

教授 (Professor)

小林 俊行 (KOBAYASHI Toshiyuki)

A. 研究概要

1. 極小表現の大域解析

単純リー群の極小表現は、分解・誘導という観点において最も根源的なユニタリ表現の1つであり、多くの代数的研究がなされている。筆者は極小表現をモチーフとする大域解析に焦点を当て、異種の新しい幾何的モデルを通して、極小表現の大きな対称性が数学の異なる分野と結びつくような理論構成を目指し、共形幾何を用いた極小表現の構成 ([Adv. Math. 2003]) 以来、約 1000 頁の論文を著してきた。4 編の長編論文 [3,6,8,11] を軸に最近の進展をкаいつまんで述べる。

1.A. (シュレーディンガーモデル) ジョルダン代数の共形変換群の枠組で、極小表現の L^2 -モデルを構築した [3]。さらに、二次錐上にフーリエ変換に相当するユニタリ反転変換を導入し、その明示形を与え、極小表現の Schrödinger モデルの大域公式を与えた (著書 [11])。

1.B. (フーリエ変換の変形理論) C 型単純群の極小表現である Weil 表現と D 型単純群の極小表現を連続的に結びつけるアイデアで新しい複素解析的半群を構成し、古典的な Fourier 変換, Hankel 変換, Dunkl 変換, Hermite 半群等を特殊値とする作用素の変形理論を与えた [8]。

1.C. (特殊関数) 極小表現から自然に生じる 4 階の微分方程式を満たす“特殊関数”の基礎的性質を研究した ([Ramanujan J. 2011], [1] 他)。

1.D. (関口対応の量子化) Euclid Jordan 代数の共形変換群の極小冪零軌道に関する関口対応の量子化に成功し、Fock 型モデルを構成した [6]。

1.E. (極小表現の分岐則) ‘極小表現’の半単純対称対に関する分岐則を解析的手法で A 型の場合に完全に決定した [JFA2011]。

2. 可視的作用と無重複表現

複素多様体における可視的な作用という概念と無重複性の伝播という視点を導入し、無重複表現の統一的な理論をめざしている [10]。

3. 不連続群

私の長年のモチーフである非リーマン対称空間における不連続群に関して、スペクトル理論の新たな研究を行い、その第一歩として安定スペクトラムの理論を発表した ([C. R. Acad. Paris 2011], [arXiv:1209.0475], 口頭発表 [10])。

4. 非対称空間の解析

非対称空間上の大域解析は殆ど未知の世界で

ある。その研究の基盤として、誘導表現の有限重複度に関する幾何的条件や分岐則の有限性の判定条件を著した (T.Oshima と共同 [arXiv:1108.3477])。また、Y. Benoist と非対称空間上の正則表現が L^p 緩増加となるための簡明な判定条件を与えた [arXiv:1209.4075]。

5. 分岐則の理論

カテゴリー \mathcal{O} における分岐則の離散的分解性の幾何的判定条件を決定した [9]。さらに、“特異ベクトル”を微分方程式によって求める手法 (‘ F -method’) を提唱した ([2], [arXiv.1301.2111])。対称対に制限した時に離散的に分解するのはいつかという問に関して、Zuckerman 加群 [7] および極小表現等 [arXiv:1202.5743] の場合に完全に分類した (with Y.Oshima)。ユニタリ表現論の分岐則に関して、最新の結果と予想を Zuckerman 記念号に著した [Contemp. Math. 2011]。

6. 実解析

6.A. 古典的な Weyl calculus を高次元化し、その積の明示公式を決定した (A. Unterberger 氏等と共同研究) [JFA 2009]。

6.B. 無限次元表現における無重複分岐則をモチーフとして、Bernstein-Reznikov 積分を拡張し、一般次元の 3 重直積 $S^n \times S^n \times S^n$ 上のある有理関数の積分値を決定した [Math. Ann. 2011]。

1. Analysis on minimal representations

Minimal representations are one of building blocks of unitary representations. Classic examples are the Weil representation, and intensive algebraic studies have been made since 1990s by many experts. Aiming for yet another *geometric approach* to minimal representations, I have applied conformal techniques, got a new construction of minimal representations since 1991, found conserved quantities for ultra-hyperbolic equations that led us to their unitarizability, and also proved the existence of a *Schrödinger model* (L^2 -model) with B. Ørsted. With G. Mano ([11]), we determined an explicit form of the *unitary inversion operator* on the L^2 -model that generalizes the Euclidean Fourier transform. We proposed also an original deformation theory in [8]. I also discovered “special functions” satisfying a certain ordinary differential equation of *order four* with G. Mano, Hilgert, and Möllers in

[Ramanujan J. 2011] etc.. We also have constructed an analogue of the Schrödinger model and the Fock model for other simple groups in the framework of the Jordan algebra [6].

2. Multiplicity-free representations

The paper [10] gives a full proof of the propagation theorem of multiplicity-freeness, which have yielded various multiplicity-free results as synthetic applications of the original theory of *visible actions* on complex manifolds.

3. Discontinuous groups

Developing my continuing motif on discontinuous groups for non-Riemannian homogeneous spaces, I initiated the study on discrete spectrum on locally non-Riemannian symmetric spaces with F. Kassel [C. R. Acad. Paris 2011].

3. Analysis on non-symmetric spaces

As a challenge to the global analysis on non-symmetric spaces, we developed a theory of real spherical variety in [arXiv:1108.3477] with T.Oshima, and proved a geometric criterion for finiteness multiplicities in the induced/restricted representations. Jointly with Y. Benoist [arXiv:1209.4075], we proved a criterion for L^p -temperedness of the regular representation on G/H in the generality that $G \supset H$ are pair of reductive groups.

5. Restriction of representations

I accomplished with Y.Oshima the classification of the triple $(\mathfrak{q}, \mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ such that Zuckerman's derived functor modules $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ decompose discretely with respect to a reductive symmetric pair $(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ in [7] and also some other small representations in [arXiv:1202.5743] In the category \mathcal{O} , I have developed a simple and detailed study of discretely decomposable restrictions [9], and proposed an effective method to find singular vectors ('F-method' [2], [arXiv:1301.2111], [arXiv:1303.3541]).

6. Real analysis

6.A. We generalized the classic Weyl calculus to high dimensions, and found explicitly the composition formula with B. Ørsted, M. Pevzner and A. Unterberger ([JFA 2009]).

6.B. Bernstein–Reznikov integral is extended to $S^n \times S^n \times S^n$ in a joint work with Clerc, Ørsted, and Pevzner [Math. Ann. 2011].

B. 発表論文

1. T. Kobayashi, Special functions in minimal representations, to appear in Contemporary Mathematics, Amer. Math. Soc., 13 pp.
2. T. Kobayashi, F-method for constructing equivariant differential operators, to appear in Contemporary Mathematics, Amer. Math. Soc., 11 pp.
3. J. Hilgert, T. Kobayashi, and J. Möllers, Minimal representations via Bessel operators, to appear in Journal of Mathematical Society of Japan, 72 pp (arXiv: 1106.3621).
4. T. Kobayashi, Varna lecture on L^2 -analysis of minimal representations, In V. Dobrev, editor, Lie Theory and Its Applications in Physics: IXth International Workshop, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics **36**, pages 77–93. Springer, 2013 (arXiv: 1212.6871).
5. T. Kobayashi, Natural differential operators in parabolic geometry and branching problems, Proceedings of Symposium on Representation Theory 2012, held at Kagoshima, (eds. M. Itoh and H. Ochiai) pages 31–55.
6. J. Hilgert, T. Kobayashi, J. Möllers, and B. Ørsted, Fock model and Segal–Bargmann transform for minimal representations of Hermitian Lie groups, Journal of Functional Analysis, **263** (2012), 3492–3563.
7. T. Kobayashi and Y. Oshima, Classification of discretely decomposable $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ with respect to reductive symmetric pairs, Advances in Mathematics, **231** (2012), 2013–2047.
8. S. Ben Saïd, T. Kobayashi, and B. Ørsted, Laguerre semigroup and Dunkl operators, Compositio Mathematica, **148** (2012), 1265–1336.

9. T. Kobayashi, Restrictions of generalized Verma modules to symmetric pairs, *Transformation Groups*, **17** (2012), 523–546.
 10. T. Kobayashi, “Propagation of multiplicity-free property for holomorphic vector bundles”, to appear in the volume in honor of J. Wolf for his seventy-fifth birthday, *Progress in Mathematics*, Birkhäuser, (2013), 32 pp.
- [著書]
11. T. Kobayashi and G. Mano, “The Schrödinger model for the minimal representation of the indefinite orthogonal group $O(p, q)$ ”, *Mem. Amer. Math. Soc.* **212**, no. 1000, *アメリカ数学会*, 2011 年, vi+132 pp.
- C. 口頭発表
1. Branching Laws for Infinite Dimensional Representations of Real Lie Groups. *Mathematical Panorama Lectures in celebration of 125th birthday of Srinivasa Ramanujan (ラマヌジャン生誕 125 周年におけるインド数学年記念, 5 回の連続講義)*. Tata Institute, India, 18-22 February 2013.
 2. Analysis on pseudo-Riemannian locally symmetric spaces. (S. S. Chern 生誕 100 周年記念集会). *Mathematical Science Research Institute (MSRI) at Berkeley, California, USA*, October 2011.
 3. Geometric Quantization of Minimal Nilpotent Orbits. (Souriau 教授 90 歳記念研究集会) Aix-en-Provence, France, 25-29 June 2012.
 4. Conformally Equivariant Differential Operators and Branching Problems of Verma Modules. *Workshop on Geometric Analysis on Euclidean and Homogeneous Spaces (S. Helgason 教授 85 歳記念研究集会)*. Tufts University, USA, January 2012.
 5. Stable Spectrum for non-Riemannian Locally Symmetric Spaces. *Lie Groups: Structure, Actions and Representations (J. Wolf 教授 75 歳記念研究集会)*. Ruhr-Universität, Bochum, Germany, January 2012.
 6. Discrete Spectrum for Non-Riemannian Locally Symmetric Spaces. *Cohomology of Arithmetic Groups (M. S. Raghunathan 教授 70 歳記念研究集会)*. Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai, India, December 2011.
 7. Geometric Analysis on Minimal Representations. *Mathematical Physics and Representation Theory (Igor Frenkel 教授 60 歳記念研究集会)* (organized by P. Etingof, M. Khovanov, A. Kirillov Jr., A. Lachowska, A. Licata, A. Savage and G. Zuckerman). Yale University, USA, 12–16 May 2012.
 8. Natural Differential Operators in Parabolic Geometry and Branching Laws. (**8.A.–8.F.** では講演タイトル, 内容は多少異なるが, テーマが同じなので 1 つにまとめる.) **8.A.** The Interaction of Geometry and Representation Theory: Exploring New Frontiers (M. Eastwood 60 歳記念研究集会) ESI, Vienna, 10-14 September 2012. **8.B.** Workshop on the Interaction of Representation Theory with Geometry and Combinatorics. Hausdorff Institute, Bonn, Germany, March 2011. **8.C.** Special day on Lie groups. Utrecht University, the Netherlands, May 2011. **8.D.** (2 lectures), Representation Theory XII. Dubrovnik, Croatia, June 2011. **8.E.** Lie Groups: Geometry and Analysis (JSPS/DFG seminar). Paderborn, Germany, September 2011. **8.F.** Symposium on Representation Theory 2012. Kagoshima, Japan, 4-7 December 2012.
 9. Finite Multiplicity Theorems and Real Spherical Varieties. **9.A.** (closing lecture), Seminar Sophus Lie. Erlangen, Germany, July 2011. **9.B.** Analysis on Lie Groups. Max Planck Institute for Mathematics, Bonn, Germany, September 2011. **9.C.** (closing lecture), Lie Groups, Lie Algebras and their Representations

(organized by Joseph Wolf). University of California, Berkeley, USA, November 2011. **9.D.** Branching Laws, IMS, Singapore, March, 2012. Harmonic Analysis Seminar. Charles University in Prague, Czech, 14 December 2012. **9.E.** Harmonic Analysis, Operator Algebras and Representations. Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM), Luminy, France, 22-26 October 2012. **9.F.** Special Program “Branching Laws” (11-31 March 2012). Institute for Mathematical Sciences, NUS, Singapore, 19 March 2012.

10. Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces—Beyond the Riemannian Case. **10.A.** (2 lectures), Workshop d’analyse harmonique. Reims, France, 2 November 2012. **10.B.** 談話会, Colloquium Lorrain. Université de Lorraine - Metz, France, 16 October 2012. **10.C.** 談話会, University of Chicago, USA, May 2011. **10.D.** 談話会, IPMU, the University of Tokyo, Japan, December 2011.

D. 講義

1. 幾何学 XG (数理構造概論): 大学院・4年共通講義, 半単純リー群のユニタリ表現, 行列要素の漸近挙動
2. 数学 I: 微積分 (文系 1・2年生) Taylor 展開, 偏微分, 区分求積法等のシラバスの内容に加え, 近似と概算, 微分方程式の初歩, 多変数関数の積分を講義し, 約 200 題の演習で講義を補った.

E. 修士・博士論文

1. (博士) 大島 芳樹 (OSHIMA Yoshiki): Discrete branching laws of Zuckerman’s derived functor modules (Zuckerman 導来関手加群の離散的な分岐則)
2. (博士) 奥田 隆幸 (OKUDA Takayuki): Proper actions and designs on homogeneous spaces (等質空間上の固有な作用とデザイン)
3. (修士) Severin Barmerier: Deformations of the discrete Heisenberg group

4. (修士) 北川 宜稔 (KITAGAWA Masatoshi): Stability of branching law of highest weight modules (最高ウェイト加群の分岐則の安定性)
5. (修士) 中濱 良祐 (NAKAHAMA Ryosuke): Analysis of generalized Fock spaces on Jordan pairs (ジョルダン対上の一般化フォック空間の解析)

F. 対外研究サービス

1. Kavli IPMU(数物宇宙連携機構), 上席科学研究員併任 (2009.8-); 主任研究員 (Principal Investigator) 併任 (2011.6-)

[ジャーナルのエディター]

2. Managing Editor, Japanese Journal of Mathematics (日本数学会) (2005-)
3. Editor, International Mathematics Research Notices (Oxford 大学出版) (2002-)
4. Managing Editor, Takagi Booklet, vol. 1-11 (日本数学会) (2005-)
5. Editor, Geometriae Dedicata (Springer) (2000-)
6. Editor, Advances in Pure and Applied Mathematics (de Gruyter) (2008-)
7. Editor, International Journal of Mathematics (World Scientific) (2004-)
8. Editor, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo (2007-)
9. Editor, Kyoto Journal of Mathematics (2010-)
10. Editor in Chief, Journal of Mathematical Society of Japan (日本数学会) (2002-2004; 2004-2006), Editor (1998-2006)
11. Editor, Publications RIMS (2003-2007)
12. Editor, Progr. Math. vol. 255 (with W. Schmid, J.-H. Yang), Birkhäuser, 2007
13. 共立出版, 数学叢書, 編集委員

[学会・他大学の委員など]

14. 審査委員: European Research Council (2010–)
 15. 日本学術会議連携会員 (2006–2008)
 16. 日本数学会理事 (2003–2005; 2005–2007)
 17. 日本数学会評議員 (2003–2005; 2005–2007)
 18. 京都大学数理解析研究所専門委員 (2007–2009; 2009–2011)
 19. 科学研究費等の審査委員: 日本 (JSPS), 米国 (NSF-AMS), EU, ドイツ, ルクセンブルク, 中華人民共和国・香港 (various years)
 20. 審査委員: Prize Committee 日本数学会春季賞・秋季賞他 (anonymous) (various years)
 21. Jury, Habilitation, Reims University, France (2006)
 22. Jury, Doctor of Philosophy, Paderborn University, Germany (2010)
 23. Jury, Doctor of Philosophy, Utrecht University, the Netherlands (2011)
- [国際研究集会のオーガナイザーなど]
24. オーガナイザー, Harmonische Analysis und Darstellungstheorie Topologischer Gruppen, Oberwolfach, Germany, 14–20 October 2007 (B. Krötz, E. Lapid, and C. Torossian)
 25. Scientific Committee, Hermitian Symmetric Spaces, Jordan Algebras and Related Problems (conference in honor of Prof. Jean-Louis Clerc), Centre International de Recherches Mathématiques, Luminy, France, 23–27 June, 2008
 26. オーガナイザー, 微分方程式と対称空間—大島利雄先生還暦記念研究集会, 東京大学, 2009年1月13–16日 (with H. Matumoto, H. Ochiai and H. Sekiguchi)
 27. オーガナイザー, Mathematics: From Today to Tomorrow—Global COE Opening Symposium at Tokyo, 東京大学, 2009年1月30日–2月1日 (with Y. Kawahigashi, Y. Kawamata and T. Saito)
 28. オーガナイザー, The 8th Workshop on Nilpotent Orbits and Representation Theory (NORTH 8), 大津, 2009年3月8–11日 (with K. Nishiyama and H. Yamashita)
 29. オーガナイザー, GCOE Spring school on representation theory, 東京大学, 2009年3月12–17日
 30. オーガナイザー, Conference in honor of Bent Ørsted's 60th birthday: Representations, Lie groups, and conformal geometry, Göttingen, Germany, 6–10 April 2009 (with M. Pevzner, P. Ramacher and I. Witt)
 31. オーガナイザー, Workshop on Integral Geometry and Group Representations, 玉原, 2009年8月5–10日 (with F. Gonzalez, T. Takehi and T. Oshima)
 32. Scientific Committee, Conference in honor of Takayuki Oda's 60th birthday, 東京大学, 2009年9月14–17日
 33. オーガナイザー, IPMU workshop: Quantizations, integrable systems and representation theory, IPMU, 東京大学柏キャンパス, 2009年11月5–6日 (with M. Guest and T. Kohno)
 34. オーガナイザー, Representation Theory and Harmonic Analysis, Oberwolfach, Germany, 14–20 November 2010 (with B. Krötz)
 35. Scientific committee, Recent Developments in Harmonic Analysis and their Applications, Marrakech, Morocco, 25–29 April 2011
 36. オーガナイザー, Branching Problems for Unitary Representations, Max Planck Institute for Mathematics Bonn, Germany, 25–29 July 2011 (with B. Ørsted and B. Speh)
 37. Scientific committee, Harmonic Analysis, Operator Algebras and Representations, CIRM, Luminy, France, 21–26 October 2012

38. オーガナイザー, Representations of Lie Groups and Supergroups, Oberwolfach, Germany, 10–16 March 2013 (with J. Hilgert, K.-H. Neeb and T. Ratiu)
39. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第1回 (京都大学数理研, 2006年11月), 第2回 (東京大学, 2007年5月), 第3回 (東京大学, 2007年11月), 第4回 (京都大学, 2008年6月), 第5回 (東京大学, 2008年10月), 第6回 (北海道大学, 2009年6月), 第7回 (東京大学, 2009年11月), 第8回 (京都大学数理研, 2010年11月), 第9回 (京都大学数理研, 2011年6月), 第10回 (京都大学数理研, 2012年5月), 第11回 (東京大学, 2012年11月), 第12回 (東京大学, 2013年5月), 第13回 (京都大学数理研, 2013年11月) (with Y. Kawahigashi, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito)
40. オーガナイザー, リー群論・表現論セミナー (2007–present 東大; 2003–2007 RIMS; 1987–2001 東大)

G. 受賞

1. 井上學術賞 (2010) 「無限次元の対称性の解析」
2. Monna Lecturer, “リーマン幾何の枠組みを越えた不連続群論”, Netherland (2008)
3. フンボルト賞 (数学部門), Germany (2008)
4. [学生の受賞] 大島芳樹. 学生表彰「東京大学総長賞」(2010); 森田陽介. 学生表彰「東京大学総長賞」(2012)

H. 海外からのビジター

1. Fanny Kassel (2013, March CNRS, Lille)
2. Nizar Demni (2013, February, Universit de Rennes 1)
3. Ali Baklouti (2013, January, Sfax)
4. Oskar Hamlet (2012, November, Chalmers University)
5. Yves Benoist (2012, May–June, CNRS, Orsay)