

提出先：教養学部教務課前のレポートボックス

提出期間：2019/12/16（月）～2019/12/26（火）13:00

返却はレポートボックスを用いて行う。期日は未定である。

※ このファイルを **B4** サイズの用紙に縦向きに印刷し、レポート用紙とすること。紙面の大きさは B4 に設定されているが、プリンタの設定は各自で確認すること。なお、印刷が困難である場合には速やかに足助まで申し出ること。

学生証番号	氏名	共同作成者（ある場合）

問. $V = \{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \mid a_n \in \mathbb{C}, a_{n+3} = a_n\}$ と置く. V は数列の和と定数倍（スカラー倍）に関して複素線型空間である（このことは認めて良い）. $a = (a_n)_{n \in \mathbb{N}}, b = (b_n)_{n \in \mathbb{N}} \in V$ について

$$\langle a \mid b \rangle = \overline{a_0}b_0 + \overline{a_1}b_1 + \overline{a_2}b_2$$

と置く. また, $a = (a_n) \in V$ について（「 $n \in \mathbb{N}$ 」は省略した. 以下同様） $\varphi(a) \in V$ を

$$\varphi(a)_n = a_{n+1}$$

により定める（ $\varphi(a)$ を, 第 n 項が a_{n+1} に等しい数列として定める）. 最後に, $e(0), e(1), e(2) \in V$ をそれぞれ条件

$$e(i)_n = \begin{cases} 1, & n = 3m + i, \text{ ただし } m \in \mathbb{N}, \\ 0, & \text{その他の場合} \end{cases}$$

により定める.

0) $a \in V$ について $\varphi(a) \in V$ であることを確かめよ.

※ これは各自で確かめれば良い. 解答は不要である.

1) $\langle \cdot \mid \cdot \rangle$ は V のエルミート内積であることを示せ.

2) $\{e(0), e(1), e(2)\}$ は V の $\langle \cdot \mid \cdot \rangle$ に関する正規直交基底 (o.n.b.) であることを示せ.

3) $(e(0), e(1), e(2))$ に関する φ の表現行列を求めよ.

4) φ は等長変換（計量を保つ線型変換）であることを示せ（この場合, φ はユニタリ変換とも呼ばれる）. また, φ が対角行列で表されるような（表現行列が対角行列であるような） V の正規直交基底を一組求めよ. その基底に関する φ の表現行列も求めること.

※ 参考文献がある場合には最後にまとめて箇条書きで示すこと.

※ 裏面を用いても良いが, 表面の末尾にその旨示すこと. また, 裏面を用いる際には表面と上下が同一になるように（左あるいは右綴じになるように）用いること.

※ 共同作成者に記載がないにもかかわらず, ほかのレポートとほぼ同一であるレポートが散見される. 誰かと共同してレポートを作成することは構わないが, そのことは明記すること. それをしなければ剽窃であって, これは学術上の致命的な不正行為である. 万一, 写される側がそのことを承知していなかったことが露見した場合には重大な結果をもたらす可能性がある.

(以上)