ℓ進層の特性類と分岐について

東京大学数理科学研究科　斎藤　毅

概 要

ℓ 進層に対し、特性類が定義される．特性類は ℓ-進層の暴分岐と結びついている．暴分岐を Galois 被覆で消すことで，特性類を Swan 類で表わせる．また，暴分岐を直積内の対角内の分岐因子でブローアップして消すことで，特性類の精密化として，特性サイクルが得られる．これは，分岐群の理論を用いて定義され，$\mathcal{D}$ 加群の超局所解析の類似である．

目 次

1　特性類 **1**

2　Swan 類 **3**

3　分岐群 **4**

4　特性サイクル、超局所解析との類似 **7**

1　特性類

この節では，ℓ 進層に対し、特性類を定義し，その基本的な性質を記述する．ℓ 進層の特性類は，名前こそそのように呼ばれていないものの，実質的には [4] で定義されている．詳しくは，[3] で調べられている．

k を標数 $p > 0$ の体とし，X を k 上有限型な分離スキームとする．$\ell \neq p$ を素数とし，$\mathcal{F}$ を X 上の ℓ 進層とする．$a : X \to k$ を構造射とし，$K_X = a^!\mathbb{Q}_\ell$ とおく．$\mathcal{F}$ の特性類

$$C(\mathcal{F}) \in H^0(X, K_X)$$

を下のように定義する．X が k 上スムーズかつ d 次元なら，$H^0(X, K_X) = H^{2d}(X, \mathbb{Q}_\ell(d))$ であり，$C(\mathcal{F})$ は $H^{2d}(X, \mathbb{Q}_\ell(d))$ の元として定義される．

$\mathcal{F}$ の恒等写像 $1 \in Hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ を考える．標準的な同一視

$$\begin{aligned} Hom(\mathcal{F}, \mathcal{F}) &= H^0_X(X \times X, R\mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, Rp_1^!\mathcal{F})) \\ &= H^0_X(X \times X, R\mathcal{H}om(p_1^*\mathcal{F}, Rp_2^!\mathcal{F})) \end{aligned}$$

と，自然なペアリング $R\mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, Rp_1^!\mathcal{F}) \otimes R\mathcal{H}om(p_1^*\mathcal{F}, Rp_2^!\mathcal{F}) \to K_{X\times X}$ によって定まるカップ積

$$\langle 1,1\rangle \in H^0_X(X\times X, K_{X\times X})$$

を考える．ここで，X は対角射 $X \to X\times X$ により，$X\times X$ の閉部分スキームと考える．$p_1, p_2 : X\times X \to X$ は，射影を表わす．台つきコホモロジー $H^0_X(X\times X, K_{X\times X})$ は $H^0(X, K_X)$ と標準的に同一視されるので，次のように定義する．

定義 **1** (cf. [4]) 特性類

$$C(\mathcal{F}) \in H^0(X, K_X)$$

を，カップ積 $\langle 1,1\rangle$ として定義する．

スキーム X がスムーズかつ d 次元で，層 $\mathcal{F}$ がスムーズかつ階数 r なら，

$$C(\mathcal{F}) = r\cdot(X,X)_{X\times X} = r\cdot(-1)^d c_d(\Omega^1_{X/k})$$

である．まん中の式は，$X\times X$ の中での対角 X の自己交点積を表わす．c_d は d 次の Chern 類である．

X が固有なら，Lefschetz 跡公式 ([4])

$$\mathrm{Tr}\ C(\mathcal{F}) = \chi(X_{\bar{k}}, \mathcal{F})$$

により，Euler 数 $\chi(X_{\bar{k}}, \mathcal{F}) = \sum_{q=0}^{2\dim X}(-1)^q \dim H^q(X_{\bar{k}}, \mathcal{F})$ が，特性類のトレース射 $\mathrm{Tr} : H^0(X, K_X) \to \mathbb{Q}_\ell$ による像として計算できる．

devissage により，特性類の計算は，スムーズ開部分スキーム $j : U \to X$ 上のスムーズ ℓ 進層 $\mathcal{F}$ に対する，差

$$C(j_!\mathcal{F}) - \mathrm{rank}\ \mathcal{F}\cdot C(j_!\mathbb{Q}_\ell)$$

の計算に帰着される．$\mathcal{F}$ の境界 $X\setminus U$ に沿っての分岐が穏なら，差は 0 である．したがって，問題は暴分岐の扱いである．

暴分岐の寄与は，暴分岐を消し，その消え方をみることによって，調べることができる．暴分岐の消し方には，次の 2 通りがある．

1. 有限 Galois 被覆．
2. 直積内の対角での blow-up

第 1 の方法は，古くからとられているものである．これによれば，特性類を Swan 類で表わせる．第 2 の方法は新しいもので，これにより，特性類を分岐群と結びつけて計算できる．第 2 の方法には，$\mathcal{D}$ 加群の理論における超局所解析との類似がみられる．

2 Swan類

この節では，ℓ 進層の Swan 類の定義 [7] を紹介し，特性類との関係 [3] を与える．

$j : U \to X$ を開埋め込みとし，$\mathcal{F}$ を U 上のスムーズ ℓ 進層とする．Swan 類 $\mathrm{Sw}\ \mathcal{F} \in CH_0(X \setminus U)_{\mathbb{Q}}$ を，境界に台をもつ 0 輪体類として定義する．

簡単のため，有限エタール Galois 被覆 $V \to U$ で，$\mathcal{F}$ のひきもどしが定数層となるものが存在すると仮定する．M を，$\mathcal{F}$ に対応する Galois 群 G の表現とする．一般の場合の定義には，Brauer 跡を用いる．さらに簡単のため、曲線の場合に考える．高次元では，オルタレイションをとる必要がある．

$X \supset U$ と $Y \supset V$ をスムーズなコンパクト化とする．境界の各点 $y \in Y \setminus V$ に対し，(y, y) での $Y \times Y$ のブローアップ $(Y \times Y)' \to Y \times Y$ を，log ブローアップとよぶ．対角射 $T \to Y \times Y$ は，log 対角射 $Y \to (Y \times Y)'$ をひきおこす．log 対角射 $Y \to (Y \times Y)'$ の像を，$\Delta_Y^{\log}$ で表わす．

G の元 $\sigma \neq 1$ をとる．$(Y \times Y)'$ での，グラフ $\Gamma_\sigma \subset V \times V$ の閉包 $\widetilde{\Gamma}_\sigma$ は，図のようになる．図の右上のように，$\widetilde{\Gamma}_\sigma$ と log 対角 $\Delta_Y^{\log}$ が交わらない点での σ の分岐は穏であり，

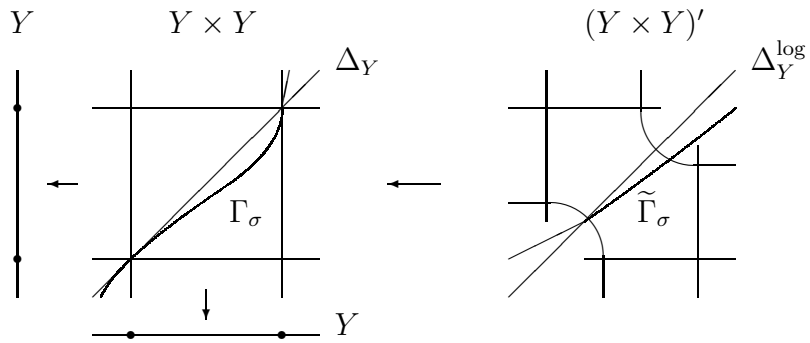

図 1: log ブローアップ

左下のように，$\widetilde{\Gamma}_\sigma$ と $\Delta_Y^{\log}$ の像が交わる点での，σ の分岐は暴である．

Swan 指標類 $s_{V/U}(\sigma) \in CH_0(Y \setminus V)$ を，

$$s_{V/U}(\sigma) = \begin{cases} -(\Gamma_\sigma, \Delta_Y^{\log})_{(Y\times Y)'} & \text{if } \sigma \neq 1 \\ -\sum_{\tau\neq\sigma} s_{V/U}(\tau) & \text{if } \sigma = 1 \end{cases}$$

で定める．右辺は，log ブローアップ $(Y \times Y)'$ の中での log 対角 $Y = \Delta_Y^{\log}$ との交点積を，Y 上のサイクル類とみたものを表わす．

Swan 類 $\mathrm{Sw}\ \mathcal{F} \in CH_0(X \setminus U)_{\mathbb{Q}}$ は，

$$\mathrm{Sw}\ \mathcal{F} = \frac{1}{|G|} \sum_{\sigma\in G} f_* s_{V/U}(\sigma) \mathrm{Tr}(\sigma : M)$$

で定義される．f_* は，射 $f : Y \to X$ による像を表わす．曲線の場合には，Swan 類の定義は，Swan 導手の古典的な定義を幾何的に言いかえただけである．

$\mathrm{cl} : CH_0(X \setminus U)_{\mathbb{Q}} \to H^0(X, K_X)$ をサイクル写像とすると，次がなりたつと考えられる．

予想 **2**

$$C(j_!\mathcal{F}) = \text{rank } \mathcal{F} \cdot C(j_!\mathbb{Q}_\ell) - \text{cl Sw } \mathcal{F}.$$

この予想は，簡単な技術的仮定のもとで示されている [3]．この仮定は特異点の解消がなりたつかあるいは，U の有限エタール被覆で $\mathcal{F}$ のひきもどしが定数層となるものがあれば，みたされている．

予想の証明されている場合より，Grothendieck-Ogg-Shafarevich 公式の高次元化が仮定なしにしたがう．

系 **3** [7]

$$\chi_c(U_{\bar{k}}, \mathcal{F}) = \text{rank } \mathcal{F} \cdot \chi_c(U_{\bar{k}}, \mathbb{Q}_\ell) - \deg \text{ Sw } \mathcal{F}$$

がなりたつ．

予想の証明の過程で，次の，開多様体に対する Lefschetz 跡公式が示される．記号を変えて，X を k 上の固有スムーズ多様体とし，$U \subset X$ を単純正規因子 D の補開部分多様体とする．Γ を $U \times U$ の閉部分スキームとする．$\tilde{\Gamma} \subset (X \times X)'$ を log ブローアップの中での閉包とし，$(D \times X)'$ と $(X \times D)'$ をそれぞれ $D \times X$ と $X \times D$ の固有変換とする．

定理 **4** [7]　$\tilde{\Gamma} \cap (D \times X)' \subset \tilde{\Gamma} \cap (X \times D)'$ と仮定する．このとき，$H_c^*(U_{\bar{k}}, \mathbb{Q}_\ell)$ の自己準同形 Γ^* が定義され，

$$\mathrm{Tr}(\Gamma^* : H_c^*(U_{\bar{k}}, \mathbb{Q}_\ell)) = (\tilde{\Gamma}, \Delta)_{(X \times X)'}$$

がなりたつ．

右辺は log ブローアップ $(X \times X)'$ の中での交点数を表わす．左辺は跡の交代和である．

3　分岐群

剰余体が一般の局所体の絶対 Galois 群の分岐群によるフィルトレイションが，[1], [2] で定義され調べられている．これまでにわかっていることを，簡単にまとめておく．分岐群について，いろいろなことを証明するには，リジッド幾何が必要になることが多いが，結果を述べるだけなら，代数幾何のことばで十分なことが多い．

X を k 上のスムーズ多様体とし，D をスムーズな既約因子とする．ξ を D の生成点とし，$S = \mathrm{Spec}\ \widehat{O}_{X,\xi}$ とおき，K を $\widehat{O}_{X,\xi}$ の分数体，$\eta = \mathrm{Spec}\ K$ とする．K は完備離散付値体であり，$\widehat{O}_{X,\xi}$ はその付値環である．絶対 Galois 群 $G_K = \mathrm{Gal}(K^{\mathrm{sep}}/K)$ の，log 分岐群による減少フィルトレイション $G_K^{r,\log},\ (r \in \mathbb{Q}, r \geq 0)$ は次の性質をもつ．有理数 $r \geq 0$ に対し，$G_K^{r+,\log} = \overline{\bigcup_{s>r} G_K^{s+,\log}}$ とおく．$G_K^{0,\log}$ は惰性群 I であり，$G_K^{0+,\log}$ は暴惰性群，つまり I の pro-p 惰性群 P である．

$\mathcal{F}$ を $U = X \setminus D$ 上のスムーズ ℓ 進層とする．$G_K^{0+,\log}$ が pro-p 群なので，G_K の ℓ 進表現 $\mathcal{F}_{\bar{\eta}}$ の直和分解

$$\mathcal{F}_{\bar{\eta}} = \bigoplus_{r \geq 0, r \in \mathbb{Q}} \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)}$$

で，固定部分 $\mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{G_K^{r+,\log}}$ が $\bigoplus_{s \leq r} \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(s)}$ となるものが定まる．さらに，$r > 0$ ならば，各直和成分 $\mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)}$ は，$G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}$ の指標による直和分解

$$\mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)} = \bigoplus_{\chi \in (G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log})^*} \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r,\chi)}$$

をもつ.

以下，簡単のため，$\mathcal{F}_{\bar{\eta}} = \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)}$ とする．たとえば，$\mathcal{F}$ が既約なら，これはなりたつ．条件 $r = 0$ は，$\mathcal{F}_{\bar{\eta}}$ の分岐が穏なことと同値なので，以下 $r > 0$ の場合を考える．log smooth 局所的には，r は整数としてよい．以下 $r > 0$ を正の整数と仮定する．

$X \times_k S$ の閉部分スキーム $D \times_k \xi$ でのブローアップから，$D \times S$ と $X \times \xi$ の固有変換を除いたものを log 積とよび，$(X \times_k S)^\sim$ で表わす．$S \to (X \times_k S)^\sim$ を log 対角射とする．第 2 射影 $(X \times_k S)^\sim \to S$ に関する閉ファイバーは，対数接束 $TX^{\log} = \mathbf{V}(\Omega^1_{X/k}(\log D)) = \mathrm{Spec}\ S^\bullet(\Omega^1_{X/k}(\log D)) \to X$ の ξ 上のファイバーである．

$D_{w,S}$ を S の因子 $r\xi$ とする．これを log 対角射により，$(X \times_k S)^\sim$ の閉部分スキームとみて，$(X \times_k S)^\sim$ を $D_{w,S}$ でブローアップする．このブローアップから，閉ファイバーの

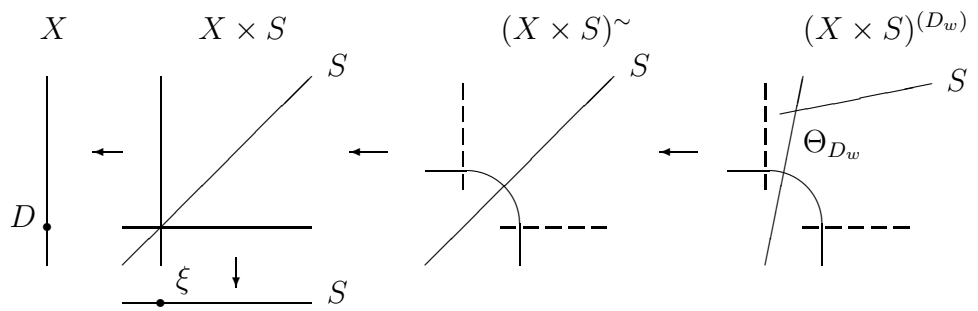

図 2: 暴ブローアップ

固有変換を除いたものを，$(X \times_k S)^{(D_w)}$ で表わす．第 2 射影 $(X \times_k S)^{(D_w)} \to S$ に関する閉ファイバー Θ_{D_w} は，ひねった対数接束 $TX^{\log}(-rD) = \mathbf{V}(\Omega^1_{X/k}(\log D)(rD)) \to X$ の ξ 上のファイバーである．

定理 **5** $r > 0$ を正の整数とする．

1．χ を部分商 $G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}$ の指標とする．

（1）指標 χ は，Θ_{D_w} 上の階数 1 の非自明なスムーズ層 $\mathcal{L}_\chi$ を定める．

（2）$\mathcal{L}_\chi$ の Fourier-Deligne 変換は，双対空間 $\Theta^*_{D_w}$ の $\kappa(\xi)$ 上純非分離な 0 でない閉点に台をもつ．

2．$\mathcal{F}$ を $\mathcal{F}_{\bar\eta} = \mathcal{F}^{(r)}_{\bar\eta}$ をみたす $U = X \setminus D$ 上のスムーズ ℓ 進層とする．第 2 射影 $(X \times_k S)^{(D_w)} \to S$ に関する Θ_{D_w} 上の隣接輪体層 $\psi(pr_1^*\mathcal{F})$ は，標準同形

$$\psi(pr_1^*\mathcal{F}) \to \bigoplus_\chi \mathcal{L}_\chi \otimes pr_2^*\psi(\mathcal{F}^{(\chi)})$$

をもつ．

1（1）と 2 は [1] II で示されている．2 の同形は次のように，分岐がブローアップで消せることを表わしている．定数変形 $X \times S$ への $\mathcal{F}$ のひきもどし $pr_1^*\mathcal{F}$ を考え，さらにその暴ブローアップ $(X \times_k S)^{(D_w)}$ へのひきもどしを考える．これの Θ_{D_w} に沿った分岐は隣接輪体層 $\psi(pr_1^*\mathcal{F})$ で測れる．2 の同形によれば，これは，$\mathcal{F}$ の階数と等しい階数をもつ．さらにこれの分岐は，K の分離閉包までいけば自明になる．つまり，分岐は，S の定数拡大によって消すことができる．

1（2）は新しい結果であり，Θ_{D_w} 上の階数 1 の層 $\mathcal{L}_\chi$ が，Θ_{D_w} 上の加法的多項式が定める Artin-Schreier 層であるということである．このことから，部分商 $G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}$ が p 倍で消える Abel 群であり，指標群からの単射

$$\mathrm{Hom}(G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}, \mathbb{F}_p) \to \mathrm{Hom}_{\kappa(\xi)}(m_K^r/m_K^{r+1}, \Omega^1_{X/k}(\log D) \otimes \overline{\kappa(\xi)}) \tag{1}$$

が定まることが従う．1（2）の証明は，2 の同形を使ってなされる．詳しくは論文を準備中である．

単射 (1) を用いて，Hasse-Arf の定理を，弱めた形で一般化することができる．

系 **6** $\mathrm{Sw}_\eta(\mathcal{F}) = \sum_r r \dim \mathcal{F}^{(r)}_{\bar\eta}$ と定義すると，$\mathrm{Sw}_\eta(\mathcal{F}) \in \mathbb{Z}[\frac{1}{p}]$ である．

定理の証明と同じ考えに基づいて，正標数の局所体の絶対 Galois 群の Abel 商について，加藤氏が定義した分岐群のフィルトレイション [6] と，Abbes-斎藤が定義した log 分岐群のフィルトレイションが一致することが示される [2]．

4　特性サイクル、超局所解析との類似

この節では，適当な仮定のもとに ℓ 進層の特性サイクルが対数余接層上のサイクルとして定義でき，それを使って特性類を表わせることをみる．さらに，$\mathbb{C}$ 上の多様体上の $\mathcal{D}$ 加群の特異台との類似について考える．

X が k 上スムーズとし，$D=\sum_i D_i$ を X の単純正規因子，$U=X\setminus D$ とする．$\mathcal{F}$ を U 上のスムーズ ℓ 進層とする．次の仮定をおく．

> 各既約成分 D_i に対し，$\mathcal{F}_{\bar{\eta}_i}=\mathcal{F}_{\bar{\eta}_i}^{(r_i)}, r_i\in\mathbb{N}$ である．$r_i>0$ ならば，$G_{\eta_i}^{r_i,\log}/G_{\eta_i}^{r_i+,\log}$ の指標 χ_i で，$\mathcal{F}_{\bar{\eta}_i}=\mathcal{F}_{\bar{\eta}_i}^{(\chi_i)}$ をみたすものがある．$D_w=\sum_i r_iD_i,\ D_w^0=\sum_{i,r_i>0}D_i$ とおく．さらに，$O_{D_w^0}$ 加群の，いたるところ 0 でない射
>
> $$O_{D_w^0}(-D_w)\to\Omega_{X/k}(\log D)\otimes_{O_X}O_{D_w^0} \tag{2}$$
>
> で，各生成点 $\xi_i\in D_i$ での stalk が，$\mathcal{L}_{\chi_i}$ の Fourier-Deligne 変換の台を与えるものがある．

このとき，次がなりたつ．

定理 7　$d=\dim X$ とすると

$$C(j_!\mathcal{F})=\mathrm{rank}\mathcal{F}\cdot(-1)^dc_d(\Omega^1_{X/k}(\log D)(D_w)).$$

これは，階数 1 の場合の加藤氏による結果の一般化である．

証明の概略は次のとおりである．$(X\times X)'$ を log ブローアップとし，$X\subset(X\times X)'$ を log 対角とする．$(X\times X)^{(D_w)}\to(X\times X)'$ を、log 対角の中の Swan 因子 D_w でのブローアップとする．ブローアップ $(X\times X)^{(D_w)}\to(X\times X)'$ の例外因子 E は，ひねった対数接束 $T^{\log}_X(-D_w)=\mathbf{V}(\Omega_{X/k}(\log D)(D_w))$ の D_w^0 への制限である．$U\times U$ 上の層 $\mathcal{H}$ を $\mathcal{H}=\mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F},p_1^*\mathcal{F})$ で定め，$j:U\times U\to(X\times X)^{(D_w)}$ を開埋め込みとする．$j_*\mathcal{H}$ の E への制限は，$\mathcal{L}_\chi$ の直和と同形である．このことを使って，$1\in H^0_X((X\times X)^{(D_w)},j_*\mathcal{H}(d)[2d])$ が定義される．さらに，

$$C(j_!\mathcal{F})=\mathrm{Tr}\ \langle 1,1\rangle=\mathrm{rank}\ \mathcal{F}\cdot(X,X)_{(X\times X)^{(D_w)}}$$

が示せる．真ん中の式はカップ積であり，右の式は交点積である．$(X,X)_{(X\times X)^{(D_w)}}=(-1)^dc_d(\Omega^1_{X/k}(\log D)(D_w))$ より，定理の式がしたがう．これも，詳しくは論文を準備中である．

定理 7 の仮定のもとで，$\mathcal{F}$ の特性サイクルを，対数余接束 $T^*X^{\log}=\mathbf{V}_X(\Omega_{X/k}(\log D)^*)$ の d 次元サイクルとして，次のように定義することができる．$O_{D_w^0}$ 加群の射 (2) は，D_w^0 上の直線束の対数余接束への閉埋め込み

$$\mathbf{V}_{D_w^0}(O_{D_w^0}(D_w))\to T^*X^{\log}$$

を定める．$T^*X^{\log}$ の d 次元サイクルを

$$Ch(\mathcal{F}) = \text{rank } \mathcal{F} \cdot [\mathbf{V}_{D_w^0}(O_{D_w^0}(D_w))]$$

で定めると，定理の式は，

$$C(j_!\mathcal{F}) - \text{rank } \mathcal{F} \cdot C(j_!\mathbb{Q}_\ell) = -([Ch(\mathcal{F})], 0)_{T^*X^{\log}}$$

と書き直すことができる．左辺は，ベクトル束 $T^*X^{\log}$ 内での 0 切断との交点積である．特性サイクル $Ch(\mathcal{F})$ は，$\mathcal{H} = \mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, p_1^*\mathcal{F})$ の，隣接輪体層をとり，さらにこれに Fourier-Deligne 変換を適用することによって定義されていることに注意しておく．

$\mathbb{C}$ 上の多様体上の倒錯層あるいは $\mathcal{D}_X$ 加群の特性サイクルあるいは特異台との間には，次のような類似がある．$\mathbb{C}$ 上の多様体については，Riemann-Hilbert 対応とよばれる圏の同値

$$(\text{確定特異点型ホロノミー } \mathcal{D}_X \text{ 加群}) \to (\mathbb{C}_X \text{ 加群の倒錯層})$$

がある．$\mathcal{D}_X$ 加群 $\mathcal{M}$ の特性サイクル $Ch(\mathcal{M})$ は，$\mathcal{O}_{T^*X} = gr^\bullet(\mathcal{D}_X)$ 加群 $gr^\bullet(\mathcal{M})$ の類として定義される．これは，余接束 T^*X 上のサイクルである．

柏原-Schapira は，[5] で，特性サイクル $CC(\mathcal{F})$ を，余接束 T^*X 上のサイクルとして，Riemann-Hilbert 対応を使わずに，次のように直接定義した．X を d 次元複素多様体とする．まず $X \times X$ 上の層の複体 $\mathcal{H} = R\mathcal{H}om(\text{pr}_2^*\mathcal{F}, \text{pr}_1^!\mathcal{F})$ を考える．$X \to X \times X$ の，接束 $X \to TX$ への変形を考え，隣接輪体関手を $\mathcal{H}$ に適用することにより，$\nu hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ が接束 TX 上に定義される．さらに，Fourier-佐藤変換を適用して，$\mu hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ が T^*X 上に定義される．$\mu hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ の台として，特異台 $SS(\mathcal{F})$ が T^*X の閉集合として定義される．さらに，$SS(\mathcal{F})$ に台をもつ $\mu hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ の標準切断の像として，特性サイクル $CC(\mathcal{F})$ が $H^{2d}_{SS(\mathcal{F})}(T^*X, \mathbb{C}_{T^*X})$ の元として定義される (loc. cit. Definition 9.4.1)．$\dim_{\mathbb{C}} SS(\mathcal{F}) = d$ だから，特性サイクル $CC(\mathcal{F})$ は T^*X の d 次元サイクルと考えることができる．$CC(\mathcal{F})$ の $H^{2d}(T^*X, \mathbb{C}_{T^*X}) = H^{2d}(X, \mathbb{C}_X)$ での像は，特性類 $C(\mathcal{F})$ と一致する (loc. cit. Proposition 9.5.1)．

Verdier は ℓ 進層について、柏原-Schapira と同様の構成を考えた [8] が，その方法では，暴分岐をとらえることができない．この節の構成は，隣接輪体関手を $\mathcal{H}$ に適用し，さらに，Fourier-Deligne 変換を適用するという点で，柏原-Schapira の構成と著しい類似がみられる．ただし，ℓ 進層の暴分岐に対応する現象は，$\mathcal{D}_X$ 加群の不確定特異点と考えられており，より正確な類似が何であるかは，まだよくわかっていない．

参考文献

[1] A. Abbes, T. Saito, *Ramification of local fields with imperfect residue fields*, Amer. J. of Math. **124** (2002), 879-920; *ibid. II*, Documenta Math., Extra Volume K. Kato (2003), 3-70.

[2] —, *Analyse micro-locale ℓ-adique en caractéristique $p > 0$: Le cas d'un trait*, (preprint) `math.AG/0602285`

[3] —, *The characteristic class and ramification of an ℓ-adic étale sheaf*, (preprint) `math.AG/0604121`

[4] A. Grothendieck, rédigé par L. Illusie, *Formule de Lefschetz,* exposé III, SGA 5, Springer LNM **589** (1977) 73-137.

[5] M. Kashiwara, P. Schapira, Sheaves on manifolds, Springer-Verlag (1990).

[6] K. Kato, *Swan conductors for characters of degree one in the imperfect residue field case*, Algebraic K-theory and algebraic number theory (Honolulu, HI, 1987), 101–131, Contemp. Math., 83, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1989.

[7] K. Kato, T. Saito, *Ramification theory for varieties over a perfect field*, (preprint) `math.AG/0402010` to appear in Annales of Math.

[8] J.-L. Verdier, *Spécialisation de faisceaux et monodromie modérée*, dans Analyse et topologie sur les espaces singuliers, Astérisque **101-102** (1981), 333-364.