# 問　題

[1] 次の関数の原始関数を求めよ．

(1) $\sqrt{2x+1}$　　(2) $\dfrac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

[2] $D$ と $f(x,y)$ を以下のように与えるとき，重積分 $\displaystyle\int\int_D f(x,y)dxdy$ の値を求めよ．

(1) $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid -1\leq x\leq 1,\ 0\leq y\leq 2\},\quad f(x,y)=\dfrac{x^3}{1+y^2}$

(2) $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\leq x\leq \pi,\ 0\leq y\leq \sin x\},\quad f(x,y)=x^2-y^2$

[3] 次のベキ級数の収束半径を求めよ．

(1) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})x^n$　　(2) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)^n}{n!}x^n$　　(3) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^n}{1+n}x^{2n}$

[4] 『２重積分の変数変換公式』とはどのようなものか，正確に述べよ．

[5] ２重積分の変数変換公式を用いて，$\mathbb{R}^2$ 内の４つの曲線

$$x^2=ay,\ x^2=by,\ y^2=cx,\ y^2=dx\quad(0<a<b,\ 0<c<d)$$

で囲まれる図形の面積を求めよ．

[6] $a>0$ とする．３次元空間内で，半径 $a$ の球と半径 $a/2$ の円柱の共通部分の体積を求めよ．ただし，球の中心は円柱の表面上にあるとする．

[7] 次の等式を示せ．

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}.$$

注）ガンマ関数とベータ関数の関係式

$$B(p,q)=\frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}\quad(p,q>0)$$

を既知としてはならない．