２００６年度数学 II（社学）演習　　　　　　　　　　’06/5/31（水）１時限

**問１．** 以下の行列に逆行列が存在するかどうか判定し, 存在する場合には逆行列を求めよ.

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$　2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$　4) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

5) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$　6) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$　7) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

8) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$　9) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　10) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0.1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**問２．** 以下の行列の行列式を計算せよ.

1) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$　2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$　3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$　4) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

5) $\begin{pmatrix} O_{n-1,1} & E_{n-1} \\ 1 & O_{1,n-1} \end{pmatrix}$

**問３．** 以下は, 問「連立方程式 $2x+3y=1$, $x+y=0$ の解を求む」を解こうとしたものである. 最後を見るとわかるように, $x=1$, $y=-1$ を解としているが, このとき $2x+3y=-1$ なので明らかにこれは誤りである. 従って解答には誤りが含まれているので, この誤りを指摘し訂正せよ. なお, 修正の方法は一通りではなく, 直し方によって修正の個数も異なってくるが, 正しく修正されていればどのように修正してもよい.

解答．与えられた連立方程式は，$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $v=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $w=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ とおくと，$v$ に関する方程式 $Av=w$ と同値である．これを掃き出し法で解くために $A$ と $w$ を並べて得られる行列 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ を以下のように変形する．即ち，

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{第 2 行の 2 倍を引く}]{\text{第 1 行から}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{第 2 列を入れ替える}]{\text{第 1 列と}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{第 1 行を引く}]{\text{第 2 行から}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

従って, 解は $x=1$, $y=-1$ である.

（以上）