修士課程学生 (Master's Course Student)
伊藤 要平 (ITO Yohei)

A. 研究概要

帰納層は緩増加などの局所的な性質でないものをとらえるために柏原正樹, Pierre Schapira の両氏によって導入され不確定特異点型 Riemann-Hilbert 対応の研究に用いられている．$\mathscr{D}_X$ で複素多様体 X 上の線型微分作用素の成す環の層を表す事にする．私は今年度, Ind-$\mathscr{D}_X$-加群と呼ばれる特別な帰納層について研究し主に次の 2 つを示した．ここでの用語として, Ind-A-加群がある有限性を満たす時に連接な Ind-A-加群と呼ぶ事にする．1 つ目の結果として, $\mathbb{C}$-代数の層 $\mathscr{A}$ に対して連接 $\mathscr{A}$-加群の圏と連接 Ind-$\mathscr{A}$-加群の圏が圏同値である事を示した．そして, その系として連接 $\mathscr{D}$-加群の圏と連接 Ind-$\mathscr{D}$-加群の圏が圏同値である事を示した．2 つ目の結果として, 複素多様体の射 $f : Y \longrightarrow X$ が Ind-$\mathscr{D}_X$-加群 M に対して非特性的であるならば帰納層の複体の射 $f^{-1}R\mathcal{I}hom_{\beta_X\mathscr{D}_X}(M, \mathscr{O}_X^\lambda) \longrightarrow R\mathcal{I}hom_{\beta_Y\mathscr{D}_Y}(\mathbb{D}f^{-1}(M), \mathscr{O}_Y^\lambda)$ が擬同型となる事を示した．ここで $\lambda = t, \mathrm{w}, \omega$ であり, 特に $\mathscr{O}_X^t$ は緩増加正則関数の成す帰納層, $\mathscr{O}_X^{\mathrm{w}}$ は Whitney 正則関数の成す帰納層と呼ばれている．また, $R\mathcal{I}hom$ は帰納層の圏における hom 関手 $\mathcal{I}hom$ の右導来関手であり, $\mathbb{D}f^{-1}(M)$ は Ind-$\mathscr{D}_X$-加群 M の f による Ind-$\mathscr{D}$-加群としての逆像を表す．この結果は Cauchy-Kovalevskaya-柏原の定理の一般化になっていて, Luca Prelli 氏によって証明された増大度付き Cauchy-Kovalevskaya-柏原の定理の帰納層版に対応する．

The Ind-sheaf was introdused by Masaki Kashiwara and Pierre Schapira for catch non-local properties like a temperedness. We write sheaf of rings of linear differential operators as $\mathscr{D}_X$. I studied a special Ind-sheaf called Ind-$\mathscr{D}_X$-modules this year, and I proved next two results. As a term here, I say coherent Ind-A-module if Ind-A-module satisfies some finiteness. As a first result, I proved that the category of coherent $\mathscr{A}$-modules and the category of coherent Ind-$\mathscr{A}$-modules with respect to sheaf of $\mathbb{C}$-algebras are equivalence of categories. And more, I proved that the category of coherent $\mathscr{D}_X$-modules and the category of coherent Ind-$\mathscr{D}_X$-modules are equivalence of categories as a corollary of this result. As a second result, I proved if a morphism of complex manifolds $f : Y \to X$ is non-characteristic for a Ind-$\mathscr{D}_X$-module M then a natural morphism of complex of Ind-sheaf $f^{-1}R\mathcal{I}hom_{\beta_X\mathscr{D}_X}(M, \mathscr{O}_X^\lambda) \longrightarrow R\mathcal{I}hom_{\beta_Y\mathscr{D}_Y}(\mathbb{D}f^{-1}(M), \mathscr{O}_Y^\lambda)$ is quasi isomorphism. Here the λ is t, w or ω, inparticular $\mathscr{O}_X^t$ is the Ind-sheaf of tempered holomorphic functions on X and $\mathscr{O}_X^{\mathrm{w}}$ is the Ind-sheaf of Whitney holomorphic functions on X. Furthermore, $R\mathcal{I}hom$ is the right derived functor of the hom-functor $\mathcal{I}hom$ of category of Ind-sheaves and $\mathbb{D}f^{-1}(M)$ is inverse image as Ind-$\mathscr{D}$-module of Ind-$\mathscr{D}_X$-module M by a morphism of complex manifols $f : Y \to X$. The second results is a generalization of Cauchy-Kovalevskaya-Kashiwara' theorem, it corresponds to a Ind-sheaf version of Cauchy-Kovalevskaya-Kashiwara' theorem with growth conditions which was proved by Luca Prelli.

B. 発表論文

1. Y.Ito: "Ind-$\mathscr{D}$-加群について—連接性と増大度付き Cauchy-Kovalevskaya-柏原の定理—", 東京大学修士論文.

C. 口頭発表

1. 層とコホモロジー, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 玉原セミナーハウス, 2015 年 8 月
2. The Riemann-Hilbert correspondence for Holonomic systems の (柏原 1984) 紹介 (論文紹介: M.Kashiwara), Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 玉原セミナーハウス, 2016 年 8 月