

題目 代数体のガロワ表現 (Galois representations of number fields)

概要 1993年のWilesとTaylorによるFermat予想の解決以来、代数体のガロワ表現の理論は大きく進展し、佐藤・Tate予想、Serre予想、Fontaine・Mazur予想などの重要な予想が、証明あるいはほぼ証明されるまでになった。この講義では、これらの結果を紹介し、その証明や、そこで使われる方法などを、時間の許す限りなるべく詳しく解説する。

次のような項目を解説する予定です。

1 . ガロワ表現に関する基本的用語

Frobenius 置換, 整合系, Weil 予想など .

2 . 保型形式とそれともなうガロワ表現

モジュラー曲線とそのヤコビアン の Tate 加群による構成 . 総実体への拡張 . 局所 Langlands 対応との両立性 .

3 . Serre 予想

Serre weight, Fontaine-Lafaille 理論, Serre 予想の帰結 (Artin 予想, 志村・谷山予想など)

4 . Modularity lifting theorems

変形環とヘッケ環, 枠つき変形 . $R = T$ の判定法, Euler 数の計算 .

5 . Lifting theorems.

3-5 trick, potential modularity, Brauer induction,...

参考書

J.-P. Serre, “Abelian l -adic representations and elliptic curves.” Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass., 1989. 和訳あり 鈴木治郎訳 ピアソンエデュケーション (1999)

J.-P. Serre, Oeuvres - Collected Papers Volumes 1-4, Springer-Verlag (1986, 2003)

加藤和也「フェルマーの最終定理・佐藤 - テイト予想解決への道」岩波書店 (2009)

斎藤 毅「フェルマー予想」岩波書店 (2009)

斎藤・安田・山下 (編) $R = T$ の最近の発展 (2009)

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~gokun/R=T.html#Proceeding>

履修上の注意 代数体や局所体、楕円曲線に関する基礎的知識は既知とし、講義では改めて解説しません。それらを知らない場合は、あらかじめ自習しておく必要があります。

関連ホームページ <http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~t-saito/ce/nt09/nt.html>