

第 2 3 回高木レクチャー

2019年6月8日(土)
京都大学数理解析研究所 大講義室 420 号室

ABSTRACT

甘利俊一:

Information Geometry

(情報幾何学)

Information geometry has emerged from a study on invariant structure of a family of probability distributions. The invariance gives a second-order symmetric tensor g and a third order-symmetric tensor T as unique invariant quantities. A pair (g, T) defines a Riemannian metric and dual affine connections which together preserves the metric. Information geometry studies a Riemannian manifold having a pair of dual affine connections. Such a structure also arises from an asymmetric divergence function and affine differential geometry. In particular, a dually flat Riemannian manifold is important for applications, because a generalized Pythagorean theorem and projection theorem hold. Wasserstein distance gives another important geometry which is non-invariant, preserving the metric of a sample space. We try to construct information geometry of the entropy-regularized Wasserstein distance.

情報幾何は確率分布族の空間の不変な構造の研究から生まれた。2階の対称テンソル g と3階の対称テンソル T が不変な構造として一意に定まる。 (g, T) の対から、リーマン計量と合わせてこれを保存する双対アファイン接続が得られる。情報幾何は双対接続を持つリーマン幾何を研究する。これは、非対称ダイバージェンスやアファイン微分幾何学からも得られる。双対平坦なリーマン空間は豊かな構造を持ち、拡張ピタゴラスの定理や射影定理が成立するため、応用上有用である。Wasserstein 距離は、不変ではないものの、サンプル空間の計量に依存する独自の構造を持つ。ここでは、エントロピーで規制した Wasserstein 距離の情報幾何の建設を試みる。

* * * * *

Mikhail Kapranov:

Infinite-dimensional (dg)Lie algebras and factorization algebras in algebraic geometry

(代数幾何学にあらわれる無限次元 (dg) リー環、因子化代数)

Infinite-dimensional Lie algebras (such as Kac–Moody, Virasoro etc.) govern, in many ways, various moduli spaces associated to algebraic curves. To pass from curves to higher-dimensional varieties, it is necessary to work in the setup of derived geometry. This is because many feature of the classical theory seem to disappear in higher dimensions but can be recovered in the derived (cohomological) framework.

The lectures will consist of 3 parts:

- (1) Review of derived geometry and of the phenomenon of "recovery of missing features".
- (2) The derived analog of the field of Laurent series in n variables ("with poles at a single point"). The corresponding higher current algebras and their relation to derived moduli spaces of G -bundles (based on joint work with G. Faonte and B. Hennion).
- (3) Derived Lie algebras of vector fields, their central extensions and cohomology. Role of factorization algebras in studying such cohomology (based on joint work with B. Hennion).

カツ・ムーディーやヴィラソロなどの無限次元のリー環は、代数曲線に付随する様々なモジュライ空間を統制します。曲線から高次元の多様体に拡張しようとする、導来幾何学の枠組みの中で考えることが必要になります。これは、古典論の中で高次元化で失われる多くの特徴が、導来的な（コホモロジー的な）枠組みの中では復活できるからです。

この講義は3つの部分から成ります。

- (1) 導来幾何学と、失われる特徴が復活するという現象のレビュー。
- (2) n 変数における、(一点に極をもつ) ローラン級数体の導来類似、対応する高次元のカレント代数と、その G -主束の導来モジュライ空間との関連 (G. Faonte と B. Hennion との共同研究に基づきます)。
- (3) ベクトル場の導来リー環と、その中心拡大、コホモロジー。コホモロジーの研究における因子化代数の役割 (B. Hennion) との共同研究に基づきます)。

組織委員会

小野 薫・河東泰之・熊谷 隆・小林俊行・斎藤 毅・中島 啓

主 催

一般社団法人日本数学会・京都大学数理解析研究所

協 力

Japanese Journal of Mathematics