解析学特別演習 II・小テスト (6)

2010 年 12 月 13 日
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

時間は 13:00〜14:30 です.

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください．裏面を使用してもかまいませんが，その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください.

自筆ノート持ち込み可で行います．本，コピー等は不可です．計算用紙はありません．自分のノート等を使ってください.

[1] Lebesgue の収束定理のステートメントを書け.

[2] 12/6 の講義で，超関数 $\mathrm{p.v.}\dfrac{1}{x}$ が緩増加であることは簡単にわかると言った．これが確かに緩増加であることを定義に基づいて示せ.

[3] (1) $\varepsilon > 0$ に対して，$\dfrac{1}{x+i\varepsilon}$ を $\mathbf{R}$ 上の超関数とみなす．$\varepsilon \to 0$ としたとき，$\dfrac{1}{x+i\varepsilon}$ の超関数としての極限が存在することを示せ.

(2) (1) の極限を T とおく．T は緩増加超関数であることを示せ.

(3) T の Fourier 変換を求めよ.

[4] (1) $\displaystyle\sum_{n\in\mathbf{Z}} n\delta_n$ は $\mathbf{R}$ 上の超関数として収束することを示せ.

(2) (1) の無限級数の収束先を T とおく．T は緩増加超関数であることを示せ.

(3) T の Fourier 変換を求めよ.