

2010年度夏冬学期数学IB レポート課題

担当：齊藤 義久

試験の結果が「思わしくない」と思う者は、以下の問題を解いてレポートとして提出すること。ただし、以下の注意事項を熟読の上、提出するかしないかは各自の判断に任せる。

注意事項

- 講義の始めに通知したように、成績は基本的に中間試験および期末試験の結果のみでつける。
- 2回の試験の結果が合格点に達している場合は、このレポート課題の結果は一切成績に反映させない。
- 試験の結果が合格点に達していない場合にのみ、このレポート課題の結果を試験の成績にプラスして最終的な成績とする。ただし、その場合の最終的な成績は高々50点である。
- 必ずしも全ての問いに答えなくてもよいので、出来た範囲で解答し提出すること。ただし、正答数が多いほど得点が高くなるのは、言うまでもない。

提出方法

- 提出先：アドミニストレーション棟1階のレポートボックス
- 提出期間：講義中に口頭で伝える。
- 上記以外の方法は認めない。特に期限が過ぎてからの直接提出は絶対に認めないので注意すること。

[1] 次の関数の原始関数を求めよ .

(1) $\frac{1}{x^2 - x}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (3) $\sin \log x$

[2] 放物線 $y = 4x^2$ の原点から $(a, 4a^2)$ までの長さを求めよ . ただし $a > 0$ とする .

[3] $-1 \leq x \leq 1$ に対し , $T_n(x)$ を次のように定める .

$$T_n(x) = \cos(n \operatorname{Arccos}(x)) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

(1) $T_n(x)$ は n 次多項式であることを示せ .

(2) $m \neq n$ のとき , $\int_{-1}^1 \frac{T_m(x)T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 0$ を示せ .

(3) $\int_{-1}^1 \frac{T_n(x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ を求めよ .

[4] 次の級数が収束するかどうか判定せよ .

(1) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\log k}$ (2) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \log k}$ (3) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \log \left(1 + \frac{1}{k} \right)$

[5] 次の命題は正しいか ? 正しいければ証明し , 間違っているなら反例を挙げよ .

(1) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ が収束するなら , $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2$ も収束する .

(2) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2$ が収束するなら , $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k}$ も収束する .

[6] 次の関数のマクローリン展開と , その収束半径を求めよ .

(1) $\frac{1}{1 - 3x + 2x^3}$ (2) $\sin^3 x$

[7] 問 [6] で求めたマクローリン展開が , 収束半径内でもとの関数と一致することを示せ .