「線型代数学」（東京大学出版会，足助太郎著）に関する補足事項 [2023/11/14]

<u>正誤表</u> [2023/11/14]

以下に述べる誤りについては，機会があれば紙幅の許す限り修正する．

いくつかの誤りは読者にご指摘いただいた．この場を借りて感謝する．

なお，負の行数は下から数えて何行目であるかを表す．

はじめに（iii〜v 頁）

- iii 頁，脚注 1：文末に「(同様の文言にどこかで触れたことがあるが，記憶が定かでない)．」を追加．[2012/8/12]

序章（1〜8 頁）

- 今のところなし．

第 1 章（9〜53 頁）

- 12 頁，定義 1.2.2 の直前の文末：
  誤：「(・・・) **数ベクトル**と呼ぶことがある．」
  正：「(・・・) **数ベクトル**と呼ぶことがある．また，これに対して $\mathbb{R}$ や $\mathbb{C}$ の元（実数や複素数）を**スカラー**と呼ぶ．」[2012/4/19]
- 14 頁：対角行列は定義されている (定義 1.2.7) が，対角成分が定義されていないので，次のように定義 1.2.6 の末尾に文章を補う．「$A \in M_n(K)$ であるとき，A の (i,i) 成分，$1 \leq i \leq n$，を A の**対角成分**と呼ぶ．」[2012/4/8]
- 15 頁，定義 1.3.2 の末尾：
  誤：「(・・・) 定数倍するという．」
  正：「(・・・) 定数倍，あるいはスカラー倍するという．また，K の元のことを**スカラー**と呼ぶ．」[2012/4/19]
- 20 頁，定義 1.4.1 の 1)：変形後の行列の (i,n) 成分が a_{in} となっているが，これは λa_{in} の誤りである（λ が抜けているので補う）．[2012/4/18]
- 23 頁，注 1.4.9 に続く文章の 2 行目：
  誤：「(・・・) 単位行列を左から掛けることを（・・・)」
  正：「(・・・) 単位行列は $P_n(i;1)$ に等しいので，単位行列を左から掛けることを（・・・)」[2013/7/20]
- 28 頁，3 行：
  誤：「ところで，正則行列を左から掛けることは」
  正：「ところで，基本行列は正則であった（補題 1.4.5）が，これらを左から掛けることは」[2013/7/20]

- 40 頁，問 1.5.31 に続く文章：
  主張（括弧で囲まれた文章）を以下のように訂正する．[2022/9/29]
  $A \in M_{m,n}(K)$，$B \in M_{n,m}(K)$ とする．また，$AB = E_m$ が成り立つとする．このとき，$BA = E_n$ が成り立つ．
- 40 頁，系 1.5.32（と 41 頁に続く証明）：
  誤：「列階数行列」（２箇所）
  正：「列階段行列」[2013/2/21]
- 52 頁，問 1.7.11，2 行：
  誤：「第 l 主座小行列」
  正：「第 k 主座小行列」[2012/9/22]

第 2 章（54〜81 頁）

- 55 頁，注 2.1.5：1)，2) をそれぞれ 2)，3) とし，次の 1) を追加．
  「1) 多重線型性により，A のある列が o であれば $\det A = 0$ が成り立つ．同様のことが行についても成り立つことを後で示す（系 2.3.12）．」[2012/6/21]
- 57 頁，11 行：
  誤：「$a_j = b_i + c_j$」
  正：「$a_j = b_j + c_j$」（b の添字の誤りを訂正）．[2012/6/18]
- 61 頁，1 行：「ただし」以下を次のように変更する．
  「ただし $A_{11} \in M_{i-1,j-1}(K), A_{13} \in M_{i-1,n-j}(K), A_{31} \in M_{n-i,j-1}(K), A_{33} \in M_{n-i,n-j}(K)$ である．また，‘$*$’ はそれぞれ $M_{1,j-1}(K), M_{1,n-j}(K)$ の元を表す．」[2012/6/21]
- 全体の文章のバランスを考え，以下のように修正する（正確には 60 頁）．[2012/6/24]

  補題 2.2.11. 函数 $G\colon M_n(K) \to K$ が列に関する多重線型性と交代性を持つとする．$A \in M_n(K)$ とし，$A = (a_1 \ \cdots \ a_n)$ と K^n の元を用いて表すと $a_j = e_i$ が成り立つとする．a'_k を a_k の第 i 成分を 0 に置き換えて得られる K^n の元とし，$A' = (a'_1 \ \cdots \overset{j}{\smile}{e_i} \ \cdots \ a'_n)$ と置くと $G(A) = G(A')$ が成り立つ．つまり，$G\begin{pmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} \\ * & 1 & * \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{pmatrix} = G\begin{pmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{pmatrix}$ が成り立つ．ただし，$A_{11}, A_{13}, A_{31}, A_{33}$ は適切なサイズの行列である．

  証明. a_{ik} を a_k の第 i 成分とすれば $a'_k = a_k - a_{ik}e_i$ が成り立つ．G の列に関する多重線型性と交代性から（・・・，以下同文）． □

- 63 頁，系 2.3.3：主張を次のように変更する（証明はそのまま通用する）．[2012/6/21]

系 2.3.3. $A \in M_n(K)$ とする．$A \in \mathrm{GL}_n(K)$ であること，$\operatorname{rank} A = n$ であること，$\det A \neq 0$ であることは互いに同値である．また，$A \in \mathrm{GL}_n(K)$ について，$\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$ が成り立つ．

・ 64–65 頁，補題 2.3.8：誤りではないが，証明の末尾についてやや「行間が広い」ので直前に次を補う．[2015/10/10]

補題. $A \in M_n(K)$ とする．A が $o = (0 \ \cdots \ 0)$ に等しい行を持てば $\det A = 0$ が成り立つ．

<u>証明</u>. $n = 1$ ならば $A = (0)$ だから主張が成り立つ．$M_n(K)$ の元について主張が成り立つとする．$A \in M_{n+1}(K)$ とし，A の第 i 行が o に等しいとする．定理 2.2.10 と F の定義により，$\det A = a_{11}\widetilde{a}_{11} + a_{21}\widetilde{a}_{21} + \cdots + a_{n+1,1}\widetilde{a}_{n+1,1}$ が成り立つ．ここで，帰納法の仮定により $k \neq i$ について $\widetilde{a}_{k1} = 0$ が成り立つ．一方，$a_{i1} = 0$ が成り立つから，$\det A = 0$ が成り立つ． □

また，証明の末尾に次のように文章を補う．
旧：「（・・・）成り立つことが分かる †8．」
新：「（・・・）成り立つことが分かる．最後は $\det\begin{pmatrix} o & a_{1n} \\ \widetilde{A}_{1n} & * \end{pmatrix}$ を計算する必要があるが，これは行列式の多重線型性と補題を用いると $(-1)^{n+1}a_{1n}\det\widetilde{A}_{1n}$ に等しいことが分かる †8．」
本来は補題に番号を付けて他の番号はずらすところであるが，煩雑になるのでこの訂正では省略する．

・ 65 頁，系 2.3.12：
誤：「（・・・）複数持つような行列の（・・・）」
正：「（・・・）複数持つような行列や，ある行が o であるような行列の（・・・）」[2012/6/21]

・ ~~69 頁，2.3 節末尾：次の問を追加．[2012/6/20]~~ この訂正は削除する．[2012/6/21]

・ 69 頁，8 行：
誤：「置換群」
正：「対称群」（置換群 (permutation group) は対称群 (symmetric group) の部分群の総称である）．[2012/3/16]

・ 69 頁，例 2.4.2 末尾：「また，$\sigma =$」以降を以下の文章と差し替え．「また，上の記法を用いるならば $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ である．」[2012/6/21]

・ 69 頁，脚注 11：次と差し替える．「ほかの行列とは全く異なるものを表していて，例えば積（定義 2.7.3）は異なる．本書では混乱を避けるため，$\mathfrak{S}_n$ の元に関するこの記法は極力用いない．」[2012/6/21]（同日再修正）

第 3 章（82〜135 頁）

※ 92 頁から 94 頁については記述を整理した．[2012/10/21]

- 83 頁，定義 3.1.2：
  誤：「(・・・）ベクトルと呼ぶ．$\mathbb{R}$-線型空間を（・・・)」
  正：「(・・・）ベクトルと呼ぶ．また，K の元を**スカラー**とも呼ぶ．また，$\mathbb{R}$-線型空間を（・・・)」[2012/4/19]
- 85 頁，例 3.1.6 の 6)：冒頭の一文を「V を数列全体のなす集合とする．即ち，$V = \{\{a_n\}_{n=1,2,\ldots} \,|\, a_n \in K\}$ と置く.」に差し替える．[2012/9/22]
- 92 頁，定義 3.2.22，2 行：
  誤：「部分空間」
  正：「部分線型空間」[2012/9/22]
- 92 頁，-8 行（定義 3.3.1 の冒頭)：「また，$S = \{v_1, \ldots, v_r\}$ とする.」を追加．[2012/10/21]
- 92 頁，-5 行，-2 行：
  誤：「$\langle v_1, \ldots, v_r \rangle_K$」
  正：「$\langle v_1, \ldots, v_r \rangle_K$ あるいは $\langle S \rangle_K$」[2012/10/21]
- 92 頁，-1 行：
  誤：「(・・・）単に $\langle v_1, \ldots, v_r \rangle$ で表す.」
  正：「(・・・）単に $\langle v_1, \ldots, v_r \rangle$ あるいは $\langle S \rangle$ で表す.」[2012/10/21]
- 92 頁，脚注 7：冒頭に「$\langle \{v_1, \ldots, v_r\} \rangle_K$ と表しても良いが，記号が重たくなるので本書のように省略することも多い.」と一文を追加の上「(・・・) $\mathrm{Span}_K(v_1, \ldots, v_r)$ など（・・・)」を「(・・・) $\mathrm{Span}_K(v_1, \ldots, v_r)$，$\mathrm{Span}_K\{v_1, \ldots, v_r\}$ あるいは $\mathrm{Span}_K(S)$ など（・・・)」に差し替える．[2012/9/22]，[2012/10/21] 追記
- 92 頁，脚注 10：最初の一文（$V = \{o\}$ のときには（・・・)）を削除．[2012/10/21]
- 93 頁，脚注 9：冒頭の一文と，その直後の「後者は」までを以下のように差し替え．「本書では「$\langle$」と「$\rangle$」の間には具体的な V の元を記すことにしているので $\langle\,\rangle = \{o\}$ である．もし「$\langle$」と「$\rangle$」の間に集合（生成系）を記すならば $\langle \varnothing \rangle = \{o\}$ である．本書の流儀では $\langle \varnothing \rangle$ は」[2012/10/21]
- 93 頁，6 行：
  誤：「K-上」
  正：「K 上」[2012/9/22]
- 93 頁，-4 行（定義 3.3.5 の冒頭)：「$\{v_\alpha\}_{\alpha \in A}$ を A を添字集合とする V の元の族とし，$S = \{v_\alpha\}_{\alpha \in A}$ と置く.」に差し替え．[2012/10/21]
- 94 頁，2 行：
  誤：「$\langle v_\alpha \rangle_{\substack{\alpha \in A \\ K}}$ あるいは単に $\langle v_\alpha \rangle_{\alpha \in A}$」
  正：「$\langle v_\alpha \rangle_{\substack{\alpha \in A \\ K}}$ あるいは $\langle S \rangle_K$，もしくは単に $\langle v_\alpha \rangle_{\alpha \in A}$ あるいは $\langle S \rangle$」[2012/10/21]

- 94 頁，4 行：
  誤：「$\langle v_\alpha \rangle_{\alpha\in A} = (\ldots)$」
  正：「$\langle v_\alpha \rangle_{\alpha\in A} = \langle S \rangle = (\ldots)$」[2012/10/21]
- 94 頁，6 行及び 9 行：
  誤：「(・・・) **生成系**（生成元）と呼ぶ.」
  正：「(・・・) **生成系**と呼ぶ．各 v_α あるいは v_α たちを総称して生成元と呼ぶ.」[2012/9/22]
- 94 頁，脚注 12：
  誤：「$\mathrm{Span}_K(v_\alpha)_{\alpha\in A}$」
  正：「$\mathrm{Span}_K(v_\alpha)_{\alpha\in A}$，$\mathrm{Span}_K\{v_\alpha\}_{\alpha\in A}$ あるいは $\mathrm{Span}_K(S)$ など」[2012/9/22]，[2012/10/21] 再修正
- 107 頁，定義 3.5.25：
  誤：「**正則な**線型変換」
  正：「**正則な**線型変換，あるいは（V の）**線型自己同型（写像）**」[2012/9/22]
- 108 頁–109 頁，命題 3.6.5 およびその証明：
  まず命題中の「$f^{-1}(U)$」,「$f(X)$」をそれぞれ「$f^{-1}(X)$」,「$f(U)$」に置き換える．また，証明中の「U」,「X」をそれぞれ「X」,「U」に全て置き換える．[2017/2/11]
- 109 頁，定理 3.7.1：
  誤：「また，$f\colon K^m \to K^n$ を・・・」
  正：「また，$f\colon K^n \to K^m$ を・・・」[2023/10/27]
- 133 頁，問 3.12.10：箇条書きの前の文章を以下のように修正する．[2021/3/14]
  誤：「(・・・) の元を表す.」
  正：「(・・・) の元を表す．また，$\pi\colon K^{n+m} \to K^n$ を，$w \in K^{n+m}$ を $w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$，$w_1 \in K^n$，$w_2 \in K^m$ とと表して $\pi(w) = w_1$ と置くことにより定める.」
  また，3)，4) を以下のように修正する．
  3) π の Γ_ψ への制限 $\pi|_{\Gamma_\psi}\colon \Gamma_\psi \to K^n$ は K-線型同型写像であることを示せ.
  4) 「π」を「$\pi|_V$」に修正.
- 134 頁，問 3.12.20：
  誤：「V, W を K-線型空間，$U \subset V$，（・・・）」
  正：「V, W を K-線型空間，$f\colon V \to W$ を K-線型写像とする．また，$U \subset V$，（・・・）」[2019/12/3]
- 135 頁末尾：次の問を追加．[2012/6/20]

  問 3.12.28. $a, b \in \mathbb{C}$ とし，$a = \alpha + \sqrt{-1}\beta$，$b = \gamma + \sqrt{-1}\delta$，ただし $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ とする．また，$f = f_{a,b}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ を以下のように定める．まず $v = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ とする．そして

$z = x + \sqrt{-1}y$ と置き，$w \in \mathbb{C}$ を $w = az + b\bar{z}$ により定める．最後に，$w = t + \sqrt{-1}s,\ t, s \in \mathbb{R}$ と表して $f(v) = \begin{pmatrix} t \\ s \end{pmatrix}$ とする．

1) f は $\mathbb{R}$-線型写像であることを示せ．
2) 標準基底に関する f の表現行列を簡潔に表せ．
3) f が $\mathbb{R}$-線型同型写像であるための a, b に関する必要十分条件を求めよ．

第４章（136〜175 頁）

- 137 頁：定義 4.1.3 及び問 4.1.4：
  誤：$\alpha_1, \ldots, \alpha_r \in A$
  正：$\alpha_1, \ldots, \alpha_r \in A$，ただし，$i \neq j$ ならば $\alpha_i \neq \alpha_j$
  本来は，「$\{v_\alpha\}_{\alpha \in A}$ が線型独立であるとは，$\{v_\alpha\}_{\alpha \in A}$ の任意の有限部分集合について，それに属する元が（既に有限個の元に関して定義した意味で）線型独立である.」としたかったが，記述が難しくなるのでこのようにしている．[2022/10/9]
- 144 頁，定義 4.1.25：
  誤：「**成分**」
  正：「**座標ベクトル**」．[2012/9/24]
- 144 頁，注 4.1.26：全体を以下の文章に差し替える．「座標ベクトルという用語は coordinate vector の直訳である．日本語の用語としては定着したものではない.」[2012/9/24]
- 以下に示す箇所の「成分」は全て「座標ベクトル」に置き換える．144 頁 -1 行，145 頁 5 行（二箇所）・-5 行，156 頁 -5 行・-3 行（二箇所），156 頁 -1 行，157 頁 1 行・2 行・5 行・6 行・9 行・10 行・11 行（二箇所）・14 行・-4 行（二箇所），153 頁 脚注 13，159 頁 図 4.1 のキャプションの 3 行・4 行・5 行（二箇所）・7 行（二箇所）8 行，160 頁 5 行（二箇所），165 頁 3 行・14 行，187 頁 -8 行，188 頁 -7 行，189 頁 6 行，193 頁 -8 行・-4 行，216 頁 図 6.1 のキャプションの 3 行（二箇所）・5 行，270 頁 10 行，277 頁 6 行・9 行．[2012/9/24]
- 155 頁，定義 4.4.1（5 行目）：
  誤：「つまり，$\forall v \in V,\ g_{\mathscr{W}}^{-1} \circ f \circ g_{\mathscr{V}}(v) = Av$ が（・・・）」
  正：「つまり，$\forall x \in K^n,\ g_{\mathscr{W}}^{-1} \circ f \circ g_{\mathscr{V}}(x) = Ax$ が（・・・）」[2015/10/19]
- 174 頁，問 4.6.8（3 行目）：
  誤：「$gv = Bv$」
  正：「$g(v) = Bv$」[2021/3/12]
- 174 頁，問 4.6.9 3)[2021/3/12]：$\{e_1, \ldots, f_t\}$ は $\mathrm{Im}\, f$ の，$\{f_1, \ldots, f_s\}$ は $\mathrm{Im}\, g$ の基底とする．

第５章（176〜214 頁）

- 180 頁，定理 5.1.10：1) の末尾に以下の文章を追加．「等号が成り立つことと，$\exists \lambda \in K,\ w = \lambda v$ あるいは $\exists \mu \in K,\ v = \mu w$ が成り立つことは同値である（この条件が成り立つとき，v と w

は**平行**であると言う）．また，$\langle v|w\rangle = \|v\|\,\|w\|$ が成り立つことと，$\exists\lambda\in\mathbb{R}$ s.t. $\lambda\geq 0,\ w=\lambda v$ あるいは $\exists\mu\in\mathbb{R}$ s.t. $\mu\geq 0,\ v=\mu w$ が成り立つことは同値である．」[2012/6/21]

・ 181 頁，定理 5.1.10 の証明：1) の証明の末尾に以下を文章を追加．「$|\langle v|w\rangle| = \|v\|\,\|w\|$ が成り立つとする．$v=o$ であれば $v=0w$ なので，$v\neq o$ とする．$u = w - \dfrac{\langle v|w\rangle}{\|v\|^2}v$ と置けば，上と同様の計算により $\|u\|^2=0$ が示される．従って $w=\dfrac{\langle v|w\rangle}{\|v\|^2}v$ である．$\langle v|w\rangle = \|v\|\,\|w\|$ の時には，これらの値は非負の実数であることに注意すればよい．いずれも逆は容易に示せるので省略する．」[2012/6/12]

・ 191 頁，注 5.2.23：

誤：「$\langle w_1,\cdots,w_k\rangle = \langle v_1',\cdots,v_k'\rangle = \langle v_1,\cdots,v_k\rangle$」

正：「$\langle w_1,\ldots,w_k\rangle = \langle v_1',\ldots,v_k'\rangle = \langle v_1,\ldots,v_k\rangle$」[2015/10/19]

・ 203 頁，6 行：「（・・・）が成り立つ．」を「（・・・）が成り立つ †29．」とし，脚注に「†29 そのため，W' も直交補空間と呼ぶことが少なくないが，実際には W' は必ずしも W の補空間ではないので注意を要する．問 5.6.23 も参照のこと．」を加える．第５章の脚注の番号はこの後は順次一つずつずらす．[2013/1/26]

・ 211 頁，問 5.6.2 の 3)[2021/3/15]：

誤：「O_n」「U_n」

正：「O_m」「U_m」

同じく 7)[2021/3/15]：ここでは「QR 分解」とは，$Q\in\mathrm{O}_m$ あるいは $Q\in\mathrm{U}_m$ であって，R は 4) をみたすものとする．

・ 212 頁，問 5.6.3 の 2)：

誤：「a, v の成分」

正：「適当な基底に関する a, v の座標ベクトルの成分」

誤：「v の成分」

正：「v の座標ベクトルの成分」．[2012/9/24]

第６章（215〜266 頁）

・ 228 頁，「1)⇒2) の証明」の末尾：

誤：「p_i は λ_i に属する」

正：「p_i は t_i に属する」．[2012/3/26]

・ 229 頁，7 行, 12 行：「の証明」に下線を補い「<u>の証明</u>」とする．[2012/3/16]

・ 238 頁，問 6.3.15 の 11)：

不必要に複雑な上に誤っていたので次のように修正する．

誤：「$w=u+s\overline{u}$ と置いて，$w'=w+\overline{w}$，$w''=w-\overline{w}$ と定める．」

正：「$w' = (1-s)u + (1+s)\overline{u}$，$w'' = (1-s)u - (1+s)\overline{u}$ と定める．」[2021/3/26]

- 258 頁，定義 6.6.11：文末に次の文章を追加する．「A が非退化であって，正の固有値と負の固有値を共に持つとき，A は**不定値**であると言う．」[2013/1/26]
- 263 頁，問 6.7.4 の 3)：
  誤：「$g\colon K^n \to K^m$」
  正：「$g\colon \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^m$」[2021/3/17]
- 263 頁，問 6.7.4 の 4)：
  誤：「f, g の広義固有空間」
  正：「$g \circ f, f \circ g$ の広義固有空間」[2021/3/18]
- 263 頁，問 6.7.5 の 2)：
  誤：「$\exists\,\delta > 0,$ s.t.」
  正：「$\exists\,\delta > 0$ s.t.」（カンマを取る）[2012/4/26]
- 263 頁，問 6.7.6：
  誤：「V を線型空間とする．」
  正：「V を n 次元線型空間とする．」[2021/3/20]
- 263 頁，問 6.7.7：
  誤：「V を線型空間とする．」
  正：「V を n 次元線型空間とする．」[2021/3/20]
- 264 頁，問 6.7.8 の 1)：
  誤：「(・・・) 0 以上 π 未満であるような」
  正：「(・・・) 0 以上 π 未満であって，$\langle n \mid e_2 \rangle \geq 0$ が成り立つような」
  ※ 「n が e_1e_2-平面の第 1 象限あるいは第 2 象限に属していて，$-e_1$ とは異なる」ための条件を課したつもりであったが，誤っていた．実際，二つのベクトル $u, v \in \mathbb{R}^3$ について，θ を u, v のなす角とする．このとき，任意の $k \in \mathbb{Z}$ について $\theta + 2k\pi$ も u, v のなす角だから $-\pi \leq \theta < \pi$ として良い．ところで，$-\theta$ も u, v のなす角だから，$-\pi < \theta < 0$ ならば $-\theta$ を考えれば $0 < \theta < \pi$ が成り立つ．従って最初の条件だと $n = -e_1$ の場合しか排除できない．[2021/3/20]
- 264 頁，問 6.7.8 の 2)：
  誤：「$R_z(\varphi)R_x(\theta)R_z(\psi)$」
  正：「$R_z(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi)$」[2021/3/21]
- 265 頁，問 6.7.9：
  誤：「ただし，固有値の重複度が（・・・）」
  正：「ただし，$\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in K$ とし，固有値の重複度が（・・・）」

- 265 頁，問 6.7.9 の 5)：
  誤：「$(v_1 \ \cdots \ v_n) \in \mathrm{SO}_n$」
  正：「$K = \mathbb{R}$ の場合には $(v_1 \ \cdots \ v_n) \in \mathrm{SO}_n$，$K = \mathbb{C}$ の場合には $(v_1 \ \cdots \ v_n) \in \mathrm{SU}_n$」

第７章（267〜281 頁）

- 273 頁，定義 7.2.2：「4) V 上の対称双一次形式あるいはエルミート形式 f が**不定値**であるとは，f は非退化であって，かつ正値でも負値でもないことを言う.」を追加．[2013/1/26]
- 273 頁，例 7.2.3，3 行：「(・・・) 非退化である.」に一文を補って「(・・・) 非退化である．従って不定値である.」とする．[2013/1/26]
- 274 頁，命題 7.2.4 (前頁からの続き)：1)〜3) の後に次の一文を追加する．「また，f が不定値であること，A の固有値が全て 0 でなく，かつ正のものと負のものが共に存在すること，A がエルミート形式として不定値であることはそれぞれ同値である.」[2013/1/26]
- 276 頁，脚注 7：誤「$2 \in K$」，正「$1/2 \in K$」[2012/3/29]

第８章（282〜290 頁）

- 289 頁，1 行：誤「補題 8.2.6」，正「補題 8.1.6」[2013/4/28]
- 290 頁，問 8.4.2 の 2)：誤「W_2」，正「I_2」[2021/3/31]

第９章（291〜319 頁）

- 303 頁，脚注 11：
  誤：「$\{{}^t(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{C}^3$（・・・）$= 0\}$ は空集合ではない.」
  正：「$\{{}^t(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{C}^3$（・・・）$= 0,\ (x_1, x_2, x_3) \neq (0, 0, 0)\}$ は空集合ではない.」[2013/8/25]
- 312 頁，定義 9.3.4，6 行：
  誤：「$= \{[x_0 : x_1 : \cdots : x_n] \,|\, {}^t(x_0 : x_1 : \cdots : x_n) \in \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{o\}\}$」
  正：「$= \{[x_0 : x_1 : \cdots : x_n] \,|\, {}^t(x_0, x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{o\}\}$」[2015/3/16]
- 313 頁，補題 9.3.7 の証明：
  誤：「$[x_0 : \ldots : x_n]$」
  正：「$[x_0 : \cdots : x_n]$」（３箇所）．[2012/3/26], [2012/4/8]
- 314 頁，-2 行：
  誤：「(・・・) 分解する」
  正：「(・・・) 分類する」．[2015/8/12]
- 316 頁，-6 行：
  誤：「まず（・・・）1 であるから，（・・・）.」
  正：「${}^t(y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$ とし，$\varphi_0({}^t(y_1, \ldots, y_n)) = [x_0 : \cdots : x_n]$ と表すと，ある 0 でない実数 λ について $\lambda x_0 = 1$ が成り立つ．従って $x_0 \neq 0$ であるから，（・・・）.」[2012/9/24]

付録（321〜345 頁）

- 330頁，-4行：「0とは異なる」を削除．[2016/12/20]
- 330頁，-3行：「(・・・) **単位環**と呼ぶ．」を「(・・・) **単位環**と呼ぶ[†4]．」と改めた上で脚注に「[†4] 環 R において $1=0$ が成り立つならば $R=\{0\}$ が成り立つ．このような環を**零環**(ぜろかん)と呼ぶ．零環においては0は単元である．逆に，$0 \in R$ が単元であるならば R は零環である．」を追加し，この後の脚注は番号を一つずつずらす．
- 332頁，-2行：

  誤：「$\mathrm{GL}_n(K)$ 群には」

  正：「$\mathrm{GL}_n(K)$ などの群には」[2012/3/16]
- 336頁，定義C.3, 2) のb)：

  誤：「$(x+y)z = xy + yz$」

  正：「$(x+y)z = xz + yz$」
- 337頁，例C.5, 4)：

  誤：「置換群」

  正：「対称群」

  (なお，13/4/28以前の正誤表において「例C.4」とあったがこれは「例C.5」の誤りである．) [2013/7/20]
- 338頁，問C.7, 2)：

  誤：「整数たちは互いに素(最大公約数が1)」

  正：「整数たちの最大公約数は1」

  解くのには例えば問C.14を用いるとよい．[2012/3/16]
- 339頁．$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ を考えるときには p は素数としている．$p(>1)$ が素数でないときには $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ は単位可換環であるが，体ではない．[2012/3/16]

参考文献（346〜348頁）

- 346頁，6行：誤「佐竹一郎」，正「佐武一郎」(大変失礼しました．お詫びして訂正いたします．) [2012/4/5]
- 346頁，-5行：誤「いている」，正「いる」．[2012/3/17]
- 348頁，-7行：誤「[17]」，正「[18]」([17]が全く関係ないわけではないが，意図としては[18]であった)．[2012/3/17]

索引（349〜357頁）

- 352頁，右列-3行：誤「principal minor」，正「leading principal submatrix」[2012/9/22]
- 352頁，右列-2行：誤「Schwarzian」，正「(the) Schwarz」[2012/9/24]
- 353頁，左列12行：「column vector」を削除．[2012/9/24]

- 355 頁，右列 -4 行：誤「matrix associated with ・・・」，正「matrix representation (of)」[2012/9/24]
- 356 頁，左列 25 行：誤「definitie」，正「definite」[2012/9/24]

よくある・あまりない質問とそれに対する回答 [2012/6/18]

Q: 行ベクトルや列ベクトルのサイズを「n 次元」でなく「n 次」と呼んでいるのはなぜか？ [2012/4/4]

A: 「次元」という用語はよく用いられますので，素直に「次元」とした方が良かったかもしれませんが，以下のような理由で「次」としました．一つには第3章以降で扱う線型空間の次元の「次元」との混乱を避けるためです．もう一つは，行列はあくまで数の並び，と考えているので「次元」という呼称はそぐわないと考えました．なお，本書では行列やベクトルを「K^n の元」「$(m \times n)$ 行列」「$M_{m,n}(K)$ の元」と呼ぶことが多く，「n 次」という表現はあまり用いていません．これは迂闊だったのですが，「n 次」多項式の「次」と混乱しないように注意して下さい． [2012/4/4]（[2012/4/8] 修正）

Q: 余因子行列（66 頁，定義 2.3.14）の定義が正しくない（転置をとらないのが正しい）のではないか？ [2012/6/18]

A: 和訳の問題が絡むので，まず訳語を用いないで説明します．(i, j) 成分が (j, i) 余因子であるような行列を adjugate matrix，(i, j) 成分が (i, j) 余因子であるような行列を cofactor matrix と呼びます．adjugate matrix は adjoint matrix とも呼ばれますが，随伴行列（定義 5.2.1）と紛らわしいので避けることが多いようです．本書では「余因子行列」で adjugate matrix を指しています（357 頁（索引）も参照のこと）．一方，「余因子」は英語では cofactor なので，「余因子行列」を直訳すると cofactor matrix となります．その意味では指摘はごもっともです．しかし，調べた範囲では日本語の「余因子行列」は adjugate matrix を指すので，本書でもこれに従いました．直訳とはずれがありますので，英語の文献を読み書きする際には注意が必要です． [2012/6/18]（同日一部修正）

Q: 二次曲線等についてあそこまで書いておいて主軸変換については書かないのですか？ [2013/8/25]

A: 改版の機会があって，かつ紙幅が許せば書きます．

Q: いわゆる実 Jordan 標準形については書かないのですか？ [2013/8/25]

A: 節を設けるだけの紙幅は考えにくいので，改版の機会があって，かつ紙幅が許せば演習問題を設けたいと考えています．

英語について

英語に関しては出版時点で可能な限り正確を期しましたが，絶対に誤りや不適切な点がないとは言い切れません．著者の英語の能力に因るところ大ですが，（日本語の場合でもそうであるように，）用語には揺れやぶれがあることにも因ります．お気をつけ下さい．

なお，いくつかの誤りは読者の方にご指摘いただきました．この場を借りてお礼申し上げます．