

2011年度数学IA小テスト(第4回)

(6月6日配布)

担当: 斉藤 義久

[1] 次の関数を微分せよ(答は可能な限り見やすい形に変形して書くこと)。

(1) $\log\left|\frac{x}{2}\right|$ (2) $x^{\sqrt{x}}$ (3) $\text{Arcsin}\frac{3x^2+1}{\sqrt{x}}$ (4) $x^{\text{Arctan}x}$

[2] $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$ をそれぞれ双曲正弦関数, 双曲余弦関数, 双曲正接関数と呼び, これらを総称して双曲線関数という。

(1) $\sinh x$ と $\tanh x$ は単調増加関数であることを示せ。

(2) $\sinh^{-1}x$ を微分せよ。

(3) $\tanh^{-1}x^2$ を微分せよ。

[3] $f(x)$ を以下のように与えるとき, $y = f(x)$ のグラフを書け。

(1) $f(x) = x^x$ (2) $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ (ただし, 両問とも $x > 0$ とする。)

[4] 原点のまわりで定義された関数 $f(x)$ に対し, $n-1$ 次の多項式 $P(x)$ が存在して,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - P(x)}{x^n} = 0$$

となるとき, $f(x)$ は原点のまわりで $P(x)$ で近似されるという。

この定義を踏まえて, 以下に与える関数を原点のまわりで3次以下の多項式で近似せよ。

(1) $\frac{x}{\log(1+x)}$ (2) $\sqrt{1-x+x^2}$ (3) $(1+x)^{1/x}$ (4) $\cos^{\sin x}$