

助教 (Research Associate)

田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

A. 研究概要

局所コンパクト群 G とそのコンパクト部分群 K に対して、 $L^2(G/K)$ が G のユニタリ表現として無重複であるとき、 (G, K) を Gelfand 対と言います。Gelfand 対 (G, K) は環 $L^1(K \backslash G/K)$ (積は接合積を考えます) の可換性によっても特徴づけられ、その両側 K 不変な同時固有関数は球関数と呼ばれます (R. Godement, Trans. Amer. Math. Soc. **73** (1952))。この球関数を用いることで、一般の局所コンパクト群の Gelfand 対 (G, K) に対し $L^2(G/K)$ の Fourier 変換を定義することができ、実際に Fourier 逆変換公式が成り立つことが知られています。

一方、 (G, K) を Riemann 対称対とした場合には、リー群としての枠組みにおける様々な解析的な結果が知られています (I. M. Gelfand, Doklady Akad. Nauk SSSR **70** (1950), Harish-Chandra, Amer. J. Math. **80** (1958), Acta. Math. **116** (1966), S. Helgason, Bull. Amer. Math. Soc. **71** (1965), Adv. Math. **5** (1970))。そこで、Riemann 対称対に対する解析的な結果を、リー群の Gelfand 対に対して拡張することを考えます。

B. 発表論文 1 では、Riemann 対称対に対する結果の中でも特に、球関数の積分表示や球関数の対称性、Helgason–Fourier 変換公式を、 G の冪単根基が可換であるような Gelfand 対 (G, K) に拡張しています。

A pair (G, K) of a locally compact group G and its compact subgroup is a Gelfand pair if the left regular representation $L^2(G/K)$ of G is multiplicity-free. For a Gelfand pair (G, K) the ring $L^1(K \backslash G/K)$ is commutative with respect to the convolution product, and spherical functions for (G, K) are defined as its K -biinvariant joint eigenfunctions on G (R. Godement, Trans. Amer. Math. Soc. **73** (1952)). The theory of spherical functions for Riemannian symmetric pairs (G, K) has been developed by I. M. Gelfand (Doklady Akad. Nauk SSSR **70** (1950)), Harish-Chandra (Amer. J. Math. **80** (1958)), S. Helgason (Bull. Amer.

Math. Soc. **71** (1965), Adv. Math. **5** (1970)) and many researchers, and the Plancherel formula on G/K was proved by Harish-Chandra (Amer. J. Math. **80** (1958), Acta. Math. **116** (1966)). This is a far generalization of the classical Euclidean case $G/K = \mathbb{R}^n$ for $(G, K) = (\mathbb{R}^n, \{e\})$. The Euclidean space $\mathbb{R}^n$ can also be expressed as G/K for $(G, K) = (O(n) \ltimes \mathbb{R}^n, O(n))$, and this corresponds to the Fourier inversion formula in the polar coordinate expression. The generalization to Riemannian symmetric pairs from this point of view is the Helgason–Fourier transform.

The paper B.1 below shows an integral formula and the symmetry property of spherical functions, and Helgason–Fourier transform for Gelfand pairs with abelian unipotent radicals.

B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for Gelfand pairs and induction of spherical functions, J. Math. Soc. Japan **74**(4), (2022) 1219–1243.
2. Yuichiro Tanaka, Visible actions of compact Lie groups on complex spherical varieties, J. Differential Geom. **120**(2), (2022) 375–388.
3. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, Kyoto J. Math. **62**(1), (2022) 95–102.
4. Yuichiro Tanaka, Double coset decomposition for reductive absolutely spherical pairs, Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Applications, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics **366**, 229–267, 2021.
5. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 函数解析学学科会講演アブストラクト (2019), 67–76.
6. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 数理解析研究所講究録, RIMS, Kyoto University, No. **2139** (2019), 37–49.

C. 口頭発表

1. 田中雄一郎, 無重複性のユニタリトリックについて, 日本数学会 2023 年度年会, 中央大学理工学部, 2023 年 3 月 16 日.
2. 田中雄一郎, Dolbeault コホモロジーの無重複性について, 金沢大学サテライト・プラザ、金沢大学, 2023 年 3 月 9 日.
3. 田中雄一郎, P 半不変関数の構成について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", Zoom meeting, 2022 年 8 月 18 日.
4. 田中雄一郎, 無重複性のユニタリトリックについて, Lie 群論・表現論セミナー, Zoom meeting, 2022 年 3 月 15 日.
5. 田中雄一郎, 簡約型実球部分群に対するカルタン分解について, Lie 群論・表現論セミナー, Zoom meeting, 2021 年 11 月 23 日.
6. 田中雄一郎, G 多様体上の解析について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", Zoom meeting, 2021 年 8 月 18 日.
7. 田中雄一郎, Gelfand 対の球関数について, Langlands and Harmonic Analysis (第 5 回), Zoom meeting, 2021 年 3 月 9 日.
8. 田中雄一郎, 無重複性の伝播定理について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", Zoom meeting, 2020 年 8 月 19 日.
9. Yuichiro Tanaka, Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, 6th Tunisian-Japanese Conference, Mahdia, Tunisia, December 16, 2019.
10. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学 角間キャンパス, 2019 年 9 月 18 日.
3. 微分積分学演習: 微分積分学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
4. 線型代数学演習: 線型代数学に関する演習 (教養学部前期課程講義)
5. 複素解析学補習: 複素解析学に関する補習の実施 (教養学部前期課程学生)

D. 講義

1. 数理科学基礎演習 (微積分・線型代数): 微積分・線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
2. 数学基礎理論演習 (微積分・線型代数): 微積分・線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)