

2015 年解析学特別演習 I テスト (7)

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

このテストは、ノート持ち込み可で行います。電子機器の使用は不可です。

途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] 実数 t の関数 $f(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{-x^4} e^{-ixt} dx$ が C^∞ -級関数であることを示せ。

[2] $f(x)$ を \mathbb{R} 上の複素数値 Lebesgue 可積分関数とし、 $g(x)$ を \mathbb{R} 上のコンパクト台を持つ複素数値 C^∞ -級関数とする。 $\int_{\mathbb{R}} f(x+t)g(x) dx$ は $t \in \mathbb{R}$ の C^∞ -級関数であることを示せ。

[3] $E \subset \mathbb{R}$ を Lebesgue 可測集合で、 $\mu(E) < \infty$ とする。 $\lim_{t \rightarrow 0} \mu(E \cap (E+t)) = \mu(E)$ であることを示せ。ただし $E+t = \{x+t \mid x \in E\}$ である。

[4] $X = \{1, 2, 3, \dots\}$ の上の適当な完全加法族 \mathcal{B} の上の完備でない測度と、その完備化の例を挙げよ。