

学振特別研究員 (JSPS Fellow)

田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)
(学振 DC1)

A. 研究概要

リー群の無重複表現の統一的扱いをその目的として、小林俊行氏は「複素多様体への可視的な作用の理論」を導入した。この理論によって、有限次元でも無限次元でも、さらには離散分解しても連続スペクトラムを含んでも、無重複表現を一つの枠組みで捉えることができる。

可視的作用を動機付けとして、小林氏は symmetric でないような部分群によるリー群の分解の系統的な扱いを初めて行った。symmetric な部分群によるカルタン分解については、É. Cartan に始まる豊富な研究がある。簡約リー群 G とその部分群の組 (L, H) に対し、 (G, L) , (G, H) が共にコンパクト対称対である場合の分解 $G = LAH$ については B. Hoogenboom 氏と松木敏彦氏による、 (G, L) が非コンパクトリーマン対称対で (G, H) が一般の対称対である場合の分解 $G = LAH$ については M. Flensted-Jensen 氏による、そして (G, L) , (G, H) が共に一般の対称対である場合の両側剰余類 $L \backslash G / H$ は松木氏による研究がそれぞれなされている。小林氏は先述のように symmetric でないような組を扱い、特にユニタリ群 $G = U(n)$ に対して、一般化カルタン分解 $G = LBH$ を許容するレビ部分群の組 (L, H) の完全な分類を与えた。ただし、 B は G の Chevalley–Weyl 対合 σ による固定化部分群 G^σ の部分集合である。この (G, L, H, σ) の設定において、分解 $G = LBH$ は 3 つの強可視的作用 $L \curvearrowright G/H$, $H \curvearrowright G/L$, $\text{diag}(G) \curvearrowright (G \times G)/(L \times H)$ を導き (強可視性の三位一体)、さらに 3 つの無重複定理 $\text{Ind}_H^G \chi_H|_L$, $\text{Ind}_L^G \chi_L|_H$, $\text{Ind}_L^G \chi_L \otimes \text{Ind}_H^G \chi_H$ をもたらす (χ_L , χ_H はそれぞれ L, H のユニタリ指標)。

小林氏がユニタリ群に対する分類を与える際に導入した編み上げの手法と不変式論の議論、及び J. Stembridge 氏による有限次元無重複テンソル積表現の分類結果を用いて、私は A 型以外の全ての単純コンパクトリー群に対して、一般化カルタン分解を許容するレビ部分群の組の分類を与え、B, C, D 型についてはそれぞれ論文 2, 3, 4 にまとめた (例外型の論文は投稿中)。

With the aim of uniform treatment of multiplicity-free representations of Lie groups,

T. Kobayashi introduced a notion of visible actions on complex manifolds. Using his theory, we can deal with both finite and infinite dimensional representation spaces with discrete spectra, continuous spectra or mixture of them in the same framework.

Motivated by visible actions on complex homogeneous spaces, Kobayashi did a pioneering work in a generalization of the Cartan decomposition in a non-symmetric setting. Originated from É. Cartan’s work on the Cartan decomposition $G = KAK$, the decomposition theorem of the form $G = KBH$ in the symmetric setting has been well-established by B. Hoogenboom and T. Matsuki in the compact case, M. Flensted-Jensen in the case where (G, K) is a Riemannian symmetric pair and T. Matsuki in the general case. As mentioned, Kobayashi dealt with a double coset decomposition with respect to non-symmetric subgroups, and classified all the pairs (L, H) of Levi subgroups which admit generalized Cartan decompositions $G = LBH$ for the unitary group $G = U(n)$. Here, B is a subset of a Chevalley–Weyl involution σ -fixed point subgroup $G^\sigma = O(n)$. In this setting for (G, L, H, σ) , one generalized Cartan decomposition $G = LBH$ gives rise to three strongly visible actions $L \curvearrowright G/H$, $H \curvearrowright G/L$, $\text{diag}(G) \curvearrowright (G \times G)/(L \times H)$ (triumph of visibility) and then leads us to three multiplicity-free theorems $\text{Ind}_H^G \chi_H|_L$, $\text{Ind}_L^G \chi_L|_H$, $\text{Ind}_L^G \chi_L \otimes \text{Ind}_H^G \chi_H$ (triumph theorem of multiplicity-freeness property), where χ_L and χ_H are unitary characters of L and H , respectively.

Using the herringbone stitch method and an invariant theoretical technique introduced by Kobayashi in his paper in which he gave a classification for the unitary group, I classified all the pairs of Levi subgroups which admit generalized Cartan decompositions for any compact simple Lie group except for the type A case with the help of a classification theorem for finite dimensional multiplicity-free tensor products given by J. Stembridge. I summarized my classification results for the types B, C and D as the papers 2, 3 and 4, respectively (a paper

for the exceptional case is submitted).

B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, Classification of visible actions on flag varieties, Proceedings of the Japan Academy, Series A, Mathematical Sciences, Japan Academy, No. 88, 2012, pp.91-96.
2. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of type B and a generalization of the Cartan decomposition, Bulletin of the Australian Mathematical Society, the Australian Mathematical Society, published online: 20 August 2012, pp1-17.
3. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of type C and a generalization of the Cartan decomposition, Tohoku Mathematical Journal, 掲載決定済み.
4. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of type D and a generalization of the Cartan decomposition, Journal of the Mathematical Society of Japan, 掲載決定済み.
5. Yuichiro Tanaka, A generalized Cartan decomposition for connected compact Lie groups and its application, 数理解析研究所講究録, RIMS, Kyoto University, No. 1795, p. 117-134.
6. 田中雄一郎, 旗多様体への可視的作用の分類とその応用, 数理解析研究所講究録, RIMS, Kyoto University, to appear.

C. 口頭発表

1. Yuichiro Tanaka, A generalized Cartan decomposition for connected compact Lie groups and its application (ポスター発表), Infinite Analysis 11 - Frontier of Integrability -, Graduate School of Mathematical Sciences, Auditorium, The University of Tokyo, July 2011.
2. Yuichiro Tanaka, A generalized Cartan decomposition for connected compact Lie groups and its application, Topics in Combinatorial Representation Theory, RIMS, Kyoto University, October 2011.

3. 田中雄一郎, コンパクトリー群に対する一般化カルタン分解について, 2011 年度表現論シンポジウム, 国民宿舎 紀州路みなべ, November 2011.
4. 田中雄一郎, 旗多様体への可視的作用とカルタン分解の一般化, 日本数学会 2012 年度年会, 東京理科大学神楽坂キャンパス, March 2012.
5. 田中雄一郎, 旗多様体への可視的作用の分類とその応用, 表現論と非可換調和解析の展望, RIMS, Kyoto University, June 2012.
6. 田中雄一郎, 旗多様体への可視的作用とカルタン分解の一般化, 日本数学会 2012 年度秋季総合分科会, 九州大学伊都キャンパス, September 2012.
7. 田中雄一郎, 旗多様体への可視的作用の分類とカルタン分解の一般化, 幾何学セミナー, 首都大学東京南大沢キャンパス, November 2012.
8. 田中雄一郎, Visible actions on flag varieties and a generalization of the Cartan decomposition (ポスター発表), 城崎新人セミナー, 城崎総合支所, 兵庫県豊岡市城崎町桃島, February 2013.

D. 講義

E. 修士・博士論文

F. 対外研究サービス

G. 受賞

数理科学研究科長賞