11/04 局所定数層：有限エタールスキームで表現される層。

（局所定数層の圏）＝（基本群の連続作用をもつ有限集合の圏）

例：k が体で，$X = \mathrm{Spec}\, k$ のとき.（X 上の有限エタールスキーム）＝（k の有限次分離拡大の Spec の有限無縁和）＝（絶対 Galois 群の連続作用をもつ有限集合の圏）

アーベル群のエタール層の圏はアーベル圏をなす．核，余核が存在し，像＝余像.

例：定数層．μ_N.

スムーズ ℓ 進層 $\mathcal{F} = \mathbb{Q}_\ell \otimes \varprojlim{}_n \mathcal{F}_n$. $\mathcal{F}_n$ は局所定数.

（スムーズ ℓ 進層の圏）＝（基本群の ℓ 進表現の圏）

アーベル群のエタール層の圏の任意の対象は単射的分解をもつ．$\Rightarrow$ エタール・コホモロジー $H^q(X, \mathcal{F})$ が定義される.

コンパクト台コホモロジー $H^q_c(U, \mathcal{F}) = H^q(X, j_!\mathcal{F})$. $j_!\mathcal{F}(U) = \mathrm{Ker}(j_*\mathcal{F} \to i^*j_*\mathcal{F})$.

例 $n \geq 1$ を F で可逆な自然数とする．Kummer 完全系列 $0 \to \mu_n \to \mathbb{G}_m \to \mathbb{G}_m \to 0$ により，長完全列

$$
\begin{aligned}
0 \;\to\;& H^0(X, \mu_n) \to H^0(X, \mathbb{G}_m) \to H^0(X, \mathbb{G}_m) \\
\to\;& H^1(X, \mu_n) \to H^1(X, \mathbb{G}_m) \to H^1(X, \mathbb{G}_m) \\
\to\;& H^2(X, \mu_n) \to H^2(X, \mathbb{G}_m) \to H^2(X, \mathbb{G}_m) \to
\end{aligned}
$$

が得られる．ここで，$H^1(X, \mathbb{G}_m) = \mathrm{Pic}(X)$