1998 年度理科 II, III 類 1 年生 数学 IA 演習・小テスト (4)

1998 年 5 月 12 日・河東泰之
数理科学研究科棟 310 号室 (電話 5465-7024)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
homepage http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/˜yasuyuki

答案の一番上に氏名と学生証番号を書いてください．(組は書かなくてもけっこうです．) 自分のノートを参照して結構です.

[1] 以下の (1)〜(4) のそれぞれについて，条件を満たす有理数列を 1 つずつあげよ．答を書くだけでなく，説明をきちんとつけること.

(1) 有界数列で，上限と上極限は同じだが，下限と下極限が違うもの.

(2) 有界数列で，上極限と下極限は同じ値αだが，上限と下限はどちらもαではないもの.

(3) 有界数列 $\{\alpha_n\}_n$で，どのように部分列を選んでもその部分列の上極限は 0 だが，$n \neq m$ ならば常に$\alpha_n \neq \alpha_m$ であるもの.

(4) 上極限が 1, 下極限が-1 で，0 に収束する部分列を持つ数列.

[2] (1) 整数の列 $\{a_n\}_{n=1,2,3,\ldots}$で，すべての n について，$a_n \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ となるものを取る．この時，$\alpha_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{10^k}$とおけば，数列 $\{\alpha_n\}_n$は，Cauchy 列になることを示せ.

(2) 上の極限を，a_nを “0.” のあとに順に並べて得られる無限小数の定義とする．この定義に基づいて，$1 = 0.999\cdots$を証明せよ．ただし，右辺では，9 が無限に続いている.

[3] $\{\alpha_n\}_n$を有界な数列とする．$\alpha = \sup_n \alpha_n$とし，$\alpha_n = \alpha$となる番号 n は存在しないとする．このとき，$\displaystyle\limsup_{n\to\infty} \alpha_n = \alpha$であることを示せ.