２００８年冬学期
数学II　演習問題 (文系）第４回　の略解

担当：　小林俊行教授　　ＴＡ：春田　力

問 1. やり方はいろいろありますが、たとえば以下のようにします

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\6&7&8&9&10\\11&12&13&14&15\end{pmatrix}\xrightarrow{(1)}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\6&7&8&9&10\\5&5&5&5&5\end{pmatrix}\xrightarrow{(2)}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\1&2&3&4&5\\5&5&5&5&5\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(3)}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\0&0&0&0&0\\5&5&5&5&5\end{pmatrix}\xrightarrow{(4)}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\0&0&0&0&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\xrightarrow{(5)}\begin{pmatrix}0&1&2&3&4\\0&0&0&0&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(6)}\begin{pmatrix}0&1&2&3&4\\0&0&0&0&0\\1&0&-1&-2&-3\end{pmatrix}\xrightarrow{(7)}\begin{pmatrix}1&0&-1&-2&-3\\0&1&2&3&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

各手順は以下のとおり

(1)　第 2 行の -1 倍を第 3 行に足す。
(2)　第 3 行の -1 倍を第 2 行に足す。
(3)　第 1 行の -1 倍を第 2 行に足す。
(4)　第 3 行を 5 で割る。
(5)　第 3 行の -1 倍を第 1 行に足す。
(6)　第 1 行の -1 倍を第 3 行に足す。
(7)　行を入れ替える。

$$B=\begin{pmatrix}0&0&1&1&2&2&3&3&4&4&5&5\\0&0&0&1&1&1&2&2&2&3&3&3\\0&0&0&0&1&1&1&1&2&2&2&2\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}0&0&1&1&2&2&3&3&4&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&2&2&2&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&1&1&2&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

問 2. (1) $a \neq \pm 1$ のとき $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$a = 1$ のとき $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$a = -1$ のとき $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

問 3. M を任意の行列とします。まず、M に行基本変形を繰り返すことによって、M は行基本変形に関する標準形 M' に変形できます。
そこで、M' に列基本変形を繰り返すことによって、求める形にできることを示します。そのためには、M' の転置行列 ${}^t(M')$ が行基本変形によって求める形にできることを示せば十分です。 ${}^t(M')$ の行基本変形に関する標準形を求めてみてください。