

2004 年 7 月 20 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

中間テスト (1), (2) の解答と簡単な解説をつけます .

中間テスト (1) . 配点は , [1] 20 点 \times 3, [2] 25 点 \times 2, [3] (1) 15 点 (2) 10 点 (3) 20 点の 155 点満点です .

このテストの最高点は 112 点 (1 人) , 平均点は 63 点 , その得点の分布は次のとおりです .

0-49 (点)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100-
8 (人)	5	8	2	3	1	3

[1] いずれの場合も最大値 , 最小値はあることがわかり , Lagrange 乗数法を使います . $\varphi_x = \varphi_y = 0$ になることはないのがチェックできます . (なお , 別に Lagrange 乗数法を使えとは指定していないので , 他の方法でも正しく答えが出ていれば満点です .)

(1) 最大値は , $\sqrt{5/6}$, 最小値は $-\sqrt{5/6}$.

(2) 最大値は , $2 + \sqrt{2}$, 最小値は 1 .

(3) 最大値は 2 , 最小値は , $1/2$.

[2] (1) 極座標に直して計算します . 答えは $512/75$.

(2) 球座標に直して計算します . 答えは $4\pi/15$.

[3] (1) $x = 2^{1/3}$ で $y = 2^{2/3}$ が極大値です . 漸近線は $x + y = -1$ で , 直線 $y = x$ について対称なグラフです .

(2) $x = 0$ と $x = 2^{2/3}$ 以外で , 逆関数定理が使えて O.K. です .

(3) 第一象限の部分を極座標で書きます . θ での積分は , $t = \tan^3 \theta$ と置換します . 答えは $3/2$.

中間テスト (2) . 配点は , [1] 15 点 \times 3, [2] 15 点 , [3] 20 点 \times 2 の 100 点満点です .

このテストの最高点は 89 点 (2 人) , 平均点は 60 点 , その得点の分布は次のとおりです .

0-49 (点)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100
12 (人)	2	6	6	7	0	0

[1] (1) 最大値は $9/4$, 最小値はなし . $x = y = 0$ で , $\varphi_x = \varphi_y = 0$ となることに注意しないと減点 .

(2) 最大値は $1/4$, 最小値は $-1/4$.

(3) 最大値は $5/6$, 最小値は $-35/6$.

[2] 定義どおり計算して $\pi a\sqrt{a^2 + b^2}$. 答えだけなら小中学生でも知っていますが, それが授業で「定義」した曲面積と一致することを何らかの方法で示す必要があります. したがって答えだけあっても 0 点です.

[3] (1) 普通に計算して答えは $3/4$.

(2) 同じく普通に計算して答えは $(\log 2 + 15/16)\pi$