

学振特別研究員 (JSPS Fellow) 博士課程学生
(Doctoral Course Students)
奥田 隆幸 (OKUDA Takayuki)
(学振 DC1)

1 2011 年度の研究概要

今年度, 私は以下の三点について研究を行なった:

- 非リーマン対称空間上のリー群の固有作用, 不連続群.
- 実単純リー環の極小冪零軌道.
- 球面上のデザインと符号の理論の一般化.

非リーマン対称空間上のリー群の固有作用, 不連続群について:

私は前年度までの研究において, 非リーマンな半単純対称空間 G/H について, $SL(2, \mathbb{R})$ の固有作用を許容するものを分類した. またその分類が, 曲面群と同型な不連続群を持つ G/H の分類を与えていることを示した (論文 [Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci., 2011]). 今年度は, $SL(2, \mathbb{R})$ より大きなリー群の固有作用について研究を行なった. その結果として, 対称空間 G/H が $SL(3, \mathbb{R})$ または $SU(2, 1)$ の固有作用を許容するための必要条件を発見し, その条件を満たす半単純対称対 (G, H) を分類した.

実単純リー環の極小冪零軌道について:

複素単純リー環はただ一つの極小冪零軌道を持つことが知られているが, 一般の実単純リー環 \mathfrak{g} には極小冪零軌道は複数存在する. 私は今年度の研究において, \mathfrak{g} の極小冪零軌道達は必ず同一の複素化 (これは複素冪零軌道となる) を持つことを示し, 各単純リー環に対して, その複素冪零軌道を決定した.

球面上のデザインと符号の理論の一般化について:

球面上で展開されているデザインと符号の理論を, より一般の空間上の理論に拡張したいと考えている. よく知られている結果として, ランクが 1 の対称空間については球面の場合と同様にデザインと符号の理論が展開できることが知られている. またランクが 1 より高い場合については, グラスマン多様体やユニタリ群の場合について, Fisher 型不等式の類似が知られていた. 私の前年度の研究では, コンパクト群 G を対称空間として捉え, G 上のデザインと符号を表現論

の言葉を用いて定義することにより, G 上の点配置に対する Fisher 型不等式にあたる定理を得た. 今年度の研究では, コンパクト Gelfand 対 (G, H) に対して, G/H 上のデザインと符号を定義し, G/H 上の点配置に対する Fisher 型不等式にあたる定理を得た.

I studied the following three topics:

- Proper actions of Lie groups and discontinuous groups for non-Riemannian symmetric spaces.
- Minimal nilpotent orbits in simple Lie algebras.
- Generalizations of the theory of designs and codes on a sphere.

Proper actions of Lie groups and discontinuous groups for non-Riemannian symmetric spaces:

In the previous year, I classified semisimple symmetric spaces G/H that admit proper $SL(2, \mathbb{R})$ -actions. Furthermore, I proved that G/H admits proper $SL(2, \mathbb{R})$ -actions if and only if it admits a discontinuous group isomorphic to a surface group ([Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci., 2011]). In this year, I studied proper actions of more larger Lie groups than $SL(2, \mathbb{R})$. Then, I proved a sufficient condition on symmetric pairs (G, H) for which G/H admit proper $SL(3, \mathbb{R})$ -actions or proper $SU(2, 1)$ -actions, and classified symmetric pairs that satisfy the condition.

Minimal nilpotent orbits in simple Lie algebras:

It is well-known that any complex simple Lie algebra has a unique complex minimal nilpotent orbit. However, a real simple Lie algebra \mathfrak{g} has finitely many real minimal nilpotent orbits in general. In this year, I proved that the real minimal nilpotent orbits are contained in a unique complex nilpotent orbit in $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$, where $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$ is the complexification of \mathfrak{g} , and determined such the complex nilpotent orbit for any simple Lie algebra \mathfrak{g} .

Generalizations of the theory of designs and codes on a sphere:

I want to construct a theory of designs and codes on more general spaces than spheres. For a rank one compact symmetric space X , the theory of designs and codes on X is well-known as a complete analogue of the theory on a sphere. Furthermore, analogues of Fisher type inequalities are known for Grassman manifolds and unitary groups. In the previous year, I defined designs and codes on compact groups G_0 and proved an analogue of Fisher type inequalities. We note that a compact group G_0 can be regarded as a compact symmetric space by $G_0 = (G_0 \times G_0)/\Delta G_0$. In this year, I defined designs and codes on G/H for compact Gelfand pairs (G, H) and proved an analogue of Fisher type inequalities.

2 研究業績

2.1 学術雑誌 (紀要・論文集等も含む) に発表した論文及び著書

(査読有り)

1. 奥田隆幸¹, “Proper actions of $SL(2, \mathbb{R})$ on semisimple symmetric spaces” Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci. 87(3):35-39, 2011
2. 奥田隆幸¹, “不変式環における zeta 多項式と微分作用素の関係について,” 京都大学数理解析研究所講究録別冊 B20:57-69, 2010
(査読なし)
3. 奥田隆幸¹, “半単純対称空間への $SL(2, \mathbb{R})$ の固有作用についての組合せ論” 京都大学数理解析研究所講究録, 1738, pp. 1-18, 2011
4. 奥田隆幸¹, “互いに固有に作用する半単純対称対の組の分類,” 2010 年度表現論シンポジウム講演集, pp. 1-13, 2010
5. 奥田隆幸¹, “コンパクト Lie 群上のデザインと符号,” 高知大学第 27 回代数的組合せ論シンポジウム報告集, 2010
6. 奥田隆幸¹, “Proper actions of $SL(2, \mathbb{R})$ on semisimple symmetric spaces,” 京都大学数理解析研究所講究録, 1722, pp. 9-19, 2010

7. 奥田隆幸², “不変式環上のリーマン仮説類似について,” 京都大学数理解析研究所講究録, 1593, pp.145-153, 2008

注：著者の所属・職（論文発表時）

1: 東京大学大学院数理解析研究科大学院生, 2: 九州大学理学部学生

2.2 国際会議における発表

(口頭発表, 査読無し)

1. Takayuki Okuda, “Semisimple symmetric spaces with properly discontinuous actions of surface groups,” Rigidity school, 東京大学 (日本), 2012 年 3 月, 世話人: 井関裕靖 (慶応大学), 金井 雅彦 (東京大学), 納谷 信 (名古屋大学)
2. Takayuki Okuda, “Smallest complex nilpotent orbits with real points,” Topics in combinatorial representation theory, 京都大学数理解析研究所, 2011 年 10 月, 世話人: 坂本 玲峰 (東京理科大学)
3. Takayuki Okuda, “Relation between nilpotent orbits and proper actions of $SL(2, \mathbb{R})$,” Workshop “Topics in the theory of Weyl groups and root systems” in honor of Professor Jiro Sekiguchi on his 60th birthday, 東京大学 (日本), 2011 年 9 月, 世話人: 西山 享 (青山学院大学), 太田 琢也 (東京電機大学)
4. Takayuki Okuda, “An analogue of Fisher type inequality on compact symmetric spaces,” Workshop on algebraic combinatorics, 上海交通大学 (中華人民共和国), 2011 年 9 月, 世話人: 坂内 英一 (上海交通大学), Suogang Gao (河北師範大学), Jun Ma (上海交通大学), Kaishun Wang (北京師範大学), Yaokun Wu (上海交通大学), Xiao-Dong Zhang (上海交通大学)
5. Takayuki Okuda, “Proper actions of $SL(2, \mathbb{R})$ on semisimple symmetric spaces,” The 38th KNU-PNU-PMI Algebraic Combinatorics Seminar, 釜山国際大学 (大韓民国), 2010 年 3 月, 世話人: 平坂 貢 (釜山国立大学), Tommy Jensen (慶北

大学), Jack Koolen (浦項工科大学), Mark Siggers (慶北大学)

6. Takayuki Okuda, “Relation between zeta polynomials and differential operators on some invariant rings,” JSPS-RFBR 日露ワークショップ Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces and Quantization, 東京大学玉原国際セミナーハウス(群馬), 2008年8月, 世話人: V.Molchanov (Tambov University), 野村 隆昭 (九州大学), 大島 利雄 (東京大学), 伊師 英之 (名古屋大学)
(ポスター発表, 査読無し)
7. Takayuki Okuda, “Riemann hypothesis analogue for invariant rings,” The 23rd PNU-POSTECH Algebraic Combinatorics Seminar, 浦項工科大学 (大韓民国), 2008年1月, 世話人: 平坂 貢 (釜山国立大学), Jack Koolen (浦項工科大学)
(ポスター発表, 査読無し)
8. Takayuki Okuda, “Proper actions of $SL(2, \mathbb{R})$ on semisimple symmetric spaces” Geometry and Dynamics, École Normale Supérieure de Lyon(フランス), 2011年10月, 世話人: Laurent BERGER (École Normale Supérieure de Lyon), Etienne GHYS (École Normale Supérieure de Lyon), Emmanuel GIROUX (École Normale Supérieure de Lyon), 大島 利雄 (東京大学), 坪井 俊 (東京大学)
9. Takayuki Okuda, “Proper actions of $SL(2, \mathbb{R})$ on semisimple symmetric spaces” Infinite Analysis 11, 東京大学 (日本), 2011年7月, 世話人: 国場 敦夫 (東京大学), 尾角 正人 (大阪大学), 斉藤 義久 (東京大学), 坂井 秀隆 (東京大学), 白石 潤一 (東京大学), 竹山 美宏 (筑波大学), 山田 裕二 (立教大学)

2.3 国内学会・シンポジウムにおける発表

(口頭発表, 査読あり)

1. 奥田隆幸, “不変式環における zeta 多項式と微分作用素の関係について,” 表現論と非可換調和解析における新しい視点, 京都大学数理解析研究所, 2008年9月, 世話人:

伊藤 稔 (鹿児島大学), 落合 啓之 (名古屋大学)

(口頭発表, 査読無し)

2. 奥田隆幸, “コンパクト Gelfand 対の等質空間上のデザイン,” 有限群とその表現, 頂点作用素代数, 組合せ論の研究, 京都大学数理解析研究所, 2012年3月世話人: 小田 文仁 (山形大学)
3. 奥田隆幸, “互いに固有に作用する半単純対称対の組の分類,” 2010年度表現論シンポジウム, 静岡県伊豆の国市 おおとり荘, 2010年11月, 世話人: 関口 次郎 (東京農工大学), 太田 琢也 (東京電機大学)
4. 奥田隆幸, “半単純対称空間への $SL(2, \mathbb{R})$ の固有作用についての組合せ論,” 組合せ論的表現論とその応用, 京都大学数理解析研究所, 2010年10月, 世話人: 松本 詔 (名古屋大学)
5. 奥田隆幸, “コンパクト Lie 群上のデザインと符号,” 第27回代数的組合せ論シンポジウム, 高知大学総合研究棟, 2010年6月, 世話人: 大浦 学 (高知大学)
6. 奥田隆幸, “半単純対称空間における $SL(2, \mathbb{R})$ の固有な作用,” 等質空間と非可換調和解析, 京都大学数理解析研究所, 2010年6月, 世話人: 和地 輝仁 (北海道教育大学), 西山 享 (青山学院大学)
7. 奥田隆幸, “不変式環上のリーマン仮説類似について,” 有限群論と代数的組合せ論, 京都大学数理解析研究所, 2007年12月, 世話人: 原田 昌晃 (山形大学), 北詰 正顕 (千葉大学)

(国内セミナー, 口頭発表, 査読無し)

1. 奥田隆幸, “コンパクト Gelfand 対の等質空間上のデザイン,” 第1回大分高専セミナー, 大分工業高等専門学校, 2011年12月, 世話人: 三枝崎 剛 (大分高専)
2. 奥田隆幸, “コンパクト対称空間上のデザインとコードに対する Fisher 型不等式,” 松江セミナー, 島根大学, 2011年12月世話人: 山田 拓身 (島根大学)

3. 奥田隆幸, “Smallest complex nilpotent orbit with real points,” Lie 群論・表現論セミナー, 東京大学, 2011 年 11 月, 世話人: 大島 利雄 (東京大学), 小林 俊行 (東京大学)
4. 奥田隆幸, “一般ランクのコンパクト対称空間における Fisher type bound の類似について,” 第 18 回組合せ論セミナー, 東北大学, 2011 年 7 月, 世話人: 野崎 寛 (東北大学)
5. 奥田隆幸, “一般ランクのコンパクト対称空間における Fisher type bound の類似について,” 組合せ数学セミナー, 九州大学, 2011 年 7 月, 世話人: 溝口 佳寛 (九州大学), 谷口 哲至 (松江高専), 三枝崎 剛 (大分高専)
6. 奥田隆幸, “半単純対称空間における $SL(2, \mathbb{R})$ の固有な作用,” Rigidity Seminar 名古屋大学, 2011 年 6 月, 世話人: 納谷 信 (名古屋大学)
7. 奥田隆幸, “半単純対称空間における $SL(2, \mathbb{R})$ の固有な作用,” 幾何学セミナー九州大学, 2010 年 7 月, 世話人: 川上 裕 (九州大学)
8. 奥田隆幸, “半単純対称空間における $SL(2, \mathbb{R})$ の固有な作用,” 第 64 回数理学セミナー 高知大学, 2010 年 6 月, 世話人: 大浦 学 (高知大学)
9. 奥田隆幸, “コンパクトリー群上のデザインと符号についての不等式,” 第 2 回組合せ論セミナー 東北大学情報科学研究科, 2010 年 5 月, 世話人: 三枝崎 剛 (東北大学)
10. 奥田隆幸, “コンパクトリー群上のデザインと符号についての不等式,” 組合せ数学セミナー, 九州大学, 2010 年 5 月, 世話人: 溝口 佳寛 (九州大学), 坂内 英一 (九州大学), 谷口 哲至 (松江高専)
11. 奥田隆幸, “半単純対称空間における $SL(2, \mathbb{R})$ の固有な作用,” Lie 群論・表現論セミナー 東京大学, 2010 年 4 月, 世話人: 大島 利雄 (東京大学), 小林 俊行 (東京大学)
12. 奥田隆幸, “不変式環における zeta 多項式と微分作用素の関係について,” Lie 群論・表現論セミナー 東京大学, 2008 年 7 月, 世話人: 大島 利雄 (東京大学), 小林 俊行 (東京大学)