数理科学 II 中間テスト (2) 略解・解説

2005 年 7 月 11 日
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

120 点満点です．平均点は 70.1 点，最高点は 114 点 (3 人) でした．(解の一意性の吟味は以下の略解では詳しく書いてありません．実際の答案ではしかるべきチェックが必要です.）

[1] 15 点 $\times 3$ です．いずれも解の存在と一意性の定理が使える形をしています．また，いずれも線型方程式なので，そちらの一般論を使っても一意性は示せます．答えは次の通りです.

(1) $y = \cos x + \sin x$.
(2) $(x^2 + c_1 x + c_2)e^{3x}$.
(3) $x + ce^{x^2}$.

[2] 25 点です．$x \neq 0$ では x で割って普通に解けます．$x = 0$ で連続につなぐには，$y = 0$ でないといけないことがわかるので，一般解は $y = x^2 + cx$ です．この形より，解が通らない点は，$(0, t), t \neq 0$ で，複数の解が通る点は $(0, 0)$ です.

[3] 25 点です．y_1, y_2, y_3 は，$y''' - 2y'' + 5y' + 26y = 0$ の 3 つの解なので，この Wronskian より，答えは Ce^{2x} の形となります．定数 C を求めるには，$x = 0$ のときの行列式を求めればよく，答えは $-75e^{2x}$ となります.

[4] 25 点です．2 次方程式 $t^2 + ax + b = 0$ の解を考えます．2 つの異なる実根を持つ場合と，2 重根を持つ場合は一般解の式を書いてみれば，無限回値 0 を取ることはないことがわかります．一方，上の 2 次方程式が実根を持たない場合，つまり $a^2 - 4b < 0$ の場合は，一般解の式を書いてみれば，無限回値 0 を取ることが起こりうることがわかります.