

答案の一番上に氏名と学生証番号を書いてください。(組は書かなくてもけっこうです.)
自分のノートを参照してもけっこうです.

[1] $f(x)$ を \mathbf{R} 上の関数とする. 任意の $a \in \mathbf{R}$ に対し, 次の 2 条件が互いに必要十分であることを示せ. (これは, 5 月 15 日の講義で「明らか」と言ったことです. わざわざ聞いているんですから, 定義に基づいてきちんと証明してください.)

(1) $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \alpha.$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha.$

[2] $\{a_n\}_n$ を有界数列として, $\{a_n\}_n$ の部分列で収束するもの全体を考え, それらの収束先すべての集合を A とする.

(1) A は最大値を持つことを示せ.

(2) その最大値は $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ に等しいことを示せ.

[3] $f(x), g(x)$ を \mathbf{R} 上の連続関数とする. 各点 $x \in \mathbf{R}$ で, $h(x) = \max(f(x), g(x))$ と定める. この $h(x)$ も \mathbf{R} 上の連続関数であることを証明せよ.