

2008年度幾何学特別演習II 問題 11月5日

演習問題5 - 1 . 位相空間 X が交わりを持たない開集合 U, V の和集合のとき、 $H_*(U \sqcup V) = H_*(U) \oplus H_*(V)$ を示せ .

ヒント : $(U \sqcup V, V), (V, V), (U, \emptyset)$ のホモロジー完全列を比較する。

演習問題5 - 2 . 空でない位相空間 X の0次元のホモロジー群 $H_0(X)$ から、 \mathbb{Z} に全射が存在することを示せ。

演習問題5 - 3 . n 次元閉球体 D^n と $x \in D^n$ に対し、 $H_k(D^n, D^n \setminus \{x\})$ を求めよ。

演習問題5 - 4 . 正方形 Q の4つの辺のうちの2つをとり、辺と辺とを同相写像で同一視する。残りの2つの辺を同相写像で同一視する。得られる空間は何通りあるか。同相なものは1つと数える。

ヒント : 隣り合わせの辺を同一視するか、向かい合わせの辺を同一視するかで、分け、同一視が正方形から導かれる辺の向きを保つか保たないかで分類する。

演習問題5 - 5 . 演習問題5 - 4 で得られた空間のホモロジー群を求めよ。

問題5 - 6 . (1) 演習問題5 - 4 で得られた空間は2次元微分可能多様体と同相になることを示せ。

(2) 演習問題5 - 4 で得られた2次元多様体は向き付け可能かどうか判定せよ。