

2011年度数学IA小テスト(第4回)

(6月6日配布)

担当: 斉藤 義久

[1] 次の関数を微分せよ(答は可能な限り見やすい形に変形して書くこと)。

(1)  $\log\left|\frac{x}{2}\right|$       (2)  $x^{\sqrt{x}}$       (3)  $\text{Arcsin}\frac{3x^2+1}{\sqrt{x}}$       (4)  $x^{\text{Arctan}x}$

[2]  $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ,  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ,  $\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$  をそれぞれ双曲正弦関数, 双曲余弦関数, 双曲正接関数と呼び, これらを総称して双曲線関数という。

(1)  $\sinh x$  と  $\tanh x$  は単調増加関数であることを示せ。

(2)  $\sinh^{-1}x$  を微分せよ。

(3)  $\tanh^{-1}x^2$  を微分せよ。

[3]  $f(x)$  を以下のように与えるとき,  $y = f(x)$  のグラフを書け。

(1)  $f(x) = x^x$       (2)  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$       (ただし, 両問とも  $x > 0$  とする。)

[4] 原点のまわりで定義された関数  $f(x)$  に対し,  $n-1$  次の多項式  $P(x)$  が存在して,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - P(x)}{x^n} = 0$$

となるとき,  $f(x)$  は原点のまわりで  $P(x)$  で近似されるという。

この定義を踏まえて, 以下に与える関数を原点のまわりで3次以下の多項式で近似せよ。

(1)  $\frac{x}{\log(1+x)}$       (2)  $\sqrt{1-x+x^2}$       (3)  $(1+x)^{1/x}$       (4)  $\cos^{\sin x}$