

小林俊行 (KOBAYASHI Toshiyuki)

## A. 研究概要

### 1. D 型極小表現の幾何・解析的研究

極小表現は、ユニタリ表現の中で根源的な対象であると考えられ、90年代より多くの代数的研究がなされている。古典的な Weil 表現は C 型単純群の極小表現である。筆者は D 型単純群の極小表現に対し、数学の異分野と結びつくような新しい幾何的モデルを構築することを目指し、この数年間で約 500 頁の論文を著してきた。特に、共形幾何の手法を用いた極小表現の新構成を行い、超双曲型微分方程式の解の共形保存量を具体的に構成してユニタリ化の別証明を与え、加えて、Schrödinger モデルの存在を証明した。今年度は、特に、二次錐上において“フーリエ変換”に相当する基本的な作用素であるユニタリ反転変換を導入し、その明示形を与え、さらに特殊関数論への小さな応用を見出した。さらに、このユニタリ作用素が複素解析の半群の境界値となるための符号条件を与え、その場合に具体的な公式を決定した ([8], 著書 [B-1])。

### 2. 可視的作用と無重複表現

複素多様体における可視的作用という概念と無重複性の伝播という視点を導入し、無限次元の場合および(組合せ論が絡む)有限次元の場合を同時に含む、無重複表現の統一的な理論をめざしている。論文 [6] は可視的作用の分類、[7] は表現論への応用である。

### 3. 不連続群

私の長年のモチーフである非リーマン空間における不連続群の研究を続けた。特に、変形中に不連続性が破れる様子を調べるために、局所剛性の概念に加えて、安定性の概念を導入した。また、不定符号の空間形の接対称空間における余コンパクトな不連続群が存在するための必要十分条件を決定した [3, 9]。

### 4. 離散的分岐則の理論

ユニタリ表現論の離散的な分岐則の発端となった例 (1988) をリーマン多様体および擬リーマン多様体のスペクトル理論の立場から論じた ([2])。

### 5. 実解析

5.A. 古典的な Weyl calculus を高次元化し、その積の明示公式を決定した [1]。

5.B. 対称性の高いマルチプライヤー作用素を全て捕捉する代数的枠組みを与え、その  $L^p$  有界性 [4] や二次超曲面上の大域解析との関係 [5] を研究した。

## 1. Analysis on minimal representations

Minimal representations are building blocks of unitary representations. Classic examples are the Weil representation, and intensive algebraic studies have been made since 1990s by many people. Aiming for yet another *geometric approach* to minimal representations, in particular of type  $D$ , we applied conformal techniques, got a new construction of minimal representations, found conserved quantities for ultra-hyperbolic equations that led us to their unitarizability, and also proved the existence of a *Schrödinger model* ( $L^2$ -model) with B. Ørsted. With G. Mano ([8], [B-1]), we determined an explicit form of the *unitary inversion operator* on the  $L^2$ -model on the isotropic cones, that generalises the Euclidean Fourier transform.

## 2. Multiplicity-free representations

I made in [7] systematic and synthetic applications of the original theory of *visible actions* on complex manifolds to multiplicity-free theorems, in particular, branching problems to symmetric pairs. Paper [6] highlights visible actions.

## 3. Discontinuous groups

Developing my conituing motif on discontinuous groups for non-Riemannian homogeneous spaces, I introduced the notion of *stability* for the study of *local deformation/rigidity* of discontinuous groups [3], and determined when the tangential space forms of general signature admits compact forms by means of the Radon-Hurwitz number with Yoshino [9].

## 4. Theory of discrete branching laws

In the paper [2], we discussed the original example of discretely decomposable branching laws of unitary representation theory from the viewpoint of spectral geometry for Riemannian and indefinite Riemannian manifolds.

## 5. Real analysis - $L^p$ multipliers

5.A. We generalised the classic Weyl calculus to high dimensions, and found explicitly the composition formula [1].

5.B. Inspired by the idea of prehomogeneous spaces, we studied multipliers with high symmetries with Nilsson [4, 5].

## B. 発表論文

1. T. Kobayashi, B. Ørsted, M. Pevzner and A. Unterberger, “Composition formulas in the Weyl calculus”, *J. Funct. Anal.*, 47 pp. (published online first, on 26 January 2009).
  2. T. Kobayashi, “Hidden symmetries and spectrum of the Laplacian on an indefinite Riemannian manifold”, preprint. To appear in *Spectral Analysis in Geometry and Number Theory* (in honor of Professor Sunada, ed. M. Kotani), *Contemp. Math.*, Amer. Math. Soc., 15 pp.
  3. T. Kobayashi, “Rigidity and deformation of discontinuous groups for non-Riemannian symmetric spaces (非リーマン対称空間における不連続群の剛性と変形について)”, *Representation Theory and Analysis on Homogeneous Spaces* (H. Sekiguchi, ed.), *RIMS Kôkyûroku Bessatsu*, vol. B7, 2008, pp. 1–12 (in Japanese).
  4. T. Kobayashi and A. Nilsson, “Group invariance and  $L^p$ -bounded operators”, *Math. Z.* **260** (2008), 335–354.
  5. T. Kobayashi and A. Nilsson, “Indefinite higher Riesz transforms”, *Arkiv för Matematik* (2008), 16 pp. (published online first, on 3 March 2008).
  6. T. Kobayashi, “Visible actions on symmetric spaces”, *Transformation Groups* **12** (2007), 671–694.
  7. T. Kobayashi, “Multiplicity-free theorems of the restrictions of unitary highest weight modules with respect to reductive symmetric pairs”, *Representation Theory and Automorphic Forms*, *Progr. Math.*, vol. 255, Birkhäuser, 2007, pp. 45–109. ISBN 978-0817645052.
  8. T. Kobayashi and G. Mano, “The inversion formula and holomorphic extension of the minimal representation of the conformal group”, *Harmonic Analysis, Group Representations, Automorphic Forms and Invariant Theory* (Howe 教授 60 歳記念号), 2007, pp. 159–223. ISBN 978-9812770783.
  9. T. Kobayashi and T. Yoshino, “Compact Clifford–Klein forms of symmetric spaces—revisited”, *Pure and Appl. Math. Quarterly* **1** (2005), 603–684 (Borel 教授追悼号).  
[著書]
- B–1. T. Kobayashi and G. Mano, “The Schrödinger model for the minimal representation of the indefinite orthogonal group  $O(p, q)$ ”, to appear in *Mem. Amer. Math. Soc.*, アメリカ数学会, 171 pp. arXiv:0712.1769 [math.RT].
- B–2. 小林俊行, 大島利雄, 『リー群と表現論』, 岩波書店, 2005, 610 pp. ISBN 978-4000061429.
- C. 口頭発表
1. Visible Actions on Complex Manifolds and Multiplicity One Theorems (opening lecture), *Finite and Infinite Dimensional Complex Geometry and Representation Theory*, Oberwolfach, Germany, February 2004; (invited address) *The Asian Mathematical Conference (AMC2005)*, Singapore, July 2005; *International Conference on Harmonic Analysis, Group Representations, Automorphic Forms and Invariant Theory* (Howe 教授 60 歳記念研究集会, opening lecture), Singapore, January 2006; *AMS 2008 Spring Southeastern Meeting*, Louisiana State University, Baton Rouge, USA, March 2008; *Université de Reims 談話会*, France, September 2008.
  2. Analysis on Homogeneous Spaces Revisited—From Viewpoint of Branching Laws of Unitary Representations, *Harmonic Analysis on Lie Groups and Symmetric Spaces* (Faraut 教授退官記念研究集会), Joint meeting of Seminar Sophus Lie, Nancy, France, June 2005.
  3. Restrictions of Unitary Representations of Real Reductive Groups, *International Conference on Representations of Real Reductive Groups* (Parthasarathy 教授 60 歳

- 記念研究集会), Mumbai, India, January 2006.
4. Branching Problems of Unitary Representations, Sixth Pan-African Congress of Mathematicians (PACOM2004, plenary address), Institut National des Sciences Appliquées et de la Technologie (INSAT), Tunis, Tunisia, September 2004; Sackler Distinguished Lectures in Pure Mathematics, Tel Aviv University, Israel, May 2007; Locally Symmetric Spaces, Banff International Research Station, Canada, May 2008; Number Theory Seminar, Harvard University, USA, May 2008.
  5. Multiplicities in the Decomposition of Unitary Representations of Reductive Lie Groups, Lie Groups, Algebraic Groups and Transformation Groups (Vinberg 教授 70 歳記念研究集会, opening lecture), Universität Bielefeld, Germany, July 2007.
  6. Branchings to Symmetric Pairs and Analysis on Symmetric Spaces, International Conference on Integral Geometry, Harmonic Analysis and Representation Theory (Helgason 教授 80 歳記念研究集会), Reykjavik, Iceland, August 2007.
  7. Existence Problem of Compact Locally Symmetric Spaces, Journées Solstice d'été 2007: Théorie de Lie, Géométrie et Représentations, Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris, France, June 2007; Representation Theory, Complex Analysis and Integral Geometry (closing lecture), Max-Planck-Institut für Mathematik, Bonn, Germany, July 2007; Harvard University 談話会, USA, March 2008; Louisiana State University 談話会, Baton Rouge, USA, March 2008; Tufts University 談話会, USA, April 2008; the Monna Lectures (2 lectures), Utrecht University, the Netherlands, December 2008; Institut Henri Poincaré, Paris, France, December 2008; Yale University 談話会, USA, March 2009.
  8. Visible Action, Polar Action and Coisotropic Action, Jean-Louis Clerc 教授退官記念研究集会 “Hermitian Symmetric Spaces, Jordan Algebras and Related Problems”, Centre International de Recherches Mathématiques (CIRM), Luminy, France, June 2008.
  9. Holomorphic semigroups for minimal representations of conformal groups, Harmonic Analysis, Operator Algebras and Representation Theory, Centre International de Recherches Mathématiques (CIRM), Luminy, France, November 2008.
  10. Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces—Beyond the Riemannian case, Conference in honor of Toshio Oshima’s 60th birthday “Differential Equations and Symmetric Spaces” (大島利雄先生還暦記念研究集会), University of Tokyo, Japan, January 2009.
- D. 講義
1. Mathematics 275: Multiplicity-Free Representations: Complex Geometric Methods in Representation Theory: 複素多様体における可視的作用の概念と無重複表現の理論. (ハーバード大学, USA, 37 回, 大学院学生, 専門家向け)
  2. Visible Actions and Multiplicity-free Representations. (Functional Analysis X: Representation Theory, Dubrovnik, クロアチア, 4 回, 大学院学生, 専門家向け)
  3. 数学 IB: 計算・応用を重視した微積分, 広義積分, ガンマ関数, ベータ関数, 重積分, Riesz potential の畳み込み. (教養学部前期課程講義)
  4. 数学 IB 演習: 上記の演習. (教養学部前期課程講義)
  5. 数学 II 文系: 線型代数の入門講義: 行列の演算, 階数, 行列式, 3次元のベクトル解析 (外積, 内積), 連立一次方程式と行列, 置換と符号, 行列式と逆行列 (+ 8 回の演習問題). (教養学部前期課程講義)
  6. 微分幾何学・幾何学 XB: リー群と等質空間: リー群・リー環の定義, 例, 線型リー群, 等

質空間, 有界対称領域, 簡約リー群の構造.  
(数理大学院・4年生共通講義)

#### F. 対外研究サービス

[ジャーナルのエディター]

1. Managing Editor, Japanese Journal of Mathematics (日本数学会) (2005–)
2. Managing Editor, Takagi Booklet, vol. 1–5 (日本数学会) (2005–)
3. Editor, Geometriae Dedicata (Springer) (2000–)
4. Editor, International Mathematics Research Notices (Oxford 大学出版) (2002–)
5. Editor, International Journal of Mathematics (World Scientific) (2004–)
6. Editor, International Mathematics Research Papers (Oxford 大学出版) (2005–)
7. Editor, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo (2007–)
8. Editor, Advances in Pure and Applied Mathematics (Heldermann Verlag) (2008–)
9. Editor in Chief, Journal of Mathematical Society of Japan (日本数学会) (2002–2004; 2004–2006), Editor (1998–2006)
10. Editor, Publications RIMS (2003–2007)
11. Editor, Progr. Math. vol. 255 (with W. Schmid, J.-H. Yang), Birkhäuser, 2007

[学会・他大学の委員など]

12. 日本学術会議連携会員 (2006–)
13. 日本数学会評議員 (2003–2005; 2005–2007)
14. 日本数学会理事 (2003–2005; 2005–2007)
15. 京都大学数理解析研究所専門委員 (2007–)
16. 科学研究費等の審査委員: 日本 (JSPS), 米国 (NSF), ドイツ, ルクセンブルク
17. Jury, Habilitation, Reims University, France (2006)

[国際研究集会のオーガナイザーなど]

18. オーガナイザー, Symposium on Representation Theory, 淡路島, 2004年11月16–19日 (with H. Ochiai and H. Tagawa)
19. オーガナイザー, International Symposium on Representation Theory and Automorphic Forms, Seoul National University, Korea, 14–17 February 2005 (with W. Schmid and J.-H. Yang)
20. オーガナイザー, 高木レクチャー, 第1回 (京都大学数理研, 2006年11月), 第2回 (東京大学, 2007年5月), 第3回 (東京大学, 2007年11月), 第4回 (京都大学, 2008年6月), 第5回 (東京大学, 2008年10月), 第6回 (北海道大学, 2009年6月) (with Y. Kawahigashi, H. Nakajima, K. Ono and T. Saito)
21. オーガナイザー, Harmonische Analysis und Darstellungstheorie Topologischer Gruppen, Oberwolfach, Germany, 14–20 October 2007 (B. Krötz, E. Lapid, and C. Torossian)
22. Scientific Committee, Hermitian Symmetric Spaces, Jordan Algebras and Related Problems (conference in honor of Prof. Jean-Louis Clerc), Centre International de Recherches Mathématiques, Luminy, France, 23–27 June, 2008
23. オーガナイザー, 微分方程式と対称空間—大島利雄先生還暦記念研究集会, 東京大学, 2009年1月13–16日 (with H. Matumoto, H. Ochiai and H. Sekiguchi)
24. オーガナイザー, Mathematics: From Today to Tomorrow—Global COE Opening Symposium at Tokyo, 東京大学, 2009年1月30日–2月1日 (with Y. Kawahigashi, Y. Kawamata and T. Saito)
25. オーガナイザー, The 8th Workshop on Nilpotent Orbits and Representation Theory (NORTH 8), 大津, 2009年3月8–11日 (with K. Nishiyama and H. Yamashita)
26. オーガナイザー, GCOE Spring school on representation theory, 東京大学, 2009年3月12–17日

27. オーガナイザー, Conference in honor of Bent Ørsted's 60th birthday: Representations, Lie groups, and conformal geometry, Göttingen, Germany, 6–10 April 2009 (with M. Pevzner, P. Ramacher and I. Witt)
28. Scientific Committee, Conference in honor of Takayuki Oda's 60th birthday, 東京大学, 2009年9月14–17日
29. オーガナイザー, Representation Theory and Harmonic Analysis, Oberwolfach, Germany, 14–20 November 2010 (with B. Krötz)
30. オーガナイザー, リー群論・表現論セミナー (1987–2001 東大; 2003–2007 RIMS; 2007–東大)

#### G. 受賞・栄誉

1. Monna Lecturer, Netherland (2008)
2. フンボルト賞 (数学部門), Germany (2008)
3. Sackler Distinguished Lecturer, Israel (2007)
4. 日本学術振興会賞 (2007) 「代数・幾何・解析にまたがるリー群の無限次元表現の理論と不連続群の研究」
5. 大阪科学賞 (2006) 「リーマン幾何の枠組を超えた不連続群論の創始とリー群の無限次元表現における離散的分岐則の発見」

#### H. 海外からのビジター

1. Professor Dr. Joachim Hilgert (2008 Fall)
2. Professor Eric Opdam (2008.12–2009.1)
3. Professor Bernhard Krötz (2009.3)
4. Professor Peter Trapa (2009.3)
5. Professor Roger Zierau (2009.3)