The 14th Takagi Lectures

November 15 (Sat)–16 (Sun), 2014
Graduate School of Mathematical Sciences
The University of Tokyo, Tokyo, Japan

ABSTRACT

A. Guionnet:
Random Matrices and Free Analysis
（ランダム行列と自由解析）

We describe the Schwinger–Dyson equation related with the free difference quotient, as encountered in the enumeration of planar maps, free probability, random matrices or particles in repulsive interaction. In these lecture notes, we shall discuss how this equation can uniquely define the system and lead to deep properties such as existence of transport maps between solutions, leading to isomorphisms between related algebras. This analysis can be extended to systems which approximately satisfy these equations, such as random matrices or Coulomb gas interacting particle systems, yielding topological expansions and universality for the fluctuations of the eigenvalues.

平面写像の数え上げ、自由確率論、ランダム行列、反発相互作用する粒子の研究で出会う、自由差商に関連したシュウィンガー・ダイソン方程式を記述する。この講義ノートでは、この方程式がどのようにシステムを一意的に定義するか、関連する環の同型を導く、解の間の転送写像の存在などのような深い性質にどのように導くかを論じる。この解析は、ランダム行列やクーロン気体の相互作用する粒子系のように方程式を近似的に満たすシステムにも拡張され、固有値の変動に対する位相的拡大や普遍性を生み出す。

C. Manolescu:
Floer Theory and Its Topological Applications
（フレアー理論とトポロジーへの応用）

We survey the different versions of Floer homology that can be associated to three-manifolds. We also discuss their applications, particularly to questions about surgery, homology cobordism, and four-manifolds with boundary. We then describe Floer stable homotopy types, the related Pin(2)-equivariant Seiberg–Witten Floer homology, and its application to the triangulation conjecture.

3 次元多様体に対する Floer ホモロジーのいくつかについて概観を与える。また、それらの応用、特に手術、ホモロジーコボルディズムや境界付き 4 次元多様体に関する問題について議論する。更に、Floer 安定ホモトピー型、それに関わる Pin(2)-同変 Seiberg–Witten Floer ホモロジーとその 3 角形分割の予想への応用について述べる。

P. Scholze:
On Torsion in the Cohomology of Locally Symmetric Varieties
（局所対称多様体のコホモロジーのねじれ部分について）

This note explains some of the author's work on understanding the torsion appearing in the cohomology of locally symmetric spaces such as arithmetic hyperbolic 3-manifolds.
The key technical tool was a theory of Shimura varieties with infinite level at p: As p-adic analytic spaces, they are perfectoid, and admit a new kind of period map, called the Hodge–Tate period map, towards the flag variety. Moreover, the (semisimple) automorphic vector bundles come via pullback along the Hodge–Tate period map from the flag variety.
In the case of the Siegel moduli space, the situation is fully analyzed in [13]. We explain the conjectural picture for a general Shimura variety.

数論的な 3 次元双曲多様体など、局所対称空間のコホモロジーに現れるねじれ部分についての著者の研究を解説する。
主要な道具となるのは素数 p での無限レベルの志村多様体の理論である。これは p 進解析空間としてはパーフェクトイド空間であり、Hodge–Tate 周期写像とよばれる、旗多様体への新種の周期写像が定義される。さらに（半単純な）保型ベクトル束が Hodge–Tate 周期写像による旗多様体からのひきもどしとして定義される。
ジーゲル・モジュラー多様体の場合には、論文 [13] で詳細に調べた。一般の志村多様体の場合に何が期待されるか解説する。

A. Venkatesh:
Cohomology of Arithmetic Groups and Periods of Automorphic Forms
（数論的部分群のコホモロジーと保型形式の周期）

I will first give a brief introduction to the cohomology of arithmetic groups. I will not assume any prior exposure to the topic, although it will be helpful to be familiar with Hodge theory. I will emphasize one particularly interesting structure: a certain piece of their cohomology looks like the cohomology of a torus.
I will then propose an conjectural explanation for this structure, namely that there is a "hidden" action of certain motivic cohomology groups. I'll focus on consequences of this conjecture that can be understood without knowing details of motivic cohomology. In particular, the conjecture predicts numerical invariants attached to the cohomology (the "period matrix"), and I will discuss some verifications of these predictions (joint with K. Prasanna). As time permits, I will discuss how the conjecture is related to "derived" Hecke operators.

まず、数論的部分群のコホモロジーについて手短に紹介する。この講演では特に予備知識を仮定しないつもりであるが、ホッジ理論について馴染みがあることは講演を理解するうえで役立つであろう。私は、特に興味深い構造—コホモロジーのある部分がトーラスのコホモロジーのようにふるまう—という点を強調する。
次に、この構造に対する説明として、モチーフコホモロジー群の隠れた作用が存在するという予想を提案する。モチーフコホモロジーの詳細な知識を仮定せずに理解できる、この予想の帰結に焦点をあてる。特に、この予想はコホモロジーに付随した数値的な不変量（"周期行列"）があることを予知する。そこで、これらの予知について検証できたできたいくつかの結果を述べる（Prasanna との共同研究）時間があれば、この予想がどのように、"導来" ヘッケ作用素に関連しているかについても言及する。