorphism. (Paper 2)
- We generalize the result of Brandenbursky and Marcinkowski. They studied the third bounded cohomology $H_b^3(\mathcal{T}_M)$ of a certain transformation group \mathcal{T}_M on a complete Riemannian manifold M of finite volume. They proved that $\dim_{\mathbb{R}} H_b^3(\mathcal{T}_M)$ is infinite if $\pi_1(M)$ is “complicated enough”. We extend their results to the case where the volume of M can be infinite. To do this, we introduce the notion of norm controlled cohomology. (Paper 3)
- We study the third bounded cohomology $H_b^3(\mathcal{G}_\Sigma)$ of the area-preserving diffeomor-

phism group \mathcal{G}_Σ on a compact surface Σ . We show that $\dim_{\mathbb{R}} H_b^3(\mathcal{G}_\Sigma)$ is infinite for every surface Σ . Although the case $\chi(\Sigma) < 0$ is covered by the result of Brandenbursky and Marcinkowski, the case $\chi(\Sigma) \geq 0$ remains. To deal with this case, we define a higher-degree version of Gambaudo–Ghys’ construction and prove the injectivity theorem, which is a generalization of Ishida’s result. (Paper 4)

In addition, the joint work with Morimichi Kawasaki, Takahiro Matsushita, and Masato Mimura has yielded results that are further developed from those of the above-mentioned joint work with Kawasaki. (Paper 5, 6)

B. 発表論文

1. M. Kimura: “Conjugation-invariant norms on the commutator subgroup of the infinite braid group”, *J. Topol. Anal.* Vol. 10, No. 02, pp. 471-476 (2018)
2. M. Kawasaki and M. Kimura: “ \hat{G} -invariant quasimorphisms and symplectic geometry of surfaces”, to appear in *Isr. J. Math.*
3. M. Kimura: “Norm controlled cohomology of transformation groups”, arXiv:2007.02649
4. M. Kimura: “Gambaudo–Ghys construction on bounded cohomology”, arXiv:2009.00124
5. M. Kawasaki, M. Kimura, T. Matsushita and M. Mimura: “Bavard’s duality theorem for mixed commutator length”, arXiv:2007.02257
6. M. Kawasaki, M. Kimura, T. Matsushita and M. Mimura: “Commuting symplectomorphisms on a surface and the flux homomorphism”, arXiv:2102.12161
7. commutator subgroup of the infinite braid group, *Geometric Analysis on Discrete Groups*, RIMS, Kyoto Univ., May–June, 2016
8. Conjugation-invariant norms on the commutator subgroup of the infinite braid group, *Rigidity school*, Nagoya Univ., July 2016
9. G 不変擬準同型と Bavard 双対, 松山 TGSA セミナー, 愛媛大学, 2019 年 12 月
10. 有界コホモロジー上の Gambaudo–Ghys 構成, 東北結び目セミナー 2020, 2020 年 10 月
11. 有界コホモロジー上の Gambaudo–Ghys 構成, 東工大トポロジーセミナー, 東京工業大学, 2020 年 10 月
12. 体積保存微分同相群の有界コホモロジー, 微分トポロジーセミナー, 京都大学, 2020 年 11 月
13. 曲面の面積保存微分同相群の有界コホモロジー, 葉層構造の幾何学とその応用, 2020 年 12 月
14. Bounded cohomology of volume-preserving diffeomorphism groups, トポロジー火曜セミナー, 東京大学, 2021 年 1 月
15. Norm controlled cohomology of transformation groups, 接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺, 2021 年 1 月

鈴木 将満 (SUZUKI Masamitsu)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

速く増大する非線形項を持つ連立反応拡散方程式の初期値問題 (初期境界値問題) を考察した (「発表論文」を参照: 番号順に [1], [2], [3] とする). 全ての論文において, 時間局所解の存在と非存在を決定する初期関数の可積分条件を得ることを目的とする.

[1] と [2] では, 以下の連立反応拡散方程式を考察

C. 口頭発表

1. Conjugation-invariant norms on the

する.

$$\begin{cases} \partial_t u = \Delta u + f(u, v) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ \partial_t v = \Delta v + g(u, v) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ u(x, t) = v(x, t) = 0 & \text{on } \partial\Omega \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), v(x, 0) = v_0(x) & \text{in } \Omega. \end{cases}$$

ここで, Ω は全領域 \mathbb{R}^N もしくは, C^2 級の境界を持つ \mathbb{R}^N 内の有界領域, $N \geq 1, T > 0$ であり, 初期関数 u_0 と v_0 は非負とする. 領域が境界を持たない場合は, 境界条件を課さない.

[1] では, $f(u, v), g(u, v)$ がそれぞれ v のみ, u のみに依存する場合 (weakly coupled system である場合) を考察する. $\Omega = \mathbb{R}^N$ とし, $f(u, v), g(u, v)$ をそれぞれ $g(v), f(u)$ とする. f, g の例として $(f(u), g(v)) = (e^{u^p}, e^{v^q})$, $p \geq 1, q \geq 1$ が挙げられる. 私は宮本安人先生と共同研究を行い, 時間局所解の存在と非存在の結果を得た.

[2] では, $f(u, v) = e^{p_1 u + p_2 v}, g(u, v) = e^{q_1 u + q_2 v}$ の場合を考察する. Ω を \mathbb{R}^N もしくは, C^2 級の境界を持つ \mathbb{R}^N 内の有界領域とする. p_1, p_2, q_1, q_2 は全て 0 以上で, $(p_1, p_2) \neq (0, 0), (q_1, q_2) \neq (0, 0)$ であるとする. (p_1, p_2, q_1, q_2) の全ての組み合わせに対して, 時間局所解の存在と非存在を正確に決定する初期関数の可積分条件を得た. 時間局所解の存在に関しては, (時間局所解を本論文の定義とすると) 石毛-川上-Sierżęga (2016) で提案されたアイデアを用いた場合と比べて初期関数がより広い範囲で取れることを示した. 具体的には先行研究の方法では存在か非存在かを判定できないが, 本研究の主定理を用いると判定できる初期関数の例を挙げた. さらに, 本研究を応用し, $f(u, v)$ と $g(u, v)$ が共に $e^{u^2+v^2}$ である場合に対しても時間局所解の存在と非存在の結果を得た.

[3] では, Caputo の意味での非整数階時間微分を持つ以下の連立反応拡散方程式を考察する.

$$\begin{cases} \partial_t^{\alpha_1} u = \Delta u + f_1(x, t, v) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ \partial_t^{\alpha_2} v = \Delta v + f_2(x, t, u) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ u(x, t) = v(x, t) = 0 & \text{on } \partial\Omega \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), v(x, 0) = v_0(x) & \text{in } \Omega. \end{cases}$$

ここで, $0 < \alpha_1 \leq \alpha_2 < 1$ とする. Ω は C^2 級の境界を持つ \mathbb{R}^N 内の有界領域, $N \geq 1, T > 0$ であり, f_1, f_2 がそれぞれ v, u に関して多項式増大する場合を主に考える. 私は, 単独方程式の場合を考察した Gal-Warma (2017) を含む手法を用いて, 時間局所解の存在と非存在の結果を得

た. 特に, $0 < \alpha_1 = \alpha_2 < 1$ の場合は, 仮定で登場する定数の全ての組み合わせに対して, 時間局所解の存在と非存在を正確に決定する初期関数の可積分条件を得た. また, $0 < \alpha_1 = \alpha_2 < 1, f_1(x, t, v) = |v|^{p_1-1}v, f_2(x, t, u) = |u|^{p_2-1}u$ の場合は, 整数階微分 ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$) である Quittner-Souplet (2001) の結果と対応する.

I considered initial value problems (initial boundary value problems) for reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinear terms. (Please see "Publications". They are written as [1], [2] and [3] in order.) In each paper the aim is to obtain integrability conditions of initial data which determine the existence/nonexistence of a local in time solution.

In [1] and [2] we study the reaction-diffusion system

$$\begin{cases} \partial_t u = \Delta u + f(u, v) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ \partial_t v = \Delta v + g(u, v) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ u(x, t) = v(x, t) = 0 & \text{on } \partial\Omega \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), v(x, 0) = v_0(x) & \text{in } \Omega, \end{cases}$$

where Ω is the entire \mathbb{R}^N or a bounded domain in \mathbb{R}^N with C^2 boundary, $N \geq 1, T > 0$ and the initial functions u_0 and v_0 are nonnegative. If the boundary does not exist, the boundary condition is not imposed.

In [1] let $\Omega = \mathbb{R}^N$ and we consider $f(u, v)$ and $g(u, v)$ as $g(v)$ and $f(u)$, respectively (weakly coupled). A typical example is $(f(u), g(v)) = (e^{u^p}, e^{v^q})$, $p \geq 1$ and $q \geq 1$. This is a joint work with Professor Yasuhito Miyamoto. We deduced existence and nonexistence results.

In [2] we consider the case where $f(u, v) = e^{p_1 u + p_2 v}$ and $g(u, v) = e^{q_1 u + q_2 v}$. The four exponents (p_1, p_2, q_1, q_2) are nonnegative with $(p_1, p_2) \neq (0, 0)$ and $(q_1, q_2) \neq (0, 0)$. The domain Ω is \mathbb{R}^N or a bounded domain in \mathbb{R}^N with C^2 boundary. I obtained integrability conditions of (u_0, v_0) which explicitly determine the existence/nonexistence of a local in time solution in all the cases (p_1, p_2, q_1, q_2) . For the existence result, we can take a wider class of initial functions than suggested in Ishige-Kawakami-

Sierżęga (2016) (when a local in time solution is considered in the sense of the definition in [2]). I concretely gave an example of initial data which satisfy the integrability conditions but do not belong to the suggested class. Moreover, applying the obtained results, I had existence and nonexistence results of the system when $f(u, v)$ and $g(u, v)$ are both $e^{u^2+v^2}$.

In [3] we study the fractional in time weakly coupled reaction-diffusion system

$$\begin{cases} \partial_t^{\alpha_1} u = \Delta u + f_1(x, t, v) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ \partial_t^{\alpha_2} v = \Delta v + f_2(x, t, u) & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ u(x, t) = v(x, t) = 0 & \text{on } \partial\Omega \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), v(x, 0) = v_0(x) & \text{in } \Omega, \end{cases}$$

where $0 < \alpha_1 \leq \alpha_2 < 1$ and $T > 0$. The fractional derivatives are meant in a generalized Caputo sense and Ω is a bounded domain in \mathbb{R}^N , $N \geq 1$, with C^2 boundary. We mainly consider the case where f_1 and f_2 polynomially grow with respect to v and u , respectively. I obtained existence and nonexistence results by using methods including Gal-Warma (2017), which studied a scalar case. In particular, when $0 < \alpha_1 = \alpha_2 < 1$, I derived integrability conditions of (u_0, v_0) which explicitly determine the existence/nonexistence of a local in time solution for all the possible combinations of constants, which appear in our assumption. Moreover, when $0 < \alpha_1 = \alpha_2 < 1$, $f_1(x, t, v) = |v|^{p_1-1}v$ and $f_2(x, t, u) = |u|^{p_2-1}u$, our results correspond to the results of Quittner-Souplet (2001), the case where the system has integer in time derivatives, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

B. 発表論文

1. Y. Miyamoto and M. Suzuki : “Weakly coupled reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinearities and singular initial data”, *Nonlinear Anal.* **189** (2019), 111576.
2. M. Suzuki : “Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities”, *J. Math. Anal. Appl.* **477** (2019), 776–

804.

3. M. Suzuki : “Local existence and nonexistence for fractional in time weakly coupled reaction-diffusion systems”, *SN Partial Differ. Equ. Appl.* **2** (2021), Article number 2, 27 pp.

C. 口頭発表

1. 増大度の大きな非線形項を持つ放物型発展方程式, 第 39 回発展方程式若手セミナー, グリーンホテル三ヶ根, 2017 年 9 月.
2. Weakly coupled reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinearities and singular initial data, 日本数学会 2019 年度年会, 東京工業大学, 2019 年 3 月.
3. Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities, 愛媛大学における微分方程式セミナー, 愛媛大学, 2019 年 8 月.
4. Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities, 第 41 回発展方程式若手セミナー, 群馬県伊香保温泉旅館 ふくぜん, 2019 年 8 月.
5. Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学, 2019 年 9 月.
6. Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities, 楕円型・放物型微分方程式研究集会, 龍谷大学, 2019 年 11 月.
7. Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities, 第 45 回発展方程式研究会, 日本女子大学, 2019 年 12 月.
8. Local existence and nonexistence for fractional in time weakly coupled reaction-diffusion systems, 2020 年度秋季総合分科会, オンライン開催, 2020 年 9 月.

9. Local existence and nonexistence for reaction-diffusion systems with coupled exponential nonlinearities, 2020 Seoul-Tokyo Conference, オンライン開催, 2020年11月.
10. Local in time solvability for reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinear terms, WINGS-FMSP, FMSP 院生集中講義, オンライン開催, 2021年3月.

須田 颯 (SUDA Hayate)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

統計力学に由来する確率論の問題について研究を行っている. 特に現在は, 熱輸送現象の微視的モデルである振動子鎖モデルに見られる異常輸送現象を数学の立場から解析している.

本年度は, 多項式減衰する長距離相関 ($|x|^{-\theta}, x \rightarrow \infty, \theta > 2$) を持つような確率調和振動子鎖モデルについて, 系の energy は phononic energy と thermal energy に分解され, 両者は異なる時空間スケールで収束することを示した. また, 系の総エネルギーを保存するような外場が加えられた確率調和振動子鎖におけるエネルギー分布の巨視的挙動は分数階拡散方程式に従うことを示し, また外場の対称性に応じてその他の保存量の巨視的ふるまいが異なることを示した.

I am working on problems of probability theory originated from statistical mechanics. Currently, I am studying anomalous heat transport in chains of oscillators from a mathematical point of view. In this year, I consider one-dimensional harmonic chains with stochastic noises and long-range interactions which have polynomial decay rate $|x|^{-\theta}, x \rightarrow \infty, \theta > 2$. I show that the energy of the system is decomposed into phononic energy and thermal energy, and both of them converge at different space-time scale. I also show that the macroscopic behavior of the energy distribution in a stochastic

harmonic chain with an external field that conserves the total energy of the system follows a fractional diffusion equation, and that the macroscopic behavior of other conserved quantities differs depending on the symmetry of the external field.

B. 発表論文

1. K. Saito, M. Sasada, H. Suda : “5/6-Superdiffusion of energy for coupled charged harmonic oscillators in a magnetic field ”, Commun. Math. Phys. **372**, (2019) 151-182
2. H. Suda : “A family of fractional diffusion equations derived from stochastic harmonic chains with long-range interactions ”, accepted for publication in Ann. Inst. H. Poincare Probab. Statist. arXiv: 1912.01753
3. H. Suda : “Superdiffusion of energy in harmonic chains with noises and long-range interactions” RIMS Kôkyûroku No.2116 (2019)
4. 須田 颯 : “時系列画像データの大規模相互作用系によるモデル化” 数理科学実践研究レター 2020, LMSR 2020-14
5. H. Suda : “Superballistic and superdiffusive scaling limits of stochastic harmonic chains with long-range interactions ”, arXiv: 2102.02954

C. 口頭発表

1. Superdiffusion of energy in harmonic chains with noises and long-range interactions, 確率論シンポジウム, 京都大学数理解析研究所, 2018年12月.
2. Superdiffusion of energy in harmonic chains with noises and long-range interactions, 無限粒子系と確率場の諸問題 XIV, 奈良女子大学, 2019年1月.
3. 多項式減衰する長距離相関を持つ確率調和振動子鎖におけるエネルギーの異常拡散について, 大阪大学確率論セミナー, 大阪大学, 2019年7月.

4. Short communication "Scaling limits of stochastic harmonic chains with long-range interactions" MFO, Germany 2019 年 9 月
5. 長距離相関を持つ確率調和振動子鎖の巨視的挙動について, 東京確率論セミナー, 慶應義塾大学, 2019 年 10 月.
6. Macroscopic behaviors of stochastic harmonic chains with long-range interactions, The 18th Symposium Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems, 大阪大学, 2019 年 11 月.
7. Macroscopic behaviors of stochastic harmonic chains with long-range interactions One-day Symposium: Hydrodynamic limit and related topics, 早稲田大学, 2019 年 12 月.
8. Fluctuations of normal modes of stochastic harmonic chains with long-range interactions, 無限粒子系, 確率場の諸問題 XV, 奈良女子大学 2020 年 1 月.
9. 外場のある確率調和振動子鎖について, 確率論若手セミナー, 2020 年 9 月
10. Superdiffusion of energy in stochastic harmonic chains, AIP 数学系セミナー, 2021 年 2 月

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 須田 颯 (SUDA Hayate) : "Scaling limits of stochastic harmonic chains with long-range interactions "

F. 对外研究サービス

九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 2020 年度共同利用研究 (若手研究) 短期共同研究「実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点」組織委員

G. 受賞

1. 東京大学大学院数理科学研究科長賞, 2018 年 3 月.

竹内 大智 (TAKEUCHI Daichi)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年度は、昨年度に引き続き、孤立特異点に付随する消失輪体の局所イプシロン因子を研究した。

X を有限体 k 上の滑らかな多様体とし、関数 $f: X \rightarrow A_k^1$ を考える。 f の孤立特異点 $x \in X$ に対して x に台を持つ消失輪体 $R\Phi_f(Q_\ell)_x$ が定義される。これは局所体の ℓ 進 Galois 表現であり、特異点の複雑さを測るものである。一方で、関数の孤立特異点から k 上の非退化対称双線形形式が構成できることはよく知られている。この双線形形式の階数、すなわち Milnor 数、が $R\Phi_f(Q_\ell)_x$ の全次元に等しいということが Deligne により示されている (Milnor 公式)。今年度はこの Milnor 公式の精密化として、 k の標数が奇数の時は、 $R\Phi_f(Q_\ell)_x$ の局所イプシロン因子が双線形形式の判別式を用いて表示できることを証明した。

標数が 2 の時は Witt 環への持ち上げを考えればよいことが分かった。詳しく説明すると、 f の Witt 環への持ち上げ $\tilde{f}: \tilde{X} \rightarrow A_{W(k)}^1$ を一つ取り (ここで \tilde{X} は X の $W(k)$ への滑らかな持ち上げ)、この \tilde{f} から定まる $W(k)$ 上の双線形形式の判別式が持ち上げの取り方によらず、更には $k/\wp(k)$ の元を定めることが分かった。この不変量を Arf 不変量と名づけ、標数 2 の場合の局所イプシロン因子はこの Arf 不変量を用いて計算できることを示した。

上述の結果の混標数類似についても考察した。 X を離散付値環 R 上平坦有限型な正則スキームとし、 $x \in X$ を閉ファイバー上の点で、 x の外で X は R 上滑らかとする。このような特異点から (ある意味での) 非退化対称双線形形式を構成し、剰余標数が奇数の場合にこれの判別式を用いて局所イプシロン因子を表示する公式を予想した。この予想が正しいことは R の有限次拡大に対しては確かめた。

ネーター優秀スキーム X とその上の関数 $f \in \Gamma(X, \mathcal{O}_X)$ に対して、 f に関する tame nearby cycles functor の性質を調べた。特に、構成可能性や偏屈性を保つこと、双対との整合性を示した。 X が離散付値環上のスキームで、 f が素元の

引き戻しの時は、これらは Deligne、Gabber によるよく知られた結果である。

This year, continuing the study of the previous year, I studied the local epsilon factors of the vanishing cycles complex which is associated with isolated singular points.

Let X be a smooth variety over a finite field k and $f: X \rightarrow \mathbb{A}_k^1$ be a function on it. For an isolated singular point $x \in X$ of f , the vanishing cycles complex $R\Phi_f(\mathbb{Q}_\ell)_x$ supported at x is defined. This is a bounded complex of ℓ -adic representations of the absolute Galois group of some local field which measures complexity of the singularity. On the other hand, as classically known, one can also attach a non-degenerate symmetric bilinear form over k to an isolated singularity. Milnor formula, which is proved by Deligne in positive characteristic case, states that the total dimension of $R\Phi_f(\mathbb{Q}_\ell)_x$ is equal to the rank of the bilinear form, namely, the Milnor number.

This year, I considered its refinement to the local epsilon factor of $R\Phi_f(\mathbb{Q}_\ell)_x$ and gave a formula which expresses the local epsilon factor in terms of the discriminant of the bilinear form when the characteristic of k is odd. When the characteristic is 2, I found that taking a lift of f to the Witt ring gives a correct invariant. More precisely, if one takes a lift $\tilde{f}: \tilde{X} \rightarrow \mathbb{A}_{W(k)}^1$ of f , where \tilde{X} is a smooth $W(k)$ -scheme whose reduction is X , the discriminant of the bilinear form constructed from such one lift \tilde{f} is independent of the choice of the lift and gives an element of $k/\wp(k)$. This seemingly new invariant in characteristic 2 is named as Arf invariant and I proved that the local epsilon factor of $R\Phi_f(\mathbb{Q}_\ell)_x$ can be described in terms of the Arf invariant in characteristic 2.

I also considered the same problem in the mixed characteristic setting. Let X be a regular scheme flat of finite type over a discrete valuation ring R . Let $x \in X$ be a closed point in the closed fiber away from which X is smooth

over R . From such a singularity, I constructed a non-degenerate symmetric bilinear form (in a suitable sense) and, when the residue characteristic is odd, I formulated a conjecture on expressing the local epsilon factor in terms of the discriminant, as in the positive characteristic case. I verified this conjecture for finite separable extensions of discrete valuation rings. For a noetherian excellent scheme X with a function $f \in \Gamma(X, \mathcal{O}_X)$, I studied a tame nearby cycles functor with respect to f , and proved some of basic properties, such as preservation of the constructibility, the perversity, and compatibility with the duality. When X is a scheme over a discrete valuation ring and f is the pullback of a prime element, they are well-known results due to Deligne and Gabber.

B. 発表論文

1. D. Takeuchi : “Symmetric bilinear forms and local epsilon factors of isolated singularities in positive characteristic”, arXiv:2010.11022.
2. D. Takeuchi : “On continuity of local epsilon factors of ℓ -adic sheaves”, arXiv:2003.06931.
3. D. Takeuchi : “Characteristic Epsilon Cycles of ℓ -adic Sheaves on Varieties”, arXiv:1911.02269.
4. D. Takeuchi : “Blow-ups and class field theory for curves”, Algebra Number Theory 13 (2019), no. 6, 1327-1351.

C. 口頭発表

1. “Symmetric bilinear forms and local epsilon factors of isolated singularities in positive characteristic”, Seminar at School of Mathematical Sciences, Peking University (オンライン開催), 2020 年 11 月.
2. “Symmetric bilinear forms and local epsilon factors of isolated singularities in positive characteristic”, 代数学コロキウム、東京大学 (オンライン開催)、2020 年

11月.

3. “Symmetric bilinear forms and Milnor formula for local epsilon factors”, 第19回仙台広島整数論集会、東北大学（オンライン開催）、2020年9月.
4. “Characteristic epsilon cycles of ℓ -adic sheaves on varieties”, Singularities and Arithmetics、東北大学、2020年2月.
5. “Characteristic epsilon cycles of ℓ -adic sheaves on varieties”, 代数的整数論とその周辺、京都大学数理解析研究所、2019年12月.
6. “Characteristic epsilon cycles of ℓ -adic sheaves on varieties”, 代数学コロキウム、東京大学、2019年12月.
7. “Blow-ups and the class field theory for curves”, 代数的整数論とその周辺、京都大学数理解析研究所、2018年11月.
8. “Blow-ups and the class field theory for curves”, 代数学コロキウム、東京大学、2018年5月.

G. 受賞

1. 2020年度日本数学会賞建部賢弘奨励賞
2. 2017年度研究科長賞（修士課程）

中塚 成徳 (NAKATSUKA Shigenori)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

Gaiotto-Rapcak によって予想された W スーパー代数のアフィンコセット代数の間の双対性、特にもと Feigin-Semikhatov によって予想されていた、副冪零元に付随する A 型 W 代数と主冪零元に付随する A 型 W スーパー代数の間の双対性および、その表現論への応用に関する研究を行った。

まず、一般に W スーパー代数はあるアフィン頂点代数に向かって Miura 写像と呼ばれる射をもっている。この射は generic なレベルでは単射でその像はある遮蔽作用素の共通核で特徴づけられ、主冪零元に付随する W 代数の間の Feigin-

Frenkel 双対性の証明で重要な役割を果たす。しかしながら、表現論がよくふるまうレベルはこのような generic なレベルの外にあり、全てのレベルでの単射性は重要な問題であった。まず、この単射性を W スーパー代数の背後にある自然なスーパー（代数）幾何の文脈に帰着させることによって解決した。

また、アフィンスーパー頂点代数の自由場実現とその遮蔽作用素による generic なレベルでの特徴づけ（いわゆる脇本実現）の問題を一般に解決し、一般に W スーパー代数に付随する遮蔽作用素を、定義のもとになるアフィンスーパー頂点代数の遮蔽作用素に関連付ける足掛かりをつくった。また、スーパーでない場合に得た遮蔽作用素が有限次元 Lie 代数の BGG 分解に現れる射から誘導されているという結果と組み合わせることで、一般の W スーパー代数の遮蔽作用素の意味合いを理解することができた。これを足掛かりとして Thomas Creutzig 氏と元良直輝氏との共同研究で上述の Feigin-Semikhatov による予想を解決し、さらに互いの代数からもう一方を再構成するという風間-鈴木型の構成法が機能するというより強い結果を得た。これにより、 A 型 W スーパー代数に関する特別なレベルでの C_2 余有限性や有理性といった頂点代数の表現論を展開する上での基本的な問題を解決した。

さらに、その後の Thomas Creutzig 氏と元良直輝氏および佐藤僚氏との共同研究では上述のレベルにおける A 型 W スーパー代数の既約表現論の分類、フュージョン則の決定という表現論の中心的な問題を解決した。

I studied on the dualities among affine cosets of W -superalgebras, conjectured by Gaiotto-Rapcak, and in particular, those between subregular W -algebras of type A and principal W -superalgebras of type A , which was originally conjectured by Feigin-Semikhatov, and then studied on the application to the representation theory.

Firstly, I proved the injectivity of the Miura maps for arbitrary W -superalgebras by reducing the problem to a statement on algebraic supergeometry behind the W -superalgebras.

Moreover, I constructed the Wakimoto realizations for affine vertex superalgebras associated with arbitrary basic classical simple Lie superalgebras. By using this realization and the geometric meaning of the screening operators of W -algebras, I understood the geometric meaning of screening operators for W -superalgebras. Thereby, I proved the Feigin-Semikhatov conjecture in a joint work with Thomas Creutzig and Naoki Genra. We improved the statement of the original conjecture to a reconstruction type theorem of these algebras from the other one. This enabled us to establish the rationality and C_2 -cofiniteness results of principal W -superalgebras of type A at certain specific levels.

Secondly, I classified the irreducible representations and the fusion rules among them for the principal W -superalgebras of type A at the above levels in a joint work with Thomas Creutzig, Naoki Genra and Ryo Sato.

B. 発表論文

1. S. Nakatsuka: “Miura maps and Parabolic Wakimoto resolutions”, appendix to [N. Genra: Screening operators and parabolic inductions for affine W -algebras, Adv. Math., **369**, 2020, 107179, 62pp.]
2. S. Nakatsuka: “On Miura maps for W -superalgebras”, arXiv: 2005.10472.
3. S. Nakatsuka, T. Creutzig, and N. Genra: “Duality of subregular W -algebras and principal W -superalgebras”, arXiv: 2005.10713.
4. S. Nakatsuka: “A geometric construction of integrable Hamiltonian hierarchies associated with the classical affine W -algebras”, arXiv: 2006.00302.

C. 口頭発表

1. Geometric construction of integrable Hamiltonian hierarchies associated with the classical affine W -algebras, Vertex

Operator Algebras and Conformal Field Theory, 関西セミナーハウス, 2018年7月.

2. The double coset realization of W algebras and its application, Workshop on Finite Groups, vertex algebras and algebraic combinatorics, 台湾, 2019年3月.
3. W -algebras and integrable systems, Geometric and arithmetic aspects of W -algebra, France, 2019年5月.
4. New dualities in W -superalgebras, Vertex Operator Algebras and Related Topics in Kumamoto, 熊本大学, 2020年2月.
5. Dualities between subregular W -algebras and principal W -superalgebras, Mathematics-String Theory Seminar, Kavli IPMU, 2020年3月.
6. On Gaiotto-Rapcak’s dualities in W -superalgebras and their affine cosets, Representation seminar, 京都大学, 2020年5月.
7. Fusion rules of lattice cosets with an application to Feigin-Semikhatov duality, 組合せ論的表現論の最近の進展, 京都大学, 2020年10月.
8. Duality of subregular W -algebras and principal W -superalgebras of type A and their representations in rational cases, Rocky Mountain Representation Theory Seminar, University of Alberta, 2020年12月.
9. Feigin-Semikhatov conjecture and its applications, Mathematics-String Theory Seminar, Kavli IPMU, 2021年1月.
10. Feigin-Semikhatov duality, 第17回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2021年3月.

中西 徹 (NAKANISHI Toru)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私は、有限要素法による高次元半線形熱方程式の

球対称解の数値計算手法について研究してきました。球対称性を仮定することで、高次元熱方程式の初期値境界値問題は次のように書き直せます。

$$u_t = u_{xx} + \frac{n-1}{x}u_x + u|u|^\alpha \text{ in } (0, L) \times (0, T) \quad (1)$$

$$u(0, x) = \phi(x) \text{ in } (0, L) \quad (2)$$

$$u_x(t, 0) = u(t, L) = 0 \text{ in } (0, T), \quad (3)$$

ここで、 α は正定数で、 n は正の整数を表します。私の興味は (1)-(3) の爆発解を計算することにあります。以前の私達の研究である Nakanishi-Saito (Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 37(1), 2020) において、(1)-(3) に標準的有限要素法を適用し、収束性を研究しました。しかし、標準的スキームにはいくつかの弱点があります。例えば、収束性が $n \leq 3$ の場合しか示せないということがあります。従って、(1)-(3) に対して特別な集中質量有限要素法を提案しました。そこで、任意の $n \geq 2$ に対して、正值性と収束性を証明し、爆発問題に応用しました。今年度は数値爆発解の爆発点の個数と爆発レートを求めることに成功しました。

I studied numerical methods for computing the radially symmetric solution for high-dimensional semilinear heat equation by the finite element method. By assuming the spherical symmetry, the initial-boundary value problem to a multidimensional heat equation is reduced to

$$u_t = u_{xx} + \frac{n-1}{x}u_x + u|u|^\alpha \text{ in } (0, L) \times (0, T) \quad (4)$$

$$u(0, x) = \phi(x) \text{ in } (0, L) \quad (5)$$

$$u_x(t, 0) = u(t, L) = 0 \text{ in } (0, T), \quad (6)$$

where α is a positive constant and n is a positive integer. I am interested in computing the blow-up solutions of (4)-(6). In our previous study, Nakanishi-Saito (Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 37(1), 2020), I applied the standard FEMs to (4)-(6) and studied their convergence properties. However, those standard schemes have some difficulties. For example, we could show the convergence only for $n \leq 3$.

Therefore, I proposed new mass lumping finite element schemes to (4)-(6). I also proved positivity-preserving property and convergence for any $n \geq 2$. Furthermore, I applied the scheme to the blow-up computation. In this year, I succeeded in searching for the number of numerical blow-up points and the blow-up rate of the numerical blow-up solution.

B. 発表論文

1. T. Nakanishi and N. Saito: "Finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation", Jpn. J. Ind. Appl. Math. **37**, Issue 1 (2020) 165–191.
2. T. Nakanishi and N. Saito: "A mass-lumping finite element method for radially symmetric solution of a multidimensional semilinear heat equation with blow-up", arXiv: 2012.06422.

C. 口頭発表

1. “有限要素法による高次元半線形熱方程式の球対称解の数値解析”
日本応用数理学会 年会, 名古屋大学
2018年9月
2. “有限要素法による高次元半線形熱方程式の球対称解の数値解析”
日本数学会 (応用数学分科会), 岡山大学
2018年9月
3. “有限要素法による高次元半線形熱方程式の球対称解の数値解析”
数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2018, 明治大学
2018年11月
4. “有限要素法による高次元半線形熱方程式の球対称解の数値解析”
応用数学合同研究集会, 龍谷大学
2018年12月
5. “数値積分の MATLAB プログラミング”
研究集会 不連続 Galerkin 有限要素法の数学理論とその周辺: これからの展開, アクロス福岡
2019年2月

6. “Numerical analysis for radially symmetric solutions of semilinear heat equations”
The 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Valencia, Spain
2019年7月
7. “N次元半線形熱方程式の球対称解に対する新しい質量集中型有限要素近似”
日本応用数理学会 年会, 東京大学
2019年9月
8. “N次元半線形熱方程式の球対称解に対する新しい質量集中型有限要素近似”
日本数学会 (応用数学分科会), 金沢大学
2019年9月
9. “高次元半線形熱方程式の球対称解の数値解析”
応用数学フレッシュマンセミナー, 京都大学
2019年11月
10. “N次元半線形熱方程式の球対称解に対する新しい質量集中型有限要素近似”
応用数学合同研究集会, 龍谷大学
2019年12月

向井 農人 (MUKAI Asato)

(学振 DC2)

A. 研究概要

固形燃料の燃焼現象を記述する藤田型方程式の非線型項に空間的な重みを付与した方程式や走化性を持つ細胞性粘菌のライフサイクルを記述する放物型-楕円型走化性方程式系に対して接合漸近展開法を用いた有限時刻爆発解の構成を行っている。尚本研究は大阪市立大学の関行宏氏との共同研究に基づく。藤田型方程式は優線型な非線型項を有しておりこれに由来して古典解が有限時刻までしか存在しない所謂爆発現象が発生する。爆発解は爆発の速度によって類別されており我々はその中でも特異点付近での形状が自己相似的ではない type II 爆発解に着目している。本研究では type II 爆発解の構成に関する先駆的研究として知られる Herrero–Velázquez '94 の手法を精密化し、結果として重み項の零点で爆発する type II

爆発解をその漸近型と共に構成した。ここでは方程式を一般化しただけでは無く爆発解の漸近型を時刻に依存しない領域上従来より高次の項まで導出している。これは爆発時刻に於ける原点近傍上のプロファイルが特異定常解である爆発解を具体的に構成した事を意味する。現在は同様の手法を球対称走化性方程式系に適用することで走化性粘菌の集中現象の解析を進めている。

We are concerned with blow-up mechanisms in Fujita equation with a weighted reaction term and a parabolic–elliptic system of chemotaxis. As for Fujita equation, a pioneering work due to Herrero and Velázquez '94 proved that there exist radial type II blow-up solutions by matched asymptotic expansions. We revisit the idea of their construction and obtain refined estimates for such solutions. As a consequence, we obtain an example of solutions which blow up at the zero point of the weighted term. Now, we apply the method to the parabolic–elliptic system of chemotaxis and analyse a concentration phenomenon of chemotaxis. This is based on a joint work with Yukihiro Seki (Osaka City University).

B. 発表論文

1. K. Ishige and A. Mukai, Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square potential, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **38** (2018), no.8, 4041–4069.
2. K. Ishige, Y. Kabeya and A. Mukai, Hot spots of solutions to the heat equation with inverse square potential, *Appl. Anal.* **98** (2019), no.10, 1843–1861.
3. A. Mukai and Y. Seki, Refined construction of Type II blow-up solutions for semilinear heat equations with Joseph–Lundgren supercritical nonlinearity, preprint.

C. 口頭発表

1. Refined construction of Type II blow-up

solutions for a semilinear heat equation with Joseph–Lundgren supercritical nonlinearity, 第 22 回北東数学解析研究会, 東北大学 (オンライン), 2021 年 2 月.

2. Refined construction of Type II blow-up solutions for a semilinear heat equation with Joseph–Lundgren supercritical nonlinearity, Seoul-Tokyo Conference, 東京大学 (オンライン), 2020 年 11 月.
3. Refined construction of Type II blow-up solutions for a semilinear heat equation with Joseph–Lundgren supercritical nonlinearity, 楕円型・放物型微分方程式研究集会, 龍谷大学 (オンライン), 2020 年 11 月.
4. Refined construction of Type II blow-up solutions for a semilinear heat equation with Joseph–Lundgren supercritical nonlinearity, OS 特別セミナー, 東北大学 (オンライン), 2020 年 9 月.
5. Refined construction of Type II blow-up solutions for a semilinear heat equation with Joseph–Lundgren supercritical nonlinearity, 若手のための偏微分方程式と数学解析, 福岡大学, 2020 年 2 月.
6. Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square potential, 広島数理解析セミナー, 広島大学, 2019 年 2 月.
7. Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square potential, Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations ~Japan-China Joint Project for Young Mathematicians 2018~, 龍谷大学, 2018 年 10 月.
8. The heat equation with a dynamical boundary condition, 草津セミナー応用解析夏の学校, 草津セミナーハウス, 2018 年 7 月.
9. Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square potential, MZ セミナー, 宮崎大学, 2018 年 4 月.
10. Large time behavior of solutions of the heat equation with inverse square poten-

tial, 理学・生命科学研究科合同シンポジウム 2018, 東北大学, 2018 年 2 月.

G. 受賞

1. 第 19 回北東数学解析研究会優秀ポスター賞受賞, 2018 年 2 月.
2. 平成 29 年度修士論文川井賞受賞, 2018 年 3 月.

森 迪也 (MORI Michiya)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私はこれまで主に, 作用素環に関する保存問題について研究してきた. すなわち, あるクラスの作用素環を考え, そのあいだの写像で特定の構造を保つようなものの一般形についての研究を行ってきた. 以下, 今年度発表した論文について説明する.

まず 7 では, FMSP プログラム「社会数理実践研究」の成果として, Web ページ全体のなす集合を数学的に取り扱う方法について議論を行った. 特に, 私の研究テーマに近い Banach 空間の技法を応用する手立てについて考察した. G.P. Gehr 氏 (イギリス, Reading 大学) との共同研究 (論文 8) では, 複素 Hilbert 空間 H の射影空間 $P(H)$ が持つ距離構造について調べた. 固定した距離 d に対し, $P(H)$ からそれ自身への全単射で, 二項関係「距離が d である」を保つものの一般形を与えよ, という問題を考える. これは, Wigner のユニタリ反ユニタリ定理およびその Uhlhorn による一般化に動機づけられる自然な問題である. 我々は, この問題の未解決であった場合に対する完全な回答を与えた. P. Šemrl 氏 (スロベニア, Ljubljana 大学) との共同研究 (論文 9) では, 複素 Hilbert 空間上の有界線形自己共役作用素の順序同型について研究した. 二つの作用素領域に対し, そのあいだの局所順序同型全体のクラスと, 作用素上半平面上の双正則写像のなすクラスが一致することを導いた. この定理は, 作用素単調関数を Pick 関数により特徴づける Loewner の定理の類似物と考えられる. また, 局所順序同型の

式による具体的な表示も与え、いくつかの性質を導いた。論文 10 では、von Neumann 環の射影束の束構造に対する同型写像を調べ、束同型と局所可測作用素環の環同型のあいだに対応関係が成り立つことを導いた。これは von Neumann による II_1 型環に対する結果の拡張にあたる。また、 I_∞ 型および III 型 von Neumann 環に対し、局所可測作用素環の任意の環同型が実 $*$ 同型と相似であることを示した。

I am interested in preserver problems in the setting of operator algebras. In this research area we study mappings between operator algebras that preserve certain structures. In what follows I summarize the contents of my papers I announced this academic year.

In Paper 7 I reported the result of “Mathematical Research on Real World Problems”, which I attended as a student of the FMSP Program. I discussed a method to treat the space of web pages in mathematical language, in particular, in terms of Banach space theory. In Paper 8 (joint work with G.P. Gehér, Univ. of Reading, UK), we studied the metric structure of $P(H)$, the projective space of a complex Hilbert space H . For a given distance d , we consider the following question. What is the general form of bijections of $P(H)$ onto itself that preserve pairs of distance d in $P(H)$? This question is a natural one that is motivated by the classical Wigner’s unitary-antiunitary theorem and its generalization by Uhlhorn. We completed the answer to the question. In Paper 9 (joint work with P. Šemrl, Univ. of Ljubljana, Slovenia) we studied order isomorphisms between collections of bounded self-adjoint operators on a complex Hilbert space. For a pair of operator domains we proved that the class of local order isomorphisms between them coincides with that of biholomorphic automorphisms of the operator upper half-plane. This result can be regarded as an analog of Loewner’s theorem, which characterizes operator monotone functions by Pick functions. We also gave a concrete description

of local order isomorphisms by some succinct formulae. In Paper 10, I studied lattice isomorphisms of projection lattices of von Neumann algebras. I proved that such isomorphisms are in one-to-one correspondence with ring isomorphisms of the algebras of locally measurable operators. This gives a generalization of von Neumann’s result on von Neumann algebras of finite type. I also proved that every ring isomorphism between locally measurable operator algebras of von Neumann algebras of type I_∞ and III is similar to a real $*$ -isomorphism.

B. 発表論文

1. M. Mori: “Tingley’s problem through the facial structure of operator algebras”, *J. Math. Anal. Appl.* **466** (2018) no. 2, 1281–1298. 東京大学修士論文.
2. M. Mori and N. Ozawa: “Mankiewicz’s theorem and the Mazur–Ulam property for C^* -algebras”, *Studia Math.* **250** (2020) 265–281.
3. M. Mori: “Isometries between projection lattices of von Neumann algebras”, *J. Funct. Anal.* **276** (2019) no. 11, 3511–3528.
4. M. Mori: “Order isomorphisms of operator intervals in von Neumann algebras”, *Integral Equations Operator Theory* **91** (2019) no. 2, Art. 11, 26 pp.
5. M. Mori: “On 2-local nonlinear surjective isometries on normed spaces and C^* -algebras”, *Proc. Amer. Math. Soc.* **148** (2020) No. 6, 2477–2485.
6. M. Mori and P. Šemrl: “Continuous co-existence preservers on effect algebras”, *J. Phys. A* **54** (2021) no. 1, 015303.
7. 森 迪也: “ウェブ空間のバナッハ空間への埋め込みについて”, 数理科学実践研究レター LMSR 2020-6.
8. G.P. Gehér and M. Mori: “The structure of maps on the space of all quantum pure states that preserve a fixed quantum angle”, accepted for publica-

tion in Int. Math. Res. Not. IMRN, arXiv:2102.05780.

9. M. Mori and P. Šemrl: “Loewner’s theorem for maps on operator domains”, preprint, arXiv:2006.04488.
10. M. Mori: “Lattice isomorphisms between projection lattices of von Neumann algebras”, Forum Math. Sigma **8** (2020) e49.

C. 口頭発表

1. Isometries between substructures of operator algebras (2 talks), Linear Analysis Seminar, Texas A&M University, アメリカ, 2019年2月.
2. Isometries between projection lattices of von Neumann algebras, Operator Algebras, Groups and Applications to Quantum Information Workshop II, ICMAT, Madrid, スペイン, 2019年5月.
3. Isometries between projection lattices of von Neumann algebras, Seminar za algebro in funkcionalno analizo, University of Ljubljana, スロベニア, 2019年5月.
4. Order isomorphisms of von Neumann algebras, IWOTA 2019 (Special Session: Preserver Problems in Operator Theory and Functional Analysis), Instituto Superior Técnico, Lisbon, ポルトガル, 2019年7月.
5. Continuous coexistence preservers on effect algebras, Analízis szeminárium, University of Szeged, ハンガリー, 2020年2月.
6. Order embeddings of matrix intervals, UMPA ENS de Lyon, フランス, 2020年2月.
7. Lattice isomorphisms between projection lattices of von Neumann algebras, 東大京大合同オンライン作用素環セミナー, Zoom, 2020年4月.
8. Lattice isomorphisms between projection lattices of von Neumann algebras, Preserver Webinar, Zoom, 2020年6月.
9. Loewner’s theorem for maps on operator

domains, RIMS 共同研究 (公開型)「作用素環論の最近の進展」, Zoom, 2020年9月.

10. Loewner’s theorem for maps on operator domains, 作用素論・作用素環論研究集会, Zoom, 2020年11月.

森脇 湧登 (MORIWAKI Yuto)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

筆者は今年度、共形対称性を持つ二次元の場の量子論 (二次元共形場理論) の数学的研究を行い以下の結果を得た。

1. 二次元共形場理論の定式化

理論物理において、共形場理論は bootstrap equation と呼ばれる等式を用いて定義されている。筆者は [3] において bootstrap equation を元に full vertex algebra という代数を定義した。またその具体例として、弦理論のトロイダルコンパクト化で現れる共形場理論を構成した。

2. 二次元共形場理論の変形

場の量子論の変形は、理論を構成する上で極めて重要な道具である。しかし、変形においては様々な量が無限大に発散してしまい、そのことが場の量子論を数学的に構成するにあたっての大きな障害になっている。変形理論は多くの場合、ある種の近似であり場の量子論の厳密な変形を構成することは物理としても非常に重要である。[4] において、筆者は二次元の共形場理論の current-current 変形と呼ばれる変形を、full vertex algebra の定式化を元に数学的に厳密に構成した。current-current 変形に関しては発散の問題は、作用素の順番を適切に並び変えることで回避できる。

3. 重み公式と変形

ある共形場理論から出発して、変形でどれくらい沢山の非自明な理論が生じるか? という問いは興味深い。current-current 変形で現れる共形場理論の自己同型群の位数の逆数和を mass と呼ぶ。これは full vertex algebra の同型類の重み付きの数え上げである。[4] において、私はこれを数え上げる公式 (重み公式) を証明した。証明のポイントは、二つの代数の間に変形が存在するかは、

全く別の文脈 [2] で導入した同値関係を用いて判定できることを示した点である。これにより、たとえば二つの代数の間に変形が存在するとき、それらの表現圏はアーベル圏同値になることが分かる。

This year, the author conducted a mathematical study of two-dimensional quantum field theory with the conformal symmetry (two-dimensional conformal field theory), and obtained the following results.

1. Formulation of two-dimensional conformal field theory

In theoretical physics, conformal field theory is defined using an equation called the bootstrap equation. In [3], the author defined an algebra called a full vertex algebra based on the bootstrap equation. As a concrete example, the conformal field theory that appears in the toroidal compactification of string theory was constructed.

2. Deformation of two-dimensional conformal field theory

Deformations of a quantum field theory are extremely important tools in constructing theories. However, in the deformation, various quantities diverge infinitely, which is a major obstacle to the mathematical construction of quantum field theory. A deformation is often obtained as an approximation in physics, and thus it is very important to construct a rigorous deformation of quantum field theory both in physics and mathematics. In [4], the author constructs a deformation called a current-current deformation of the two-dimensional conformal field theory mathematically strictly based on the formulation of the full vertex algebra. Regarding the current-current deformation, the problem of divergence can be avoided by properly rearranging the order of operators.

3. Mass formula and deformation

Starting from a conformal field theory, how many non-trivial theories are generated by deformations? Is an interesting question. The re-

cipocal sum of the orders of the automorphism groups of conformal field theories that appear in a current-current deformation is called a mass. This is a weighted enumeration of the full vertex algebras. In [4], I proved a formula that counts this (mass formula).

The point of the proof is that it is possible to determine whether there is a deformation between two algebras using an equivalence relation introduced in a completely different context [2]. This shows that, for example, when there are deformations between two algebras, their categories are equivalent as abelian categories.

B. 発表論文

1. On classification of conformal vectors in vertex operator algebra and the vertex algebra automorphism group, *J.Algebra*, **546**, (2020), 689–702, arXiv:1810.04899.
2. Genus of vertex algebras and Mass formula, to appear in *Math. Z.*, arXiv:2004.01441
3. Full vertex algebra and bootstrap – consistency of four point functions in 2d CFT, arXiv:2006.15859
4. Full vertex algebra and non-perturbative current-current deformation of 2d CFT, arXiv:2007.07327

C. 口頭発表

1. “On deformation of two dimensional conformal field theory”, Conference, Kyoto university, Japan, December 2020.
2. “Current-current deformation of two dimensional conformal field theory”, Ehime Algebra Seminar, Ehime university, Japan, November 2020.
3. “Current-current deformation of two dimensional conformal field theory and Mass formula”, Representation Theory Seminar, RIMS, Kyoto university, Japan, November 2020.
4. “Current-current deformation of two di-

mensional conformal field theory”, Conference, RIMS, Kyoto university, Japan, October 2020.

5. “Deformation of two-dimensional conformal field theory and vertex algebra”, Seminar, University of Tokyo, Japan, November 2019.

Sheng Xiaobing (盛 小冰)

A. 研究概要

Thompson’s group F , T and V were first introduced by Richard Thompson from logical point of view, while they have turned out to be one of the most mysterious family of the groups. In the past year, we have conducted research on the generalised Thompson’s groups T_n of Thompson’s group T , and obtained results on the subgroups distortion of Thompson’s groups. So far, there are more topological and dynamical results on these groups, while we focus more on the view point of Geometric group theory. Thompson’s groups are not Gromov hyperbolic geometric results on these groups indicate that they might have some “hyperbolic-type” properties defined in a more general sense. For the current work, we investigate the geometric properties and the combinatorial properties of generalisations of Thompson’s groups. We focus on divergence properties of the Brown-Thompson’s groups F_n , T_n and V_n and the braided Thompson’s groups BF , BV and found out that these groups also have a lower bound on the divergence function for the first part while investigate combinatorially the torsion elements of the two dimensional Thompson’s group $2V$ for the second part.

Thompson 群 F , T , V は 1965 年に Richard Thompson により発見された unsolvable word problem という性質を持つ群である。さらに T , V は有限表示無限単純群になることが証明され、Higman や Brown たちによる拡張と共に、様々な興味深い性質を持つことが示された。これまで

の研究で、 T の拡張 T_n から T の quasi-isometric という性質を持つ埋め込みを構成することができ、一方で T から T_n の埋め込みは存在しないことを証明した。また、トンプソン群の拡張 F_n , T_n , V_n , BF , BV の幾何学的な性質を調べ、トンプソン群の Brown による拡張 F_n , T_n , V_n とブレイド版 BF , BV の発散性を調べ、 F_n , T_n , V_n , BF が線型な発散関数を持ち、 BV は少なくとも線型な発散関数を持つことを証明する。一方、組み合わせ的な観点から 2次元トンプソン群 $2V$ のねじれ元について調べている。

B. 発表論文

1. Xiaobing Sheng “Generalised Thompson’s group T_n in T ”, 修士論文.
2. Xiaobing Sheng “Quasi-isometric embedding from the generalised Thompson’s group T_n to T ”, arXiv preprint 1803.00866.

C. 口頭発表

1. On the generalised Thompson’s group T_n in T , discussion time, MINI SYMPOSIUM: New development in Teichmüller space theory, 沖縄科学技術大学院大学, 2017年11月
2. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson’s group T , 3-manifolds and Geometric Group Theory, CIRM, フランス 2018年6月
3. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson’s group T , 「葉層構造と微分同相群 2018 研究集会」Foliations and Diffeomorphism Groups 2018, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018年10月
4. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson’s group T , 関東若手幾何セミナー, 東京工業大学, 2018年10月
5. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson’s group T , 14th East Asian Conference on Geometric Topology, Pekin University, 中国, 2019年1月
6. Contracting boundary of the CAT(0) space, ミニワークショップ「Low Di-

mensions, Waseda University, 2019 年 12 月

7. Quasi-isometrically embedded subgroup T_n of Thompson's group T , East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, University of Tokyo, 2020 年 1 月
8. Some combinatorial properties of Brin-Thompson's groups, 幾何学的群とその周辺, Waseda University, 2020 年 12 月
9. Divergence property of Brown Thompson's groups and Brin-Thompson's groups, 16th East Asian Conference on Geometric Topology, University of Tokyo, Zoom conference, 2021 年 1 月

☆ 2 年生 (Second Year)

飯田 暢生 (IIDA Nobuo)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

3, 4 次元多様体のトポロジー, および, コンタクト, シンプレクティック構造を Seiberg-Witten 理論を用いて研究している. Seiberg-Witten 理論の一つの側面として, 3, 4 次元多様体の幾何学的情報を, Seiberg-Witten 方程式とよばれる非線形偏微分方程式から取り出すということが行われてきた.

本年度私は, 理化学研究所の谷口正樹氏との共同研究により, 「Seiberg-Witten Floer ホモトピーコンタクト不変量」を構成した. これは, 閉 3 次元多様体上にコンタクト構造が与えられたとき, ある次元の球面からその 3 次元多様体の向きを逆にしたものの Seiberg-Witten Floer ホモトピータイプへの安定ホモトピー写像が符号を除いて定まるというものである. ただし, ここでの 3 次元多様体は第 1Betti 数がゼロであるとする. 以下では, この研究の背景を説明する.

Kronheimer-Mrowka は, 境界にコンタクト構造をもつ 4 次元多様体に対し符号を除いて定まる整数値の不変量を構成した. その後に構成された Seiberg-Witten 方程式から構成される (3+1)TQFT 型不変量であるモノポール Floer 理

論の観点では, この Kronheimer-Mrowka の不変量は, その境界付き 4 次元多様体の情報と境界のコンタクト構造の情報の「混合物」のようなものである. Kronheimer-Mrowka-Ozsváth-Szabó により構成されたモノポール Floer ホモロジー類としてのモノポールコンタクト不変量は, コンタクト 3 次元多様体上のコンタクト構造の情報を「単離する」ことを可能にしたものである. すなわち, モノポールコンタクト不変量のインプットデータはコンタクト構造が与えられた閉 3 次元多様体であり, それを境界にもつ 4 次元多様体を必要としない. これはモノポール Floer 理論の枠組みで初めて定義できる不変量である.

一方, コンタクト構造とは別の方向性として, Bauer-Furuta による Seiberg-Witten 方程式の有限次元近似の手法に端を発し, Manolescu は Seiberg-Witten Floer ホモトピータイプとよばれる (3+1)TQFT 型不変量を構成した. これは, 閉 3 次元多様体に対し, ある「空間」であって, 適切にホモロジーをとるとモノポール Floer ホモロジー群を再現するものを与えるという意味で, モノポール Floer 理論の精密化である. ただし, ここでも 3 次元多様体は第 1Betti 数がゼロであるとする.

我々の「Seiberg-Witten Floer ホモトピーコンタクト不変量」は, Seiberg-Witten Floer ホモトピータイプの枠組みにおいて構成され, モノポールコンタクト不変量の精密化となるべきものである. また, 「Seiberg-Witten Floer ホモトピーコンタクト不変量」が, 昨年度に修士論文として私が構成した境界にコンタクト構造をもつ 4 次元多様体に対する Bauer-Furuta 型不変量から, コンタクト構造の情報を「単離し」たものになっていることを主張する結果を示した. 我々はこの不変量の基本的な性質を調べ, いくつかの簡単な例に対しこの不変量を計算した.

また, 谷口正樹氏と, ジョージア工科大学の Anubhav Mukherjee 氏との共同研究において, 私の修士論文の不変量を含む Bauer-Furuta 型の不変量に対する adjunction 不等式を証明し, それを用いてシンプレクティック充填の向きを逆にする余次元 0 埋め込みの障害や, 結び目のスライス性に関する応用を与えた.

I study topology and contact and symplectic structures of 3 and 4-manifolds using Seiberg-Witten theory. As one aspect of Seiberg-Witten theory, geometric information of 3 and 4-manifolds has been extracted from a non-linear equation called Seiberg-Witten equation. This year, I constructed "Seiberg-Witten Floer contact invariant" with Masaki Taniguchi(Riken). To a closed contact 3-manifold, this associates a stable homotopy map up to sign from a sphere to the Seiberg-Witten Floer homotopy type of the 3-manifold with reversed orientation. Here, we assume that the 1st Betti number of the 3-manifold is zero. The following is a background for this invariant.

Kronheimer-Mrowka constructed an integer(up to sign)-valued invariant for a 4-manifold with contact boundary. Later, a (3+1)TQFT type invariant called monopole Floer theory is constructed from the Seiberg-Witten equation and from the viewpoint of this Floer theory, Kronheimer-Mrowka's invariant above can be regarded as a "mixture" of the information of the 4-manifold with boundary and that of the contact structure on the boundary. The monopole contact invariant constructed by Kronheimer-Mrowka-Ozsváth-Szabó is an element of monopole Floer homology group and enables one to "isolate" the information of the contact structure. In other words, the input data of the monopole contact invariant is a closed 3-manifold equipped with a contact structure and it does not require a 4-manifold bounding the 3-manifold. The definition of this invariant requires the framework of the monopole Floer theory.

On the other hand, as a different direction from the contact structure, Manolescu constructed another (3+1)TQFT type invariant called Seiberg-Witten Floer homotopy type expanding Bauer-Furuta's method called finite dimensional approximation of the Seiberg-Witten equation. This is a refinement of monopole

Floer theory in the sense that it gives a closed 3-manifold a "space" whose suitable homology group recovers the monopole Floer homology group. Here, we assume the 1st Betti number of the 3-manifold is zero.

Our "Seiberg-Witten Floer contact invariant" is constructed in the framework of the Seiberg-Witten Floer homotopy type and should be a refinement of Kronheimer-Mrowka-Ozsváth-Szabó's monopole contact invariant. Also, we proved a result which claims that our "Seiberg-Witten Floer contact invariant" is in a sense something "isolating" the information of the contact structure from the Bauer-Furuta type invariant for 4-manifold with contact boundary that I constructed last year in my master thesis. We investigated basic properties of our invariant and calculated some simple examples.

As a joint work with Masaki Taniguchi(Riken) and Anubhav Mukherjee(Georgia Tech), we also proved an adjunction inequality for Bauer-Furuta invariants including the invariant of my master thesis, and gives an obstruction to orientation reversing codimension-0 embedding of symplectic fillings and a result on sliceness of knots.

B. 発表論文

1. Nobuo Iida, A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, arXiv:1906.07938, preprint.
2. Nobuo Iida and Masaki Taniguchi, Seiberg-Witten Floer homotopy contact invariant, joint work with Masaki Taniguchi, arXiv:2010.02132, preprint.
3. Nobuo Iida, Anubhav Mukherjee, and Masaki Taniguchi, An adjunction inequality for Bauer-Furuta type invariants, with application to sliceness and 4-dimensional topology, joint work with arXiv:2102.02076, preprint.

C. 口頭発表

- Seiberg-Witten Floer homotopy contact invariant, The 16th East Asian Conference on Geometric Topology, Online, Jan. 2021
- Seiberg-Witten Floer homotopy contact invariant, International Workshop on 4-Manifold Theory and Gauge Theory, Online, Nov. 2020
- A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, Four Dimensional Topology, Osaka University, Nov. 2019
- A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, Floer Homotopy Theory and Low-Dimensional Topology, University of Oregon, Aug. 2019
- A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, Kansai Gauge Theory Seminar, Kyoto University, Jul. 2019
- A Bauer-Furuta type refinement of Kronheimer-Mrowka's invariant for 4-manifolds with contact boundary, Kyoto Young Topologists seminar, Research Institute for Mathematical Science(RIMS), Feb. 2019

沖 泰裕 (OKI Yasuhiro)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

志村多様体の法 p 還元の幾何およびその数論的応用について研究している。本年度は、以下の結果を得た。

(1) Hodge 型志村多様体の Kisin-Pappas 整モデルの basic locus における完備化が, Hamacher-Kim によって構成された Rapoport-Zink 空間

によって一意化されることを証明した。これは, PEL 型における Rapoport-Zink による同様の結果の一般化である。また, 上記の結果と前年度に得られたスピノル群に対する Rapoport-Zink 空間の底空間の記述を用いることで, スピノル群に対する志村多様体で p でのレベルがスペシャル最大パラホリックであるものについて, basic locus の構造の具体的記述を得た。

(2) レベル構造がスペシャル最大パラホリック部分群で与えられるような n 次スピノル群に対する Rapoport-Zink 空間を考え, さらに超スペシャルレベルの $n+1$ 次スピノル群に対する Rapoport-Zink 空間への埋め込みを考える。これらに対して数論的 Gan-Gross-Prasad サイクルを定義し, 一部の場合にその交点数の計算を行った。これは, 超スペシャルレベルの場合の He-Li-Zhu の結果の変種である。

(3) 総実体 L^+ およびその総虚 2 次拡大 L に対し, T を L 上の乗法群の \mathbb{Q} 上への Weil 制限の部分トーラスで, L/L^+ のノルム写像が \mathbb{Q} 上有理的な元からなるものとする。さらに, p を素数とし, $K_{T,p}$ を $T(\mathbb{Q}_p)$ の最大コンパクト部分群とする。このとき, 等式 $T(\mathbb{Q}_p) = T(\mathbb{Q}) \cdot K_{T,p}$ の成否について考察した。本年度は, $p > 2$ かつ L/\mathbb{Q} がアーベル拡大という条件の下で, L/\mathbb{Q} の拡大次数が 32 で割り切れないならば等式が成り立つことを証明した。一方, そうでない場合には, 等式が成り立たないような L/\mathbb{Q} を無限個構成した。

I study the geometry of mod p reduction of Shimura varieties and their arithmetic applications. In this year, I obtained the following results.

(1) I proved that the completion along the basic loci of Kisin-Pappas integral models of Shimura varieties of Hodge type are uniformized by the Rapoport-Zink spaces constructed by Hamacher-Kim. This is a generalization of the results on the case of PEL type of Rapoport-Zink. Moreover, combining with the description of the underlying space of the Rapoport-Zink spaces for spinor groups obtained by the last year, I obtained a concrete description of the basic loci of Shimura varieties

for spinor groups.

(2) Consider a Rapoport–Zink space for spinor group with special maximal parahoric level structure and a codimension 1 embedding into that with hyperspecial level structure. Then I defined arithmetic Gan–Gross–Prasad cycles for these, and computed intersection multiplicities in some cases. This is a variant of the result of He–Li–Zhu.

(3) For a totally real field L^+ and its totally imaginary quadratic field extension L , let T be the subtorus of the Weil restriction over \mathbb{Q} of the multiplicative group over L consisting of all elements such that the norm map of L/L^+ is rational over \mathbb{Q} . Moreover, let p be a prime number, and $K_{T,p}$ the maximum compact open subgroup of $T(\mathbb{Q}_p)$. Then I considered whether the equality $T(\mathbb{Q}_p) = T(\mathbb{Q}) \cdot K_{T,p}$ is affirmative or not. In this year, under the conditions $p > 2$ and that L/\mathbb{Q} is abelian, I proved that the equality holds if the degree of L/\mathbb{Q} is not divisible by 32. On the other hand, if not, then I constructed infinitely many L/\mathbb{Q} 's such that the equality do not hold.

B. 発表論文

1. Y. Oki, *On supersingular loci of Shimura varieties for quaternionic unitary groups of degree 2*, to appear in *manuscripta math.*
2. Y. Oki, *On the supersingular locus of the Shimura variety for $\mathrm{GU}(2, 2)$ over a ramified prime*, arXiv:2002.01158.
3. Y. Oki, *Notes on Rapoport–Zink spaces of Hodge type with parahoric level structure*, arXiv:2012.07076.
4. Y. Oki, *Rapoport–Zink spaces for spinor groups with special maximal parahoric level structure*, arXiv:2012.07078.

C. 口頭発表

1. On supersingular loci of Shimura varieties for quaternion unitary groups of degree 2, 代数学コロキウム, 東京大学, 2019

年 5 月.

2. On supersingular loci of Shimura varieties for quaternion unitary groups of degree 2, Workshops on Shimura varieties, representation theory and related topics, 北海道大学, 2019 年 7 月.
3. On some moduli spaces of supersingular QM abelian 4-folds, Supersingular abelian varieties and related arithmetic, 名古屋大学, 2019 年 9, 10 月.
4. On the supersingular locus of the Shimura variety for $\mathrm{GU}(2, 2)$ over a ramified prime, Arithmetic Geometry and Representation Theory, 富山県民会館, 2019 年 12 月.
5. Basic loci of some Shimura varieties for unitary groups in four variables over a ramified prime, East Asian Core Doctoral Forum on Mathematics, 東京大学 Kavli IPMU, 2020 年 1 月.
6. On basic loci of Shimura varieties for spinor groups, 代数的整数論とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2020 年 11, 12 月.
7. スピノル群に対する志村多様体の basic locus について, 第 2 回神戸整数論ミニワークショップ, 2021 年 2 月.

G. 受賞

1. 2018 年度数理科学研究科長賞

亀岡 健太郎 (KAMEOKA Kentaro)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

まだ発表していないが今年度は離散シュレーディンガー作用素に対する新たな半古典解析的枠組みを導入し, その設定における固有値のワイル則および固有関数のアグモン評価の証明を行った. またフーリエ空間における複素変形による離散シュレーディンガー作用素の散乱共鳴の研究 (中村周氏の示唆による) やシュタルク作用素の散乱共鳴の吸収極限的特徴づけの研究等も進展させた.

In this year, I introduced a new semiclassical framework for the discrete Schrödinger operators and proved the Weyl law for eigenvalues and the Agmon estimate for eigenfunctions in this setting while these are not yet announced. Moreover, I developed the study of resonances for the discrete Schrödinger operators by Fourier complex distortion (suggested by Shu Nakamura) and the study of the limiting absorption characterization of Stark resonances.

B. 発表論文

1. K. Kameoka : "Remarks on Semiclassical Wavefront Set", to appear in Funkcialaj Ekvacioj.
2. K. Kameoka : "Semiclassical study of shape resonances in the Stark effect", to appear in Journal of Spectral Theory.
3. K. Kameoka and S. Nakamura : "Resonances and viscosity limit for the Wigner-von Neumann type Hamiltonian", to appear in Pure and Applied Analysis.

C. 口頭発表

1. Semiclassical shape resonances for the Stark Hamiltonian, 学習院大学スペクトル理論セミナー, 学習院大学, 2019年6月.
2. Semiclassical shape resonances for the Stark Hamiltonian, 作用素論セミナー, 京都大学, 2019年11月.
3. Semiclassical shape resonances for the Stark Hamiltonian, スペクトル・散乱那覇シンポジウム, 沖縄県市町村自治会館, 2020年1月.
4. Resonances and complex absorbing potential method for the Wigner-von Neumann type Hamiltonian, 作用素論セミナー, 京都大学 (オンライン), 2021年1月.
5. Resonances and complex absorbing potential method for the Wigner-von Neu-

mann type Hamiltonian, 偏微分方程式姫路研究集会, オンライン, 2021年3月予定.

佐藤 謙 (SATO Ken)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

代数体に対してレギュレーターと呼ばれる値が定義され, Dirichlet の類数公式を通じて, ゼータ関数の特殊値や類数などの数論的に重要な量と結びつくことが古典的に知られている. Beilinson によりレギュレーターの構成は一般化され, 代数多様体のモチヴィックコホモロジーから Deligne コホモロジーへの写像として定義されるようになった. このレギュレーター写像による元の値は, 多様体のモチーフの L 関数の特殊値の無理数部分と関連することが期待されているが, 予想が成り立つことが確かめられているケースは数少ない. ただし, これらの背景から, レギュレーターの値に現れる特殊関数は与えられた代数多様体の数論的, 幾何的性質と深く関連すると期待されており, 実際, レギュレーター写像の値には超幾何関数, ポリログ関数などの興味深い特殊関数の特殊値が現れることが知られている. 私は特に $K3$ 曲面の族のレギュレーター写像の値として現れる特殊関数に注目して研究し, 楕円曲線の直積に付随する Kummer 曲面の族の上のあるモチヴィックコホモロジーの元の族のレギュレーターの値から

$$\int_{s=0}^{s=1} \int_{t=0}^{t=s} \frac{dsdt}{\sqrt{s(s-1)(s-a)t(t-1)(t-b)}} \quad (7)$$

の様な a, b に関する多値正則関数が現れることを示した. この表示から, $K3$ 曲面の周期を考えることで, 構成したサイクルの族は, 十分一般場合トーションとなっていないこともわかる. 本年度はこのサイクルに関し研究を進め, Kummer 曲面上の自己同型が, 構成したサイクルにどのように作用するかを考察することで, 上記の特殊関数の特殊値に関する関係式を得, また十分一般の場合消えていないようなサイクルをより多く構成することに成功した. また本年度は, Beilinson 予想が成り立つことが示されているモジュラー曲線などの保型的な多様体に関して, 既存の研究結果を調査した.

Beilinson defined regulator maps from motivic cohomology of algebraic varieties to Deligne cohomology. It is conjectured that values of regulator relate to values of L -function of motives if varieties are smooth projective and defined over \mathbb{Q} . Though there are few cases that the conjecture is true, the special functions appearing in the value of the regulator map seem to have a deep connection with arithmetic and geometric properties of the given algebraic varieties. In fact, many interesting functions such as hypergeometric functions or polylog functions appear in the value of the regulator maps. I study the special functions appearing in the values of the regulator map on the $K3$ surface families. I constructed explicitly certain family of elements in motivic cohomology of the family of Kummer surfaces associated with products of elliptic curves and showed that their values via the regulator map is a multi-valued holomorphic function about a, b having an integral expression (1). Considering the periods of such $K3$ surface, I showed that these cycles are not torsion on the very general member of this family. This year I examined the action on these cycles by automorphism group of Kummer surface and we get the relation between special functions in (1). Furthermore, I succeeded to construct more non-trivial cycles in very general cases. I also studied about modular variety such as modular curves, about which Beilinson conjecture holds.

B. 発表論文

1. Indecomposable parts of higher Chow groups of a certain type of Kummer surfaces, 東京大学修士論文, 2019.
2. Construction of higher Chow cycles and calculation of the regulator map, 北海道大学数学講究録 (178), 2020.
3. 等スペクトル問題を用いた cloaking device 作成へのアプローチ, 数理科学実践研究レター, 2021.

C. 口頭発表

1. Kummer 曲面上の regulator の計算, 第 12 回玉原特殊多様体研究集会, 2018 年 9 月.
2. Higher Chow groups of Kummer surfaces, 第 2 回数理解新人セミナー, 2019 年 2 月.
3. Explicit calculation of values of the regulator maps on a certain type of Kummer surfaces, 代数学コロキウム, 2019 年 7 月.
4. Calculation of the regulator map, Younger generations in Algebraic and Complex geometry VI, 2019 年 8 月.
5. Construction of higher Chow cycles and calculation of the regulator on certain surfaces, Regulators in Niseko 2019, 2019 年 9 月.
6. ある種の Kummer 曲面におけるレギュレーター の計算, 北陸数論セミナー, 2019 年 10 月.

佐藤 悠介 (SATO Yusuke)

A. 研究概要高次元の商特異点のクレパント特異点解消の存在及びマックイ対応について研究を行った. $SL(n, \mathbb{C})$ の有限巡回部分群 G による商空間 \mathbb{C}^n/G がクレパント特異点解消を持つための十分条件を高次元連分数を用いて小山高専の佐藤宏平氏と共同で示した. その後、与えた十分条件が two-parameter の巡回商特異点の場合にはクレパント特異点解消を持つための必要十分条件になっていることを示した。高次元連分数展開は 2019 年に足利正氏は巡回商特異点の Fujiki-Oka 特異点解消を記述するために導入したものである。これに対して私たちは Fujiki-Oka 特異点解消がいつクレパント特異点解消に一致するかの条件を高次元連分数を用いて与えた。また巡回商特異点に対して Fujiki-Oka 特異点解消はトーリック多様体であり扇で記述できるが、3 次元巡回商特異点 Gorenstein(または端末特異点) であるときにこの扇の特徴付けを二分木を用いて行った。

In this year, I studied the existence of crepant

resolutions for high dimensional quotient singularities and the McKay correspondence. We showed a sufficient condition of existence of crepant resolution for Gorenstein Abelian quotient singularities in all dimensions by using Ashikaga's continued fractions (joint work with SATO Kohei). After that, we show a condition for two-parameter Gorenstein cyclic quotient singularities to have a crepant resolution in any dimension. The Ashikaga's continued fraction controls the Fujiki-Oka resolution for a cyclic quotient singularity. Our result gives the condition when the Fujiki-Oka resolution coincide with a crepant resolution. Moreover, I showed that a two dimensional continued fraction can be represented a binary tree, and I characterized the shape of the binary tree obtained from the two dimensional continued fraction for the three dimensional Gorenstein (or terminal) quotient singularity.

B. 発表論文

1. K.Sato and Y.Sato, On existence of crepant resolutions for Gorenstein abelian quotient singularities, preprint, arXiv:math/2004.03522.
2. Y.Sato, Fujiki-Oka resolution for three-dimensional cyclic quotient singularities via binary trees, submitted.

C. 口頭発表

1. $\text{Hilb}^G(C^4)$ and Crepant resolutions of certain abelian groups in $SL(4, C)$, 日本数学会秋季分科会, 岡山大学, 2018 年 9 月.
2. $\text{Hilb}^G(C^4)$ and Crepant resolutions of certain abelian groups in $SL(4, C)$, McKay Correspondence and Noncommutative Algebra, 名古屋大学, 2018 年 11 月.
3. 高次元のクレパント特異点解消と G -ヒルベルトスキーム, 第 24 回代数学若手研究会, 東京大学, 2019 年 2 月.
4. $SL(4, C)$ の有限アーベル部分群のクレパント特異点解消と G -ヒルベルトスキームについて, 第 15 回数学総合若手研究集会,

北海道大学, 2019 年 3 月.

5. Crepant resolution for four dimensional Gorenstein quotient singularity, 第六回若手代数複素幾何研究集会, 岡山大学, 2019 年 8 月.
6. Existence of crepant resolution via multi-dimensional continued fraction, GTM セミナー, 東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構, 2019 年 11 月.
7. Binary tree and continued fraction for cyclic quotient singularities, 21th 代数曲面ワークショップ, 首都大学東京 秋葉原サテライトキャンパス, 2019 年 12 月.
8. Crepant resolutions for two-parameter cyclic quotient singularities, The McKay correspondence Mutation and related topics, Online seminar, 2020 年 7 月.
9. Fujiki-Oka resolution for two parameter cyclic quotient singularities, 日本大学特異点セミナー, Online seminar 2020 年 8 月.

里見 貴志 (SATOMI Takashi)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私は主に 2 つのテーマについて研究している.

1. Wang-Maiden の不等式のユニモジュラー局所コンパクト群上への一般化
まず, 測度空間 X 上の関数 $\phi: X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対し, ($X = \mathbb{R}$ の場合は対称減少再配分にあたる) 関数 $\phi^*: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ を定義した. ユニモジュラー局所コンパクト群 G に対し, 局所可積分関数 $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ に関する条件 $P(G)$ を次のように定める.
 $P(G): G$ 上の任意の関数 $\phi_1, \phi_2: G \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ に対し, $\int_G f \circ (\phi_1 * \phi_2)(g) dg \leq \int_{\mathbb{R}} f \circ (\phi_1^* * \phi_2^*)(y) dy$ が成り立つ.
Wang-Maiden は f が凸関数のときに条件 $P(\mathbb{R})$ が成り立つことを示した. これを一般化し, (1) f が凸関数であること, (2) f が条件 $P(\mathbb{R})$ をみたすこと, (3) 開かつコン

コンパクトな部分群を持たないような任意の G に対し f が $P(G)$ をみたすこと、がすべて同値であることを示した。

2. ユニモジュラー局所コンパクト群上の

Young の畳み込み不等式の最適定数

$1 + 1/p = 1/p_1 + 1/p_2$ をみたすような実数 $1 < p_1, p_2, p < \infty$ を固定する. 任意のユニモジュラー局所コンパクト群 G に対し Young 定数 $Y(G) := \sup\{\|\phi_1 * \phi_2\|_p \mid \|\phi_1\|_{p_1} = \|\phi_2\|_{p_2} = 1\}$ は 1 以下である.

まず、私は $G = \mathbb{R}^n$ の場合に $Y(G)$ の値を明示的に与える様々な方法を学んだ. Beckner は $\|\phi_1^* * \phi_2^*\|_p$ が最大になるための必要条件となる関数方程式の解が Gauss 関数となることを示すことで初めて証明した. Brascamp-Lieb は $Y(\mathbb{R}^n) = Y(\mathbb{R})^n$ を示し、 $n \rightarrow \infty$ のときの $Y(\mathbb{R}^n)$ の振る舞いを評価することで証明した. Barthe は変数変換と重み付き相加相乗平均の不等式を使ったより直接的な証明を与えた. Bennet-Bez は $\phi_1^{p_1}, \phi_2^{p_2}$ を初期値とする熱拡散方程式を考え、時間が経過するとそれらの畳み込みの L^p ノルムが増大することを使って証明した. Cordero-Erausquin-Ledoux は最適定数を求める問題が $\phi_1 * \phi_2$ の微分エントロピーを上から評価する問題と本質的に同等であることを示すことで証明した.

Fournier は G が開かつコンパクトな部分群を持たないことと $Y(G) < 1$ が同値であることを示し、さらにこの場合の $Y(G)$ の上限 C が 1 未満であることを示した. 私は前述の Wang-Maiden の不等式の一般化を使って $C = Y(\mathbb{R})$ となることを示した.

I am studying two themes.

1. The generalization of Wang-Maiden's inequality to unimodular locally compact groups

For any function $\phi: X \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ on a measure space X , a function $\phi^*: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ (that is the symmetric decreasing rearrangement when $X = \mathbb{R}$) is defined.

For any unimodular locally compact group G , the condition $P(G)$ with respect to a locally integrable function $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ is defined as follows.

$$P(G): \int_G f \circ (\phi_1 * \phi_2)(g) dg \leq \int_{\mathbb{R}} f \circ (\phi_1^* * \phi_2^*)(y) dy$$

holds for any functions $\phi_1, \phi_2: G \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$.

Wang-Maiden proved that f satisfies $P(\mathbb{R})$ if f is a convex function. I generalized this, that is, I showed that the followings are equivalent: (1) f is a convex function, (2) f satisfies $P(\mathbb{R})$, (3) f satisfies $P(G)$ for any G that has no open compact subgroup.

2. The optimal constant of Young's convolution inequality on unimodular locally compact groups

Suppose $1 < p_1, p_2, p < \infty$ satisfy $1 + 1/p = 1/p_1 + 1/p_2$. For any unimodular locally compact group G , the Young constant $Y(G) := \sup\{\|\phi_1 * \phi_2\|_p \mid \|\phi_1\|_{p_1} = \|\phi_2\|_{p_2} = 1\}$ is not more than 1.

I studied several ways to obtain $Y(G)$ explicitly when $G = \mathbb{R}^n$. Beckner proved it by showing that if $\|\phi_1^* * \phi_2^*\|_{q, \mathbb{R}}$ is attained the maximum then ϕ_1^* and ϕ_2^* are Gaussian functions. Brascamp-Lieb proved it by using $Y(\mathbb{R}^n) = Y(\mathbb{R})^n$ and investigating behavior of $Y(\mathbb{R}^n)$ when $n \rightarrow \infty$. Barthe proved it more directly by using change of variables and the weighted AM-GM inequality. Bennett-Bez proved it by considering the heat equalities of which initial conditions are $\phi_1^{p_1}$ and $\phi_2^{p_2}$, and showing the L^q -norm of their convolution is monotonically increasing in time. Cordero-Erausquin-Ledoux proved it by evaluating differential entropy of the convolution and finding the relation between this problem and $Y(\mathbb{R}^n)$.

Fournier proved that $Y(G) < 1$ if and only if G has no open compact subgroup and the supremum C of $Y(G)$ in this case

is less than 1. I showed $C = Y(R)$ by using the generalization of Wang-Maiden's inequality.

B. 発表論文

1. T. Satomi: “算術的組み合わせ論による等質空間上のたたみ込みのスペクトル評価”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2019).
2. T. Satomi: “局所コンパクト群上のたたみ込みの L^p 収束性と Young の不等式の関係”, 京都大学数理解析研究所講究録 **2139** (2019) 136–147.
3. T. Satomi: “局所コンパクト群の畳み込みに関する Young-Beckner-Fournier の不等式の最適定数”, 表現論シンポジウム 2020 講演集 (2020) 129–140.

C. 口頭発表

1. Selberg's expander construction (after Tao) について, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2017 年 8 月.
2. (1) Freiman's product theorem の紹介, (2) Balog-Szemerédi-Gowers の定理の評価の改良と一般の不変測度への拡張, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018 年 8 月.
3. 群上のたたみ込み関数の L^2 評価とグラフ理論の関係, 作用素環セミナー (世話人: 河東泰之先生), 東京大学数理科学研究科, 2019 年 4 月.
4. 群上のたたみ込みに関する Young の不等式の拡張, RIMS 共同研究「表現論とその周辺分野の進展」(世話人: 大島芳樹先生), 京都大学数理解析研究所, 2019 年 7 月.
5. Larsen-Pink-Tao による $SL_d(k)$ の Product theorem の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), 東

京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.

6. ユニモジュラーな局所コンパクト群上でのたたみ込みの L^p 評価と Young の不等式の関係, 2019 年度表現論ワークショップ, 県民ふれあい会館 (鳥取県立生涯学習センター) (世話人: 伊師英之先生), 2020 年 1 月.
7. たたみ込みの L^p ノルムに関する Beckner の不等式の, 凸関数への一般化とその応用, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (世話人: 小林俊行先生), オンライン, 2020 年 8 月.
8. 局所コンパクト群の畳み込みに関する Young-Beckner-Fournier の不等式の最適定数, 2020 年度表現論シンポジウム (世話人: 織田寛先生, 廣惠一希先生), オンライン, 2020 年 11 月.
9. ユニモジュラー局所コンパクト群上の Young-Beckner-Fournier の畳み込み不等式の最適定数, 日本数学会 2021 年年度年会, オンライン, 2021 年 3 月.

佐野 岳人 (SANO Taketo)

(学振 DC2)

A. 研究概要

研究 1「Khovanov homology の関手性の補正」
 Khovanov homology は符号の不定性を除いて link cobordism に関して関手的に振舞うことが知られている. 不定性の排除に関していくつかの先行研究があるが, どれもオリジナルの homology 理論に比べて概念的・代数的に複雑な設定を必要とする. 当研究では, 昨年度の研究結果の応用として, よりシンプルなアプローチで符号の不定性を排除した. 昨年度の研究で, homology 群のある特定の要素 (Lee 類) の cobordism に関する振舞いを決定していた. この要素が常に $+$ で移り合うように写像の符号を調整することで, 符号の整合的に固定することができる.

(研究 2)「Bar-Natan ホモトピー型の構成」

Khovanov homology にはいくつかの変種があり, それらから s -不変量などの重要な不変量が取り出せる. Lipshitz-Sarkar は 2014 年の論文

で, Khovanov homology の空間的実現である Khovanov homotopy type を構成した. この構成が, Khovanov homology の変種に対しても適用できるかどうかについては 2020 年の時点でも未解決であったが, 私は変種の一つである Bar-Natan homology に対して homotopy type を構成することに成功し, さらにその安定ホモトピー型を決定した. この先, Bar-Natan homotopy type を用いて s -不変量を空間的 (ホモトピー的) に精密化することが次の課題である.

Research 1 "Fixing the functoriality of Khovanov homology"

Khovanov homology is functorial up to sign with respect to link cobordisms. The sign indeterminacy has been fixed by several authors, by extending the original theory both conceptually and algebraically. Based on our previous research, we proposed an alternative approach: we stay in the classical setup and fix the functoriality by simply adjusting the signs of the morphisms associated to the elementary cobordisms.

Research 2 "A Bar-Natan homotopy type"

There are several deformed versions of Khovanov homology theory. In 2014, Lipshitz and Sarkar constructed a spatial refinement of Khovanov homology, called Khovanov homotopy type. Whether other deformations admit such refinement was open at the time of 2020. We succeeded to construct a spatial refinement of Bar-Natan homology, which is one of the deformed theories, and moreover determined its stable homotopy type. As a future prospect, based on this construction, we aim to spatially (homotopically) refine Rasmussen's s -invariant.

B. 発表論文

1. Taketo Sano : "Fixing the functoriality of Khovanov homology: a simple approach", arXiv (2020) 2008.02131.
2. Taketo Sano : "A Bar-Natan homotopy type", arXiv (2021) 2102.07529.

C. 口頭発表

1. Fixing the functoriality of Khovanov homology: a simple approach, 微分トポロジー '20 (オンライン), 筑波大学, 2020 年 9 月.

高瀬 裕志 (TAKASE Hiroshi)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

Lorentz 多様体上の Laplace–Beltrami 作用素を用いて記述される双曲型連立方程式に関する波源項決定逆問題を研究している. この方程式は Einstein 方程式を線型化して得られるものであり重力波の伝播を記述する方程式である. したがって波源項決定逆問題を考えることは物理学においては重力波の波源決定問題に相当する. この方程式に対し重み付き L^2 評価である Carleman 評価を確立し, 観測データをコンパクトな境界付き Lorentz 多様体の境界の一部でとったときの条件付き Hölder 安定性評価を証明した.

証明のキーとなる Carleman 評価を得るには重み関数のヘッシアンに対する幾何学的な (曲率に関する) 仮定が必要である. 係数が時間に依存しない Riemann 多様体上の波動方程式は, その計量から定まる距離関数を重み関数として選ぶことで曲率に関するある十分条件下で Carleman 評価が得られる. ところが係数が時間依存する Lorentz 多様体上の波動方程式については統一的な重み関数の選択に関する研究は不十分である. 現在は初期時刻の摂動として Lorentz 計量を捉えた時間局所的な重み関数の取り方と, 時間大域的な取り方の双方向から研究を行っている. 時間大域的な重み関数を取ることができれば, 前述の条件付き Hölder 安定性評価をより改良させた Lipschitz 安定性評価を得られる可能性がある.

また非コンパクトな Lorentz 多様体上での波動方程式についても興味を持っている. 漸近的 anti-de Sitter 空間上での Laplace–Beltrami 作用素は主要項が境界付近で退化するため, 前述の場合と比べて解析が困難である. 現在はこの非コンパクトな Lorentz 多様体上での Carleman 評価の確立

と、その応用として解の一意接続性定理の確立を目指して研究を進めている。さらにこの問題は物理学においては AdS/CFT 対応と関係があることが知られており、この方向への応用も視野に入れて研究を行いたい。

I study inverse source problems for systems of wave equations on Lorentzian manifolds. The systems are derived by linearizing the Einstein equation and describe propagations of gravitational waves. Therefore, physically speaking, the inverse source problems are related to the problems of determining sources of gravitational waves. I established the Carleman estimate, which is one kind of L^2 energy estimates with weight functions, and proved conditional Hölder stability for the inverse source problem. To obtain the Carleman estimate, which plays an important role to prove the Hölder stability, one needs an geometric assumption on Hessian of the weight function related to curvatures. For wave equations the coefficients of which are independent of time on Riemannian manifolds, one can prove the Carleman estimate by choosing the distance function with respect to the metric as the weight function. However, there are not sufficient results regarding the way to choose weight functions for wave equations with time-dependent coefficients on Lorentzian manifolds. I study the way to choose weight functions not only locally but also globally in time. If one obtains the global Carleman estimates with the suitable weight function, there is some possibility of proving global Lipschitz stability for the inverse problems as an improvement of the local Hölder stability.

Moreover, I am interested in analysis of inverse problems for wave equations on non compact Lorentzian manifolds. Because the Laplace–Beltrami operator on the anti-de Sitter space has degenerate principal parts, the analysis is more difficult. I make efforts to establish the Carleman estimate on the anti-de Sitter space and apply the estimate to obtain unique contin-

uation properties from infinity. In addition, it is known that the unique continuation property is related to the AdS/CFT correspondence and I am curious about applications to their problems.

B. 発表論文

1. Hiroshi Takase, Inverse source problem related to one-dimensional Saint-Venant equation, *Applicable Analysis*, published online.
2. Hiroshi Takase, Inverse source problem for a system of wave equations on a Lorentzian manifold, *Communications in Partial Differential Equations*, 45(10):1414–1434, 2020.

C. 口頭発表

1. Inverse problem related to the St. Venant equation for one dimensional water flow, A3 Workshop on Applied Inverse Problems in 2017 CSIAM Annual Meeting, Qingdao, China, Oct. 12–15, 2017.
2. Inverse problem related to the St. Venant equation for one dimensional water flow, The 3rd Winter School on Computational Science and Machine Learning, Gangwon-do, Korea, Jan. 8–11, 2018.
3. Inverse source problem related to the gravitational wave in general relativity, The 9th International Conference on Inverse Problems and Related Topics, National University of Singapore, Singapore, Aug. 13–17, 2018.
4. Inverse source problem related to the gravitational waves in general relativity, International Conference on Inverse Problems, Fudan University, China, Oct. 12–14, 2018.
5. Inverse source problem related to the gravitational waves in general relativity, Analysis, Control and Inverse Problems

for PDEs, University of Napoli Federico II, Italy, Nov. 26–30, 2018.

6. Global Lipschitz stability by an internal subboundary observation for inverse hyperbolic problems, INDAM intensive trimester “Shape optimization, control and inverse problems for PDEs”, University of Napoli Federico II, Italy, Jul. 1–5, 2019.
7. Uniqueness and stability for inverse hyperbolic problems by an internal observation, Russia-Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications”, Novosibirsk State University, Russia, Nov. 11–13, 2019.
8. Inverse source problem for Klein–Gordon equation in de Sitter space-time, RIMS Workshop on “Analysis of inverse problems through partial differential equations and related topics”, RIMS, Jan. 8–10, 2020.
9. Inverse problems for general first-order hyperbolic equations, The Second Russia-Japan Workshop “Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications”, online, Dec. 15–17, 2020.
10. Inverse problems for wave equations on Lorentzian manifolds, 愛媛大学解析セミナー, online, Dec. 18, 2020.

G. 受賞

1. 2018 年度 数理科学研究科長賞

筒井 勇樹 (TSUTSUI Yuki)

A. 研究概要

私の主な研究対象はトロピカル幾何学である。特に、特異点つき整アファイン曲面とそのレイディアンズ障害や因子類について研究している。二次元球面と同相な特異点つき整アファイン多様体はトロピカル K3 曲面と呼ばれる。複素 K3 曲面のピカル群が周期によって決定されるようにトロ

ピカル K3 曲面のピカル群もまたレイディアンズ障害によって決定される。

今年度はトロピカル K3 曲面上の因子に関するリーマン=ロッホ型の定理の研究のためにトロピカル K3 曲面の幾何的構造とレイディアンズ障害との関係性に関してより詳細に調べた。これは特異点付き整アファイン多様体として実現されるトロピカル K3 曲面 B のレイディアンズ障害がそのミラー双対 \check{B} の正の因子類とみなすことが出来る事実に基づく。その過程の中で、他の研究者によるトロピカルクンマー曲面と私が採用しているものとのより正確な関係性を得た。

My main research interest is in tropical geometry. In particular, I study integral affine surfaces with singularities and their radiance obstructions. An integral affine manifold with singularities which is homeomorphic to a 2-sphere is called a tropical K3 surface. Just as the Picard group of a complex K3 surface is determined by the period, the Picard group of a tropical K3 surface is determined by the radiance obstruction.

This year, in order to study the Riemann-Roch type theorem for divisors on tropical K3 surfaces, I studied the relationship between the geometric structure of tropical K3 surfaces and their radiance obstruction in detail. This is based on the fact that the radiance obstruction of a tropical K3 surface B realized as an integral affine manifold with singularities can be regarded as a positive divisor class of its mirror dual \check{B} . In the process, I obtained a more precise relationship between the tropical Kummer surfaces of other researchers and the one I have used.

B. 発表論文

1. Y. Tsutsui : “Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces”, 東京大学数理科学研究科修士論文 (2019)

C. 口頭発表

1. Radiance obstructions of tropical Kum-

mer surface, ワークショップ「幾何学における代数的・組み合わせ的視点」第二回, 金沢, 2019年3月

2. Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces, Young Researchers' Workshop on Non-Archimedean and Tropical Geometry, Regensburg, ドイツ, 2019年7月
3. Radiance obstructions of tropical Kummer surfaces and their quotients, 玉原代数幾何サマースクール 2019, 2019年8月

寺井 健悟 (TERAI Kengo)

(学振 DC2)

A. 研究概要

最適制御理論から導出される非線形偏微分方程式系の数学解析を行っている。特に時間に対してランダムに最小化すべきコストが切り替わる場合、弱結合連立 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式が導出される。本年度では、この非可算無限連立系の割引消去問題に取り組んだ。割引消去問題とは、最適制御理論に由来を持つ、割引率と呼ばれる正のパラメータをゼロに近づけたときの解の漸近挙動を問うものである。単独方程式や有限連立系の場合と異なる点として、解の族について同程度連続性が得られていないことが挙げられる。本年度の取り組みでは、特定のハミルトニアンの場合に対して粘性解の列全体が収束すること、およびその極限が加法的固有値問題と呼ばれる定常問題の解になっていることを証明した。

The main subject of my research is Nonlinear Partial Differential Equations. In particular, I study some PDE systems which arise in the literature of optimal control problems. Weakly coupled systems of Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations arise in the literature of them with random switching costs, which are governed by specific Markov chains. In this year, I addressed the vanishing discount problems for uncountable infinite systems of weakly coupled HJB equations. The vanishing discount problem is how the solution behaves as the discount

factor tends to zero. In the case of uncountable infinite systems, it is worth emphasizing that we need to take into account possibly the lack of equi-continuity of the viscosity solution. In this year, with a specific Hamiltonian, I proved the convergence of the solution and showed the solvability of the corresponding additive eigenvalue problems.

B. 発表論文

1. N. Almayouf, E. Bachni, A. Chapouto, R. Ferreira, D. Gomes, D. Jordão, D. Evangelista, A. Karagulyan, J. Monasterio, L. Nurbekyan, G. Pagliar, M. Piccirilli, S. Pratapsi, M. Prazeres, J. Reis, A. Rodrigues, O. Romero, M. Sargsyan, T. Seneci, C. Song, K. Terai, R. Tomisaki, H. Velasco-Perez, V. Voskanyan and X. Yang, “Existence of positive solution for an approximation of stationary mean-field games”, *Involve* **10**, 2017, 473-493.
2. 寺井健悟, “平均場ゲーム理論に現れる1階の非線形偏微分方程式系の加法的固有値問題について”, 第40回発展方程式若手セミナー報告集, 2018, 33-42.
3. 寺井健悟, “空間非一様な定常 FitzHugh-Nagumo 反応拡散系の変分的手法”, 早稲田大学大学院基幹理工学研究科修士論文, 2019.
4. K. Terai, “Uniqueness structure of weakly coupled systems of ergodic problems of Hamilton-Jacobi equations”, *NoDEA Nonlinear Differ. Equ. Appl.* **26**, no. 6, 2019, Paper No. 44, 16pp.
5. D. A. Gomes, H. Mitake and K. Terai, “The selection problem for some first-order stationary mean-field games”, *Networks and Heterogeneous Media* **15**(4), 2020, 681-710.
6. K. Terai, “Remarks on the vanishing discount problem for infinite systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations”, preprint in arXiv: 2011.00201, 2020.

C. 口頭発表

1. 平均場ゲームに現れる微分方程式系の正値古典解について, Workshop 2016 on Mathematics and Mathematical education, 奈良教育大学, 2016年9月.
2. 平均場ゲームに現れる微分方程式系のノイマン境界値問題について, 偏微分方程式の最大値原理とその周辺 第2回, 北海道大学, 2017年3月.
3. 平均場ゲーム理論に現れる1階の非線形偏微分方程式系の加法的固有値問題について, 発展方程式若手セミナー 第40回, 福岡工業大学, 2018年8月.
4. 弱結合 Hamilton-Jacobi 連立系の解の一意性構造, 発展方程式研究会 第44回, 日本女子大学, 2018年12月.
5. 空間非一様な定常 FitzHugh-Nagumo 反応拡散系の変分的手法, 非線形偏微分方程式と変分問題 第13回, 首都大学東京, 2019年2月.
6. Uniqueness structure of weakly coupled systems of ergodic problems for Hamilton-Jacobi equations, 日本数学会 関数方程式論分科会, 東京工業大学, 2019年3月.
7. Uniqueness structure of weakly coupled systems of ergodic problems of Hamilton-Jacobi equations, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2019年3月.
8. The vanishing discount problem for stationary first-order mean-field games, Viscosity solution approach to asymptotic problems in front propagation, dynamical system and related topics, RIMS, 2019年7月.
9. Remarks on the vanishing discount problem for infinite systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, 北海道大学偏微分方程式セミナー, オンライン, 2020年12月.
10. Remarks on the vanishing discount problem for infinite systems of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, 日本数学会 函

数方程式論分科会, オンライン, 2021年3月.

G. 受賞

1. 「数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会 2019」 ベストポスター発表.

福嶋 翔太 (FUKUSHIMA Shota)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

多様体上の Schrödinger 方程式の解の構成や解析を, 超局所解析の方法によって研究している. 今年度は (i) 時間分割近似による Feynman 経路積分を用いた Schrödinger 方程式の解の構成と解析, (ii) 斉次波面集合を用いた Schrödinger 方程式による特異性の伝播に取り組んだ.

(i) Feynman 経路積分とは, Schrödinger 方程式の基本解を, “空間の2点を結ぶ経路全体の空間にわたる積分” を用いて構成する方法である. 実際に経路空間に適切な複素測度を構成することで Schrödinger 方程式の基本解を表現することはできないということが Cameron (1960) により示されていたが, 別の数学的な正当化の方法として時間分割近似による方法がある. これは Feynman によるもので, 時間を細かく分割して得られる折れ線のなす有限次元空間上で積分を計算し, 時間分割を細かくする極限をとることで “経路空間上の積分” を実現するというものである. 私は本年度の研究においてコンパクト Riemann 多様体上のなめらかなポテンシャルを持つ Schrödinger 方程式に対して時間分割近似を適切に定義し, その時間分割近似がスカラー曲率で補正された Schrödinger 方程式の基本解に, 次数が1より大きい Sobolev 空間から L^2 空間への作用素ノルム位相に関して収束することを証明した. Euclid 空間の時間分割近似による Feynman 経路積分に関しては Fujiwara (1979), Kumano-go (2004), Ichinose (2020) などの研究がある. 一方多様体上の Feynman 経路積分に関する研究には Miyanishi (2014) があるものの, 多くはなかった.

(ii) 斉次波面集合は関数の特異性を高周波成分のみならず無限遠付近における振る舞いも考慮して解析するために用いられる集合である。Euclid空間におけるSchrödinger方程式による斉次波面集合の伝播はNakamura (2005)により調べられ、その結果はIto (2006)によって散乱計量を持つEuclid空間に拡張された。私はこれらの結果を踏まえて、漸近的に双曲的なendを持つ多様体上で同様の解析ができるかどうかを調べている。現時点ではまだ結果が得られていないが、これまでの計算によれば肯定的に解決できると予想される。

I study the construction and the analysis of the solution to Schrödinger equations on manifolds by the microlocal analysis. In this year, I studied (i) the construction and the analysis of the solution to Schrödinger equations by the time-slicing approximation of the Feynman path integrals and (ii) the propagation of the homogeneous wavefront sets by the Schrödinger equations.

(i) The Feynman path integrals are a method for constructing fundamental solutions to Schrödinger equations by “*integration over the set of all paths connecting two points on the configuration space.*” It is showed by Cameron (1960) that it is impossible to construct a complex measure which realizes the Feynman path integrals. However, there is another method for the justification, the time-slicing approximation. In this method, which is the original idea by Feynman, one realizes the “*integration on the space of paths*” by calculating integrations over finite dimensional spaces of broken paths obtained by dividing the time segment, and taking the fine-partition limit. In this year, I constructed an appropriate time-slicing approximation of the fundamental solutions to the Schrödinger equations with smooth potentials on compact Riemannian manifolds and proved that the time-slicing approximation converges to a fundamental solution to the Schrödinger equation modified by the scalar curvature in the norm operator topology from the Sobolev

space with degree larger than 1 to the L^2 space. The construction of the Feynman path integrals by the time-slicing approximation on Euclidean spaces is studied by Fujiwara (1979), Kumano-go (2004) and Ichinose (2020) for example. On the other hand, there are a few studies on that on the manifolds, for example Miyanishi (2014). (ii) The homogeneous wavefront sets are used for the analysis of singularities of functions considering not only the high frequency components but also the behavior near infinity. The propagation of the homogeneous wavefront sets by Schrödinger equations on Euclidean spaces is investigated by Nakamura (2005) and the result is extended to the case of Euclidean spaces with scattering metrics by Ito (2006). I study whether one can carry out a similar analysis on manifolds with asymptotically hyperbolic ends. I have not obtained any result yet. However, considering the calculation I did, I expect that this problem is solved affirmatively.

B. 発表論文

1. S. Fukushima: “ L^2 boundedness of pseudodifferential operator on manifold with end”, 東京大学修士論文.
2. S. Fukushima: “Time-slicing approximation of Feynman path integrals on compact manifolds”, arXiv:2009.13281 [math-ph].
3. S. Fukushima: “ L^2 boundedness of pseudodifferential operators on manifolds with ends”, arXiv:2011.06162 [math.AP].

C. 口頭発表

1. On L^2 -boundedness of pseudodifferential operator on the hyperbolic space, 第28回 数理物理と微分方程式, KKR はこだて, 2018年11月.
2. L^2 boundedness of pseudodifferential operators on manifolds with end, 第172回 学習院大学スペクトル理論セミナー, 学習院大学, 2019年7月.

3. On elliptic differential operators on manifolds with end, 第 29 回 数理物理と微分方程式, 瀬戸内マリンホテル, 2019 年 11 月.
4. On pseudodifferential operators on manifolds with ends, スペクトル・散乱 那覇シンポジウム, 沖縄県市町村自治会館, 2020 年 1 月.
5. Riemann 多様体上の微分作用素および測地線について, 第 2 回 スペクトル・散乱若手勉強会, 愛媛大学, 2020 年 2 月.

吉川 翔 (YOSHIKAWA Shou)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私の研究内容は二つある。まず一つが、特殊な自己準同型写像を持つ代数多様体の分類である。ここで、特殊な自己準同型写像とは、同型でない偏極自己準同型の一般化である。修士課程において、このような多様体の局所的な性質について研究した。それにより、極小モデル理論において重要な特異点を必ず持つという結果を得た。また、大域的な性質についても研究している。これにより、曲面の場合の分類や、双有理幾何学において重要な多様体のクラスである、Fano 型とというクラスに多くの多様体が属していることが分かった。特に、上で述べたような特殊な自己準同型写像を持つ代数多様体が与えられたとき、その多様体が有理連結であることと、Fano 型であることが同値であるという結果を得た。有理連結は双有理同値による変形で不変な性質であり、Fano 型はそうではない。したがってこの結果は、特殊な自己準同型写像を持つという性質が双有理同値な変形で保たれないことを意味している。この証明において、自己準同型写像がある意味で保存した極小モデルプログラム (同変極小モデルプログラム) を詳細に調べたことが重要である。特に、同変な森ファイバー空間が与えられたときに、そのファイバーの重複度の情報から、適切な境界を構成できたことは、大きな進展であった。

もう一つが、混標数の三次元多様体に関する極小モデル理論である。三次元多様体に関する極小モデル理論は、複素数体の場合は古典的な結果で

ある。また、昨今では正標数の場合もよく調べられている。それらの結果の一部を混標数に拡張した。それにより、大域体上のある種の多様体とその整数環上に非常に良いモデルを持つことが分かった。

I have two topics. The first one is the classification of varieties admitting a special endomorphism, where “special endomorphism” is one of the generalizations of non-invertible polarized endomorphisms. I studied local properties of such varieties two years ago and I proved that such varieties have singularities which are important in the minimal model theory. After that, I study global properties and I got a classification of such surfaces and a property related to being of Fano type, which is an important global property of projective variety in the minimal model theory. more precisely, I proved that the variety is rationally connected if and only if it is of Fano type when it has an int-amplified endomorphism. This results means that admitting an int-amplified endomorphism is not preserved under birational morphisms. The second one is the minimal model theory for threefolds in mixed characteristic. Over the complex field, it is classical result. Recently, it is well-studied in positive characteristic. I extended this result in mixed characteristic. Furthermore, it is followed that a special variety over a global field has a good reduction over its integer ring.

B. 発表論文

1. S. Yoshikawa: “Singularities of non- \mathbb{Q} -Gorenstein varieties admitting a polarized endomorphism”, arXiv:1811.01795.
2. Y. Matsuzawa and S. Yoshikawa: “Int-amplified endomorphisms on normal projective surfaces”, arXiv:1902.06071.
3. Y. Matsuzawa and S. Yoshikawa: “Kawaguchi-Silverman conjecture for endomorphisms on rationally connected varieties admitting an int-amplified

endomorphism”, arXiv:1908.11537.

4. S. Yoshikawa: “Global F -splitting of surfaces admitting an int-amplified endomorphism”, arXiv:1911.01181.
5. S. Yoshikawa: “Structure of Fano fibrations of varieties admitting an int-amplified endomorphism”, arXiv:2002.01257.
6. S. Yoshikawa: “Characterization of toric varieties via int-amplified endomorphisms”, arXiv:2010.06426.
7. T. Takamastu and S. Yoshikawa: “Minimal model program for semi-stable threefolds in mixed characteristic”, arXiv:2012.07324.

C. 口頭発表

1. Singularities of non- \mathbb{Q} -Gorenstein varieties admitting a polarized endomorphism. 特異点セミナー, 日本大学文理学部, 2018 年 12 月.
2. Singularities of varieties admitting a polarized endomorphism Work shop on Complex Analytic and Algebraic Methods in Dynamics, 大阪市立大学, 2019 年 1 月.
3. Singularities of varieties admitting a polarized endomorphism, valuations and birational geometry, フランス, 2019 年 5 月 16 日
4. Mori fiber spaces of varieties admitting a polarized endomorphisms, Younger generations in Algebraic and Complex geometry VI, 大阪市立大学, 2019 年 8 月.
5. Kawaguchi-Silverman conjecture for rationally connected varieties admitting an intamplified endomorphism, 城崎代数幾何シンポジウム, 城崎, 2019 年 10 月.
6. Kawaguchi-Silverman conjecture for rationally connected varieties admitting an intamplified endomorphism, 複素力学系の分岐と安定性の研究, RIMS, 2019 年 12 月.
7. Equivariant minimal model program and

its applications, A few days conference on algebraic geometry, arithmetic and complex dynamics, 北海道大学, 2019 年 12 月.

8. Fano fibration of varieties admitting a special endomorphism, オンライン阪大 AG セミナー, オンライン, 2020 年 6 月.
9. Structure of varieties admitting an int-amplified endomorphism, Seminar on Algebraic Dynamics, オンライン, 2020 年 7 月.
10. Structure of varieties admitting an int-amplified endomorphism, 城崎代数幾何シンポジウム, オンライン, 2020 年 10 月.
11. Minimal model program for semi-stable threefolds in mixed characteristic, 東大京大代数幾何セミナー, オンライン, 2020 年 1 月.

ザンペイソフ エルボル

(ZHANPEISOV Erbol)

(学振 DC2)

A. 研究概要

非線形放物型方程式系を対象として爆発問題, 特に爆発の速さの研究を行っている. 藤田型方程式と呼ばれる半線形熱方程式 $u_t = \Delta u + |u|^{p-1}u$ については, 凸領域または全空間の下で, 指数 p がソボレフ劣臨界の場合に符号変化解も含めて解は, 空間一様な解の爆発と同じ速さで爆発 (タイプ I 爆発) することが示されている. 近年では, 全空間上の解の非存在定理である, リュービル型定理の研究の発展によって非線形放物型方程式系である放物型グロスピタエフスキー方程式系に対しても爆発問題の研究がなされており, 正值解を対象にし単独の方程式よりも強い条件を指数に課すことで同様なタイプ I 評価が示されている. 領域が凸でない場合はエネルギーの単調性が崩れることが主たる要因になり, 単独の方程式においてもその爆発評価はあまり知られていない. 以上の研究状況を鑑みて私は次の 2 つの研究結果を得た.

1. 凸領域または全空間の場合

放物型グロスピタエフスキー方程式系のもつ相似性とエネルギー構造に着眼して, 大域および局所

エネルギーの評価, 最大正則性定理を用いたブートストラップによる議論によって放物型方程式系に対してもタイプ I 評価を示した. この証明法ではリュービル型定理を介さないで解を正值解に限る必要はなく, また指数に関する条件もソボレフ劣臨界全ての範囲でタイプ I 評価を示しているのが先行研究の改善点である.

2. 領域が凸でない場合

タイプ I よりも速く爆発する点全体をタイプ II 爆発集合と定義し, 爆発の速さとの関係を調べた. 具体的にはタイプ II 爆発集合が領域の境界の点を含まない場合はタイプ II 爆発集合は空になること, すなわちタイプ I 評価が成り立つことを示し, 境界の点を含むときはタイプ II 爆発点が集積点になることを示した. タイプ II 爆発集合の研究は単独の方程式においても新しいものとする.

I studied on the blow-up problem for nonlinear parabolic system, especially on the blow-up rate of its solution. For semi-linear heat equation $u_t = \Delta u + |u|^{p-1}u$, also known as Fujita equation, it was shown that on a convex domain or entire space with Sobolev subcritical exponent, the solution including sign-changing solution blows up as fast as the spatially homogeneous solution does. We call this solution the type I blow-up solution. In recent years, due to the development of the research on the Liouville-type theorem which ensures the nonexistence of the solution, the blow-up problem has been studied also on the parabolic Gross-Pitaevskii system. The type I estimate is proved for the positive solutions to this system with more restrictive range of the exponent. When the domain is not convex, little is known for the blow-up estimate mainly because the monotonicity of the energy is not assured. Considering these situations, I obtained the following two results.

1. The case of a convex domain or entire space
Since the parabolic Gross-Pitaevskii system has the similarity property and the energy structure, we proved the type I estimate for this system by using global or local energy estimate

and bootstrap argument using the maximal regularity theorem. In this way, we do not use the Liouville-type theorem. Therefore we can deal with sign-changing solutions and all Sobolev subcritical exponents are allowed. This is the improvement of the preceding research.

2. The case of non-convex domain

We define the type II blow-up set on which the type II blow-up occurs, and studied on its relation with the blow-up rate. More precisely we show that if the type II blow-up set does not contain the boundary point, then it is empty set, that is, type I blow-up occurs and that if it contains the boundary point, then the all points of the type II blow-up set are accumulation points. We consider the idea of type II blow-up set as completely new one even for the scalar equations.

B. 発表論文

1. E. Zhanpeisov : "Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems", arXiv:2012.06786.

C. 口頭発表

1. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, 草津セミナー 2018 Summer School of Applied Analysis 応用解析-夏の学校, 草津セミナーハウス, 2018 年 8 月.
2. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, 山形発展方程式討論会 2018, 山形県かみのやま温泉 果実の山あづま屋, 2018 年 9 月.
3. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, 東北大学 応用数学セミナー, 東北大学, 2019 年 1 月.
4. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, 第 20 回 北東解析研究集会ポスターセッション, 東北大学, 2019 年 2 月.
5. 非線形放物型方程式系の符号変化解の爆発評価, FMSP 院生集中講義, 東京大学駒場キャンパス, 2019 年 3 月.

6. Blow-up rate of sign-changing solutions to nonlinear parabolic systems, Summer School on Applied Inverse Problems and Related Topics, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
7. 環境数理スタディグループ, 東京大学, 2019 年 2 月.
8. 産業界からの課題解決のためのスタディグループ, 東京大学, 2019 年 12 月.

G. 受賞

1. 東北大学川井数学奨励賞, 2015 年 3 月.

☆ 1 年生 (First Year)

後藤 祐輝 (GOTO Yuki)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

前年度までに引き続き, Girard による線型論理の圏論的モデルを構成する手法について研究を進めた.

通常の論理と同様に, 線型論理の体系にも, 直観主義論理的なものや古典論理的なもの 2 種類がある. そして, 直観主義論理的な線型論理の圏論的モデルと比較して, 古典論理的な線型論理の圏論的モデルは, その構成法や具体例があまり知られていないという現状がある. これを踏まえて, 本年度は, 特に古典論理的な線型論理の体系の圏論的モデルの構成法を与えるため, この体系の乗法的演算子と否定演算子の解釈を与えるスター自律圏に注目し, 残る指数的演算子の解釈をこの圏の上に構成する方法について研究を行った.

具体的には, 次のような取り組みを行った. まず, モノイダル閉圏からスター自律圏を得るための一般的な手法として知られる Chu 構成を考え, ある圏 \mathcal{C} の Chu 構成 $\text{Chu}(\mathcal{C}, \perp)$ が極限, 余極限, 単射全射分解などの各種の圏論的構造をもつためには, もとの圏 \mathcal{C} にどのような条件が必要であるかについて, そしてもしもののであればそれがどのような形で与えられるかについて, 整理および考察を行った. 特に, Chu 構成 $\text{Chu}(\mathcal{C}, \perp)$ の各種の圏論的構造を, もとの圏 \mathcal{C} とそれ上のスライ

ス圏 $\mathcal{C}/(A \perp)$ の圏論的構造に帰着させるという Barr のアイデアをもとに, もとの圏 \mathcal{C} に必要な条件を考察した.

さらに, スター自律圏上の指数的演算子の構成方法を得るための足掛かりとなる具体例として, 前年度までの研究で扱っていた, 可換環上の加群と準同型写像が成す圏 Mod および点付き順序集合と単調写像が成す圏 PPoset に加え, Girard による整合空間と線型安定写像が成す圏 Coh を扱った. そして, この圏 Coh が実際にスター自律圏の構造を持つことを確認し, 各種構造射が具体的にどのような形で与えられるかについて考察した. また, Coh 上の指数的演算子の解釈についても, それがどのような形で与えられるかを考察した.

As in the previous year, I continued my research on method of constructing categorical models of Girard's linear logic.

As with ordinary logic, there are two systems of linear logic: intuitionistic and classical. Compared to categorical models of intuitionistic linear logic, construction methods and concrete examples of those of classical linear logic is not so well known.

Therefore, in this year, I focused on star-autonomous categories, which give an interpretation of the multiplicative and negative operators in the classical system, and studied how to construct the interpretation of the exponential operators on them.

Specifically, I worked on the following topics. First, I considered Chu construction, which is known as a general method for obtaining star-autonomous categories from monoidal closed categories, and discussed what conditions are necessary for a category \mathcal{C} in order for the Chu construction $\text{Chu}(\mathcal{C}, \perp)$ to have various categorical structures such as limits, colimits and (epi, mono)-factorisations. In addition, I also discussed how those categorical structures of the Chu construction $\text{Chu}(\mathcal{C}, \perp)$ are given.

In particular, based on the Barr's idea of reducing various categorical structures of the Chu

construction $\text{Chu}(\mathcal{C}, \perp)$ to those of the original category \mathcal{C} and the slice category $\mathcal{C}/(A \perp)$, I considered the necessary condition \mathcal{C} must satisfy.

In addition to Mod , the category of modules on a commutative ring and homomorphisms, and PPoset , the category of pointed posets and monotonic maps, I also considered Coh , the category of Girard’s coherence spaces and linear stable maps, as concrete examples of star-autonomous categories. I confirmed that Coh actually has the structure of star-autonomous category, and calculated the concrete form of the various structural morphisms on it. I also discussed the concrete form of the interpretation of the exponential operator on Coh .

B. 発表論文

1. Y. Goto “Explicit construction of cofree precomonoids and comonoids for categorical models of linear logic” (2020) 修士論文, 東京大学大学院数理科学研究科
2. Y. Goto “Explicit construction of cofree precoalgebras and coalgebras”, arXiv:2009.06741 (2020)

齋藤 勇太 (SAITO Yuta)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私はガロア表現を調べる道具である (φ, Γ) 加群に興味がある。今年度は昨年度に引き続き p 進ガロア表現を調べるのに用いられる円分的 (φ, Γ) 加群の一般化である Lubin–Tate (φ, Γ) 加群の過収束性について研究を行った。過収束性は (φ, Γ) 加群の基本的で重要な性質であり、任意の円分的 (φ, Γ) 加群は過収束であることが Cherbonnier と Colmez によって証明されている。一方で一般の局所体 F を係数とするガロア表現を調べるのに用いられる Lubin–Tate (φ, Γ) 加群の場合には過収束でない例が知られており、さらに Lubin–Tate (φ, Γ) 加群の構成が F の素元の取り方に依存することに起因して、ガロア表現に対応する Lubin–Tate (φ, Γ) 加群の過収束性が素元の取り

方に依存するかという問題があり、これは未解決である。今年度は周期環を指標でひねることで得られる 1 次元の (φ, Γ) 加群による周期環の拡大により得られる 2 次元の trianguline な (φ, Γ) 加群に対して、昨年度の研究で導いた関手を用いて具体的な計算を行い、その結果としてこの場合に過収束性が素元の取り方に依らないことを示した。この結果をまとめた論文は近々発表予定である。

I’m interested in (φ, Γ) -modules used to investigate Galois representations. In this year, continuing from last year, I studied about overconvergence of Lubin–Tate (φ, Γ) -modules which is generalization of cyclotomic (φ, Γ) -modules used to investigate p -adic Galois representations. Overconvergence is basic and important property of (φ, Γ) -modules and it is proved that any cyclotomic (φ, Γ) -modules are overconvergent by Cherbonnier and Colmez. On the other hand, in the case of Lubin–Tate (φ, Γ) -modules used to investigate Galois representations with coefficients in local field F it is known that they are usually not overconvergent and because the construction of Lubin–Tate (φ, Γ) -modules depends on a choice of uniformizers of F , we don’t know whether the overconvergence of the Lubin–Tate (φ, Γ) -module attaching to a Galois representation depends on a choice of uniformizers. In this year, I calculated the functor which I presented last year with trianguline (φ, Γ) -modules which are extensions of a ring of periods by a (φ, Γ) -module of rank 1 twisted by a character. As a result of this calculation, in this case, I showed that the overconvergence does not depend of the choice of uniformizers.

B. 発表論文

1. Y. Saito : “Overconvergent Lubin–Tate (φ, Γ) -modules for different uniformizers”, 東京大学修士論文 (2019).

C. 口頭発表

1. Overconvergent Lubin–Tate (φ, Γ) -modules for different uniformizers, 代数

佐藤 翔一 (SATO Shoichi)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私は、非整数階微分を持つ微分方程式について興味を持っている。非整数階微分は、物理学や工学、金融学など幅広い場面で重要な役割を果たしている。古くから知られている拡散現象でさえ、例えば、フラクタル構造を有する媒体での拡散をより精密にモデル化しようとする、非整数階微分が現れる。そのため、非整数階微分を用いた数理モデルは、昨今、理論と応用の双方から注目を集めている。本年度は、時間非整数階微分項を持つ拡散方程式のディリクレ型初期値境界値問題について研究を行い、その方程式における異なる二つの弱解の同値性について調べた。二つの弱解 (粘性解と超関数解) は、それぞれ最大値原理、変分原理を基に導入された弱解である。二つの理論では注目している関数の性質が異なり、例えば簡単な方程式であっても弱解の同値性は自明ではない。更に、本研究のような方程式では、整数階の場合の先行研究の手法をそのまま応用することは難しく、二つの弱解の関係性は全くの未知であった。そこで、本研究では、初期値や作用素にいくつかの仮定をしたとき、上記の方程式における粘性解と超関数解が同値であることを証明した。この結果は、時間非整数階微分項を持つ方程式の弱解の関係性について調査した初めての結果である。

My research interests are differential equations with fractional derivatives. Fractional derivatives play an important role in many contexts in physics, engineering, and finances. Even the diffusion phenomenon, which has been known for a long time, appears as a fractional derivative when considering diffusion in a medium having a fractal structure. For this reason, differential equations with fractional derivatives have attracted interest from various aspects of mathematical science in recent years. In this year, we have studied the initial-boundary value problem with zero Dirichlet conditions

for the time-fractional diffusion equation and researched whether two notions of weak solutions in this problem are equivalent. The definition of viscosity solutions and distributional solutions are based on the maximum principle and the variational principle, respectively. Because the two theories focus on different properties of the function, it is nontrivial whether the equivalence of the two notions of weak solutions. Moreover, in the case of the time-fractional heat equation, it is difficult to apply the method of the previous research. In this study, we proved that the viscosity solution and the distributional solution in this problem are equivalent under some assumptions of the initial value and the operator. This is the first result of investigating the relationship between weak solutions of the partial differential equations with the time-fractional derivative.

B. 発表論文

1. S. Sato, Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文, 2020 年.

C. 口頭発表

1. Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, 第 21 回北東数学解析研究会, 北海道大学, 2020 年 2 月.
2. Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2020 年 3 月.
3. Equivalence of viscosity solutions and distributional solutions for the time-fractional heat equation, 2020 Seoul-Tokyo Conference - Partial Differential Equations $\hat{\text{A}}\hat{\text{S}}$ (Virtual Conference), zoom(オンライン開催), 2020 年 11 月.

G. 受賞

1. 第 21 回北東数学解析研究会, 優秀ポスター賞, 2020 年 2 月.
2. 2019 年度 数理科学研究科研究科長賞 (修士論文), 2020 年 3 月.

鶴崎 修功 (TSURUSAKI Hisanori)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

\mathbb{C} 上の有限次元単純リー代数における nilpotent orbit は、すでに分類されている。中でも次元が最大のを principal orbit という。nilpotent orbit には、 \mathfrak{sl}_2 -triple を対応づけることができる。これに対応し、H. Nicolai, D. I. Olive の研究では、hyperbolic Kac-Moody Lie algebra において、その principal $SO(1, 2)$ subalgebra が構成できることを示した。

私の前年の研究では、この principal $SO(1, 2)$ subalgebra の構成に対応する \mathfrak{sl}_2 -triple の構成を念頭におきながら、rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebra、すなわち Cartan matrix が

$$\begin{pmatrix} 2 & -a \\ -a & 2 \end{pmatrix} \quad (a \geq 3)$$

である Kac-Moody Lie algebra の場合に限定し、principal の制限を外した。

具体的には、 \mathfrak{sl}_2 -triple $\{X, Y, H\}$ であって、compact involution ω_0 に対して $Y = \omega_0(X)$ であり、また、nilpositive element が real root vector の張る空間に存在するという条件をみたまものを考えた。この 2 つの条件は、principal な場合のみたされているものである。

X を real root vector の線型結合として書いたとき、その項数を X の length とよぶことにする。 X の length が 2 以外のときは、条件をみたま \mathfrak{sl}_2 -triple は存在しないことがわかった。 X の length が 2 のときは、ルートを α 型、 β 型の 2 種類に分け、 X を構成する 2 つの real root vector が別々の型のルート空間に属すとき、条件をみたま \mathfrak{sl}_2 -triple を構成した。

構成した \mathfrak{sl}_2 -triple について、対応する weighted Dynkin diagram を求め、また Casimir 元の Car-

tan subalgebra への adjoint action の固有値を求めた。

本年の研究では、前年の内容の続きとして、構成した \mathfrak{sl}_2 -triple の作用でもととの hyperbolic Kac-Moody Lie algebra \mathfrak{g} を分解するとき、どのような \mathfrak{sl}_2 -module が現れるかについて研究した。この場合に現れる \mathfrak{sl}_2 -module は、ある有理数 p をとって、固有値が $\dots, p-4, p-2, p, p+2, p+4, \dots$ で各 1 次元の空間が集まった形をしており、これが固有値の大小方向に無限に続いているかどうかで、有限次元、無限次元の highest or lowest module, その他の大きく 3 種類に分かれる。 \mathfrak{g} のルートを real root である type B, real root 同士の差として書ける imaginary root である type C, それ以外の imaginary root である type A に分けると、ほとんどの imaginary root は type A になるが、これらのルートに関するルート空間は、 \mathfrak{sl}_2 による分解においては、かならず無限次元で highest or lowest module になることがわかった。type B と C の場合は難しく、現状ではどのような module が現れるかわかっていないが、type B の場合が解明できれば type C の場合も自動的に解明できることがわかった。type B や C の場合でも、簡単な場合には手計算でどのような module が現れるかわかり、それによって \mathfrak{g} の分解の完全な姿を求めることができています。その他の module の中には、unitarizable となる主系列表現、補系列表現が含まれるが、簡単な例においては、type B や C のルートに関するルート空間を通る module は、有限次元 module になる例を除くと、主系列表現、補系列表現になるということがわかった。

Nilpotent orbits in finite-dimensional simple Lie algebras on \mathbb{C} have already been classified. Among them, the one with the largest dimension is called a principal orbit. An \mathfrak{sl}_2 -triple can be associated with a nilpotent orbit.

Correspondingly, the study by H. Nicolai and D. I. Olive showed that the principal $SO(1, 2)$ subalgebra can be constructed in a hyperbolic Kac-Moody Lie algebra.

Last year, keeping in mind the construction of \mathfrak{sl}_2 -triples corresponding to this construction of

principal $SO(1, 2)$ subalgebras, I removed the restriction of principality, in the case of rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebras, whose Cartan matrix is

$$\begin{pmatrix} 2 & -a \\ -a & 2 \end{pmatrix} \quad (a \geq 3).$$

Explicitly, I considered \mathfrak{sl}_2 -triples $\{X, Y, H\}$, which satisfy that $Y = \omega_0(X)$ for the compact involution ω_0 , and that the nilpositive element X lies in the space spanned by the real root vectors. These two conditions are satisfied in the principal case.

When X is written as a linear combination of real root vectors, I defined the length of X as the number of the terms. When the length of X is not 2, I showed that there is no \mathfrak{sl}_2 -triple satisfying the conditions.

When the length of X is 2, I classified the roots into α -type and β -type. When X is written as a sum of two real root vectors in the root spaces of different types, I constructed an \mathfrak{sl}_2 -triple satisfying the conditions.

I calculated the weighted Dynkin diagram corresponding to the \mathfrak{sl}_2 -triple, and I computed the eigenvalue of the adjoint action of the Casimir element to the Cartan subalgebra.

This year, I continued from last year's work and studied what kind of \mathfrak{sl}_2 -modules appear when the original hyperbolic Kac-Moody Lie algebra \mathfrak{g} is decomposed by the action of the constructed \mathfrak{sl}_2 -triple. the \mathfrak{sl}_2 -module appears in this case consists of one-dimension spaces whose eigenvalues are $\dots, p-4, p-2, p, p+2, p+4, \dots$, using certain rational number p . These modules can be divided into three types depending on whether each module has finite dimension, has infinite dimension and is highest or lowest module, or has infinite dimension and is not highest nor lowest module.

I divided the roots of \mathfrak{g} into type B, which are real roots, type C, which are imaginary roots that can be written as the difference of two real roots, and type A, which are other imaginary roots. Most of the imaginary roots will be type

A. I discovered that the root spaces of roots of type A belong to an infinite-dimensional highest or lowest module in the decomposition by the \mathfrak{sl}_2 -module.

In the case of type B and C, it is difficult and we do not know what kind of modules will appear, but I discovered that if we can figure out the case of type B, we can figure out the case of type C automatically. In simple cases, we can calculate what modules appear for type B and C roots, and thus we can obtain the complete decomposition of \mathfrak{g} . the modules which are infinite-dimensional and are not highest nor lowest module include principal and complementary series representations that are unitarizable, but in the simple case, the modules for the root space of type B and C are principal or complementary series, except in the case of finite-dimensional modules.

B. 発表論文

1. H. Tsurusaki: "Rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebra において real root vector の張る空間に nilpositive element をもつ \mathfrak{sl}_2 -triple", 東京大学修士論文 (2020)

C. 口頭発表

1. Rank 2 symmetric hyperbolic Kac-Moody Lie algebra において real root vector の張る空間に nilpositive element をもつ \mathfrak{sl}_2 -triple, 2020 年度表現論シンポジウム, オンライン (Zoom を使用), 2020 年 11 月.

鶴橋 知典 (TSURUHASHI Tomonori)

A. 研究概要

発散方程式の弱解について、解の正則性と繰り込み可能性の関係を研究した。解の正則性がよい場合には解が繰り込み可能となることを交換子評価によって示し、解の正則性が悪い場合には繰り込み可能とならない解が存在することを凸積分の手

法によって示した。また、微視的な構造を導入することで、これらの結果が微視的な外力項の有無に対応するという解釈を正当化した。

We studied the relationship between regularity and uniqueness of a weak solution for a divergence equation. We proved that good regularity makes a solution renormalized by the commutator estimates and that bad regularity gives the existence of a non-renormalized solution by the convex integration method. Furthermore, we introduced the microscopic structure and showed that the difference of these results comes from the existence of a microscopic external force.

B. 発表論文

1. T. Tsuruhashi : "Convex integration approach to a divergence equation", 東京大学修士論文 (2020).
2. T. Tsuruhashi : "On divergence of products of irregular scalar and solenoidal vector fields", *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, accepted.

C. 口頭発表

1. Convex integration approach to a divergence equation, 第 21 回北東数学解析研究会 ポスター発表, 北海道大学, 2020 年 2 月.
2. On irregular pairs satisfying a divergence equation, Seoul-Tokyo Conference, オンライン, 2020 年 11 月.

G. 受賞

1. 第 21 回北東数学解析研究会 優秀ポスター賞, 2020 年 2 月.
2. 東京大学数理科学研究科長賞, 2020 年 3 月.

林 晃平 (HAYASHI Kohei)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

ランダムに相互作用するマイクロ粒子系モデルを考え、適切にスケール操作を行うことによりマクロな物理量の時間発展則を導出するという、非平衡統計力学に関連の深い問題に取り組んでいる。特に、界面成長を記述するモデルに興味があり、修士論文で扱った課題に引き続き、競合する 2 種粒子系モデルに対する界面形成の問題に取り組んだ。競合率を無限大にする極限と大数の法則に対応するスケール操作をとったときにあらわれる、2 相の境界面の時間発展を記述する自由境界問題を導出することができる。修士論文では競合率が 2 種間で非均衡な場合を扱い、本年度の研究では粒子の拡散が非線形な場合を扱い、それぞれの場合に対応する極限方程式を粒子系モデルに対するスケール操作により導出した。

一方、中心極限定理に相当するスケール操作により導出される界面のランダムな時間発展は、Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程式という確率偏微分方程式で普遍的に記述されることが多くのモデルに対して知られており、このような普遍性を数学的に理解することを目指している。本年度は有向ポリマーと呼ばれるモデルを中心に扱い、分配関数(自由エネルギー)から KPZ 方程式を導出を導出するという研究に取り組んだ。時間に関しては連続、空間に関して離散的であり、かつ定常性が成り立つ O'Connell-Yor モデルと呼ばれるポリマー模型は上記の普遍性を満たし、分配関数から KPZ 方程式が導出されることが最近の研究で知られている。一方、時空間ともに離散的かつ定常性が成り立つモデルとして、Beta-Gamma モデルと呼ばれる 4 つのモデルが知られている。これらに対して適切に時間方向に対するスケールリングを行うと、4 つのモデルは O'Connell-Yor モデルに縮退することを示し、さらに先行研究の結果を利用して離散的な場合にもやはり分配関数から KPZ 方程式が導かれることを証明した。

Consider a microscopic model where many particles randomly interact with each other. Then we take scaling limits to derive partial differential equations which describe time evolution of

macroscopic quantities. Such a limiting procedure is called the hydrodynamic limit and we are interested in interface evolution models. We continued to consider problems of interface appearance by strong competition among two kinds of species. We take the hydrodynamic limit and a singular limit to let the competition rate tend to infinity, simultaneously. Then one can derive free-boundary problems which describe time evolution of interface between two phases of particles. In this research, we particularly studied the case where the competition dynamics between two kinds of species is unbalanced (in the master theses) and the case where microscopic particles jump according to a non-linear diffusion dynamics. We proved the hydrodynamic limit theorem for these cases and derived limiting equations directly from the particle systems.

On the other hand, by taking a scaling limit corresponding to the central limit theorem, we can derive stochastic partial differential equations (SPDE) which describes random time evolution of macroscopic quantities. In particular, for interface evolution models, it is known that a SPDE called the Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) equation is universally derived from many microscopic models and mathematical analysis of such a universality is an important issue. In this year, we mainly considered the model called directed polymers to derive the KPZ equation from their partition function (free-energy). As an important example, it is known that a stationary polymer model called the O'Connell-Yor model, whose time variable is continuous while its spatial variable is discrete, satisfies the above universality conjecture: the KPZ equation is derived by a scaling limit for its partition function in a recent work. On the other hand for fully discrete cases, there are four known stationary polymer models whose time and space variables are both discrete, which are called Beta-Gamma models. We proved that these four models all degen-

erate to the O'Connell-Yor model under some proper scaling along time direction. As a consequence, we can show that the KPZ equation is derived from these four discrete models with stationarity with the help of the result for the O'Connell-Yor polymer model.

B. 発表論文

1. K. Hayashi: "Spatial-segregation limit for exclusion processes with two components under unbalanced reaction", arXiv:2002.04802.

C. 口頭発表

1. Derivation of a stochastic Burgers equation from stationary square lattice polymers, 確率論シンポジウム, オンライン, 2020年12月.
2. Derivation of a stochastic Burgers equation from stationary square lattice polymers, 厳密統計力学および関連する話題II, オンライン, 2020年11月.
3. Scaling limits for log-partition function of directed polymers, 確率論若手セミナー・オンライン, オンライン, 2020年9月.
4. Spatial-segregation limit for exclusion processes with two components under unbalanced reaction, FMSP 院生集中講義, 東京大学, 2020年3月.
5. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two component, 確率論早春セミナー 2020, 京都大学, 2020年2月.
6. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two components, 無限粒子系、確率場の諸問題 XV, 奈良女子大学, 2020年1月.
7. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two-components, One-day Symposium: Hydrodynamic limit and related topics, December, 2019, Waseda University
8. Spatial-segregation limit for interacting

particles systems with two components, 2019 年確率論シンポジウム, 慶應義塾大学, 2019 年 12 月.

9. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two components, The 18th Symposium Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems, 大阪大学, 2019 年 11 月.
10. Spatial-segregation limit for interacting particles systems with two-components, 確率論ヤングサマーセミナー 2019, 遠刈田温泉さんさ亭 (宮城県刈田市), 2019 年 8 月.

G. 受賞

2019 年度 数理科学研究科長賞

原子 秀一 (HARAKO Shuichi)

A. 研究概要

超多様体であって、その上の $[Q, Q] = 0$ を満たす奇ベクトル場 Q を備えたものを Q 多様体、あるいは次数付き微分多様体という。 Q 多様体は Lie (重) 代数、 L_∞ -代数、Poisson 幾何などを例に持つ。Lyakhovich, Mosman, Sharapov(2009) や Kontsevich(1999)、Bruce(2017) らにより Q 多様体の特性類の理論が研究されており、葉層の特性類やグラフホモロジーとの関連が分かっている。超多様体の上でも通常の滑らかな多様体と同様に Riemann 計量を考えることができるが、これにより定義される特性類と Q 多様体の特性類との関連を研究した。

Kontsevich による Q 多様体の特性類の理論では、正整数 g をパラメータとするある Lie 代数 c_g のコホモロジー類から Q 多様体の特性類を構成できる。Lie 代数 c_g は Lie 代数 l_g, a_g とともに Kontsevich により導入されたものであり、これらはシンプレクティック微分 Lie 代数と呼ばれる。 l_g, a_g はグラフや Riemann 面のモジュライ空間との関連がある。ホモロジー群 $H_\bullet(c_g)$ は c_g のある部分 Lie 代数 c_g^+ のホモロジー群 $H_\bullet(c_g^+)$ により決定される。 $H_\bullet(c_g^+)$ のシンプレクティック不変部分 $H_\bullet(c_g^+)^{\text{Sp}}$ は可換グラフホモロジーと対応しており、Willwacher, Živković(2015) や

Conant, Gerlits, Vogtmann(2005) による計算結果が知られている。しかし $H_\bullet(c_g^+)$ それ自身についてはよく知られていない。1 次の部分は知られており、 $g \geq 4$ の場合に 2 次の部分については発表論文 [1],[2] において決定した。さらに、より高次の部分の決定や c_g の拡張概念について研究した。

A supermanifold equipped with an odd vector field Q satisfying $[Q, Q] = 0$ is called a Q -manifold or a dg-manifold. Lie algebras, Lie algebroids, L_∞ -algebras, and Poisson geometry are examples of Q -manifolds. Lyakhovich, Mosman, Sharapov(2009), Kontsevich(1999), and Bruce(2017) study the theory of characteristic classes of Q -manifolds, which are known to be related to characteristic classes of foliations and graph homology. We can consider a Riemannian metric on a supermanifold similar to that on a usual smooth manifold. We studied relations between characteristic classes defined by such a metric and ones of a Q -manifold.

In the theory of characteristic classes of Q -manifolds by Kontsevich, we can construct a characteristic class of a Q -manifold from a certain Lie algebra c_g parameterized by a positive integer g . The Lie algebra c_g is introduced with the Lie algebras l_g, a_g by Kontsevich. They are called the symplectic derivation Lie algebras. The Lie algebras l_g and a_g are related to the moduli spaces of graphs and Riemann surfaces. The homology group $H_\bullet(c_g)$ is determined by the homology group $H_\bullet(c_g^+)$ of a certain Lie subalgebra c_g^+ of c_g . The symplectic invariant part $H_\bullet(c_g^+)^{\text{Sp}}$ of $H_\bullet(c_g^+)$ corresponds to the commutative graph homology, and we have the computational results by Willwacher, Živković(2015) and Conant, Gerlits, Vogtmann(2005). However, the entire homology group $H_\bullet(c_g)$ is not known well. The first homology group is well-known. We determined the second homology group in the case $g \geq 4$ in [1],[2]. Moreover, we studied the determination of the higher degree part and an

extension of c_g .

B. 発表論文

1. S. Harako : "On characteristic classes of \mathbb{Q} -manifolds", 東京大学修士論文 (2020).
2. S. Harako : "The second homology group of the commutative case of Kontsevich's symplectic derivation Lie algebra", preprint, arXiv:2006.06064 (2020).

C. 口頭発表

1. The symplectic derivation Lie algebra of the free commutative algebra, Intelligence of Low-dimensional Topology, オンライン, 2020年5月
2. On a computation of the symplectic derivation Lie algebra, リーマン面に関連する位相幾何学, オンライン, 2020年8月

G. 受賞

東京大学大学院数理科学研究科修士課程研究科長賞, 2020年3月

査 承カン (ZHA Chenghan)

(学振 DC1)

A. 研究概要

特異点付きの三つの変数の単純な擬斉次多項式である場合は、標準的な整型体積形式 $dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$ が原始形式である。それで、Givental氏によると、total descendent potential が定義され、 f の total descendent potential と呼ばれています。Fan–Jarvis–Ruan は、 f^T の FJRW 不変量の母関数が f の total descendent potential と一致するのを証明しました。さらに、 f の total descendent potential が f の特異点種類 (A タイプ、D タイプあるいは E タイプ) の主なカツ–脇本階層の τ -関数であるのは、Givental–Milanov と Frenkel–Givental–Milanov によって証明されました。その結果としては、 f^T の FJRW 不変量の母関数が適切なカツ–脇本階層の τ -関数であることです。しかし、その陳述に小さな欠点があります。すなわち、FJRW 理論の状態空間が明示

的に特異点の Milnor 環と同一にされました一方、Milnor 環と対応する単純なリー代数のカルタン部分環の同一化を叶える周期写像は明示的ではありません。明示的な同一化を得るために、ルート格子の像 (終域は特異点の Milnor 環である) を計算する必要があります。それは「B. 発表論文」に解決したい問題に他ならぬ。

相対 K-理論でその答えが明晰に記述できるということがわかります。そのような記述を探す名案は、入谷 寛、Chiodo–入谷–Ruan と Chiodo–Nagel の論文から浮かびました。具体的に、ファノ・トーリック軌道体 X のミラーの Milnor 格子が位相的な K-環 $K^0(X)$ と同一化できることが入谷寛氏に証明されました。その同一化は、周期写像を用いて Milnor 格子を $H^*(X; \mathbb{C})$ に埋め込み、チャーン指標写像の Γ -類修正を用いて $K^0(X)$ を $H^*(X; \mathbb{C})$ に埋め込むということである。周期写像によって Milnor 格子の像またはチャーン指標写像の Γ -類修正によって $K^0(X)$ の像としての格子 ($H^*(X; \mathbb{C})$ にある) は、量子コホモロジーの Γ -積分構造と知られています。孤立特異点が多様体のミラーであることはほとんどない。それにも関わらず、Chiodo–入谷–Ruan はフェルマー・タイプの特異点の Γ -積分構造の類似物を提案しています。 $H^*(X; \mathbb{C})$ の類似物は Milnor 環 H_f に実現され、同時に、 $K^0(X)$ は f の同変行列因数分解の適切な圏で置き換えられます。最後の論文には、Chiodo–Nagel が H_f と適切な相対軌道体コホモロジー群の間の同型写像を創りました。チャーン指標写像がコホモロジーと K-理論の間の同型写像を提供し、行列因数分解の圏のグロタンディーク群も位相的な K-環と少し似ています。ですから、Chiodo–入谷–Ruan と Chiodo–Nagel の組み立てをもっと具体的に予想し、自然なフェルマー・タイプの特異点の Γ -積分構造が存在するのは見つかります。試行錯誤してから、正しい位相的な K-環とチャーン指標写像の修正を創りました。その上、本研究の提案は、フェルマー・タイプの多項式のみならず一般的に任意の可逆多項式にも適用です。これに更なる研究を投入しております。

In the case of a simple weighted homogeneous singularity f on 3 variables, the standard holo-

morphic volume form $dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$ is primitive. Therefore, following Givental, we can define total descendent potential. The latter will be called, the total descendent potential of f . Fan–Jarvis–Ruan proved that the generating function of FJRW invariants of f^T coincides with the total descendant potential of f . Furthermore, Givental–Milanov and Frenkel–Givental–Milanov proved that the total descendant potential of f is a τ -function of the principal Kac–Wakimoto hierarchy of the same type A, D, or E as the singularity f . Finally, the outcome of the above work is that the generating function of FJRW invariants of f^T is a τ -function of an appropriate Kac–Wakimoto hierarchy. However, there is still a small gap in this statement. Namely, while the state space of FJRW theory is identified explicitly with the Milnor ring of the singularity, the identification of the Milnor ring and the Cartan subalgebra of the corresponding simple Lie algebra is given by a period map and it is not explicit. In order to obtain an explicit identification, we need to determine the image of the root lattice in the Milnor ring of the singularity. This is exactly the problem that we want to solve in the following paper.

It turns out that our answer can be stated quite elegantly via relative K-theory. The idea to look for such a description comes from the work of Iritani, Chiodo–Iritani–Ruan, and Chiodo–Nagel. More precisely, Iritani was able to prove that the Milnor lattice of the mirror of a Fano toric orbifold X can be identified with the topological K-ring $K^0(X)$. The identification uses a period map to embed the Milnor lattice in $H^*(X; \mathbb{C})$ and a certain Γ -class modification of the Chern character map to embed $K^0(X)$ in $H^*(X; \mathbb{C})$. The lattice in $H^*(X; \mathbb{C})$, obtained either as the image of the Milnor lattice via the period map or as the image of $K^0(X)$ via the Γ -class modification of the Chern character map, is known as Γ -integral structure in quantum cohomology. Isolated singulari-

ties are almost never mirror models of a manifold. Nevertheless, Chiodo–Iritani–Ruan have proposed an analogue of the Γ -integral structure for singularities of Fermat type. The analogue of $H^*(X; \mathbb{C})$ is played by the Milnor ring H_f , while $K^0(X)$ is replaced with an appropriate category of equivariant matrix factorizations of f . Finally, Chiodo–Nagel were able to find an isomorphism between H_f and an appropriate relative orbifold cohomology group. Since, the Chern character gives an isomorphism between cohomology and K-theory and the Grothendieck group of the category of matrix factorization also has the flavor of a topological K-ring, after expecting more carefully the constructions in Chiodo–Iritani–Ruan and Chiodo–Nagel, we see that there is a natural candidate for a Γ -integral structure for Fermat type singularities. After several trial and errors we were able to find the correct topological K-ring and the correct modification of the Chern character map. Moreover our proposal makes sense not only for Fermat type polynomials, but more generally for an arbitrary invertible polynomial. We believe that our results can be generalized to all invertible polynomials, but that would require some additional work.

B. 発表論文

1. T. Milanov and C. Zha : “Integral Structure for Simple Singularities, SIGMA **16** (2020) 081, 28 pages.

コキン (HU Xin)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

わたしの研究の成果は次のように大別される。それによって概要を述べる。

1. 非カットオフのボルツマン方程式の解の基本的性質に関する研究, 非カットオフのボルツマン方程式解の Gevrey クラスの性質を導びいた。
2. 分数冪ラプラシアンのおイラー方程式流体力学極限について, 流体力学極限は, 統計物理学を

数学的に厳密に基礎付ける重要な手法の一つである。統計物理学は、原子や分子といったミクロな系の性質から、その系のマクロな性質を導出するための理論である。時間と空間について適切なオーダーの比でスケール変換し、スケーリングパラメータに極限操作を行い、マクロなパラメータが従う時間発展方程式を導出する手法は、流体力学極限と呼ばれている。流体の方程式をボルツマン方程式から導出する際に用いられたものであり、流体力学極限の名前もそこに由来するものである。私はスケール変換後の分数階ラプラシアンボルツマン方程式を中心として、解の適切性と流体力学極限を調べた。最後にその流体力学極限はオイラー方程式を満たすことを示す。

My research result can be concluded into the following parts.

- 1, I research basic property for the solution of non-cutoff Boltzmann equation and find the Gevrey class regularity for the solution of the non-cutoff Boltzmann equation.
- 2, I research in the hydrodynamic limit, hydrodynamic limit is one of the important methods strictly based on statistical physics in mathematics. Statistical physics derives the macroscopic properties of the system from the properties of micro-systems such as atoms and molecules, makes scale transformation in proper sequence ration for time and space and then carry out limit operation of calibration parameters. The method to derive the time evolution equation that macro-parameter follows is called hydrodynamic limit. Starting from Boltzmann equation of scaling change, I research its hydrodynamics limit of α -scaled Boltzmann equation and well posedness of its solution and finally deduce that the hydrodynamics limit is the solution of the Euler equation.

B. 発表論文

1. H. Chen, W.-X Li, X. Hu and J.P Zhan : “The resolvent of the linearized Boltzmann operator with a stationary po-

tential”, J. PSEUDO-DIFFER. OPER. (2020) 733-751

2. H. Chen, H.Chen, X. Hu and Y. Duan : “LOWER BOUNDS OF DIRICHLET EIGENVALUES FOR A CLASS OF FINITELY DEGENERATE GRUSHIN TYPE ELLIPTIC OPERATORS”, Acta Math. Sci. (2017) 37B(6):1653-1664
3. H. Chen, X. Hu and J.P Zhan : “The Cauchy problem for a class of nonlinear degenerate parabolic- hyperbolic equations”, Sci China Math (May 2019) Vol. 62 No. 5: 839-852

C. 口頭発表

1. The hydrodynamic limit of low temperature kinetic models, 応用数学フレッシュマンセミナー, 2020年12月7日.

G. 受賞

数理科学研究科長賞, 2020

修士課程学生 (Master's Course Student)

井上 ゆい (INOUE Yui)

A. 研究概要

群 G が多様体 X に作用しているとする. このとき Hilbert 空間 $L^2(X)$ 上の G のユニタリ表現がいつ緩増加となるかという問題に興味がある. X が代数多様体の場合には, X が Lie 群 G の等質空間 G/H (H は連結) の場合に帰着され, このときは Benoist–Kobayashi の研究により, Benoist–Kobayashi 定数によってユニタリ表現 $L^2(G/H)$ の緩増加性が判定可能である. 修士論文では G が一般線型群の場合に, いくつかの部分群 H の族に対して組合せ論的手法を用いて Benoist–Kobayashi 定数を具体的に求め, ユニタリ表現 $L^2(G/H)$ の緩増加性の判定を与えた.

Let G be a group acting on a manifold X . My research interest is when the unitary representation of G on the Hilbert space $L^2(X)$ is tempered. In the setting where G acts algebraically or on algebraic variety X , this problem is reduced to the case where $X = G/H$ with H connected, and Benoist–Kobayashi established a criterion for the temperedness of the unitary representation $L^2(G/H)$ by means of the Benoist–Kobayashi constant. In my master thesis, I calculated the Benoist–Kobayashi constant when G is a general linear group and H belongs to some families of subgroups of G by a combinatorial approach, and detected the temperedness of the unitary representation $L^2(G/H)$.

B. 発表論文

1. Y. Inoue : Benoist–Kobayashi 定数の計算と一般線型群のある等質空間の族に対する緩増加性の組合せ論的判定について, 東京大学修士論文 (2020), ii + 65pages.

C. 口頭発表

1. Lefschetz decomposition and representa-

tion of $\mathrm{sl}(2)$, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (オーガナイザー: 小林俊行教授), 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019年8月.

2. $L^2(\mathbb{R}^n)$ の行列要素の L^p 収束・発散について after Benoist–Kobayashi, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis” (オーガナイザー: 小林俊行教授), オンライン, 2020年8月.

今井 湖都 (IMAI Koto)

A. 研究概要

K を剰余体が完全な標数 $p > 0$ の局所体とする. K の p 冪次 Galois 拡大は全て Artin-Schreier 拡大を繰り返すことで得られる. a を K の元で, 付値 $v(a)$ が負で p と互いに素なものとし, L/K を $x^p - x = a$ で定義される Artin-Schreier 拡大とする. L/K の導手は, その上付き分岐群の次数商が非自明になる最大の添字であり, $-v(a)$ に等しいことが知られている. 導手の計算は, Brylinski(1983) によって一般の有次元可換 Galois 拡大に一般化された. 本研究では, この計算を一部の非可換 Galois 拡大の場合について行った.

Let K be a local field of characteristic $p > 0$ and of perfect residue field. Every Galois p -extension can be obtained by stacking Artin-Schreier extensions. Let a be an element of K whose valuation is negative and prime to p , and L/K an Artin-Schreier extension defined by $x^p - x = a$. The conductor of L/K is the largest index where the quotient of the upper ramification groups is non-trivial, and equals to $-v(a)$. The calculation of the conductor was generalized to general finite abelian extensions by Brylinski (1983). In my study, I calculated the conductor for some non-abelian Galois extensions.

B. 発表論文

1. K. Imai: “Ramification groups of some finite Galois extensions of maximal nilpotency class over local fields of positive characteristic, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文, (2020).

植田 健人 (UEDA Kento)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私の研究はラフ微分方程式 (RDE) の数値解法に対して収束率を決定し、その収束率に対する誤差分布の決定である。

本年度提出した修士論文においては、ハースト指数が $0 < H < 1/2$ となるラフ微分方程式 (fBm) で駆動される 1 次元の RDE に対して、ミルシュタイン法という数値解法による誤差分布を決定した。

fBm はブラウン運動の一般化に当たるガウス過程、ハースト指数とは fBm のパラメータであり、 $0 < H < 1$ の値をとる。

誤差分布とは収束率 α がわかっているときに真の解 y_t と近似解 $\hat{y}_t^{(m)}$ との誤差をその収束率で補正した $N^\alpha(y_t - \hat{y}_t^{(m)})$ が収束する確率変数のことである。

1 次元の場合のミルシュタイン法の誤差分布は、 $H > 1/3$ の場合までしか解明されていなかった。したがって、本研究によって任意のハースト指数に対してミルシュタイン法の誤差分布を求めることができたことになる。

本研究の根幹となる手法は指導教官である会田茂樹教授の未発表の草稿に基づく。

該当草稿の手法は多次元の場合であるが $H > 1/3$ の場合に限られていた。この手法はラフパスという数学的構造に依拠するもので、1 次元でも多次元でもハースト指数が小さくなるほど、具体的には $[1/H]$ の値に応じて手法の複雑性が上昇する。1 次元では $\partial_\rho^k M^{m,\rho}$ という項 (詳しい説明は省く) の有界性が複雑性の大きな部分であるが、多次元ではラフパスの構築とその近似に関する複雑性が加わる。

本研究はこの有界性の部分に関する障害を解消す

るものである。

また、この手法によってミルシュタイン法ならずその他の数値解法に対しても低いハースト指数に関して誤差分布を求めることができる。

I have calculated the rate of convergence and the asymptotic error distributions of numerical solutions for rough differential equations(RDE).

In my master’s thesis, I calculated error distributions of Milstein scheme for one-dimension RDE driven by fractional Brownian motion(fBm) with Hurst exponent $0 < H < 1/2$.

“fBm” is gaussian process that generalizes Brownian motion. It have one parameter called Hurst exponent $H(0 < H < 1)$.

When it is defined y_t is the exact solution of RDE, $\hat{y}_t^{(m)}$ is the numerical solution of RDE, α is the rate of convergence of \hat{y}_t^m , the asymptotic error distribution is the stochastic process defined by $\lim_{m \rightarrow \infty} N^\alpha(y_t - \hat{y}_t^{(m)})$.

Even in one-dimensional case, the asymptotic error distribution of milstein method for RDE driven by fBm is calculated only when H is over than 1/3..

So, by my work, It have been completed to calculate that the asymptotic error distribution of milsitein method for arbitrary Hurst exponent.

The main technique of my thesis is based of the preprint of Professor Shigeki Aida and Assistant professor Nobuaki Naganuma.

The technique of the preprint is suitable for multidimensional RDE with Hurst index over 1/3.

It is based of rough path, so, same as rough path, the more H goes down, the more complicated the technique is.

In one-dimensional case, boundedness of the term written in $\partial_\rho^k M^{m,\rho}$ is the most difficult part,but my work canceled the barrier of the boundedness.

On the other hand, in multidimensional case, not only boundedness, but also construcion and approximation of the multidimensional rough path are very complicated and difficult

parts.

The technique has the universality, in other words, not only Milstein scheme but also Crank-Nicolson scheme and other schemes in the low Hurst exponent can be studied by the technique.

C. 口頭発表

1. ラフ微分方程式の数値解法

確率論若手セミナー・オンライン

2020年9月、Zoomによるオンライン開催

及川 瑞稀 (OIKAWA Mizuki)

A. 研究概要

共形場理論は場の量子論と呼ばれる物理学の理論の一種であり、保型形式と有限単純群に極めて非自明な関係を与えるムーンシャイン現象をはじめ、多くの興味深い数学的問題と繋がっている。共形場理論の数学的定式化は複素存在し、解析的な定式化である共形ネット・代数的な定式化である頂点作用素代数・幾何的な定式化である Segal 共形場理論が知られている。これらの数学的定式化の間の関係は非自明であり、関係の確立は興味深い数学的問題である。とくに最近、頂点作用素代数から共形ネットを構成する方法を Segal 共形場理論の言語で理解できることが示されたため、Segal 共形場理論の研究が重要であると考えられる。

Segal 共形場理論とは、境界付き Riemann 面上の正則ベクトル束に対し Hilbert 空間の間の作用素のなす空間を割り当てる規則であって、Riemann 面の縫い合わせに対する両立性などの公理を満たすものである。現時点で知られている Segal 共形場理論の具体例は自由フェルミオンと呼ばれるものであり、Riemann 面のスピン構造を用いて定義するものとスピン構造を用いないものの 2 種類が存在する。前者をスピン自由フェルミオン、後者を非スピン自由フェルミオンと呼ぶことにしよう。

本研究では、このうちの非スピン自由フェルミオンに注目してさらに詳しく考察した。スピン自由フェルミオンは、Segal 共形場理論の公理に加え、

ユニタリ性と呼ばれる Riemann 面の複素共役に対する両立性を満たすことが知られている。一方で本研究では、非スピン自由フェルミオンがユニタリ性を持たないことを示し、スピン自由フェルミオンと非スピン自由フェルミオンの性質の違いを明らかにした。

Conformal field theory is a branch of the area of theoretical physics called quantum field theory. It is related to many interesting mathematical objects such as moonshine phenomena, which give quite nontrivial relationship between modular forms and finite groups. There are several mathematical objects which formulate this subject: conformal nets, vertex operator algebras and Segal conformal field theories. They give an analytic one, an algebraic one and a geometric one respectively. The relationship between these objects are nontrivial and it is an important mathematical problem to establish it. In particular, recently it was showed that construction of conformal nets from vertex operator algebras can be understood in terms of Segal conformal field theory. This suggests the importance of studying Segal conformal field theory.

A Segal conformal field theory is an assignment of a vector space which consists of operators between Hilbert spaces to a holomorphic vector bundle on a Riemann surface with boundary. It should satisfy several axioms such as the compatibility with sewing Riemann surfaces. The known examples of Segal conformal field theory are free fermions. One of them depends on spin structures on Riemann surfaces, and the other does not. Let us call them the spin free fermion and the non-spin free fermion respectively.

In this work, the non-spin free fermion was examined more in detail. The spin free fermion was known to satisfy not only the axiom of Segal conformal field theory but also the compatibility with the complex conjugation of Riemann surfaces called unitarity. On the other hand, it was proved in this work that the non-spin free

fermion does not satisfy unitarity, clarifying difference between two free fermions.

C. 口頭発表

1. Mathematics of 2-dimensional chiral conformal field theory, 2019 年度関数解析研究会, 三重県伊勢市, 2019 年 9 月.
2. An introduction to modular forms and moonshine phenomena, 2020 関数解析研究会オンライン, オンライン開催 (東北大学), 2020 年 9 月.

奥田 堯子 (OKUDA Takako)

A. 研究概要

Large scale geometry の立場から Lie 群論・等質空間論・関数解析・表現論の関連する文献を学び, 具体例において研究を開始した.

I have followed some previous researches on Lie groups, homogeneous spaces, functional analysis and representation theory from the viewpoint of large scale geometry and I am working on some specific examples.

C. 口頭発表

1. 熱方程式による Weyl の漸近公式の導出 (after Dodziuk), Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2019 年 8 月.
2. Standard measure の満たす不等式について after Bernstein, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, オンライン, 2020 年 8 月.

北村 侃 (KITAMURA Kan)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

作用素環論の立場での非可換幾何における, 量子群の K 理論的な性質について研究している. 量子群同変な K 理論における基本的な道具として,

与えられた局所コンパクト量子群の C^* 環への作用からその量子群を閉部分量子群として含む局所コンパクト量子群の作用を与える誘導と呼ばれる構成がある.

我々は考えている量子群がコンパクトなときに, この作用の誘導の構成について閉部分量子群とは限らない一般の量子群の準同型の場合への拡張を考えた. また考えている作用が自由なときには imprimitivity 定理の類似が成立することを示した. 次に作用の誘導と引き戻しが与える同変 Kasparov 圏の関手が適切な条件下で随伴であることを示した. これは閉部分量子群の場合の Frobenius 相互律の類似や, コンパクト量子群から自明群への準同型の場合の Green–Julg の定理の一般化となっている.

さらにより一般に, コンパクト量子群の準同型に付随した quantum double の一般化の作用に対する誘導の振る舞いについても考察し, 上と同じことがこの quantum double の一般化に対しても成立することを示した.

そしてこの誘導の構成を応用することで, コンパクト量子群とその Bichon–Neshveyev–Yamashita の意味での twist の同変 K 理論を比較した. 特に, これらの双対として得られる離散量子群について適切な条件下で, torsion-free 性の類似や Baum–Connes 予想の類似の成立がこの twist の下で保たれることを示した.

In the context of noncommutative geometry from the operator algebraic viewpoint, there is a construction called induction which produces an action of a locally compact quantum group on a C^* -algebra from an action of its closed quantum subgroup. Induction is a fundamental tool in equivariant K -theory.

When the quantum groups are compact, we generalized the construction of induction for an arbitrary homomorphism of quantum groups which need not give a closed quantum subgroup. We proved an analogue of imprimitivity theorem when the action is free. We also proved the adjointness of the functors between equivariant Kasparov categories given by this induction and pullback of actions. This statement

unifies the analogue of Frobenius reciprocity for a closed quantum subgroup and Green–Julg theorem for a homomorphism from a compact quantum group to a trivial group.

More generally, we considered this induction for a generalization of quantum doubles of compact quantum groups and proved the same things as above.

We applied this construction of induction to compare the equivariant K -theories of a compact quantum group and its twist in the sense of Bichon–Neshveyev–Yamashita. Especially, we proved the analogues of torsion-freeness and Baum–Connes conjecture for the duals of compact quantum groups are preserved under the twist when certain conditions are satisfied.

B. 発表論文

1. K. Kitamura : “On induction along a homomorphism of compact quantum groups”, 東京大学修士論文.

C. 口頭発表

1. KK 理論とそこに現れる構造について, 関数解析研究会, 伊勢市二見町公民館, 2019年9月.
2. Bost–Connes type systems for function fields, 関数解析研究会, オンライン, 2020年9月.
3. On induction along a homomorphism of compact quantum groups, 東大京大合同オンライン作用素環セミナー, オンライン, 2021年1月.

金城 翼 (KINJO Tasuki)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

コホモロジー的 Donaldson–Thomas 不変量 (CoDT 不変量) について研究を行っている。これは Donaldson–Thomas 不変量 (DT 不変量) の層論的な圏化で、Joyce らによって導入されたものである。今年度は特に、局所曲面やアフィン

トーリックカラビヤウ多様体の小特異点解消などの特別な三次元カラビヤウ多様体の場合の CoDT 不変量について研究した。局所曲面の CoDT 不変量について、CoDT 不変量と元の曲面の接続層のモジュライのボレルムーアホモロジーを関連付ける次元還元定理と呼ばれるものを証明した。この定理を双対障害錘のトム同型と解釈することによって、仮想基本類の新しい構成を提示し、準射影的な場合に Behrend–Fantechi の定義との同値性を証明した。その他、Davison 氏と K3 曲面の場合に BPS 数の整数性の圏化への応用の研究を行っている。アフィントーリックカラビヤウ多様体の小特異点解消の CoDT 理論に関しては、コホモロジー的ホール代数の積構造を用いることで DT/PT 対応の圏化を証明した。

My research area is cohomological Donaldson–Thomas (CoDT) theory. This is a sheaf categorification of the original DT invariant introduced by Joyce and his collaborators. This year, I studied CoDT theory for local surfaces and small crepant resolutions of affine toric Calabi–Yau 3-folds. Concerning CoDT theory for local surfaces, I proved the dimensional reduction theorem which relates the CoDT invariants for local surfaces and the Borel–Moore homology of the moduli stack of coherent sheaves on the base surfaces. Regarding the dimensional reduction theorem as a Thom isomorphism theorem for dual obstruction cones, I proposed a new construction of the virtual fundamental classes, and its coincidence with Behrend–Fantechi’s definition under the quasi-projectivity assumption. As another application, I study cohomological integrality statement for K3 surfaces with Davison. Concerning CoDT theory for small crepant resolutions of affine toric Calabi–Yau 3-folds, I proved a categorification of the DT/PT correspondence using the cohomological Hall algebra structures.

B. 発表論文

1. T. Kinjo : “Dimensional reduction in cohomological Donaldson–Thomas theory”,

C. 口頭発表

1. Dimensional reduction for (-1) -shifted cotangent stacks, AG seminar (online), Regensburg university. 2020 年 7 月 23 日.
2. Dimensional reduction in cohomological Donaldson-Thomas theory. GTM seminar (online), Kavli IPMU. 2021 年 2 月 25 日.

葛見 聡 (KATSUMI Satoshi)

A. 研究概要

局所埋め込み可能 CR 多様体において, 1 点における振れや曲率をなるべく単純化した接触形式を, 擬アインシュタイン接触形式の中から見つけることを目的とする. 修士論文では, 1 点における振れとスカラー曲率, 及びその正則方向の共変微分をすべて 0 にする擬アインシュタイン接触形式の存在を示した.

The purpose is to find a contact form which simplifies the pseudohermitian torsion, pseudohermitian curvature, and their some covariant derivatives at a fixed point within the class of pseudo-Einstein contact forms on a locally embeddable CR manifold. In the master thesis, we show that there exists a pseudo-Einstein contact form which kills the torsion, the scalar curvature, and their covariant derivatives for holomorphic indices.

島田了輔 (SHIMADA Ryosuke)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

今年度は GL_3 と basic な b に対するアフィン Deligne-Lusztig 多様体 $X_\lambda(b)$ の幾何学的構造を

研究した.

k を q 個の元から成る体とし, G を分裂簡約代数群とする. さらに λ を支配的コウェイトとし $b \in G(\bar{k}((t)))$ とする. (アファイン Grassmannian 中の) アファイン Deligne-Lusztig 多様体 $X_\lambda(b)$ は古典的 Deligne-Lusztig 多様体のループ群に対する類似である. 集合 $X_\lambda(b)(\bar{k})$ はアファイン Grassmannian の \bar{k} 値点の局所閉部分集合であり, よって被約部分インドスキームの構造を受け継ぐ. 実際には $X_\lambda(b)$ は \bar{k} 上局所有限型スキームであることがよく知られている.

アファイン Deligne-Lusztig 多様体の幾何学的性質は多くの人々によって研究されてきた. 例えば Kottwitz と Rapoport によりアファイン Deligne-Lusztig 多様体が非空であるかどうかを決定する簡単な判定法が与えられている. さらには, $X_\lambda(b) \neq \emptyset$ に対し, 明示的な次元公式が知られている. 最近では $X_\lambda(b)$ の最も次元の高い既約成分たちをパラメータ付ける問題も解決された.

いま $G = GL_3$ とし, b は basic であるとする. このとき, アファイン Deligne-Lusztig 多様体の既約成分を全て決定した. 特に全ての既約成分が古典的 Deligne-Lusztig 多様体と有限次元アファイン空間との積であるような場合を全て特定した. この場合, 各既約成分は互いに交わらない.

In this year, we study the geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties $X_\lambda(b)$ for GL_3 and b basic.

Let k be a field with q elements, and let G be a split connected reductive group over k . Further, let λ be a dominant coweight, and let $b \in G(\bar{k}((t)))$. An affine Deligne-Lusztig variety $X_\lambda(b)$ (in the affine Grassmannian) is an analogue of classical Deligne-Lusztig varieties for loop groups. The set $X_\lambda(b)(\bar{k})$ is a locally closed subset in the \bar{k} -valued points of the affine Grassmannian for G , so it inherits the structure of a reduced sub-ind-scheme. In fact, it is well known that $X_\lambda(b)$ a scheme locally of finite type over \bar{k} .

The geometric properties of affine Deligne-Lusztig varieties have been studied by many people. For example, there is a simple cri-

terion by Kottwitz and Rapoport to decide whether an affine Deligne-Lusztig variety is non-empty. Moreover, for $X_\lambda(b) \neq \emptyset$, we have an explicit dimension formula. Recently, the parametrization problem of top-dimensional irreducible components of $X_\lambda(b)$ was also solved. Now, let $G = \mathrm{GL}_3$ and let b basic. In this case, we completely determine the irreducible components of the affine Deligne-Lusztig variety. In particular, we classify the cases where all of the irreducible components are classical Deligne-Lusztig varieties times finite-dimensional affine spaces. If this is the case, then the irreducible components are pairwise disjoint.

B. 発表論文

R. Shimada, Geometric structure of affine Deligne-Lusztig varieties for GL_3 , 2021, arXiv:2102.09169.

執印 剛史 (SHUIN Tsuyoshi)

A. 研究概要

M. Borodzik と S. Friedl らは 2014 年に, Blanchfield form と呼ばれる結び目 K の補空間 $X(K)$ の無限巡回被覆の 1 次ホモロジー群である Alexander 加群 $H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$ 上のペアリング $\lambda(K) : H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \times H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \rightarrow \mathbb{Q}(t)/\mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$ について, $\lambda(K)$ 表現行列の最小サイズ $n(K)$ が K の代数的結び目解消数 $u_a(K)$ と一致することを示した. 修士論文では, 結び目 $K \subset S^3$ の代数的結び目解消数 $u_a(K) \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ を, 結び目補空間 $X(K)$ の Alexander 加群 $H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$ が自明になるのに必要な ± 1 -framed Dehn 手術の最少回数とみなすことによって, この不変量を一般の閉 3 次元多様体 M の非自明な 1 次コホモロジー類 $\alpha \in H^1(M; \mathbb{Z})$ に対してその kernel に付随する無限巡回被覆の 1 次ホモロジー群 $H_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$ が自明になるまでに必要な Dehn 手術の最少回数として拡張し, $u_a(\alpha) \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ を新たに定義した. さらに $H_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$ のねじれ部分加群上に定義できるペアリング $\lambda(\alpha) : TH_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \times TH_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \rightarrow \mathbb{Q}(t)/\mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$ について, その表現行列の最小サイズ $n(\alpha)$ が $u_a(\alpha)$ を下から評

価していることを示し, これをもちいて $u_a(\alpha)$ の具体的な計算例を与えた.

M. Borodzik and S. Friedl showed that for any knot $K \subset S^3$, the pairing on its Alexander module of knot complement $X(K)$, $\lambda(K) : H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \times H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \rightarrow \mathbb{Q}(t)/\mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$, called Blanchfield form has the information for the algebraic unknotting number $u_a(K)$ of K . They showed $n(K)$, which is the minimal size of representation matrix for $\lambda(K)$ agree with $u_a(K)$. In my thesis, I regard $u_a(K)$ as minimal number of ± 1 -framed Dehn surgery needed to change the Alexander module $H_1(X(K); \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$, which is the first homology group of infinite cyclic covering of $X(K)$, into a trivial module. I introduced new invariant $u_a(\alpha)$ for first nontrivial cohomology class $\alpha \in H^1(M; \mathbb{Z})$ of closed oriented 3-manifold M as the minimal number of Dehn surgery needed to change $H_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$, the first homology group of infinite cyclic covering with respect to the kernel of α , into trivial module. I showed that $n(\alpha)$, the minimal size of representation matrix for the pairing on torsion part of $H_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$, $\lambda(\alpha) : TH_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \times TH_1^\alpha(M; \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]) \rightarrow \mathbb{Q}(t)/\mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$, is a lower bound for $u_a(\alpha)$. I demonstrated how to compute $u_a(\alpha)$ using the fact above.

B. 発表論文

1. T. Shuin : "Algebraic unknotting number の一般の閉 3 次元多様体への拡張と Blanchfield form について", 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021).

高野 暁弘 (TAKANO Akihiro)

A. 研究概要

Tong, Yang および Ma は, 組み組群 B_n の表現 $B_n \rightarrow \mathrm{GL}_n(\mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$ であって, Artin 表示における各生成元 σ_i が, 正則行列 $I_{i-1} \oplus T \oplus I_{n-i-1}$ に写るようなものについて研究を行った. ここ

で, T は 2×2 正則行列である. 彼らは, そのような表現は同値や転置を除いて本質的に 2 種類しかないということを示した. 1 つはこれ以前より知られていた Burau 表現で, もう 1 つがこのとき初めて発見されたもので, Tong-Yang-Ma 表現と呼ばれる. Burau 表現はこれまで多く研究されていたのに対し, Tong-Yang-Ma 表現はあまりされてこなかった. よって私は, この表現に関して次の 3 つのアプローチで研究を行った. なお, 2 と 3 は Arthur Soulié (Glasgow 大学) との共同研究である.

1. ねじれ Alexander 不変量の計算: 私は, 森藤による Burau 表現に付随した組み紐群のねじれ Alexander 不変量の計算方法を利用して, Tong-Yang-Ma 表現に付随したねじれ Alexander 不変量を計算した.
2. スtring 絡み目への拡張: Burau 表現に対しては, 既にいくつかの方法で String 絡み目へ拡張がされてきた. 私はその中でも, Silver と Williams が行った方法を用いて, Tong-Yang-Ma 表現を String 絡み目およびウエルデッド String 絡み目へ拡張した. また, Massuyeau, Oancea および Salamon の議論を用いて別の拡張方法を定義した.
3. Long-Moody 構成の適用: Long-Moody 構成とは, 組み紐群の表現から新しい表現を構成する方法である. 私はこれを Tong-Yang-Ma 表現に適用し, 行列表示を行うことでいくつかの性質を観察した.

Tong, Yang, and Ma researched representations $B_n \rightarrow GL_n(\mathbb{Z}[t^{\pm 1}])$ of the braid group B_n such that the i -th generator σ_i in the Artin presentation maps to the regular matrix $I_{i-1} \oplus T \oplus I_{n-i-1}$ where T is a 2×2 regular matrix. They found that there essentially, namely up to equivalent and transposition, exist only two non-trivial representations of this type. One is the unreduced Burau representation that has already been known and the other is a representation discovered for the first time at that time and called the Tong-Yang-Ma representation.

The Burau representation has been studied a lot so far, however the Tong-Yang-Ma representation has not been done much. Therefore, I researched the Tong-Yang-Ma representation with the following three approaches. 2 and 3 are joint works with Arthur Soulié (University of Glasgow).

1. Computations of the twisted Alexander invariant: I calculated the twisted Alexander invariant of the braid group associated with the Tong-Yang-Ma representation by using the method of the computations of the invariant associated with the Burau representation by Morifuji.
2. Extensions to string links: The Burau representation has already been extended to string links in several ways. I extended the Tong-Yang-Ma representation to string links and welded string links by using the method of Silver and Williams. Also, I defined another extension by using an argument of Massuyeau, Oancea and Salamon.
3. Applying the Long-Moody construction: The Long-Moody construction is a method to construct a new representation of the braid group from the representation of that. I applied this construction to the Tong-Yang-Ma representation and observed some properties by conducting a matrix presentation.

B. 発表論文

1. Arthur Soulié and Akihiro Takano: “Extensions of Tong-Yang-Ma representation”, arXiv:2012.03767.
2. Akihiro Takano: “Studies on the Tong-Yang-Ma representation — Twisted Alexander invariants and extensions of the representation —”, 東京大学修士論文 (2021).

C. 口頭発表

1. Extensions of Tong-Yang-Ma representation, 東京女子大学トポロジーセミナー, 東京女子大学 (zoom), 2020 年 10 月.
2. Extension of Tong-Yang-Ma representation, 結び目の数理 III, 東京女子大学 (zoom), 2020 年 12 月.
3. Extension of Tong-Yang-Ma representation, The 16th East Asian Conference on Geometric Topology, 日本, 東京大学 (zoom), 2021 年 1 月.

坪内 俊太郎 (TSUBOUCHI Shuntaro)

A. 研究概要

結晶表面エネルギー汎関数の最小化問題に関連して現れる, 1-ラプラシアンおよび p -ラプラシアン (ただし, $1 < p < \infty$ とする) を含む外力項付き特異楕円型偏微分方程式の解の正則性について研究した. p -ラプラシアンとは異なり 1-ラプラシアンは, 特に正則性に関しては, 解析的な性質がよくわかっていない. この問題は根本的には, 1-ラプラシアンが関数の平らな面 (ファセット) において強い特異拡散構造を持つ, というよく知られた事実によるものである. 正則性に関して, p -ラプラシアンは 1-ラプラシアンに打ち勝つのか? この問に対する肯定的な結果を, 部分的にはあるが, 与えることができた. 具体的には以下の通りである.

1. 解の局所リプシッツ正則性を示した. 特筆すべき点は, 外力項の正則性の仮定を, ルベグ空間において最適な条件の下で示したことである.
2. 解が凸であり, ファセットが空ではないという仮定の下で, 解の微分が連続であることを示した. これは, 解の微分の連続性を与えた最初の結果である.

これらの結果を修士論文としてまとめた.

現在, 凸解に関する結果の改良を行っている. また, 局所リプシッツ正則性の結果についても, 放物型方程式への拡張を試みているところである.

I studied regularity on solutions to singular elliptic partial differential equations involving one-Laplacian and p -Laplacian, where $1 < p < \infty$, with an external force term. This type of equation often appears in a minimizing problem of a crystal surface energy functional. Unlike the p -Laplace operator, analytical properties of the one-Laplace operator have not been well-understood, especially for regularity. This problem is basically due to the well-known fact that the one-Laplacian has strong diffusivity over a facet, which consists of degenerate points of functions. “When it comes to regularity, does the p -Laplace operator overcome the one-Laplace operator?” I gave the following two results, which are partially affirmative answers to this question.

1. I showed local Lipschitz regularity of solutions. It is remarkable that our regularity assumption of the external force term in Lebesgue spaces is optimal.
2. Under the assumption that a solution is convex and the facet of a solution is non-empty, I proved that its derivative is always continuous. This is the first result which establishes the continuity of derivatives of solutions.

These results were contained in my master thesis.

I am now improving results on convex solutions. I am also trying extending the result on local Lipschitz regularity for parabolic equations.

B. 発表論文

1. S. Tsubouchi : “Local Lipschitz bounds for solutions to certain singular elliptic equations involving the one-Laplacian”, Calc. Var. Partial Differ. Equ. **60**: 33 (2021), 35 pages.
2. S. Tsubouchi : “Regularity on solutions to equations involving one-Laplacian and p -Laplacian with an external force term”, Master’s Thesis in Univ. of Tokyo, 2021.

C. 口頭発表

1. Regularity on solutions to equations involving one-Laplacian and p -Laplacian with an external force term, 第 22 回北東数学解析研究会ポスターセッション, 東北大学/zoom (オンライン開催), 2021 年 2 月.
2. Regularity on solutions to equations involving one-Laplacian and p -Laplacian with an external force term, WINGS-FMSP 院生集中講義, 東京大学/zoom (オンライン開催), 2021 年 3 月.

G. 受賞

1. 第 22 回北東数学解析研究会ポスターセッション優秀ポスター賞, 2021 年 2 月.

布施 音人 (FUSE Otohito)

A. 研究概要

Jae Choon Cha と Kent E. Orr によって近年定義された transfinite Milnor 不変量と呼ばれる向きづけられた閉 3 次元多様体の不変量について研究を行った.

Milnor 不変量は, 絡み目補空間の基本群の中心降下列による商 $\pi_1(S^3 \setminus L)/\pi_1(S^3 \setminus L)_k$ と自由群の中心降下列による商 F/F_k の比較により得られる, 絡み目のホモロジーコボルディズム不変量である. Cha と Orr は, この不変量を, より広い設定のもとで定義される向きづけられた閉 3 次元多様体のホモロジーコボルディズム不変量へと拡張した. より具体的には, 次のように定義される. まず, ある向きづけられた閉 3 次元多様体 Y を固定する. そして, 他の向きづけられた閉 3 次元多様体 M であって, ある (超限的でもよい) 順序数 κ について, M の基本群の homology localization の中心降下列による商の κ 番目 $\pi_1(\widehat{M})/\pi_1(\widehat{M})_\kappa$ から Y のそれへの同型が存在するようなものに対し, ホモロジー群 $H_3(\pi_1(\widehat{Y})/\pi_1(\widehat{Y})_\kappa)$ の元 $\theta_\kappa(M)$ が M の基本類 $[M]$ のとある準同型による像として定義され, これは, 同型が $\kappa + 1$ 番目に持ち上がるかどうかを判定するようなホモロジーコボルディズム不変量

となっている.

本研究では, この固定された多様体 Y としてモノドロミーが $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$ の有限位数の元で与えられるような S^1 上のトーラス束を選んだ場合の, 不変量が値をもつホモロジー群 $H_3(\pi_1(\widehat{Y})/\pi_1(\widehat{Y})_\kappa)$ や, ある M についての $\theta_\kappa(M)$ となりうる元のなす部分集合を, 有限の κ について計算した.

I studied invariants of oriented closed 3-manifolds which is called transfinite Milnor invariants, recently defined by Jae Choon Cha and Kent E. Orr.

Milnor invariants are homology cobordism invariants of links obtained by comparing lower central quotients $\pi_1(S^3 \setminus L)/\pi_1(S^3 \setminus L)_k$ of fundamental groups of link complements with lower central quotients F/F_k of free groups. Cha and Orr extended these invariants to homology cobordism invariants of oriented closed 3-manifolds defined in a broader setting. More specifically, it is defined in the following manner. Firstly, fix an oriented closed 3-manifold Y . Then, for another oriented closed 3-manifold M such that there is an isomorphism from κ -th lower central quotient $\pi_1(\widehat{M})/\pi_1(\widehat{M})_\kappa$ of the homology localization of the fundamental group of M to that of Y for some (possibly transfinite) ordinal κ , $\theta_\kappa(M) \in H_3(\pi_1(\widehat{Y})/\pi_1(\widehat{Y})_\kappa)$ can be defined as the image of the fundamental class $[M]$ of M by a certain homomorphism, and this is invariant under homology cobordism and determines whether the isomorphism can be lifted to $(\kappa + 1)$ -th stage.

I computed the homology groups $H_3(\pi_1(\widehat{Y})/\pi_1(\widehat{Y})_\kappa)$ and subsets of these groups consisting of the elements which can be realized as $\theta_\kappa(M)$ for some M for $\kappa < \infty$, when the fixed manifold Y is a torus bundle over S^1 whose monodromy is an element of finite order of $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$.

B. 発表論文

1. O. Fuse : “Cha と Orr により定義された

transfinite Milnor 不変量の torus bundle の例における realizable class”, 東京大学修士論文 (2020).

堀内 康太 (HORIUCHI Kota)

A. 研究概要

私は強制項付き楕円型偏微分方程式の可解性について興味を持っている。強制項付きの偏微分方程式は、しばしば光との相互作用を表す現象に現れることが知られている。本年度は指数型非線形項をもつ強制項付き楕円型偏微分方程式の可解性についての研究を行った。冪乗型非線形項をもつ強制項付き楕円型偏微分方程式の可解性について詳細な結果が多く得られている中で、その議論をより非線形の増大度の高い指数型非線形項に応用するのは容易ではない。そこで、本研究では、非線形項の原点での挙動とある種の構造条件および次元の制約の仮定の下で指数型非線形項をもつ方程式の可解性を証明した。この構造条件が指数型非線形項の取り扱いを可能にする。

I am interested in the solvability of elliptic partial differential equations with forcing terms. It is well known that partial differential equations with forcing terms often appear in phenomena that represent interactions with light. In this year, I studied the solvability of an elliptic partial differential equation with an exponential nonlinear term and a forcing term. While many detailed results have been obtained on the solvability of elliptic partial differential equations with a power-type nonlinear term and a forcing term, it is not easy to apply the discussion to the exponential-type nonlinear term with a higher degree of nonlinearity. In this study, I prove the solvability of the equation with the exponential nonlinear term under the assumption of the behavior of the nonlinear term at the origin and certain structural conditions and dimensional constraints. This structural condition makes it possible to handle exponential nonlinear terms.

B. 発表論文

1. K. Horiuchi, 指数型非線形項をもつ強制項付き楕円型偏微分方程式の可解性, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文, (2021).

C. 口頭発表

1. Existence and non-existence of solutions to a semilinear elliptic equation with exponential nonlinearity, 第 22 回北東数学解析研究会, 東北大学 / zoom (オンライン開催), 2021 年 2 月.
2. Existence and non-existence of solutions to a semilinear elliptic equation with exponential nonlinearity, WINGS-FMSP, FMSP 院生集中講義, 東京大学 / zoom (オンライン開催), 2021 年 3 月.

松井 洋樹 (MATSUI Hiroki)

A. 研究概要

近年研究が行われ始めているジャンプのあるパスに駆動されるラフ微分方程式について考える。ジャンプ型のラフ微分方程式はジャンプ過程への応用が期待できる。先行研究によるとラフ微分方程式の解の連続性定理はジャンプのある場合にも成立することが分かっている。ここで、私はさらに解の初期値に関する滑らかさについて言及する。連続のパスの場合と異なり、パスの折れ線近似は用いることができない。そこで、本研究では連続性定理の証明の際に用いられた手法を使い、解の初期値に関する微分が可能であることを示す。また、連続性定理の不等式評価を用いれば、解の初期値の微分に関する評価式を得ることができる。

I consider rough differential equations driven by paths with jumps, which have begun to be studied in recent years. Jump-driven rough differential equations are expected to have applications to jump processes. Prior research has shown that the continuity theorem for solutions of rough differential equations holds for the case with jumps. Here, I further mention

the smoothness of the solution with respect to the initial value. Unlike the case of continuous paths, we cannot use the line approximation of paths. In this paper, I show differentiability of the solution with respect to the initial value using the method in the proof of the continuity theorem. Using the inequality of the continuity theorem, it also is possible to obtain an evaluation formula for the derivative of the solution.

B. 発表論文

1. H. Matsui : “ジャンプ型 RDE の解の微分可能性とその評価”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021).

C. 口頭発表

1. ジャンプ型 RDE の解の微分可能性とその評価, 修士論文審査, 東京大学/zoom(オンライン開催) 2021 年 2 月.

宮澤 仁 (MIYAZAWA Jin)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

本年度取り組んだ課題はふたつある.

1. 素数位数の巡回群が作用している 4 次元多様体について, その同変 Seiberg-Witten 不変量の素数 p に関する divisibility の不等式.
2. 向き付け不可能な 3 次元多様体へのスピニン構造の拡張と mod2 指数.

修士論文の内容は 2 番目の研究である.

1 番目の研究について説明する. 素数位数巡回群が作用している 4 次元多様体上で Seiberg-Witten 方程式を考え, 有限次元近似を行うと Z/pZ が作用している球面の間の同変写像が得られる. この同変写像から誘導される同変 K 群の間の写像をもちいると, 同変 Seiberg-Witten 不変量の素数 p についての divisibility がわかる. しかし, 現在非自明な具体例は見つかっていない. 2 番目の研究について説明する. これは $8k+3$ 次元多様体の Pin_{\pm}^c 構造から定義される skew-

adjoint な Dirac 作用素の mod2 指数に関する研究である. Pin_{\pm}^c 構造は, Pin^+ 構造と $Spin^c$ 構造の共通の一般化であり, Freed と Hopkins により 2019 年に導入された. 今回考える mod2 指数は Pin^+ 構造や $Spin^c$ 構造の場合には 0 になってしまうものである. 本研究では, この mod2 指数と, 特性部分多様体上に自然に誘導される $Spin$ 構造の mod2 指数が一致することを示した. さらに, 3 次元多様体の場合には $Spin$ ボルディズム群を用いた位相的指数が定義され, 主定理は解析的指数と位相的指数の一致として定式化される. 3 次元の場合には mod2 指数が非自明な例を構成することができた.

主定理の証明手法は Witten deformation である. 本研究の応用として, 中村信弘氏によって導入された $Pin^-(2)$ モノポールのモジュライ空間の向き付け可能性を位相的に決定できる方法を与えた. また, その応用として $Pin^-(2)$ モノポールのモジュライ空間の向きがつかない 4 次元多様体の例を構成することができた. モジュライの向き付け可能性が位相的に判定できるようになったことで今後 $Pin^-(2)$ モノポール不変量のさらなる応用が期待できると思われる.

I obtained two results this year.

1. An inequality related to the divisibility of Z/pZ equivariant Seiberg-Witten invariants.
2. A generalization of $Spin^c$ structure for 3-manifolds which are not assumed to be oriented, and a mod2 index related to the structure.

The second one is the main result I obtained in my MSc thesis.

The first result is about 4-manifolds with Z/pZ action where p is a prime number. The main idea is to construct Z/pZ equivariant maps between spheres with Z/pZ action by using Seiberg-Witten equations and finite dimensional approximations. We consider its induced maps on equivariant K groups to obtain the inequality.

So far I have not found an example of 4-

manifold with Z/pZ action for which the inequality is non-trivial.

The second result is about mod 2 index of skew-adjoint Dirac operator defined on a $8k + 3$ dimensional manifold with $Pin_{\pm}^{\tilde{c}}$ structure. $Pin_{\pm}^{\tilde{c}}$ structure is a generalization of Pin^{\pm} structure and $Spin^c$ structure introduced by Freed and Hopkins in 2019. Two special cases of this structure are Pin^{\pm} structure and $Spin^c$ structure for which the mod 2 indices are vanishes. I showed that this mod 2 index coincides with a mod 2 index for the canonically induced $Spin$ structure on characteristic submanifolds. In the 3-dimensional case, we define the topological index to be the $Spin$ bordism class of the characteristic submanifold, and the main theorem is interpreted as the equality between the analytic index and the topological index. We have several non trivial examples for 3-dimensional cases.

The method of proof is the Witten deformation. As an application of our study, we have a topological method to detect orientability of moduli space of $Pin^-(2)$ monopole which is introduced by Nobuhiro Nakamura. We give an example of 4-manifold whose $Pin^-(2)$ monopole moduli is unorientable. We expect more applications to study of $Pin^-(2)$ monopole invariant in the future.

B. 発表論文

1. J. Miyazawa : “向き付け不可能な 3 次元多様体へのスピンの構造の拡張と mod 2 指数”, 東京大学修士論文 (2020).

C. 口頭発表

1. Seiberg-Witten equation and Topology, 数理新人セミナー, 第 3 回, 名古屋大学, 2020 年 2 月
2. 向き付け不可能な 3 次元多様体へのスピンの構造の拡張と mod 2 指数, 関西ゲージ理論セミナー, オンライン, 2021 年 2 月.

山口 樹 (YAMAGUCHI Tatsuki)

A. 研究概要

超積を用いた正標数の特異点についての研究を行った。可換環論への超積の手法の応用は Schoutens のアイデアである。さらに彼は超積と対数末端特異点の関係についても示している。判定イデアルの類似概念として ultra-判定イデアルを導入し, Schoutens による結果の一般化を得ることを目標に研究を行い, 乗数イデアルの超積を用いた特徴付けと純な環拡大の下での乗数イデアルの振る舞いについての成果を得た。また極大 Cohen-Macaulay 加群と F -特異点の関係についても調べている。

The use of ultraproducts in commutative algebra is an idea of Schoutens. He also showed the relation between ultraproducts and log-terminal singularities. We introduce ultra-test ideal, which is similar to usual test ideal. We tried to generalize results of Schoutens', and we get an characterization of multiplier ideals via ultraproducts and a result about an behavior of multiplier ideals under pure ring extensions. I also study a relation between maximal Cohen-Macaulay modules and F -singularities.

油井 星羅 (YUI Seira)

A. 研究概要

2012 年に Boyer, Gordon, Watson によって提出された L-space 予想では, irreducible rational homology 3-sphere Y が L-space であることと, その基本群 $\pi_1 Y$ が non-LO であることが同値であると予想している。

群 G が左不変順序付け可能 (LO) であるとは, 任意の元 $f, g, h \in G$ に対して $g \leq h$ ならば $fg \leq fh$ が成り立つような G の全順序 \leq が存在することである。そのような全順序が存在しないとき, G は non-LO であるという。

rational homology 3-sphere Y の候補としては, S^3 内の結び目 K に沿った Dehn surgery が考えられる。この空間の L-space 性は比較的研究されており, Ozsváth と Szabó は, 結び目の種数 $g(K)$ を用いて L-space surgery を許す有理係数 r の範

困を明示した. (positive) L-space surgery を許す結び目を (positive) L-space knot という.

この結果を根拠にして L-space knot K に沿って Dehn surgery して得られる多様体の基本群が non-LO であることを示す研究が様々に行われているが, 一般の群に対する non-LO の判定は難しい問題である. 最近, 手術された多様体の基本群が non-LO であるための, 結び目の基本群に関する十分条件 (property (D)) が Nie によって導入された. これは non-LO を示すための見通しの良い計算手法を与えている.

修士論文では, 1次元力学系のアイデアを用いて property (D) の拡張である property (D') 与え, その応用として L-space 予想を肯定的に支持する 3次元多様体の新規の例を与えた. 具体的には, $T_{kq\pm 1, q}^{(k-1)q\pm 1, n}, T_{p, mp+q}^{p-q, 1}$ 型 twisted torus knot が property (D') を満たし, したがって Dehn filling して得られる多様体の基本群が non-LO であることを示した. Motegi の L-space knot に関する結果と合わせることで, $T_{kq\pm 1, q}^{(k-1)q\pm 1, n}$ 型の twisted torus knot の結果は L-space 予想を肯定的に支持していることがわかる.

In 2012, Boyer, Gordon, and Watson conjectured that an irreducible rational homology 3-sphere Y is an L-space if and only if its fundamental group $\pi_1 Y$ is non-LO, which is called L-space conjecture.

A group G is *left-orderable* (or *LO*) if there exists a total order \leq on G such that $g \leq h$ implies $fg \leq fh$ for any $f, g, h \in G$. Otherwise, G is *non-LO* if there exists no total order \leq like that.

The well-known method for constructing rational homology 3-sphere Y is Dehn surgery along a knot K in S^3 . It is relatively studied well whether these spaces are L-space or not. Ozsváth and Szabó specified the range of rational coefficient r admitting L-space surgery by using $g(K)$, a genus of K . K is called a (positive) L-space knot if it admits (positive) L-space surgery.

Based on the above result, Many studies proved that a rational homology 3-sphere which is

obtained by Dehn surgery along a certain L-space knot is non-LO. However, in general it is difficult to determine whether a given group is LO or not. Recently, Nie gave sufficient condition, called property (D), on knot fundamental group for a fundamental group of resulting manifold by Dehn surgery to be non-LO. This condition gives a computable method for judging non-LO.

In a master's thesis, I give property (D'), which is generalization of property (D), using an idea from 1-dimensional dynamical system and give new examples supporting L-space conjecture. Specifically, I prove that twisted torus knots $T_{kq\pm 1, q}^{(k-1)q\pm 1, n}, T_{p, mp+q}^{p-q, 1}$ have property (D'), thus fundamental groups of resulting manifolds by Dehn surgery are non-LO.

By combining with Motegi's result showing that a twisted torus knot $T_{kq\pm 1, q}^{(k-1)q\pm 1, n}$ is an L-space knot, we can say that these new results for $T_{kq\pm 1, q}^{(k-1)q\pm 1, n}$ affirm L-space conjecture.

B. 発表論文

1. S. Yui : "1次元力学系を用いた3次元多様体の基本群の左不変順序付け可能性の判定とその応用", 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021) .

G. 受賞

東京大学数理科学研究科研究科長賞, 2021年3月

吉田 匠 (YOSHIDA Takumi)

A. 研究概要

強い Birch-Swinnerton-Dyer 予想 (以下, 強い BSD 予想) について研究した. Coates, Li, Tian, Zhai は, BSD 予想の 2 幕部分を考えることで, モジュラー曲線 $X_0(49)$ の無限個の 2 次のツイストにおいて強い BSD 予想が成立することを示した. 私はその結果を拡張し, より多くのツイストについて強い BSD 予想を示した.

I studied the full Birch-Swinnerton-Dyer conjecture (the full BSD conjecture). By considering the 2-part of the BSD conjecture, Coates, Li, Tian, and Zhai proved the full BSD conjecture for infinitely many quadratic twists of the modular curve $X_0(49)$. I expanded the result and prove the full BSD conjecture for more twists.

B. 発表論文

1. T. Yoshida : “On the 2-part of the Birch-Swinnerton-Dyer conjecture for elliptic curves with complex multiplication by the ring of integers of $\mathbb{Q}(\sqrt{-7})$ ”, 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021).

渡邊 祐太 (WATANABE Yuta)

A. 研究概要

複素多様体やその上の正則ベクトル束が様々な条件を持つ場合の幾何学的性質を解析的手法を用いて研究している。具体的には L^2 評価式や大沢竹腰の拡張定理を主な道具として、ある種の複素多様体で成り立つ性質のより広いクラスの複素多様体への拡張や、正則ベクトル束の様々な正值性、特異 Hermite 軽量の研究である。

修士論文では、古典的な結果である Lefschetz 超平面切断定理を多重劣調和関数を用いて Stein 多様体、複素射影多様体上で考えた先行研究があり、これをある種の擬凸 Kähler 多様体、コンパクト Kähler 多様体へ拡張した。先行研究に当てはまらない例として、quasi-torus がある。また、この結果の特別な場合を考えることで、ある種の正值性を持った正則ベクトル束を伴う複素多様体に対し、Serre 双対定理をコンパクト Kähler 多様体から弱擬凸 Kähler 多様体へ拡張した。最後に、先行研究と同様に Lefschetz 超平面切断定理のより広いクラスの複素多様体への拡張を得た。

I study the geometric properties of complex manifolds and holomorphic vector bundles on them under various conditions, using analytical methods. Specific studies is extensions of properties on certain complex manifolds to a

wider class of complex manifolds, various positivity of holomorphic vector bundles and singular Hermitian metrics, using the L^2 -estimate and the Ohsawa-Takegoshi extension theorem as the main tools.

In the master paper, there is a previous studies that considered the Lefschetz hyperplane theorem, which is the classical result, on Stein manifolds and complex projective manifolds by using plurisubharmonic functions, and I extended it to certain pseudoconvex Kähler manifolds and compact Kähler manifolds. One example that does not belong to a previous studies situation is a quasi-torus. Since considering a special case of this result, for complex manifolds with holomorphic vector bundles with some kind of positivity, I extended the Serre duality theorem from compact Kähler manifolds to weakly pseudoconvex Kähler manifolds. Finally, I obtained an extension of the Lefschetz hyperplane theorem to a wider class of complex manifolds, as in previous studies.

B. 発表論文

1. Y. Watanabe : “Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds ”, 東京大学修士論文 (2021).

李 公彦 (LI Kimihiko)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

自分が行っているのは主にプリズマティックコホモロジー (prismatic cohomology) についての研究である。これは 2019 年において Bhatt-Scholze 「Prisms and prismatic cohomology」において提唱された概念であり、自分が専攻としている数論幾何学のうち、 p 進的理論についての研究である。標数 p である代数多様体上には種々のコホモロジー理論としてクリスタリンコホモロジーや p 進エタールコホモロジーがあり、代数多様体が固有でない場合 (つまりより悪い性質を持つ場合) 対数的構造を導入して対数的クリス

タリンコホモロジーを考えることになり、更に滑らかでない、あるいは退化した代数多様体を考える場合は高レベル構造等も考える必要がある。クリスタリンコホモロジーおよびこれの高レベル構造は Berthelot により提唱され、 p 進コホモロジーは“位相空間”としてサイトがあり、その上での理想的な性質を持つ加群の層であるクリスタルなどの概念について計算されることが多いが、Berthelot は高レベルクリスタリンサイトとレベル 0 (つまり通常の) クリスタリンサイト上のクリスタルの圏が同値という、Frobenius descent と呼ばれる結果を示した。プリズマティックコホモロジーはこれらのコホモロジー理論を統一するという試みで考えられた新しいコホモロジー理論である。種々のコホモロジー理論との関係性を築くために比較定理というものが重要な役割を担うが、Bhatt-Scholze によりプリズマティックコホモロジーとド・ラームコホモロジー、整係数のクリスタリンコホモロジー、整係数の p 進エタールコホモロジー、 A_{inf} コホモロジーとの比較定理が証明された。更に、 p 進コホモロジー理論について量子化が行われ得られる q -クリスタリンコホモロジー及び q -ド・ラームコホモロジーがあり、これらがプリズマティックコホモロジーと密接に関係していることが証明され、プリズマティックコホモロジーを計算するのに q -ド・ラーム複体を用いられることがわかった。また、 q -クリスタリンコホモロジーは $q = 1$ の無限小近傍でクリスタリンコホモロジーを考えることに相当し、 $q = 1$ の場合はクリスタリンコホモロジーを復元することが期待されるが、Bhatt-Scholze により実際に成り立つ。

自分は今年度の修士論文において高レベルの概念をプリズマティックおよび q -クリスタリンサイトにおいて拡張し、Frobenius descent の類似がこれらのサイト上で成り立つことを示した。また、プリズマティックと q -クリスタリンコホモロジーとの関連性を高レベルの概念を用いて解釈し、レベル $(m - 1)$ の q -クリスタリンサイトとレベル m のプリズマティックサイトの間にクリスタルの圏同値が成り立つことを示した。更に、 $q = 1$ の場合レベル m の q -クリスタリンサイトとレベル m のクリスタリンサイトの間にクリスタルの圏同値が成り立つことを示した。将来の目

標としては、対数的高レベルプリズマティックサイトにおける係数の理論の構築を試み、係数と p 進微分方程式との関連性などを考え、 p 進理論の一つであるプリズマティックコホモロジーについての理論を進めることである。上で定義したレベル m の q -クリスタリンコホモロジーを計算するためのレベル m の q -ド・ラーム複体の構成法についても、Gros-Le Stum-Quirós による twisted divided power によるアプローチで考えている。

My research is mainly focused on the prismatic cohomology. This is defined by Bhatt-Scholze in *Prisms and prismatic cohomology* in 2019 and it specializes to p -adic cohomology theory, which is the theory of arithmetic geometry I major in. There are various cohomology theories on algebraic varieties of characteristic p such as crystalline cohomology and p -adic étale cohomology. We can think of the log crystalline cohomology when the variety is not proper (so that the usual cohomology theory does not work), and think of the higher level structure when the variety is not smooth, or degenerate in addition. Crystalline cohomology and the higher level structure on it is defined by Berthelot. p -adic cohomology is usually defined on a site which represents ‘topological space’, with respect to a crystal, which means a sheaf of modules with a good property. Berthelot showed the equivalence between the category of crystals on the higher level crystalline site and that on the crystalline site of level 0 (which coincides with the crystalline site), and this equivalence is called the Frobenius descent. Prismatic cohomology is the new cohomology theory which attempts to generalize these cohomology theories. For constructing the relations between the cohomology theories, it is important to show the comparison theorems between them. Bhatt and Scholze have shown the comparison theorems between the prismatic cohomology and the de Rham cohomology, the integral crystalline cohomology, the integral p -adic étale cohomology and A_{inf} co-

homology. Moreover, as the q -deformation of the p -adic cohomology theories, we can get the q -crystalline cohomology and the q -de Rham cohomology, which is shown to be closely related to the prismatic cohomology. So we can compute prismatic cohomology by q -de Rham complex. As q -crystalline cohomology is equivalent to think of the crystalline cohomology on the infinitesimal neighborhood of $q = 1$, it is expected to recover the crystalline cohomology when $q = 1$, and this actually comes true, which is also shown by Bhatt and Scholze.

In my master thesis, I constructed the prismatic and q -crystalline sites of higher level, and proved the analogue of the Frobenius descent on these sites. Also, I compared the relationship between the prismatic and q -crystalline cohomology by the concept of higher level, and showed the equivalence between the category of crystals on the level $(m-1)$ q -crystalline site and that on the level m prismatic site. Moreover, when $q = 1$, I showed the equivalence between the category of crystals on the level m q -crystalline site and that on the level m crystalline site. In the future, I want to construct the log structure on the higher level prismatic site, think of the theory of the coefficient on it and the relationship between this and the p -adic differential equations, for the purpose of advancing the theory of the prismatic cohomology, which is one of the p -adic cohomology theories. On the other hand, I want to construct the level m q -de Rham complex in order to compute the level m q -crystalline cohomology defined above by using the theories about twisted divided power defined by Gros-Le Stum-Quirós.

B. 発表論文

1. K. Li : “Prismatic and q -crystalline sites of higher level”, arXiv:2102.08151.

LIU PEIJIANG

A. 研究概要

セールにより, 有限群 G に対して, 関数 $a_G : G \rightarrow \mathbb{Z}$ が定義された。この関数は次のように表せることが知られる。 Y を完全体上の G 作用を持つ分離的かつ滑らかなスキームとする。また, 任意の $1 \neq \sigma \in G$ に対して $Y^\sigma = \{y\}$ とすると

$$a_G(\sigma) = \begin{cases} -\text{length } O_{Y^\sigma, y} & \text{if } \sigma \neq 1 \\ -\sum_{\tau \in G \setminus \{1\}} a_G(\tau) & \text{if } \sigma = 1. \end{cases}$$

関数 a_G が G の表現の指標であることがセールにより予想された。任意の G の表現 M に対して, アルティン導手 $a_G(M) \in \mathbb{Q}$ を次のように定義する

$$a_G(M) = \frac{1}{|G|} \cdot a_G(\sigma) \cdot \text{Tr}(\sigma : M).$$

$a_G(M)$ が整数であることを示せば, セール予想は証明できるということが知られている。

一方, $X = Y/G$ とし, x を y の像とする。また, $U = X \setminus \{x\}$, $V = Y \setminus \{y\}$ として, G が有限エタール射 $f : V \rightarrow U$ のガロア群である。このとき, 関数 a_G は次のように表せる

$$a_G(\sigma) = \begin{cases} s_{V/U, Y}(\sigma) - 1 & \text{if } \sigma \neq 1 \\ s_{V/U, Y}(\sigma) + |G| - 1 & \text{if } \sigma = 1. \end{cases}$$

ただし, $s_{V/U, Y}(\sigma) \in CH_0(Y \setminus V) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ はスワン指標類 $s_{V/U}(\sigma) \in CH_0(\bar{V} \setminus V) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ の像とする。また, $\text{Sw}_X(F) \in CH_0(X \setminus U) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ をスワン類 $\text{Sw}(F) \in CH_0(\bar{U} \setminus U) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ の像とすると, アルティン導手 $a_G(M)$ は次のように表せる

$$a_G(M) = \text{Sw}_X(F) + \dim M - \dim M^G.$$

射 $j : U \rightarrow X$ を開移入とすると, $\text{Sw}_X(F)$ は次のように表せることが斎藤先生により予想された

$$\text{Sw}_X(F) = (CCj_!F - \text{rank}F \cdot CCj_!\bar{Q}_\ell, T_X^*X)_{T^*X} \in CH_0(x) \simeq \mathbb{Z}.$$

この予想を示せば, セール予想が証明できる。さて, 層の特性サイクルの係数 \mathbb{Z} と \bar{Q}_ℓ ベクトル空間のグロタンディーク群は同型である。また, f^*F は V 上の G 同変層である。そこで, G 同変層の圏のグロタンディーク群を $K_{\text{eq}}(\bar{Q}_\ell\{G\})$ とする。 V 上の G 同変層 G に対して, $K_{\text{eq}}(\bar{Q}_\ell\{G\})$ 係数の特性サイクルを定義できれば, $CC_{G, \text{eq}}G$

で表す。このとき、次のような射影公式が期待できる

$$f_! CC_{G, \text{eq}} G = CC_{G, \text{eq}} Rf_* G.$$

この公式の左側を用いて、交差数を計算できると、公式の右側を用いて、スワン類 $\text{Sw}(F)$ を計算できることを期待している。それによりセール予想が証明できるということが目標である。

本研究では、 G 同変層の特殊な場合である G 作用を持つ層を考えている。このとき、 $K(\overline{\mathbb{Q}_\ell}[G])$ を有限生成の左 $\overline{\mathbb{Q}_\ell}[G]$ 加群の圏のグロタンディーク群とする。 G 作用を持つ層 G の $K(\overline{\mathbb{Q}_\ell}[G])$ 係数の特性サイクル $CC_G G$ が次のように決定される。任意のエタール射 $h: W \rightarrow X$ と、任意のスムーズ曲線への射 $f: W \rightarrow C$ に対して、 $u \in W$ をせいぜい孤立 SSG 特性点とし、 $c = f(u)$ とすると、 $CC_G G$ は次のような $K(\overline{\mathbb{Q}_\ell}[G])$ の等式を満たす

$$-\text{tot}\phi_u((h^*G)_{\{c\}}, f) = (CC_G G, df)_{T^*W, u}$$

ただし、 $\phi_u((h^*G)_{\{c\}}, f)$ は c の周りに定義された消滅サイクルとし、スワン加群 SW を用いて tot を関手 $\text{Hom}(\text{SW}, -) \oplus -$ とする。これはミルナー公式の精密化といえる。実際、次の公式が知られる。

$$\dim CC_G G = CCG.$$

$CC_G G$ の存在性を示すには、まず任意の G 作用を持つ層 G と任意の $\sigma \in G$ に対して、次のようなミルナー公式を満たす \mathbb{Z} 係数の特性サイクル $CC_\sigma G$ の存在を証明する

$$\begin{aligned} & (CC_\sigma G, df)_{T^*W, u} \\ &= -\text{Tr}(\sigma : \text{tot}\phi_u((h^*G)_{\{c\}}, f)). \end{aligned}$$

これを用いて、 $CC_G G$ が次の公式で一意に決定される

$$\text{Tr}(\sigma : CC_G G) = CC_\sigma G.$$

さて、上のように定義された G 作用を持つ層の $K(\overline{\mathbb{Q}_\ell}[G])$ 係数の特性サイクルとセール予想の関係を考える。

まず、上述した F に対して、次の同型が知られている

$$f_* f^* F \simeq f_* \overline{\mathbb{Q}_\ell} \otimes_{\overline{\mathbb{Q}_\ell}} F_{\overline{\xi}},$$

ただし、 $\xi \in U$ は生成点である。また、 $R\Gamma^G$ を関手 $G \mapsto G^G$ の導来関手とすると、 $R\Gamma^G$ は消滅サ

イクル関手と可換である。ただし、 G^G を G 作用を持つ層 G の不変部分層とする。それを用いて、次の分解公式が証明できる

$$CC_{j_!} F = \frac{1}{|G|} \cdot \sum_{\sigma \in G} CC_{V/U}(\sigma) \cdot \text{Tr}(\sigma : F_{\overline{\xi}}).$$

ただし、 $CC_{V/U}(\sigma)$ を $CC_{\sigma, j_!} f_* \overline{\mathbb{Q}_\ell}$ とする。 $\sigma \neq 1$ のとき、次の公式が予想される

$$s_{V/U}(\sigma) = -(CC_{V/U}(\sigma), T_X^* X)_{T^* X},$$

また、次の公式も予想される。

$$\begin{aligned} s_{V/U}(1) &= -(CC_{V/U}(\sigma) \\ &\quad - |G| \cdot CC_{j_!} \overline{\mathbb{Q}_\ell}, T_X^* X)_{T^* X}. \end{aligned}$$

この予想が示せば、上述された分解公式を用いて、セール予想が証明できる。

G 同変層を考えると、上のような分解公式と予想の構築は今後の目標である。私は上の予想にある交差数が射影公式を用いて計算できるということを期待している。

Serre defines a function $a_G : G \rightarrow \mathbb{Z}$ for a finite group G . This function is defined as following. Let Y be a smooth and separated scheme with G -action over a perfect field. For any $1 \neq \sigma \in G$, suppose that $Y^\sigma = \{y\}$, then

$$a_G(\sigma) = \begin{cases} -\text{length } \mathcal{O}_{Y^\sigma, y} & \text{if } \sigma \neq 1 \\ -\sum_{\tau \in G \setminus \{1\}} a_G(\tau) & \text{if } \sigma = 1. \end{cases}$$

The function a_G is conjectured by Serre to be a character of G . For any representation M of G , Artin conductor $a_G(M) \in \mathbb{Q}$ is defined as

$$a_G(M) = \frac{1}{|G|} \cdot a_G(\sigma) \cdot \text{Tr}(\sigma : M).$$

If we can show that $a_G(M)$ is an integer, then the conjecture of Serre can be proved.

On the other hand, let $X = Y/G$ and x be the image of y . Moreover, let $U = X \setminus \{x\}$ and $V = Y \setminus \{y\}$, G be the Galois group of the étale morphism $f : V \rightarrow U$. Therefore, the function a_G can be represented by

$$a_G(\sigma) = \begin{cases} s_{V/U, Y}(\sigma) - 1 & \text{if } \sigma \neq 1 \\ s_{V/U, Y}(\sigma) + |G| - 1 & \text{if } \sigma = 1. \end{cases}$$

Next, let $s_{V/U, Y}(\sigma) \in CH_0(Y \setminus V) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ be the image of the Swan character class

$s_{V/U}(\sigma) \in CH_0(\overline{V} \setminus V) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$, and $\text{Sw}_X(\mathbb{F}) \in CH_0(X \setminus U) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ be the image of the Swan class $\text{Sw}(\mathbb{F}) \in CH_0(\overline{U} \setminus U) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$, then the Artin conductor $a_G(M)$ can be represented by

$$a_G(M) = \text{Sw}_X(\mathbb{F}) + \dim M - \dim M^G .$$

Let $j : U \rightarrow X$ be the open immersion, then $\text{Sw}_X(\mathbb{F})$ is conjectured by Saito to be

$$\begin{aligned} \text{Sw}_X(\mathbb{F}) &= (CC_{j_!} \mathbb{F} - \text{rank} \mathbb{F} \cdot CC_{j_!} \overline{\mathbb{Q}}_{\ell}, \\ T_X^* X)_{T^* X} &\in CH_0(x) \simeq \mathbb{Z} . \end{aligned}$$

If this conjecture is solved, the conjecture of Serre can be proved.

Let $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell})$ be the Grothendieck group of the category of $\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}$ -vector spaces, then we have $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}) \simeq \mathbb{Z}$. Hence the coefficients of the characteristic cycles of constructible sheaves can be regarded as $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell})$. Moreover, notice that G acts on V and $f^* \mathbb{F}$ is a G -equivariant sheaf on V , we expect that there exists an abelian category of G -equivariant $\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}$ -vector spaces with Grothendieck group $K_{\text{eq}}(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}\{G\})$, and there exists characteristic cycles of G -equivariant sheaves with coefficient $K_{\text{eq}}(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}\{G\})$. If such construction exists, we denote the $K_{\text{eq}}(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}\{G\})$ -coefficient characteristic cycle of any G -equivariant sheaf \mathbb{G} on V by $CC_{G, \text{eq}} \mathbb{G}$, and expect a projection formula

$$f_! CC_{G, \text{eq}} \mathbb{G} = CC_{G, \text{eq}} Rf_* \mathbb{G} .$$

We expect the left hand side of the above formula can be used for calculating the intersection numbers and the right hand side can be used for calculating the Swan classes. The goal is to use those constructions to prove the conjecture of Serre.

In our research, we only consider sheaves with G -actions, which can be regarded as a kind of G -equivariant sheaves. Let $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}[G])$ be the Grothendieck group of the category of finitely generated left $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}[G])$ -modules. We define for any sheaf \mathbb{G} with G -action a $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}[G])$ -coefficient characteristic cycle $CC_G \mathbb{G}$, which can be characterized by

$$-\text{tot} \phi_u((h^* \mathbb{G})_{\{c\}}, f) = (CC_G \mathbb{G}, df)_{T^* W, u}$$

for any étale morphism $h : W \rightarrow X$, any morphism $f : W \rightarrow C$ to a smooth curve, and any at most isolated SSG -characteristic point $u \in W$ with $c = f(u)$. Here, $\phi_u((h^* \mathbb{G})_{\{c\}}, f)$ is the stalk of the vanishing cycle of \mathbb{G} around c along f at \bar{u} , and tot is the homomorphism of the Grothendieck groups defined by $\text{Hom}(\text{SW}, -) \oplus -$, where Γ is the Absolute Galois group of the generic point of C and SW is the corresponding Swan module. Moreover, we have

$$\dim CC_G \mathbb{G} = CC_G .$$

Actually, in order to show the existence of $CC_G \mathbb{G}$, we first define for \mathbb{G} and any $\sigma \in G$ a \mathbb{Z} -coefficient characteristic cycle $CC_{\sigma} \mathbb{G}$ which is characterized by

$$\begin{aligned} (CC_{\sigma} \mathbb{G}, df)_{T^* W, u} \\ = -\text{Tr}(\sigma : \text{tot} \phi_u((h^* \mathbb{G})_{\{c\}}, f)) . \end{aligned}$$

Then by the above formula, $CC_G \mathbb{G}$ can also be characterized by

$$\text{Tr}(\sigma : CC_G \mathbb{G}) = CC_{\sigma} \mathbb{G} .$$

Next, we consider the relationship between the definition of characteristic cycles with coefficients $K(\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}[G])$ and the conjecture of Serre. First of all, for the lisse sheaf \mathbb{F} considered above, we have

$$f_* f^* \mathbb{F} \simeq f_* \overline{\mathbb{Q}}_{\ell} \otimes_{\overline{\mathbb{Q}}_{\ell}} \mathbb{F}_{\bar{\xi}} ,$$

where $\xi \in U$ is the generic point. Moreover, we also define a derived functor $R\Gamma^G$ for sheaves with G -actions, and prove that this functor commutes with the vanishing cycle functor. Then we can prove a decomposition formula

$$CC_{j_!} \mathbb{F} = \frac{1}{|G|} \cdot \sum_{\sigma \in G} CC_{V/U}(\sigma) \cdot \text{Tr}(\sigma : \mathbb{F}_{\bar{\xi}}) .$$

where $CC_{V/U}(\sigma)$ is defined to be $CC_{\sigma} j_! f_* \overline{\mathbb{Q}}_{\ell}$. Next, we conjecture that the following formula

$$s_{V/U}(\sigma) = -(CC_{V/U}(\sigma), T_X^* X)_{T^* X} ,$$

together with the formula

$$\begin{aligned} s_{V/U}(1) &= -(CC_{V/U}(\sigma) \\ &\quad - |G| \cdot CC_{j_!} \overline{\mathbb{Q}}_{\ell}, T_X^* X)_{T^* X} \end{aligned}$$

hold. Then the conjecture together with the decomposition formula discussed above imply the conjecture of Serre.

まず、上述した F に対して、次の同型が知られている

$$f_* f^* F \simeq f_* \overline{Q_\ell} \otimes_{\overline{Q_\ell}} F_{\overline{\xi}},$$

For the G -equivariant case, we also expect such decomposition formula and conjecture as above, and the projection formula is expected to be used for proving the conjecture.

王 格非 (WANG Gefei)

A. 研究概要

種数 g の超楕円曲線上のスピ構造への Artin ブレイド群 B_{2g+2} の作用について研究した。この作用は対称群 S_{2g+2} の作用になることが知られている。種数 g のスピ構造の S_{2g+2} -軌道と各軌道のイソトロピー群 G_i を計算した。このイソトロピー群は Riemann 面の理論では既知であるが、純粋に組合せ論的な証明を与えた。それぞれの軌道についての Artin ブレイド群についてのイソトロピー群の有理係数コホモロジー群を 3 次まで決定した。

I studied the action of the Artin braid group B_{2g+2} on the spin structures on a hyperelliptic curve of genus g . The action reduces to that of the symmetric group S_{2g+2} . I computed the S_{2g+2} -orbits and the isotropy group G_i of each orbit, which is known in the classical theory of Riemann surfaces. I gave a purely combinatorial proof for this. Moreover I computed the rational cohomology group of the isotropy group in the Artin braid group at each orbit up to degree 3.

B. 発表論文

1. Xiaomeng Li and Gefei Wang : "A moment-angle manifold whose cohomology has torsion", *Homology Homotopy Appl.* **21(2)** (2019) 199–212.
2. Gefei Wang : "Artin braid groups and spin structures", 修士論文

C. 口頭発表

1. A moment-angle manifold whose cohomology is not torsion free 南京 2016 青年拓撲学家論壇, 南京大学, 中国, 2016 年 8 月
2. A moment-angle manifold whose cohomology is not torsion free 幾何与拓撲研討会, 揚州大学, 中国, 2017 年 8 月
3. The cohomology operation on moment-angle complexes 代数拓撲研討会, 南開大学, 中国, 2018 年 11 月

朱 浩哲 (ZHU Haozhe)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

私の専門は作用素環論である。これは関数解析の一分野で、Hilbert 空間 \mathcal{H} 上の有界線型作用素全体 $B(\mathcal{H})$ を考え、その良い部分環について調べようというものだ。作用素環は von Neumann 環と C^* -環の二つのクラスに大別される。特に、私は **von Neumann 環** とその剛性を研究している。今年、私は II_1 型因子環の超冪とその理論の応用を研究していた。Von Neumann 環の超冪環と中心列の概念は II_1 型因子環の研究で重要な役割を果たす。von Neumann 環の中心列は、Murray と von Neumann によって、超有限 II_1 型因子環 R と自由群 F_n の群因子環 $L(F_n)$ を区別するために導入された。その後、 II_1 型因子環に対する超冪環と中心列因子環を利用して、McDuff と Sakai は非可算な非同型の II_1 型因子環が存在することを示した。さらに、Connes はこの二つの概念を研究して、 II_1 型因子環の分類に関する Fields 賞受賞定理を出した。それ以降、von Neumann の超積の理論は広く研究されている、特に群の II_1 型因子環への作用の分類で重要な応用が多い。

今年の後半、私は中心列部分環の Pimsner-Popa 指数を研究していた。有限指数の超有限 II_1 型因子環の包含 $N \subset M$ に対して、包含 $M' \cap N^\omega \subset M' \cap M^\omega$ を考える。 $N \subset M$ が有限の深さを持つ場合、 $M' \cap N^\omega$ は $M' \cap M^\omega$ の II_1 型部分因子環であり、対応する Jones 指数は有限であることが

証明できる（「Ocneanu, 1988」と「Kawahigashi, 1992, 1993」）。しかし、もし $N \subset M$ は無限の深さを持てば、部分環 $M' \cap N^\omega$ の情報は明確でない。 $M' \cap N^\omega$ は因子ではないかもしれないため、Jones 指数は定義できなくなる。そして、条件付き期待値 $E_{M' \cap N^\omega}$ の計算はとても難しい。Jones は $M' \cap N^\omega \subset M' \cap M^\omega$ が無限な Pimsner-Popa 指数（Jones 指数の一般化）を持つと予想した。私はその問題を調べた、特に $N \subset M$ が無限の深さを持ち強従順（「Popa, 1994」の意味で）的な包含のときを研究していた。その場合、 $N \subset M$ は「generating property」を持つ、i.e.

$$M = \bigvee_k (N'_k \cap M); \quad N = \bigvee_k (N'_k \cap N).$$

を満たす Jones tunnel $\{N_k\}_k$ が存在する。私はそれについて修士論文を書いた。

My research interests are the theory of operator algebras, which is a branch of functional analysis and studies certain subalgebras of bounded linear operators on a Hilbert space. The theory is mainly separated into two theories: von Neumann algebras theory and C*-algebras theory. I am studying the rigidity theory of von Neumann algebras.

I have been studying the ultrapower techniques of von Neumann algebras and their applications this year. The notions of ultrapower algebras and central sequence algebras play an important role in the theory of type II₁ factors. Central sequences of a von Neumann algebra were introduced by Murray and von Neumann to distinguish the hyperfinite II₁ factor R and the free group factor $L(F_n)$. Later, the ultrapowers M^ω and the central sequence algebras $M_\omega = M' \cap M^\omega$ for a II₁ factor M were used to show the existence of uncountably many non-isomorphic type II₁ factors by McDuff and Sakai. Connes further analyzed them and deduced his celebrated theorem on the classification of injective II₁ factors. Since then, ultraproduct technique has been widely studied especially in the classification of group actions on II₁ factors.

We studied the Pimsner-Popa index of central sequence subalgebras during the second half of this year. Let $N \subset M$ be an inclusion of hyperfinite II₁ factors of finite Jones index, and consider the inclusion $M' \cap N^\omega \subset M' \cap M^\omega$. If $N \subset M$ has a finite depth, then $M' \cap N^\omega$ is a II₁ subfactor of $M' \cap M^\omega$ with finite index, called the central sequence subfactor. However, if the depth of the original subfactor $N \subset M$ is infinite, then the result is less clear. In this case, $M' \cap N^\omega$ need not to be a factor. Although we can still define its generalized Pimsner-Popa index, it is intractable to calculate the conditional expectation $E_{M' \cap N^\omega}$. Jones has conjectured that the index is infinite.

I have been studying this problem and aim to show the infinite-index of $M' \cap N^\omega \subset M' \cap M^\omega$ at least when $N \subset M$ is strongly amenable in the sense of Popa. Under such circumstances, $N \subset M$ has the so-called generating property, i.e. there exists a generating Jones tunnel $\{N_k\}$. I have completed my master's thesis on this topic.

C. 口頭発表

1. Classification of Regular Subalgebras of the Hyperfinite II₁ Factor.
2019 関数解析研究会, 三重県伊勢市二見公民館.
2019年9月.
2. Vanishing 2-cohomology of Free Cocycle Actions of Amenable Groups.
2020 関数解析研究会, オンライン.
2020年9月.

毛 天樂 (MAO Tianle)

A. 研究概要

安定性条件の概念は、弦理論におけるディリクレブレーンの研究、特にダグラスの π -安定性に関する研究に由来しています。数学においては、固定された三角圏 \mathcal{D} の安定性条件 $\text{Stab}(\mathcal{D})$ の空間が興味の対象です。これは、ブリッジランドによっ

て [?] で最初に導入されました。安定性条件の研究の出発点は、滑らかな射影曲線上のベクトル束です。自然に HN フィルトレーションをより高次元に一般化したいと考えられます。しかし、それは簡単ではなく、安定性にはさまざまな一般化があります。ブリッジランドの安定性はその 1 つです。重要なアイデアは、安定性を定義する圏を変更することです。大まかに言えば、固定された三角圏 \mathcal{D} の安定性条件は、組 (Z, \mathcal{A}) です。ここで、 \mathcal{A} は有界な t -構造の核ですと $Z: K(\mathcal{D}) \rightarrow \mathbb{C}$ は、2 つの性質を満たす群準同型です。代数幾何学ではしばしば、 \mathcal{D} を複素数体 \mathbb{C} 上での滑らかな射影多様体の接続層の導来圏 $D^b(X)$ にします。

曲線や曲面に安定性条件が存在することはすでに数学者によって証明されています。前に述べたように、Bridgeland の安定性条件の元々の動機は弦理論から来ています。特に、3 次元カラビ・ヤウ多様体上の安定性条件を構築する必要があります。 \mathbb{C} 上の 3 次元代数多様体 X 上の安定性条件を構築するために、Bayer、Macri、および Toda は、[?] において 3 次元代数多様体上で Bogomolov-Gieseker 不等式を一般化しました。最初は、曲面の場合と同様に、 $B \in NS(X)_{\mathbb{Q}}$ と豊富類 $\omega \in NS(X)_{\mathbb{Q}}$ が与えられると、 $\text{Coh}(X)$ 上での古典的な傾斜安定性を使用して、 $\text{Coh}_{\omega, B}(X)$ をある種の捩れ対による $\text{Coh}(X)$ の傾斜核として定義します。また、彼らは次の群準同型写像を構成しました。

$$Z_{\omega, B}(E) = - \int_Y e^{-B - \sqrt{-1}\omega} \text{ch}(E)$$

これは弦理論によって動機付けられています。次に、 $\text{Coh}_{\omega, B}(X)$ 上の傾斜安定性の類似物を使用して、 $\text{Coh}_{\omega, B}^{\dagger}(X)$ を $\text{Coh}_{\omega, B}(X)$ の傾斜核として定義します。最後に、 $(Z_{\omega, B}, \text{Coh}_{\omega, B}^{\dagger}(X))$ が X 上の安定性条件であると予想しました。実際、彼らはこの予想が正しいのは 3 次元代数多様体における一般化された Bogomolov-Gieseker 型不等式予想が正しい場合に限ることを示しました。そして、彼らはこの結果を使って \mathbb{P}^3 上に安定性条件を与えました。しかし、一般の 3 次元代数多様体上で $\text{Stab}(X) = ?$ かどうかはまだ判明していません。近年、多くの数学者がこの分野で仕事をしています。

実際、特殊な 3 次元代数多様体に対しては安定性条件を構築する様々な方法が存在します。例えば X と S が滑らかな射影的代数多様体であり、 $D^b(X)$ に有界 t -構造の核 \mathcal{A} が与えられると、Abramovich と Polishchuk [?, ?] は \mathcal{A} に対して定まる $D^b(X \times S)$ の有界 t -構造の核 \mathcal{A}_S を構築しました。彼らの手法を用いて、ある仮定の下で X に安定性条件 $\sigma = (Z, \mathcal{A})$ がある場合、Liu は直積代数多様体 $X \times S$ 上に σ に対して定まる安定性条件の族を与えました [?]

私の修士論文では、直積型代数多様体 $X \times S$ 上の安定性条件の 2 種類の構成方法について紹介します。1 つ目の構成方法は Bayer、Macri、戸田によるもので、もう 1 つの構成方法はアブラモビッチ、ポリッシュチュク、劉によるものです。また、 S の次元が 1 で、 X の次元が 2 以下の場合に、上記の 2 つの構成を比較します。 $\dim X = 1$ の場合、2 つの構成は同じ安定性条件を与えます。また $\dim X = 2$ の場合、これらが同じであれば、2 番目の安定性条件の構成は 3 次元の直積型代数多様体に対する Bogomolov-Gieseker の不等式を証明する新たな方法を与えます。

The concept of stability conditions comes from the study of Dirichlet branes in string theory, especially from M. R. Douglas's work on π -stability. In mathematics, we concern about the space of stability conditions $\text{Stab}(\mathcal{D})$ on a fixed triangulated category \mathcal{D} . This was first introduced by Bridgeland in [?]. It turns out that the theory of stability condition has many connections with other area, such as counting invariants, representation theory, homological mirror symmetry, and classical algebraic geometry. Moreover, it provides a framework for the study of moduli spaces of complexes of sheaves on varieties.

The research of stability condition starts with vector bundles on smooth projective curve. Naturally, we want to generalize HN filtration to higher dimension. But it is not easy and there are many different generalizations of stability, Bridgeland stability is one of them. The key idea is to change the category in which we

define stability. Roughly speaking, a stability condition on a fixed triangulated category \mathcal{D} , is a pair (Z, \mathcal{A}) , where \mathcal{A} is a heart of bounded t-structure on \mathcal{D} and $Z: K(\mathcal{D}) \rightarrow \mathbb{C}$ is a group homomorphism satisfying the two properties above. If \mathcal{D} is the bounded derived category of coherent sheaves on a smooth projective variety X over \mathbb{C} , we usually require that Z need to factor through the numerical Grothendieck group $N(X)$ and a technical condition, called the support property. Let $\text{Stab}(X)$ be the set of all stability conditions with the support property on the smooth projective variety X . The main theorem proved by Bridgeland is deformation theorem in [?]. It says that we have nice topology on $\text{Stab}(X)$ to make it to be a complex manifold and the most common description is that $\Pi: \text{Stab}(X) \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(N(X), \mathbb{C}), (Z, \mathcal{A}) \rightarrow Z$ is a local homeomorphism.

Many mathematicians have already dealt with some situations in lower dimension so far. For example, Okada proved that $\text{Stab}(\mathbb{P}^1) \cong \mathbb{C}^2$ in [?], and for curve C of genus $g \geq 1$, Macrì proved that $\text{Stab}(C) \cong \widetilde{GL}_2^+(\mathbb{R})$ in [?]. Arcara and Bertram proved that $\text{Stab}(X)$ is not empty when X is a surface in [?].

As mentioned before, the original motivation for Bridgeland stability comes from string theory. In particular, it requires the construction of stability conditions on Calabi-Yau three-folds. In order to construct stability conditions on three-fold X over \mathbb{C} , Bayer, Macrì and Toda generalized the Bogomolov-Gieseker inequality for three-folds in [?]. At first, as in the surface cases, given $B \in NS(X)_{\mathbb{Q}}$ and ample class $\omega \in NS(X)_{\mathbb{Q}}$, they use classical slope-stability on $\text{Coh}(X)$ to define $\text{Coh}_{\omega, B}(X)$ as a tilting heart of $\text{Coh}(X)$ with respect to a torsion pair. And they construct group homomorphism

$$Z_{\omega, B}(E) = - \int_Y e^{-B - \sqrt{-1}\omega} \text{ch}(E)$$

which is motivated by string theory. Then they use an analogue of slope-stability on $\text{Coh}_{\omega, B}(X)$ to define $\text{Coh}_{\omega, B}^{\dagger}(X)$ as a tilt of

$\text{Coh}_{\omega, B}(X)$. Finally, they give a conjecture: $(Z_{\omega, B}, \text{Coh}_{\omega, B}^{\dagger}(X))$ is a stability condition on X . In fact, they also proved that this conjecture is correct if and only if the generalized Bogomolov-Gieseker type inequality conjecture for three-folds is correct. And they used it to give stability conditions on \mathbb{P}^3 . However this is not correct for all three-folds, since Schmidt gave a counterexample in [?]. We still do not know whether $\text{Stab}(X) = ?$ in this situation. Nowadays many mathematicians work hard in this field.

There are several different ways to construct stability conditions on three-fold of special type. For example, if X and S are smooth projective varieties, and if there is a heart of bounded t-structure \mathcal{A} on $D^b(X)$, then Abramovich and Polishchuk construct a heart of bounded t-structure \mathcal{A}_S on $D^b(X \times S)$ with respect to \mathcal{A} in [?, ?]. Following by their method, If there is a stability condition $\sigma = (Z, \mathcal{A})$ on X with some assumption, then Liu gives a family of stability conditions on product variety $X \times S$ with respect to σ in [?].

In my master thesis, We give an introduction to two constructions of stability conditions on smooth projective varieties of product type $X \times S$ in this paper. One construction follows from Bayer, Macrì and Toda, and the other construction follows from Abramovich, Polishchuk and Liu. We also compare the two constructions when the dimension of S is one and the dimension of X is less than or equal to two. When $\dim X = 1$, two constructions are exactly the same. And when $\dim X = 2$, if they are the same, then the second construction will be another way to prove Bogomolov-Gieseker inequality on 3-dimensional product type varieties.

E. 修士・博士論文

Mao Tianle: On comparison of two kinds of constructions of stability conditions on product va-

rieties.

夏 小焜 (XIA Xiaokun)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

A. Bayer の結果によると, 滑らかな射影代数多様体 X が半単純な量子コホモロジー環をもつならば, X の任意有限個の点における爆発もまた半単純な量子コホモロジー環をもちます. したがって, 爆発という操作によって, 新たな半単純量子コホモロジー環が得られます.

量子コホモロジー環や, より一般の半単純フロベニウス多様体の理論における反射的ベクトルの概念は, ミラー対称性に触発されて生まれました. ミラー対称性のもとで, 反射ベクトルは消滅サイクルに対応します. 反射ベクトルの集合は, 不変双線型形式が必ずしも正定値でないという点を除けば, ルート系の全ての性質を持っています. 最も一般的な目標は, 半単純フロベニウス多様体から得られる反射ベクトルのなす系を分類することにあります.

本研究の出発点は, 上述の爆発という操作によって, 反射ベクトルの集合に起きる変化を調べることにありました. 半単純フロベニウス多様体に対する反射ベクトルの定義は, 第二構造接続と呼ばれる接続を通じて行われます. 第二構造接続は, ミラー対称性のもとで, ガウス・マニン接続に対応します. 一般の場合を理解するためには, 種数 0 のグロモフ・ウィッテン不変量であって, その次数が例外因子に台をもつものの第二構造接続に対する寄与を理解する必要があることがわかります. そのような不変量は, 例外因子の管状近傍にのみ依存するので, 特別な場合を考えることにより, それらを理解することができます.

本研究において, 私は, 射影空間 P^n という可能な限り最も単純な対象を取り扱いました. $Q_1 = e_1^{\tau_1}$, $Q_2 = e^{\tau_2}$ をノビコフ変数とします. $\Psi_\tau(E) := e^{-\tau_1 p_1 - \tau_2 p_2} \Psi(E)$ とおきます. ここで, $\Psi : K^0(\text{Bl}(P^n)) \rightarrow H^*(\text{Bl}(P^n))$ は入谷のガンマ類によるチャーン形式の修正版です. 本研究の主結果は「 $\Psi_\tau(\mathcal{O})$ は反射ベクトルである」というも

のです. ここで, \mathcal{O} は $\text{Bl}(P^n)$ の構造層です.

According to A. Bayer, if a smooth projective variety X has semi-simple quantum cohomology, then the blow-up of X at any number of points also has semi-simple quantum cohomology. Therefore, new semi-simple quantum cohomology algebras can be constructed by applying blow-up operation. The notion of a reflection vector in quantum cohomology and more generally in the theory of semi-simple Frobenius manifolds is motivated by mirror symmetry. Namely, under the mirror symmetry phenomenon reflection vectors correspond to vanishing cycles. They have all the properties of a root system, except that the invariant bilinear pairing does not have to be positive definite. The most general goal is to classify the system of reflection vectors associated with semi-simple Frobenius manifolds. The starting point of my study was to investigate the effect of applying the blow-up operation on the set of reflection vectors. The definition of a reflection vector for a semi-simple Frobenius manifold is given via the so called 2nd structure connection. The latter, under mirror symmetry corresponds to the Gauss–Manin connection. It turns out that in order to understand the general case, one has to understand the contribution to the second structure connection coming from genus-0 Gromov–Witten invariants whose degree is supported in the exceptional divisor. Such invariants depend only on a tubular neighborhood of the exceptional divisor, so we can understand them by considering a specific example. In my study, I took the simplest possible target, that is, the projective space P^n . Suppose that $Q_1 = e_1^{\tau_1}$ and $Q_2 = e^{\tau_2}$ are the Novikov variables. Put $\Psi_\tau(E) := e^{-\tau_1 p_1 - \tau_2 p_2} \Psi(E)$, where $\Psi : K^0(\text{Bl}(P^n)) \rightarrow H^*(\text{Bl}(P^n))$ is Iritani’s Γ -class modification of the Chern character map. Our main result is that $\Psi_\tau(\mathcal{O})$ is a reflection vector, where \mathcal{O} is the structure sheaf of $\text{Bl}(P^n)$.

PÁLREZ VALDÁLS VĀġctor

(ペレズ バルデス ビクトル)

A. 研究概要

群 G の表現 (Π, V) と部分群 G' の表現 (π, W) が与えられた時に、 $(\Pi|_{G'}, V)$ から (π, W) への G' 線型写像を対称性破れ作用素 (**Symmetry Breaking Operator**) とする。この対称性破れ作用素を構成することによって、 $\Pi|_{G'}$ の抽象的な既約分解 (所謂、分岐則の問題) を深く解明できることが期待される。

この対称性破れの作用素を幾何的な設定で考え、微分作用素で書けるもの (微分対称性破れ作用素) の構成法が最近発見された。具体的には、Lie 群 $G \supset G'$ がそれぞれ多様体 $X \supset Y$ に作用し、 X, Y のベクトル束 \mathcal{V}, \mathcal{W} が与えられたとする。この場合の微分対称性破れ作用素は切断空間の間の G' 同変な微分作用素 $D : C^\infty(X, \mathcal{V}) \rightarrow C^\infty(Y, \mathcal{W})$ に対応する。多様体 $X = G/P \supset Y = G'/P'$ が旗多様体で、ベクトル束 \mathcal{V}, \mathcal{W} がそれぞれ放物型部分群 P, P' の有限次元表現に同伴するベクトル束の場合に、この微分対称性破れ作用素を構成する手法 (The F-method) が 2013 年に小林俊行先生によって提起された。

この手法を用いて、小林先生と Pevzner 先生が、直線束の場合に 6 系列の対称対 (G, G') に対して微分対称性破れ作用素を完全に構成し、分類した。さらに 2016 年に、小林先生、久保先生と Pevzner 先生によって、球面における微分形式の間の微分対称性破れ作用素が完全に分類された。

この方針で私は本年度 F-method を用いて、対 $(G, G') = (SO(4, 1), SO(3, 1))$ に対するベクトル値の微分対称性破れ作用素を構成し、分類した。具体的に、 S^3 上のランク 3 のベクトル束 $\mathcal{V}_\lambda^3 \rightarrow S^3$ と S^2 上の直線束 $\mathcal{L}_{\nu, m} \rightarrow S^2$ に対して以下の問題を解決した。

問題 A: 微分対称性破れ作用素

$$D : C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) \rightarrow C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu, m})$$

が存在するための 3 つ組のパラメータ $(\lambda, \nu, m) \in C^2 \times \mathbb{Z}$ の必要十分条件を求めよ。

問題 B: その微分対称性破れ作用素をすべて構成し、分類せよ。

Given representations (Π, V) of a Lie group G

and (π, W) of a Lie subgroup $G' \subset G$, we say that a linear G' homomorphism from $(\Pi|_{G'}, V)$ to (π, W) is a **Symmetry Breaking Operator**. Constructing these symmetry breaking operators helps us to understand better the behaviour of the abstract irreducible decomposition of $\Pi|_{G'}$ (the so-called branching law problems).

A way of constructing these operators has been discovered recently in a geometric setting; namely, when we consider symmetry breaking operators that can be written as differential operators (**Differential Symmetry Breaking Operators**). More concretely, suppose that the Lie groups $G \supset G'$ act respectively on two manifolds $X \supset Y$, and let \mathcal{V} and \mathcal{W} be two vector bundles over X and Y respectively. In this setting, the differential symmetry breaking operators correspond to the G' -equivariant differential operators between the spaces of smooth sections $D : C^\infty(X, \mathcal{V}) \rightarrow C^\infty(Y, \mathcal{W})$. If the manifolds $X = G/P \supset Y = G'/P'$ are flag varieties, and the vector bundles \mathcal{V} and \mathcal{W} are those associated to two finite dimensional representations of the parabolic subgroups P and P' , a method of constructing these differential symmetry breaking operators (called the F-method), was proposed in 2013 by professor Toshiyuki Kobayashi.

By using this method, professors T. Kobayashi and M. Pevzner constructed and classified all differential symmetry breaking operators for 6 different symmetric pairs (G, G') in the line bundle case. Moreover, in 2016, professors T. Kobayashi, T. Kubo and M. Pevzner classified all symmetry breaking operators for differential forms on spheres.

Following this line, I used the F-method to construct and classify all vector-valued differential symmetry breaking operators for the pair $(G, G') = (SO(4, 1), SO(3, 1))$ during the academic year 2020. More concretely, for a rank 3 vector bundle $\mathcal{V}_\lambda^3 \rightarrow S^3$ over the 3-sphere and a line bundle $\mathcal{L}_{\nu, m} \rightarrow S^2$ over the 2-sphere, I gave

a solution to the problems below.

Problem A: Give necessary and sufficient conditions on the 3-tuple of parameters $(\lambda, \nu, m) \in C^2 \times \mathbb{Z}$, for the existence of differential symmetry breaking operators

$$D : C^\infty(S^3, \mathcal{V}_\lambda^3) \longrightarrow C^\infty(S^2, \mathcal{L}_{\nu, m})$$

Problem B: Construct and classify all of those operators.

B. 発表論文

1. E. Martiń-Peinador and V. Páirez ValdÁs : "A class of topological groups which do not admit normal compatible locally quasi-convex topologies", Rev. R. Acad. Cienc. Exactas FÁns. Nat. Ser. A Math. RACSAM, Vol. 112, no. 3, (2018) pp. 867–876.
2. V. Páirez ValdÁs : "Normality and Duality on Topological Groups", 京都大学数理解析研究所講究録 2139, RIMS 共同研究 (公開型), 表現論とその周辺分野の進展 (2019), 100–112.
3. V. Páirez ValdÁs : "Construction of vector-valued Differential Symmetry Breaking Operators for the group $SO(4, 1)$ ", 東京大学大学院数理科学研究科修士論文 (2021).

C. 口頭発表

1. Duality and Normality on Topological Groups, Workshop of Young Researchers, Faculty of Mathematics of the Complutense University of Madrid (Spain), September 2018.
2. Normality and Duality on Topological Groups, RIMS 共同研究 (公開型) 「表現論とその周辺分野の進展」(研究代表者: 大島芳樹先生), 京都大学数理解析研究所, 2019年7月.
3. Introduction to a criterion on proper actions due to T. Kobayashi, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis" 2019. 東京大学玉原国

際セミナーハウス, 2019年8月.

4. Introduction to the F-method due to T. Kobayashi and M. Pevzner, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis" 2020. バーチャルワークショップ, 2020年8月.

2. 学位取得者

Graduate Degrees Conferred

☆ 博士号取得者と論文題目

(Doctor of Philosophy in the field of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date)

♣ 課程博士

- 林 ǎǎ 變 (LIN Dexie)
Monopole Floer homology for codimension-3 Riemannian foliations
(余次元 3 リーマン葉層構造に対するモノポール・フレアー・ホモロジー)
14 September. 2020
- Burkin, Sergei Vladimirovich
Twisted arrow categories of operads and Segal conditions
(オペラッドの捻れ射圏とシーガル条件)
14 September. 2020
- 伊藤 要平 (ITO Yohei)
Irregular Riemann-Hilbert correspondence and enhanced ind-sheaves
(不確定特異点型 Riemann-Hilbert 対応と拡大帰納層)
14 September. 2020
- 稲山 貴大 (INAYAMA Takahiro)
Studies on singular Hermitian metrics on holomorphic vector bundles via L^2 estimates and L^2 extension theorems
(L^2 評価, 及び, L^2 拡張定理による正則ベクトル束の特異エルミート計量の研究)
14 September. 2020
- 井上 瑛二 (INOUE Eiji)
Theory on Kǎdhler metrics with constant exponentially weighted scalar curvature and exponentially weighted K-stability including Kǎdhler-Ricci solitons
(ケーラー・リッチ・ソリトンを包括する指数偏スカラー曲率一定のケーラー計量と指数偏 K 安定性の理論)
14 September. 2020
- 木村 満晃 (KIMURA Mitsuaki)
Bounded cohomology of volume-preserving diffeomorphism groups
(体積保存微分同相群の有界コホモロジー)
23 March. 2021
- 稲次 春彦 (INATSUGU Haruhiko)
Statistical Inference for Stochastic Differential Equations with Jumps : Global Filtering Approach
(ジャンプを含む確率微分方程式に対する統計推測 : 大域的フィルターによる方法)
23 March. 2021

- 森 湧登 (MORIWAKI Yuto)
 Two-dimensional conformal field theory, current current deformation and mass formula
 (二次元共形場理論のカレントカレント変形と重み公式)
 23 March. 2021
- 甘中 一輝 (KANNAKA Kazuki)
 Spectral analysis on complete anti-de Sitter 3-manifolds
 (完備な3次元反ド・ジッター多様体上のスペクトル解析)
 23 March. 2021
- 北岡 亘 (KITAOKA Wataru)
 Ray-Singer torsion and the Laplacians of the Rumin complex on lens spaces
 (レンズ空間上のRay-Singer振率とRumin複体のラプラシアン)
 23 March. 2021
- 鈴木 将満 (SUSUKI Masamitsu)
 Local in time solvability for reaction-diffusion systems with rapidly growing nonlinear terms
 (速く増大する非線形項を持つ連立反応拡散方程式の時間局所可解性)
 23 March. 2021
- 須田 颯 (SUDA Hayate)
 Scaling limits of stochastic harmonic chains with long range interactions
 (長距離相関を持つ確率調和振動子鎖に対するスケール極限)
 23 March. 2021
- 竹内 大智 (TAKEUCHI Daichi)
 On the epsilon factors of ℓ -adic sheaves on varieties
 (多様体上の ℓ 進層のイプシロン因子について)
 23 March. 2021
- 中塚 成徳 (NAKATSUKA Shigenori)
 Feigin-Semikhatov conjecture and its applications
 (Feigin-Semikhatov予想とその応用)
 23 March. 2021
- 中西 徹 (NAKANISHI Toru)
 Finite element analysis for radially symmetric solutions of nonlinear heat equations
 (非線形熱方程式の球対称解に対する有限要素解析)
 23 March. 2021
- 向井 晨人 (MUKAI Asato)
 Asymptotic analysis for solutions to semilinear heat equations
 (半線形熱方程式の解に対する漸近解析)
 23 March. 2021
- 森 迪也 (MORI Michiya)
 On the geometry of projections of von Neumann algebras
 (von Neumann環の射影束の幾何構造について)
 23 March. 2021

☆ 修士号取得者と論文題目

(Master of Mathematical Sciences : conferee, thesis title, and date)

- 佐藤 千尋 (SATO Chihiro)
Cocompactly cubulated アルティン群の virtual specialness について
23 March. 2021
- 宮田 旭人 (MIYATA Akihito)
Young tableaux, 特に, shifted tableaux に関する組合せ論
23 March. 2021
- 山口 樹 (YAMAGUCHI Tatsuki)
A characterization of multiplier ideals via ultraproducts
(超積による乗数イデアルの特徴付け)
23 March. 2021
- 飯野 寛大 (IINO Hirotaka)
Discretization of integrable sub-cases of the H \check{A} lnon-Heiles system and the Lorenz system
(可積分な場合の H \check{A} lnon-Heiles 系と Lorenz 系の離散化)
23 March. 2021
- 井上 ゆい (INOUE Yui)
Benoist-Kobayashi 定数の計算と一般線型群のある等質空間の族に対する緩増加性の組合せ論的判定について
23 March. 2021
- 猪股 海成 (INOMATA Kaisei)
B 型 KP 階層に由来する半離散可積分方程式について
23 March. 2021
- 今井 湖都 (IMAI Koto)
Ramification groups of some finite Galois extensions of maximal nilpotency class over local fields of positive characteristic
(正標数の局所体上の冪零度最大のある有限次 Galois 拡大の分岐群)
23 March. 2021
- 植田 健人 (UEDA Kento)
一般のハースト指数を持つ 1 次元非整数ブラウン運動によって駆動されるラフ常微分方程式におけるミルシュタイン法の誤差分布の決定
23 March. 2021
- 及川 瑞樹 (OIKAWA Mizuki)
Nonunitarity of a free fermion Segal conformal field theory
(自由フェルミオン Segal 共形場理論の非ユニタリ性)
23 March. 2021
- 大賀 晃弘 (OOGA Akihiro)
Drift estimation for a multi-dimensional diffusion process using Deep Neural Networks
(深層ニューラルネットワークを用いた多次元拡散過程に対するドリフト推定)
23 March. 2021

- 葛見 聡 (KATSUMI Satoshi)
The normal form of pseudo-Einstein structure
(一般的な設定におけるスパース精度行列の scaled Lasso 推定)

23 March. 2021
- 勝屋 大輔 (KATSUYA Daisuke)
Scaled Lasso estimation of sparse precision matrices in a general setting
(一般的な設定におけるスパース精度行列の scaled Lasso 推定)
23 March. 2021
- 北村 侃 (KITAMURA Kan)
On induction along a homomorphism of compact quantum groups
(コンパクト量子群の準同型に関する押し出しについて)
23 March. 2021
- 齋藤 勇太 (SAITO Yuta)
Overconvergent Lubin-Tate (φ, Γ) -modules for different uniformizers
(異なる素元に対する過収束 Lubin-Tate (φ, Γ) 加群について)
23 March. 2021
- 金城 翼 (KINJYO Tasuki)
Dimensional reduction in cohomological Donaldson-Thomas theory
(コホモロジー的ドナルドソン・トーマス理論における次元還元)
23 March. 2021
- 島田 了輔 (SHIMADA Ryosuke)
Geometric Structure of Affine Deligne-Lusztig Varieties for GL_3
(GL_3 のアファイン Deligne-Lusztig 多様体の幾何構造)
23 March. 2021
- 執印 剛史 (SYUIN Tsuyoshi)
Algebraic unknotting number の一般の閉 3 次元多様体への拡張と Blanchfield form について
23 March. 2021
- éínŽ 井 大樹 (TAKAI Hiroki)
ラフパス位相でのランダムウォークの弱収束極限
23 March. 2021
- 高野 暁弘 (TAKANO Akihiro)
Studies on the Tong-Yang-Ma representation - Twisted Alexander invariants and extensions
of the representation -
(Tong-Yang-Ma 表現に関する研究 - ねじれ Alexander 不変量と表現の拡張 -)
23 March. 2021
- 玉乃井 峻太 (TAMANOI Ryota)
Unirationality of RDP Del Pezzo surfaces of degree 2
(次数 2 の RDP Del Pezzo 曲面の単有理性について)
23 March. 2021
- 坪内 俊太郎 (TSUBOUCHI Syuntaro)
Regularity on solutions of equations involving one-Laplacian and p-Laplacian with an exter-

nal force term

(1-ラプラシアンと p-ラプラシアンを含む外力項付き方程式の解の正則性)

23 March, 2021

- 東 康平 (HIGASHI Kohei)

Fuzzy cellular automaton models for traffic flow

(交通流のファジー・セル・オートマトン・モデル)

23 March, 2021

- 布施 音人 (FUSE Otohito)

Cha と Orr により定義された transfinite Milnor 不変量の torus bundle の例における realizable class

23 March, 2021

- 細井 竜也 (HOSOI Tatsuya)

4 階 2 次齊次微分方程式の初期値に依存する複素冪を持つ形式級数解とその収束について

23 March, 2021

- 堀内 康太 (HORITA Kouta)

指数型非線形項をもつ強制項付き楕円型偏微分方程式の可解性

23 March, 2021

- 松井 洋樹 (MATSUI Hiroki)

ジャンプ型 RDE の解の微分可能性とその評価

23 March, 2021

- 宮澤 仁 (MIYAZAWA Jin)

向き付け不可能な 3 次元多様体へのスピン c 構造の拡張と mod 2 指数

23 March, 2021

- 油井 星羅 (YUI Seira)

1 次元力学系を用いた 3 次元多様体の基本群の左不変順序付け可能性の判定とその応用

23 March, 2021

- 吉田 匠 (YOSHIDA Takumi)

On the 2-part of the Birch-Swinnerton-Dyer conjecture for elliptic curves with complex multiplication by the ring of integers of $\mathbb{Q}(\sqrt{-7})$

($\mathbb{Q}(\sqrt{-7})$ の整数環による虚数乗法を持つ楕円曲線における Birch-Swinnerton-Dyer 予想の 2 冪部分について)

23 March, 2021

- 李 公彦 (LI Kimihiko)

Prismatic and q-crystalline sites of higher level

(高レベル・プリズマティックおよび q-クリスタリン・サイト)

23 March, 2021

- 渡邊 祐太 (WATANABE Yuta)

Cohomology on neighborhoods of non-pluriharmonic loci in pseudoconvex Kähler manifolds

(擬凸ケーラー多様体における非多重調和点集合の近傍上のコホモロジー)

23 March, 2021

- 王 格非 (WANG Gefei)
Artin braid groups and spin structures
(Artin ブレイド群と spin 構造について)
23 March. 2021
- 朱 浩哲 (ZHU Haozhe)
Ultrapower Algebras and Central Sequence Subfactors
(超冪環と中心列部分因子環)
23 March. 2021

3. 学術雑誌 - 東大数理科学ジャーナル 第 27 卷

Journal of Mathematical Sciences
The University of Tokyo, Vol. 27

Vol. 27 No. 1 Published November 6, 2020

- Jingjun HAN, Jihao LIU and Joaquin MORAGA
Bounded Deformations of (e,q) -Log Canonical Singularities.
- Makoto SAKAGAITO
On a generalized Brauer Group in Mixed Characteristic Cases.
- Parsa BONDERSON, Eric C. ROWELL and Zhenghan WANG
On Realizing Modular Data.
- abdelwaheb IFA, Hanen LOUATI and Michel ROULEUX
Bohr-Sommerfeld Quantization Rules Revisited: The Method of Positive Commutators.
- Jheng-Jie CHEN
On a Chern Number Inequality in Dimension 3.
- Teruo NAGASE and Akiko SHIMA
Properties of Minimal Charts and their Applications VI: The Graph F in a Chart F of Type $(m; 2.3.2)$.

4. 公開講座・研究集会等

Public Lectures · Symposiums · Workshops, etc

Surface and Interface Dynamics

June 29 – July 1, 2020

Zoom meeting ID: 916 1021 5351

Program

Monday, June 29

10:00 – 12:00

Dionisios Margetis (University of Maryland–College Park)

Crystal Surface Evolution and Faceting:

Macroscopic Problems with a Touch of Discreteness

Hiroki Hibino (Kwansei Gakuin University)

Crystal growth of two-dimensional materials and heterostructures

17:00 – 19:00

Olivier Pierre-Louis (CNRS, Institut Lumière Matière-Lyon)

Interface collisions

Ken Shirakawa (Chiba University)

Constrained optimal control problems for Kobayashi–Warren–Carter type systems of grain boundary motions

Tuesday, June 30

10:00 – 12:00

Dionisios Margetis (University of Maryland–College Park)

Mesoscale Aspects of Crystal Growth:

Some Insights into the Dynamics of Steps and Terraces

Yuki Ueda (Waseda University)

Numerical computations of split Bregman method for fourth order total variation flow

17:00 – 19:00

Olivier Pierre-Louis (CNRS, Institut Lumière Matière-Lyon)

Inhomogeneous Nucleation in crystal growth

Tatsuya Miura (Tokyo Institute of Technology)

On the disconnectedness of minimal surfaces

Wednesday, July 1

10:00 – 12:00

Takeshi Ohtsuka (Gunma University)

Evolution of spiral steps by crystalline eikonal-curvature flow

Free Discussion

17:00 – 19:00

Glen Wheeler (University of Wollongong)

On global analysis for some “ H^{-1} gradient flows” of length

Piotr Rybka (University of Warsaw)

A sixth order Cahn-Hilliard type equation with a small deposition rate

Organizers:

Yoshikazu Giga (The University of Tokyo)

Koichi Sudoh (Osaka University)

Etsuro Yokoyama (Gakushuin University)

支援を受けた研究費：日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究 (A) 19H00639

ICMS ワークショップ

数理・人工知能・医学：数理科学と医学との協働

2021 年 1 月 14 日 14:00–16:00

オンライン開催

10:00 Opening

14:00–14:25 栗原裕基 (東京大学大学院医学系研究科)

細胞運動の基本性質に基づく形態形成機構の理解—実験と理論の融合研究を通して

14:30–14:55 和田洋一郎 (東京大学アイソトープ総合センター), 中田庸一 (東京大学アイソトープ総合センター)

核内構造解析実験で得られる塩基配列データによる核内 3 次元構造の予測

15:00–15:25 大田佳宏 (Arithmer 株式会社, 東京大学大学院数理科学研究科)

数理と人工知能の医学分野などへの産業応用

15:30–16:00 パネルディスカッション

司会：齊藤宣一 (東京大学大学院数理科学研究科)

パネリスト：時弘哲治 (東京大学大学院数理科学研究科), 栗原裕基, 和田洋一郎, 中田庸一, 大田佳宏

戦略的パートナーシップ・パリグランゼコール群 講演会

March 17 – March 19, 2021

オンライン開催

Program

Wednesday, March 17

17:30 – 18:30 **Matthew Morrow** (CNRS, IMJ-PRG)

Progress in syntomic cohomology

Thursday, March 18

17:30 – 18:30 **Matthew Morrow** (CNRS, IMJ-PRG)

Progress in syntomic cohomology

Friday, March 19

18:00 – 19:00 **Matthew Morrow** (CNRS, IMJ-PRG)

Progress in syntomic cohomology

5. 談話会

Colloquium

- 日時：6月5日（金）15:30～16:30
場所：オンライン開催
講師：岩木 耕平 氏（東京大学大学院数理科学研究科）
題目：完全 WKB 解析とその周辺
- 日時：11月20日（金）15:30～16:30
場所：オンライン開催
講師：伊山 修 氏（東京大学大学院数理科学研究科）
題目：傾理論とその仲間たち
- 日時：12月18日（金）15:30～16:30
場所：オンライン開催
講師：新井 敏康 氏（東京大学大学院数理科学研究科）
題目：Hilbert の証明論
- 日時：2021年1月22日（金）15:30～16:30
場所：オンライン開催
講師：中島 啓 氏（Kavli IPMU）
題目：Convolution algebras and a new proof of Kazhdan-Lusztig formula
- 日時：2021年3月19日（金）15:00～16:00
場所：オンライン開催
講師：儀我 美一 氏（東京大学大学院数理科学研究科）
題目：微分方程式で表現される粘性や拡散の効果
- 日時：2021年3月19日（金）16:30～17:30
場所：オンライン開催
講師：河野 俊丈 氏（明治大学総合数理学部・東京大学大学院数理科学研究科）
題目：高次圏におけるモノドロミー表現と反復積分

6. 公開セミナー

Seminars

複素解析幾何セミナー

- 日時 : 5 月 18 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 糟谷 久矢 (大阪大学)
題目 : Cheng-Yau 計量の特異形式と CR 不変量
- 日時 : 5 月 25 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 丸亀泰二 (理研 AIP · 大阪大学)
題目 : Optimal destabilizer for a Fano manifold
- 日時 : 6 月 8 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 橋本 義規 (大阪大学)
題目 : Oka properties of complements of holomorphically convex sets
- 日時 : 6 月 29 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 日下部 佑太 (山形大学)
題目 : Cohomology and normal reduction numbers of normal surface singularities
- 日時 : 7 月 6 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 稲山 貴大 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Nakano positivity of singular Hermitian metrics and vanishing theorems of Demailly-Nadel-Nakano type
- 日時 : 7 月 13 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 井上 瑛二 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : μ -cscK metrics and μ K-stability of polarized manifolds
- 日時 : 10 月 12 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 野口 潤次郎 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : 擬凸領域二題
- 日時 : 10 月 19 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 松村 慎一 (東北大学)
題目 : On projective manifolds with pseudo-effective tangent bundle
- 日時 : 10 月 26 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 服部 広大 (慶應義塾大学)
題目 : Spectral convergence in geometric quantization
- 日時 : 11 月 9 日 (月)10:30 – 12:00
講師 : 野瀬 敏洋 (福岡工業大学)
題目 : 局所ゼータ関数の有理型解析接続と極性をもたない特異性について

- 日時 : 11 月 30 日 (月)10:30 – 12:00
 講師 : 岩井 雅崇 (大阪市立大数学研究所, 京都大数理解析研究所)
 題目 : On asymptotic base loci of relative anti-canonical divisors
- 日時 : 12 月 14 日 (月)10:30 – 12:00
 講師 : 足立 真訓 (静岡大学)
 題目 : On Levi flat hypersurfaces with transversely affine foliation
- 日時 : 12 月 21 日 (月)10:30 – 12:00
 講師 : Martin Sera (京都先端科学大学)
 題目 : On a mixed Monge-Ampère operator for quasisubharmonic functions
- 日時 : 2021 年 1 月 18 日 (月)10:30 – 12:00
 講師 : 濱野 佐知子 (大阪市立大)
 題目 : The hydrodynamic period matrices and closings of an open Riemann surface of finite genus
- 日時 : 2021 年 1 月 25 日 (月)10:30 – 12:00
 講師 : Young-Jun Choi (Pusan National University)
 題目 : Existence of a complete holomorphic vector field via the Kähler-Einstein metric

トポロジー火曜セミナー

- 日時 : 6 月 23 日 (火)17:00 – 18:00
 講師 : 今野 北斗 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Gauge theory and the diffeomorphism and homeomorphism groups of 4-manifolds
- 日時 : 6 月 30 日 (火)17:00 – 18:00
 講師 : Daniel Matei (IMAR Bucharest)
 題目 : Homology of right-angled Artin kernels
- 日時 : 7 月 7 日 (火)17:00 – 18:00
 講師 : 野崎 雄太 (広島大学)
 題目 : Abelian quotients of the Y-filtration on the homology cylinders via the LMO functor
- 日時 : 7 月 14 日 (火)17:00 – 18:00
 講師 : 奥田 隆幸 (U 広島大学)
 題目 : Kobayashi's properness criterion and totally geodesic submanifolds in locally symmetric spaces
- 日時 : 7 月 21 日 (火)17:00 – 18:00
 講師 : Sergei Burkin (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : wisted arrow categories of operads and Segal conditions

- 日時 : 7月21日(火)18:00 – 19:00
 講師 : Dexie Lin (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Monopole Floer homology for codimension-3 Riemannian foliation
- 日時 : 7月28日(火)17:00 – 18:00
 講師 : Anderson Vera (京都大学数理解析研究所)
 題目 : A double filtration for the mapping class group and the Goeritz group of the sphere
- 日時 : 9月29日(火) 17:00 – 18:00
 講師 : 岩木 耕平 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Witten-Reshetikhin-Turaev function for a knot in Seifert manifolds
- 日時 : 10月6日(火)17:30 – 18:30
 講師 : 松尾 信一郎 (名古屋大学)
 題目 : 境界付き多様体の Atiyah-Patodi-Singer の指数とドメインウォールフェルミオン
- 日時 : 10月20日(火)17:00 – 18:00
 講師 : Alexandru Oancea (Sorbonne Université)
 題目 : Poincaré duality for free loop spaces
- 日時 : 10月27日(火)17:00 – 18:00
 講師 : 吉田 純 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Vassiliev derivatives of Khovanov homology and its application
- 日時 : 11月17日(火)17:00 – 18:00
 講師 : 三松 佳彦 (中央大学)
 題目 : Lefschetz fibration on the Milnor fibers of simple elliptic and cusp singularities
- 日時 : 11月24日(火)17:30 – 18:30
 講師 : 馬場 伸平 (大阪大学)
 題目 : Intersection of Poincare holonomy varieties and Bers' simultaneous uniformization theorem
- 日時 : 12月1日(火)17:00 – 18:00
 講師 : 古宇田 悠哉 (広島大学)
 題目 : Goeritz groups of bridge decompositions
- 日時 : 12月8日(火)17:30 – 18:30
 講師 : 佐藤 進 (神戸大学)
 題目 : The intersection polynomials of a virtual knot
- 日時 : 12月15日(火)17:00 – 18:00
 講師 : 金 英子 (大阪大学)
 題目 : Braids, triangles and Lissajous curve
- 日時 : 2021年1月12日(火)17:00 – 18:00
 講師 : 木村 満晃 (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : Bounded cohomology of volume-preserving diffeomorphism groups

Lie 群・表現論セミナー

- 日時 : 7月14日(水)17:30 - 18:30
講師 : 奥田 隆幸 (広島大学 大学院先進理工系科学研究科)
題目 : Kobayashi's properness criterion and totally geodesic submanifolds in locally symmetric spaces

数値解析セミナー

- 日時 : 6月23日(火)16:30 - 18:00
講師 : 佐藤 峻 (東京大学大学院情報理工学系研究科)
題目 : 2次の保存量をもつ常微分方程式に対する線形かつ高精度な構造保存数値解法
 - 日時 : 6月30日(火)16:30 - 18:00
講師 : 榊原 航也 (岡山理科大学理学部)
題目 : 界面現象の構造保存型数値解析
 - 日時 : 7月21日(火)16:30 - 18:00
講師 : 劔持 智哉 (名古屋大学大学院工学研究科)
題目 : 平面曲線の制約条件付き勾配流に対する構造保存数値解法
 - 日時 : 10月27日(火)16:30 - 18:00
講師 : Buyang Li (The Hong Kong Polytechnic University)
題目 : Convergent evolving finite element algorithms for mean curvature flow and Willmore flow of closed surfaces
 - 日時 : 12月1日(火)16:30 - 18:00
講師 : 佐藤 寛之 (京都大学大学院情報学研究科)
題目 : 多様体上の最適化問題と共役勾配法について
- 5
- 日時 : 12月15日(火)16:30 - 18:00
講師 : Ming-Cheng Shiue (National Chiao Tung University)
題目 : Iterated pressure-correction projection methods for the 2d Navier-Stokes equations based on the scalar auxiliary variable approach
 - 日時 : 2021年1月12日(火)16:30 - 18:00
講師 : 谷口 隆晴 (神戸大学大学院システム情報学研究科)
題目 : DGNNet: エネルギー保存・散逸則を保つ深層物理モデリングとそれに関する理論・応用

PDE 実解析研究会

- 日時 : 10 月 27 日 (火)10:30 – 11:30
講師 : Son Tu (University of Wisconsin Madison)
題目 : Vanishing discount problems for Hamilton-Jacobi equations on changing domains
- 日時 : 12 月 1 日 (火)10:30 – 11:30
講師 : Michal Lasica (Institute of Mathematics of the Polish Academy of Sciences / University of Tokyo)
題目 : Existence of the λ -harmonic map flow

統計数学セミナー

- 日時 : 4 月 16 日 (木)17:00 – 18:10
講師 : 郷田 昌稔 (東京大学)
題目 : GHawkes process and Edgeworth expansion with application to Maximum Likelihood Estimator
- 日時 : 5 月 1 日 (金)17:00 – 18:10
講師 : Xiao Fang (Chinese University of Hong Kong)
題目 : High order distributional approximations by Stein's method
- 日時 : 10 月 19 日 (月)10:30 – 11:10
講師 : 小池 祐太 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Hamiltonian Monte Carlo In Bayesian Empirical Likelihood Computation
- 日時 : 11 月 18 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Sanjay Chaudhuri (National University of Singapore)
題目 : Handling the underlying noise of Stochastic Differential Equations in YUIMA project
- 日時 : 11 月 27 日 (金)17:00 – 18:10
講師 : Yuliya Mishura (Taras Shevchenko National University of Kyiv)
題目 : Processes with small ball estimate: properties, examples, statistical inference
- 日時 : 12 月 16 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Parthanal Roy (Indian Statistical Institute, Bangalore)
題目 : How to tell a tale of two tails?
- 日時 : 2021 年 1 月 13 日 (水)14:30 – 15:30
講師 : Pierre Lafaye de Micheaux (UNSW)
題目 : Depth of Curve Data and Applications
- 日時 : 2021 年 2 月 17 日 (水)14:30 – 15:30
講師 : Nakahiro Yoshida (University of Tokyo)
題目 : Quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations: volatility estimation and

global jump filters

- 日時 : 2021 年 3 月 24 日 (水)14:30 – 16:00
講師 : Rachel Fewster (University of Auckland)
題目 : Stochastic modelling in ecology: why is it interesting?
- 日時 : 2021 年 3 月 29 日 (月)14:00 – 15:10
講師 : 今泉 允聡 (東京大学)
題目 : ガウス近似を用いた M 推定量の統計的推論

代数学コロキウム

- 日時 : 4 月 22 日 (水)17:30 – 18:30
講師 : Arthur-César Le Bras (CNRS & Université Paris 13)
題目 : Prismatic Dieudonné theory
- 日時 : 5 月 13 日 (水)17:30 – 18:30
講師 : Yifeng Liu (Yale University)
題目 : On the Beilinson-Bloch-Kato conjecture for Rankin-Selberg motives
- 日時 : 5 月 27 日 (水)17:30 – 18:30
講師 : 坂内 健一 (慶応大学)
題目 : Shintani generating class and the p-adic polylogarithm for totally real fields
- 日時 : 6 月 17 日 (水)17:30 – 18:30
講師 : Christophe Breuil(CNRS, Université Paris-Sud)
題目 : On modular representations of $GL_2(L)$ for unramified L
- 日時 : 11 月 18 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 竹内 大智 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Symmetric bilinear forms and local epsilon factors of isolated singularities in positive characteristic
- 日時 : 12 月 16 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 山田 一紀 (慶應義塾大学)
題目 : ORigid analytic Hyodo-Kato theory with syntomic coefficients
- 日時 : 2021 年 1 月 20 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 齋藤 勇太 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Overconvergent Lubin-Tate(ϕ, Γ)-modules for different uniformizers
- 日時 : 2021 年 3 月 10 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 板東 克之 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Geometric Satake equivalence in mixed characteristic and Springer correspondence

作用素環セミナー

- 日時 : 4月16日(木)16:45 – 18:15
講師 : Cyril Houdayer (Univ. Paris-Sud)
題目 : Structure theorem for unitary representations of irreducible lattices in product groups
- 日時 : 4月23日(木)16:45 – 18:15
講師 : 森 迪也 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : Lattice isomorphisms between projection lattices of von Neumann algebras
- 日時 : 4月30日(木)16:45 – 18:15
講師 : Felix Parraud (ENS Lyon)
題目 : A new construction of deformation quantization for Lagrangian fiber bundles
- 日時 : 5月7日(木)16:45 – 18:15
講師 : 山下 真由子 (京都大学数理解析研究所)
題目 : A new construction of deformation quantization for Lagrangian fiber bundles
- 日時 : 5月14日(木)16:45 – 18:15
講師 : 磯野 優介 (京都大学数理解析研究所)
題目 : Connes' bicentralizer problem for q -deformed Araki-Woods algebras
- 日時 : 5月21日(木)16:45 – 18:15
講師 : 武石 拓也 (京都工芸繊維大学)
題目 : Partition functions as C^* -dynamical invariants and actions of congruence monoids
- 日時 : 5月28日(水)16:45 – 18:15
講師 : 窪田 陽介 (京大数理研)
題目 : Tensor product decompositions and rigidity of full factors
- 日時 : 6月4日(水)16:45 – 18:15
講師 : 鈴木 悠平 氏 (北海道大学)
題目 : Equivariant O_2 -absorption theorem for exact groups

日時 : 6月11日(木)16:45 – 18:15
講師 : 山下 真 (Oslo 大学)
題目 : Homology and K-theory of torsion free ample groupoids and Smale spaces
- 日時 : 6月18日(木)16:45 – 18:15
講師 : 植田 好道 (名古屋大学)
題目 : On Arveson's boundary theorem
- 日時 : 6月25日(木)16:45 – 18:15
講師 : Remi Boutonnet (Univ. Bordeaux)
題目 : RProperly proximal groups and their von Neumann algebras

- 日時 : 7月2日(木)16:45 – 18:15
 講師 : 増田 俊彦 (九州大)
 題目 : Outer actions (G-kernels) of discrete amenable groupoids on injective factors
- 日時 : 7月9日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Amine Marrakchi (ENS Lyon)
 題目 : Affine isometric actions of groups on L_p -spaces : dependence on the value of p
- 日時 : 7月16日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Christian Voigt (Univ. Glasgow)
 題目 : Complex quantum groups and the Baum-Connes conjecture
- 日時 : 10月1日(木)16:45 – 18:15
 講師 : 縄田 紀夫 (大阪大情報科学)
 題目 : A characterization of the Razak-Jacelon algebra
- 日時 : 10月8日(木)16:45 – 18:15
 講師 : 小沢 登高 京都大学数理解析研究所)
 題目 : An entropic proof of cutoff on Ramanujan graphs
- 日時 : 10月15日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Sven Raum (Stockholm Univ.)
 題目 : Structure of Hecke von Neumann algebras and applications to representation theory
- 日時 : 10月22日(木)16:45 – 18:15
 講師 : 濱田 裕康 (佐世保工業高専)
 題目 : C^* -algebras generated by multiplication operators and composition operators by functions with self-similar
- 日時 : 10月29日(木)15:30 – 17:00
 講師 : 谷本 溶 (ローマ第2大学)
 題目 : Continuum (free) fields from lattice wavelet renormalization
- 日時 : 11月5日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Zhengwei Liu (Tsinghua University)
 題目 : Subfactors and Quantum Fourier Analysis
- 日時 : 11月12日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Sutanu Roy (東京大学大学院数理科学研究科)
 題目 : An infinite-dimensional index theory and the Higson-Kasparov-Trout algebra
- 日時 : 11月19日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Vincenzo Morinelli (ローマ第2大学)
 題目 : Covariant homogeneous nets of standard subspaces
- 日時 : 12月3日(木)16:45 – 18:15
 講師 : Benoit Collins (京大理)
 題目 : Generalized strong asymptotic freeness

- 日時 : 12月10日(木)16:45 – 18:15
講師 : Gabor Szabo (KU Leuven)
題目 : Towards an equivariant Kirchberg-Phillips theorem
- 日時 : 2021年1月7日(木)16:45 – 18:15
講師 : 見村 万佐人 (東北大)
題目 : The Green-Tao theorem for number fields
- 日時 : 2021年1月21日(水)16:45 – 18:15
講師 : 北村 侃 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目 : On induction along a homomorphism of compact quantum groups
- 日時 : 2021年1月28日(木)16:45 – 18:15
講師 : James Tener (Australian National Univ.)
題目 : Finite-index subfactors and rational conformal field theory
- 日時 : 2021年2月28日(木)16:45 – 18:15
講師 : Sebastiano Carpi (Univ. Rome, "Tor Vergata")
題目 : Conformal nets from positive energy representations of the Zamolodchikov W_3 algebra with central charge greater than or equal to two

情報数学セミナー

- 日時 : 5月7日(木)16:50 – 18:35
講師 : 藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目 : AIと量子計算(暗号理論を含む)を主題とする新たな数理科学
- 日時 : 5月14日(木)16:50 – 18:35
講師 : 藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目 : 実用化段階に入ったAIの過去・現在・未来
- 日時 : 5月21日(木)16:50 – 18:35
講師 : 藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目 : コンピュータの誕生から演算速度のさらなる高速化へ
- 日時 : 6月11日(木)16:50 – 18:35
講師 : 藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目 : 現代AIの技術基盤と基礎となる機械学習
- 日時 : 6月18日(木)16:50 – 18:35
講師 : 藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目 : 古典コンピューティングの高速化から量子への道

- 日時：7月2日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：テレワーク社会とサイバー攻撃の脅威
- 日時：7月9日(木) 16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：機械学習からディープラーニングへの道
- 日時：7月16日(金)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：古典コンピューティングの高速化手法の基本と量子コンピューティングの根底にある因果律の革新
- 日時：10月1日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：マルウェアによるサイバー攻撃からゼロトラストネットワークへ
- 日時：10月8日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：ニューラルネットワークからディープラーニングへ
- 日時：10月15日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：古典コンピューティングの高速化手法の実際と量子コンピューティングの基本=重ね合わせ原理
- 日時：10月22日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：情報セキュリティ 10 大脅威 2020 からゼロトラストを考える
- 日時：10月29日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：ディープラーニングの教師あり・なし学習と強化学習
- 日時：11月5日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：PC 興亡史、並列演算とは？、量子ゲートとは？
- 日時：11月19日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：口座不正引き出し事件の考察とマイクロソフトによるゼロトラスト
- 日時：11月26日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：AI を支える強化学習と回帰アルゴリズム
- 日時：12月3日(木)16:50 - 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：PC-LAN 攻防史・フリンの分類・量子ゲートの実際

- 日時：12月10日(木)16:50 – 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：自動車会社供給網へのサイバー攻撃とシスコによるゼロトラスト
- 日時：12月17日(木)14:55 – 16:40
講師：高島 克幸 (三菱電機)
題目：量子コンピュータでも解けない計算問題とその暗号応用
- 日時：12月17日(木)16:50 – 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：AIの機械学習における分類とクラスタリング
- 日時：12月24日(木)14:55 – 16:40
講師：高島 克幸 (三菱電機)
題目：同種写像グラフの数理と暗号応用
- 日時：12月24日(木)16:50 – 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：ネットビジネス登場・GPUの基礎・2入力量子ゲート
- 日時：2021年1月7日(木)16:50 – 18:35
講師：藤原 洋 (株式会社ブロードバンドタワー)
題目：防衛省関連企業へのサイバー攻撃とAmazon/Googleのゼロトラスト
- 日時：2021年1月14日(木)16:50 – 18:35
講師：鈴木 泰成 (NTT)
題目：量子計算と量子誤り訂正符号の基礎
- 日時：2021年1月21日(木)16:50 – 18:35
講師：鈴木 泰成 (NTT)
題目：トポロジカル量子誤り訂正符号と誤り耐性量子計算
- 日時：2021年2月4日(木)16:50 – 18:35
講師：中川 裕也 (株式会社QunaSys)
題目：量子コンピュータを用いた量子化学計算・物性シミュレーション
- 日時：2021年3月11日(木)16:50 – 18:35
講師：三内 顕義 (理研)
題目：対称性を持つ深層学習

応用解析セミナー

- 日時：10月8日(木)16:00 – 17:30
講師：向井 晨人 (東京大学大学院数理科学研究科)
題目：Refined construction of Type II blow-up solutions for semilinear heat equations with Joseph-Lundgren supercritical nonlinearity

離散数理モデリングセミナー

- 日時 : 6 月 24 日 (水)15:00 – 16:30
講師 : Martin Skrodzki (RIKEN iTHEMS)
題目 : Combinatorial and Asymptotical Results on the Neighborhood Grid Data Structure
- 日時 : 11 月 11 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 永井 敦 (津田塾・情報科学科)
題目 : 離散ソボレフ不等式とその応用—周期格子から C60 フラーレンまで
- 日時 : 11 月 18 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : Giorgio GUBBIOTTI (The University of Sydney, School of Mathematics and Statistics)
題目 : Recent developments on variational difference equations and their classification
- 日時 : 12 月 9 日 (水)17:00 – 18:30
講師 : Anton DZHAMAY (University of Northern Colorado))
題目 : Gap probabilities in the Laguerre unitary ensemble and discrete Painlevé equations
- 日時 : 2021 年 1 月 13 日 (水)17:00 – 18:00
講師 : 米山 瑛仁 (東京大学大学院・総合文化研究科)
題目 : Tetrahedron and 3D reflection equation from PBW bases of the nilpotent subalgebra of quantum superalgebras

数理人口学・数理生物学セミナー

- 日時 : 11 月 26 日 (木)15:00 – 16:00
講師 : 中田 行彦 (青山学院大学工学部物理・数理学科)
題目 : いくつかの再感染数理モデルについて
- 日時 : 2021 年 1 月 14 日 (木)15:00 – 16:00
講師 : Horst Malchow 氏 (Institute of Environmental Systems Research, School of Mathematics/
Computer Science, Osnabrueck University)
題目 : Functional response of competing populations to environmental variability

7. 日本学術振興会特別研究員採用者（研究課題）リスト

JSPS Fellow List

♣ 継続

- 高田 土満
無限次元多様体の指数定理と非可換幾何学
- 大久保 勇輔
共形場理論とゲージ理論の代数的解析
- 佐藤 光樹
一般の4次元多様体における結び目コンコダンス
- 橋詰 健太
高次元代数多様体の極小モデル理論と特異点理論
- 藤田 直樹
Newton-Okounkov 凸体を用いた射影多様体の研究
- 松井 紘樹
特異圏解析を用いた可換環論の研究
- 土谷 昭善
反射的凸多面体を中心とした格子凸多面体の分類理論及び正規性に関する探究
- 加藤 大輝
イプシロン因子と特性サイクル
- 石橋 典
クラスターモジュラー群の幾何学
- 竹内 大智
分岐を許した場合の幾何学的ラングランズ対応の構成について
- 須田 颯
低次元振動子鎖モデルにおける異常拡散
- 中井 拳吾
流体運動におけるエネルギーの流れの考察
- 向井 晨人
動的境界条件付き楕円型方程式の解構造と漸近解析
- 長岡 大
可縮アフィン多様体及びそのコンパクト化に関する研究
- 森 迪也
作用素環上の保存問題の研究
- 甘中 一輝
保型形式とスペクトル解析
- 稲山 貴大
ベクトル束の特異エルミート計量と相対随伴束の順像層の正值性の研究
- 井上 瑛二
ケーラー・リッチ・ソリトンを持つファノ代数多様体のモジュライ空間の研究
- 河上 龍郎
準フロベニウス分裂多様体に関する研究
- 沖 泰裕
幾何的手法による志村多様体および局所 Langlands 対応の研究における新展開

- 里見 貴志
Cayley グラフの expander 性の評価と調和解析・表現論との関連
- 高松 哲平
Deligne-Lusztig 多様体の局所体類似について
- 飯田 暢生
ゲージ理論とトポロジー
- KOSKIVIRTA, Jean-Stefan Harry Antero
G ジップを用いた志村多様体の幾何と法 p 保型形式の研究
- GAISIN, Ildar Maratovich
Deligne-Lusztig 多様体と Fargues-Fontaine 曲線
- ZHANG, Longjie (張 龍傑)
駆動力付きの平均曲率流方程式の解の挙動とその応用
- RIZZI, Luca
随伴形式と spherical 多様体の超曲面のトレリ型問題

♣ 新規

- 館山 翔太
完全非線形放物型方程式の粘性解理論の深化
- 中塚 成徳
W 代数の幾何と可積分系への応用
- 立石 優二郎
特異・退化な重みをもつ放物型偏微分方程式の漸近挙動解析と定性的解析
- 寺井 健悟
制御問題に由来する非線形偏微分方程式系の弱 KAM 理論を用いた数学解析
- 亀岡 健太郎
共鳴と量子カオスの研究
- ZHANPEISOV Erbol
非線形放物型方程式系の爆発及び漸近挙動
- 高瀬 裕志
ローレンツ多様体上の双曲型偏微分方程式に関する逆問題解析
- 吉川 翔
偏極自己準同型を持つ代数多様体の研究
- 鈴木 将満
速く増大する非線形項を持つ非整数階反応拡散方程式の初期値問題
- 前多 啓一
可解擬リーマン対称空間のコンパクト Clifford-Klein 形の存在問題
- 加藤 佑矢
4次元トポロジーとゲージ理論
- 佐野 岳人
 s -不変量の性質および類似する不変量との関係の研究
- ZHA Chenghan
二次元の半単純フロベニウス多様体の周期写像
- 林 晃平
多種粒子系モデルに対する流体力学極限による界面及びパターン形成に関する研究

- LEE Chungyun

有理写像の高次力学系次数の計算および安定化問題の部分的な解決

8. 令和 2 年度ビジターリスト

Visitor List of the Fiscal Year 2020

令和 2 年度当研究科に外国からみえた研究者の一部のリストである。

データは、お名前（所属研究機関名，その国名），当研究科滞在期間の順である。滞在期間は，年/月/日の順に数字が書いてあるが，年は 2020 年のときは省略した。敬称は略した。

Here is the list of a part of the foreign researchers who visited our Graduate School in the fiscal year 2020.

The data are arranged in the order of Name (Institution, its Country), the period of the stay. The date of the stay is denoted in the order of Year/Month/Day, but the year is omitted in case of 2020.

- Qiang LIU (Department of Mathematics, National University of Singapore ・ シンガポール)
5/30-6/14
- 堀井啓志 (LPSM, Universite de Paris ・ フランス) 2021/3/1-2021/5/31

索引

- ABE Noriyuki (阿部 紀行), 66
 AIDA Shigeki (会田 茂樹), 1
 ARAI Toshiyasu (新井 敏康), 3
 ASOU Kazuhiko (麻生 和彦), 114
 ASUKE Taro (足助 太郎), 65

 BAO Yuanyuan (鮑 園園), 119

 FUJITA Naoki (藤田 直樹), 158
 FUJIWARA Hiroshi (藤原 洋), 139
 FUJIWARA Takeo (藤原 毅夫), 131
 FUKUSHIMA Shota (福島 翔太), 211
 FUSE Otohito (布施 音人), 237

 GIGA Mi-Ho (儀我 美保), 164
 GIGA Yoshikazu (儀我 美一), 23
 GOCHO Toru (牛腸 徹), 115
 GONGYO Yoshinori (權業 善範), 84
 GOTO Yuki (後藤 祐輝), 217

 HARAKO Shuichi (原子 秀一), 223
 HASEGAWA Ryu (長谷川 立), 96
 HASHIMOTO Kenji (橋本 健治), 168
 HASHIZUME Kenta (橋詰 健太), 155
 HAYASHI Kohei (林 晃平), 222
 HAYASHI Shuhei (林 修平), 97
 HAYASHI Takuma (林 拓磨), 170
 HIRACHI Kengo (平地 健吾), 51
 HOMMA Mitsuru (本間 充), 139
 HORIUCHI Kota (堀内 康太), 238
 HU Xin (コ キン), 227

 IIDA Nobuo (飯田 暢生), 198
 IKEGAWA Takashi (池川 隆司), 162
 IMAI Koto (今井 湖都), 228
 IMAI Naoki (今井 直毅), 69
 INABA Hisashi (稲葉 寿), 7
 INATSUGU Haruhiko (稲次 春彦), 176
 INAYAMA Takahiro (稲山 貴大), 177
 INOUE Eiji (井上 瑛二), 141
 INOUE Yui (井上 ゆい), 228
 IPPEI Nagamachi (長町 一平), 167
 IRIE Kei (入江 慶), 71
 ISHIGE Kazuhiro (石毛 和弘), 5
 ITO Kenichi (伊藤 健一), 67
 IWAKI Kohei (岩木 耕平), 72

 KAMEOKA Kentaro (亀岡 健太郎), 201
 KANAI Masahiko (金井 雅彦), 17
 KANNAKA Kazuki (甘中 一輝), 178
 KASHIWABARA Takahito (柏原 崇人), 77
 KATO Akishi (加藤 晃史), 79
 KATSUMI Satoshi (葛見 聡), 233
 KATSURA Toshiyuki (桂 利行), 126
 KAWAHIGASHI Yasuyuki (河東 泰之), 21
 KAWAMOTO Atsushi (川本 敦史), 163
 KAWAZUMI Nariya (河澄 響矢), 18
 KIDA Yoshikata (木田 良才), 27
 KIMURA Mitsuo (木村 満晃), 181
 KINJO Tasuki (金城 翼), 232
 KITAMURA Kan (北村 侃), 231
 KITAOKA Akira (北岡 旦), 180
 KITAYAMA Takahiro (北山 貴裕), 80
 KIYONO Kazuhiko (清野 和彦), 114
 KOBAYASHI Toshiyuki (小林 俊行), 28
 KOHNO Toshitake (河野 俊文), 128
 KOIKE Yuta (小池 祐太), 82
 KONNO Hokuto (今野 北斗), 116

 LI Kimihiko (李 公彦), 243
 LIU PEIJIANG, 244

 MAO Tianle (毛 天樂), 249
 MARRA Pasquale, 172
 MASE Takafumi (間瀬 崇史), 120
 MATSUI Chihiro (松井 千尋), 98
 MATSUI Hiroki (松井 紘樹), 160
 MATSUI Hiroki (松井 洋樹), 239
 MATSUO Atsushi (松尾 厚), 101
 MATSUYUKI Takahiro (松雪 敬寛), 171
 MATUMOTO Hisayosi (松本 久義), 102
 MIEDA Yoichi (三枝 洋一), 104
 MITAKE Hiroyoshi (三竹 大寿), 106
 MIURA Makoto (三浦 真人), 174
 MIYAMOTO Yasuhito (宮本 安人), 107
 MIYAZAWA Jin (宮澤 仁), 239
 MORI Michiya (森 迪也), 193
 MORIWAKI Yuto (森脇 湧登), 195
 MUKAI Asato (向井 晨人), 192
 MURATA Noboru (村田 昇), 132

 NAGAOKA Masaru (長岡 大), 152
 NAKAGAWA Junichi (中川 淳一), 130
 NAKAMURA Tsutomu (中村 力), 153
 NAKAMURA Yusuke (中村 勇哉), 118
 NAKANISHI Toru (中西 徹), 190
 NAKATSUKA Shigenori (中塚 成徳), 189

 OGATA Yoshiko (緒方 芳子), 11
 OGUISE Keiji (小木曾 啓示), 14
 OHKUBO Yusuke (大久保 勇輔), 143
 OHTA Yoshihiro (大田 佳宏), 123
 OIKAWA Mizuki (及川 瑞稀), 230
 OKI Yasuhiro (沖 泰裕), 200
 OKUDA Takako (奥田 堯子), 231

 PÁLREZ VALDĀLS VĀnctor, 252

 SAITO Norikazu (齊藤 宣一), 41
 SAITO Shuji (齋藤 秀司), 35
 SAITO Takeshi (齋藤 毅), 39
 SAITO Yuta (齋藤 勇太), 218
 SAKAI Hidetaka (坂井 秀隆), 86
 SAKASAI Takuya (逆井 卓也), 87
 SANO Taketo (佐野 岳人), 206
 SASADA Makiko (佐々田 槇子), 89
 SATO Ken (佐藤 謙), 202
 SATO Kouki (佐藤 光樹), 144
 SATO Shoichi (佐藤 翔一), 218
 SATO Yusuke (佐藤 悠介), 203
 SATOMI Takashi (里見 貴志), 204
 SEKIGUCHI Hideko (関口 英子), 93
 SEKINO Nozomu (関野 希望), 167
 SHENG Xiaobing (盛 小冰), 197
 SHIHO Atsushi (志甫 淳), 44
 SHIMADA Ryosuke (島田 了輔), 233
 SHIMOMURA Akihiro (下村 明洋), 71
 SHIRAIISHI Junichi (白石 潤一), 91
 SHUIN Tsuyoshi (執印 剛史), 234
 SUDA Hayate (須田 颯), 186
 SUZUKI Masamitsu (鈴木 将満), 183
 SUZUKI Takumi (鈴木 拓海), 166

 TAKAGI Shunsuke (高木 俊輔), 46
 TAKANO Akihiro (高野 暁弘), 234
 TAKASE Hiroshi (高瀬 裕志), 207
 TAKATA Doman (高田 土満), 145
 TAKEUCHI Daichi (竹内 大智), 187
 TAKEUCHI Tomoya (竹内 知哉), 134
 TANAKA Hiromu (田中 公), 94
 TANAKA Yuichiro (田中 雄一郎), 135
 TATEYAMA Shota (館山 翔太), 147
 TERAJ Kengo (寺井 健悟), 210

- TOKIHIRO Tetsuji (時弘 哲治), 50
 TSUBOUCHI Shuntaro (坪内 俊太郎), 236
 TSUCHIYA Akiyoshi (土谷 昭善), 149
 TSUJI Takeshi (辻 雄), 48
 TSURUHASHI Tomonori (鶴橋 知典), 221
 TSURUSAKI Hisanori (鶴崎 修功), 219
 TSUTSUI Yuki (筒井 勇樹), 209
- UEDA Kazushi (植田 一石), 75
 UEDA Kento (植田 健人), 229
- WANG Gefei (王 格非), 247
 WATANABE Yuta (渡邊 祐太), 242
 WILLOX Ralph, 60
- XIA Xiaokun (夏 小焜), 251
- YAMAGUCHI Tatsuki (山口 樹), 240
 YAMAMOTO Hiroko (山本 宏子), 136
 YAMAMOTO Masahiro (山本 昌宏), 53
 YONEDA Tsuyoshi (米田 剛), 110
 YOSHIDA Nakahiro (吉田 朋広), 57
 YOSHIDA Takumi (吉田 匠), 242
 YOSHIKAWA Shou (吉川 翔), 213
 YUI Seira (油井 星羅), 241
- ZHA Chenghan (查 承カン), 225
 ZHANPEISOV Erbol, 215
 ZHU Haozhe (朱 浩哲), 248
- 会田 茂樹, 1
 足助 太郎, 65
 麻生 和彦, 114
 阿部 紀行, 66
 新井 敏康, 3
- 飯田 暢生, 198
 池川 隆司, 162
 石毛 和弘, 5
 伊藤 健一, 67
 稲次 春彦, 176
 稲葉 寿, 7
 稲山 貴大, 177
 井上 瑛二, 141
 井上 ゆい, 228
 今井 湖都, 228
 今井 直毅, 69
 入江 慶, 71
 岩木 耕平, 72
- ウィロックス ラルフ, 60
 植田 一石, 75
 植田 健人, 229
- 及川 瑞稀, 230
 オウ カクヒ, 247
 大久保 勇輔, 143
 大田 佳宏, 123
 緒方 芳子, 11
 沖 泰裕, 200
 小木曾 啓示, 14
 奥田 堯子, 231
- カ ショウコン, 251
 柏原 崇人, 77
 葛見 聡, 233
 桂 利行, 126
 加藤 晃史, 79
 金井 雅彦, 17
 亀岡 健太郎, 201
 河澄 響矢, 18
 河東 泰之, 21
 川本 敦史, 163
 甘中 一輝, 178
- 儀我 美保, 164
 儀我 美一, 23
 木田 良才, 27
 北岡 旦, 180
 北村 侃, 231
 北山 貴裕, 80
 木村 満晃, 181
 清野 和彦, 114
 金城 翼, 232
- 小池 祐太, 82
 河野 俊丈, 128
 牛腸 徹, 115
 後藤 祐輝, 217
 小林 俊行, 28
 權業 善範, 84
 今野 北斗, 116
- サ ショウカン, 225
 斎藤 秀司, 35
 斎藤 毅, 39
 齊藤 宣一, 41
 齋藤 勇太, 218
 坂井 秀隆, 86
 逆井 卓也, 87
 佐々田 禎子, 89
 佐藤 謙, 202
 佐藤 光樹, 144
 佐藤 翔一, 218
 佐藤 悠介, 203
 里見 貴志, 204
 佐野 岳人, 206
 ザンバイソフ エルボル, 215
- シェン シャオピン, 197
 志甫 淳, 44
 島田 了輔, 233
 下村 明洋, 91
 シュ コウテツ, 248
 執印 剛史, 234
 白石 潤一, 91
- 鈴木 拓海, 166
 鈴木 将満, 183
 須田 颯, 186
- 関口 英子, 93
 関野 希望, 167
- 高木 俊輔, 46
 高瀬 裕志, 207
 高田 土満, 145
 高野 暁弘, 234
 竹内 大智, 187
 竹内 知哉, 134
 館山 翔太, 147
 田中 公, 94
 田中 雄一郎, 135
- 辻 雄, 48
 土谷 昭善, 149
 筒井 勇樹, 209
 坪内 俊太郎, 236
 鶴崎 修功, 219
 鶴橋 知典, 221
- 寺井 健悟, 210
- 時弘 哲治, 50
- 長岡 大, 152
 中川 淳一, 130
 中塚 成徳, 189
 中西 徹, 190

長町 一平, 167
中村 力, 153
中村 勇哉, 118

バオ ユアンユアン, 119
橋詰 健太, 155
橋本 健治, 168
長谷川 立, 96
林 修平, 97
林 晃平, 222
林 拓磨, 170
原子 秀一, 223

平地 健吾, 51

フ シン, 227
福崙 翔太, 211
藤田 直樹, 158
藤原 毅夫, 131
藤原 洋, 139
布施 音人, 237

ベレズ バルデス ビクトル, 252

堀内 康太, 238
本間 充, 139

間瀬 崇史, 120
松井 千尋, 98
松井 紘樹, 160
松井 洋樹, 239
松尾 厚, 101
松本 久義, 102
松雪 敬寛, 171
マラバスクワレ, 172

三浦 真人, 174
三枝 洋一, 104
三竹 大寿, 106
宮澤 仁, 239
宮本 安人, 107

向井 晨人, 192
村田 昇, 132

モウ テンラク, 249
森 迪也, 193
森脇 湧登, 195

山口 樹, 240
山本 宏子, 136
山本 昌宏, 53

油井 星羅, 241

吉川 翔, 213
吉田 匠, 242
吉田 朋広, 57
米田 剛, 110

リ キミヒコ, 243
リュウ ハイコウ, 244

渡邊 祐太, 242

研究成果報告書 令和2年度
(Annual Report 2020)

編集発行

〒153-8914 東京都目黒区駒場 3-8-1
東京大学大学院数理科学研究科 主任室
令和2年度担当 山本 昌宏
福井 伸江