２０１１年度夏学期数理科学II 期末試験問題

７月２７日　１０：５５～１２：２５（９０分），持ち込み不可

担当：斉藤　義久

[1] 次の微分方程式を解け．

(1) $x'+\dfrac{1+x^2}{1+t^2}=0$　　(2) $x'=\cos(t+x)$　　(3) $x'=\dfrac{4t-x}{2t+x}$

[2] 次の微分方程式の実数解を求めよ．

(1) $x''-5x'+6x=0$　　(2) $x''+x'+x=0$　　(3) $x''-5x'+6x=1+t+e^t$

(4) $x'''-3x'-2x=e^t+e^{-t}$　　(5) $x''''+2x''+x=\sin t+\cos 2t$

[3] 行列 A を以下のように与えるとき，微分方程式

$$\mathbf{x}'(t)=A\mathbf{x}(t)$$

を解け．ただし $\mathbf{x}(t)$，　$\mathbf{x}(0)$ は以下のものとする．

$$\mathbf{x}(t)=\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix},\qquad \mathbf{x}(0)=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\quad (初期値)$$

(1)　$A=\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$　　(2)　$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

[4] 隣り合う３個の質点がバネにつながれて１直線上に並んでいる系を考える．

質点の質量は全て同じ $(=m)$ で，バネも全て同じバネ定数 $(=k>0)$ とする．

(1) 左から i 番目の質点の変位を $x_i(t)$ $(i=1,2,3)$ とするとき，各質点の運動方程式を求めよ．ただし床からの摩擦は無視出来るものとする．

(2) 初期条件：$x_1(0)=-1,\ x_2(0)=0,\ x_3(0)=1,\ x_i'(0)=0$ $(i=1,2,3)$ の下に，上の運動方程式を解け．

[5] 微分方程式

$$x''-2tx'+2\alpha x=0$$

を考える．

(1) $t=0$ における解の基本系を級数解の形で求めよ．

(3) 前問で求めた級数解が多項式になる条件を求めよ．