斎 藤 毅 (SAITO Takeshi)

A. 研究概要

今年度の最大の成果は、代数閉体上の任意次元の多様体に対する、ℓ 進層の Euler 数の公式の証明である。これは加藤和也氏との共同研究である。代数曲線上の ℓ 進層の Euler 数について、それを境界での分岐の Swan 導手で表すという Grothendieck-Ogg-Shafarevich の公式が，1960 年代に示されていた。80 年代末、Bloch 氏は、高次元における分岐の不変量は、0 輪体類として定義されるべきことを示唆した。

この問題を、今年度の研究で次のように解決した。まず分岐の不変量を log 対角写像による引き戻しと Alteration を使って定義した。さらに、開多様体に対する Lefschetz 跡公式を示すことにより、ℓ 進層に対する Euler 数の公式を証明した。この公式は、Grothendieck-Ogg-Shafarevich の公式の高次元化であり、また 2 次元，階数 1 の場合の加藤の公式の一般化ともなっている。この結果については、加藤氏と共著の論文 [9] を書いた。論文中では、Serre の本 “Corps Locaux” にあるような、Swan 指標、Swan 導手の理論の高次元化を展開した。また代数曲面については、Hasse-Arf の定理の高次元化の証明も与えた。

このほか、剰余体が一般の局所体の分岐群の研究を続け、分岐群のフィルトレイションが分離であることの簡単な証明をえた。

The main result obtained this year is the proof of a formula for the Euler characteristic of an ℓ-adic sheaf on a variety of arbitrary dimension over an algebraically closed field. This is a joint work with Kazuya Kato. The Euler characteristic of an ℓ-adic sheaf on a curve is computed in terms of the Swan conductor of the ramification at the boundary by the Grothendieck-Ogg-Shafarevich formula proved in 1960's. In 80's, Bloch found that invariants of ramifications in higher dimension should be defined as 0-cycle classes.

The problem is solved in the following way. First, we define an invariant of ramification using the pull-back by the log diagonal map and an alteration. Further, by showing a Lefschetz trace formula for open varieties, we prove a formula for the Euler characteristic. This formula is a generalization to higher dimension of the Grothendieck-Ogg-Shafarevich formula and also generalizes a formula by Kato in the case of dimension 2 and rank 1. The result is written in a joint paper [9] in the list below. In the paper, we develop a theory in arbitrary dimension of Swan characters and Swan conductors as in the book “Corps Locaux” by Serre. For algebraic surfaces, we also establish a generalization of the Hasse-Arf theorem.

I also continued studying the ramification groups for a local field with arbtrary residue field and obtained an elementary proof of the fact that the filtration is separated.

B. 発表論文

1. T.Saito “Weight-monodromy conjecture for ℓ-adic representations associated to modular forms, A supplement to the paper [10]”, in B.B.Gordon et al.(eds.), The arithmetic and geometry of algebraic cycles, (2000) 427-431.
2. Q.Liu and T.Saito “Inequality for conductor and differentials of a curve over a local field,” J. of Algebraic Geometry 9 (2000) 409-424.
3. T.Saito “Weight spectral sequence and independence of ℓ”, Journal de l'Institut de Mathematiques de Jussieu 2, (2003), 1-52.
4. A.Abbes and T.Saito “Ramification of local fields with imperfect residue fields”, Americal J. of Mathematics, 124.5 (2002), 879-920.
5. A.Abbes and T.Saito “Ramification of local fields with imperfect residue fields II”, Documenta Mathematica, Extra Volume Kato (2003), 3-70 .
6. T.Saito “Log smooth extension of family of curves and semi-stable reduction”, Journal of Algebraic Geometry, 13 (2004), 287-321
7. T.Saito “Parity in Bloch's conductor formula in even dimension”, to appear in Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux.
8. K.Kato and T.Saito “Conductor formula of Bloch”, submitted.
9. K.Kato and T.Saito “Ramification theory for varieties over a perfect field”, submit-

ted.

10. T.Saito "Note on Stiefel-Whitney class of ℓ-adic cohomology", (preprint).

C. 口頭発表

1. Modular forms and p-adic Hodge theory. Université de Paris VI, 1999.3, Université de Paris Nord, 1999.3, Université de Paris-Sud, 1999.3, Uni. Köln, 1999.11.
2. Parity in conductor formula of Bloch, Ramification theory in higher dimension. Luminy, France, 1999.4 名大, 1999.5
3. Conductor formula of Bloch, log 幾何学研究集会 東大, 1999.8, 東工大, 1999.8, International conference on Arithmetic Algebraic Geometry, Venice, Italy, 1999.9, Algebraic K-theory, Oberwolfach, Germany, 1999.9 Max-Planck-Institut für Math., 1999.10 Cambridge Univ., 1999.11 Uni. Essen, 1999.12 Uni. Regensburg, 1999.12 Université de Paris Nord, 1999.12, Université de Paris-Sud, 1999.12, Université de Bordeaux I, 1999.12, Uni. Augsburg, 2000.1, Uni. Münster, 2000.1. 九大, 2000.5, Log geometry 国際研究集会 安曇野, 2000.7, Japan-America math. Inst.(Johns Hopkins 大) USA, 2001.3, Ecole normale Sup. 2001.6.
4. Weight spectral sequences and independence of l, 代数学コロキウム 東大, 2001.10, Conference on arithmetic geometry, KIAS, 韓国 2001.10, 早稲田, 2002.3. 日本数学会代数学シンポジウム, 室蘭, 2002.8 L-function and arithmetic, Muenster, Germany, 2002.9
5. Semi-stable reduction of surfaces, Cambridge 大 2001.5, Paris 北大 2001.5, Paris 南大 2001.6
6. Ramification of local fields with imperfect residue fields, 北海道大学. 2001.1 Arithmetic Geometry and Iwasawa theory, 東大 2001.4 , Algebraic Number theory, Oberwolfach 研究所, Germany 2001.6, Conference on ramification in arithmetic geometry, Paris 北大, France, 2002.9 京大数理研, 2002.12
7. Stiefel-Whitney class of ℓ-adic cohomology, Bordeaux 大, 2001.6, Paris 北大, 1999.4, Essen 大, 1999.11, 代数的整数論とその周辺, 京大数理研, 1998.12.
8. 数論幾何における Galois 表現, 日本数学会年会, 慶応大, 2001.3.
9. Deligne と Weil 予想, Encounter with Mathematics, 中央大学理工学部, 2002.12.
10. Lefschetz trace formula for open varieties and its application to ramification theory, (joint work with Kazuya Kato), 東大数理, 2004.1.

D. 講義

1. 数理科学 I : 微積分の続き (教養学部前期課程講義)
2. 集中講義（京大理、5 月）: 剰余体が一般の局所体の絶対 Galois 群の分岐群によるフィルトレイションについて、その定義と基本的性質を解説した。

E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 吉田 輝義 (YOSHIDA Teruyoshi): On non-abelian Lubin-Tate theory via vanishing cycles
2. (修士) 大野 雅英 (OHNO Tadaaki): 楕円曲線の有理点.

F. 対外研究サービス

1. COE 国際研究集会 "Arithmetic Geometry" (2004.2) オーガナイザー
2. Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu, エディター
3. Journal de théorie des nombres de Bordeaux, エディター
4. Documenta Mathematica, エディター
5. 日本数学会編「数学辞典」,「整数論」専門編集員

G. 受賞

日本数学会賞春季賞 2001.3.