

1995 年 12 月 21 日

河東泰之

配点は 1 番から順に , 20, 30, 30, 20 点です . 平均点は 62.5 点 , 得点の分布は次のとおりです . 採点ミスがあると思う人は , ただちに申し出て下さい . (返却する答案は , すべてコピーが取ってあります .)

0-49 (点)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100
13 (人)	10	10	5	14	0	10

期末試験も , 難易度 , 成績の付け方などは今回に準じる予定です . 以下 , 略解を付けます .

[1] 公式通り計算して ,

$$\begin{pmatrix} -2 & -6 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -7 & -4 \end{pmatrix}$$

となります . これは単なる計算問題で , 検算も容易ですから , 1ヶ所でも答が違っているものは 0 点にしました .

[2] 行列式を 0 とおくと ,

$$48 + 48 - x^3 - x^2 + 12x + 12x + 16x + 16 = -(x + 4)^2(x - 7) = 0$$

となります . $x = -4$ の時は , rank が 1 となり , $x = 7$ の時 , rank が 2 になるので , 答は 7 です . 行列式 = 0 という計算はかなりできていましたが , rank についてだいぶ混乱がありました .

[3] 固有方程式は ,

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 = (x - 1)^2(x + 3) = 0$$

です . $A - I$ の rank が 2 だから , 授業でやった 6 通りのうち , (3) 番の型です . 固有値 1, -3 に対応する固有ベクトルとしてそれぞれ

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

が取れるので , あとは授業でやった方針通り計算して , 次の答が出ます .

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ -4 & -5 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -12 & -20 & 11 \\ -20 & -31 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

(もちろん, X, X^{-1} にはこれと異なる選び方もあります.)

[4] 答はたくさんありますが, たとえば

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

などです. 基本的な作戦は, 行列式が ± 1 になるように X を選び, あとは0が出ないように工夫するということです. [3]で, 出てくる X がちょうどこれにあてはまるように取れている人がいましたが, そういうラッキーな人は2人だけでした. 正解者は14人, 正解のパターンは13通りでした.