

博士課程学生 (Doctoral Course Students)

田内 大渡 (TAUCHI Taito)

(FMSP コース生)

#### A. 研究概要

$P$  を実簡約リー群  $G$  の極小放物型部分群,  $H$  を  $G$  の実簡約代数部分群とする. このとき, 等質多様体  $G/H$  上の  $P$  軌道の個数が有限であることと, 任意の  $G/P$  上の  $G$  同変ベクトル束  $\mathcal{V} \rightarrow G/P$  に対し  $c_G(\mathcal{V}) := \dim \text{Hom}_G(C^\infty(G/P, \mathcal{V}), C^\infty(G/H))$  が有限であることとの同値性が小林・大島により示された (2013 年). ここで  $C^\infty(G/P, \mathcal{V})$  はベクトル束  $\mathcal{V}$  の可微分な切断全体がなすフレシェ空間を表す. また  $G_{\mathbb{C}}, H_{\mathbb{C}}$  をそれぞれ  $G, H$  の複素化とし  $B$  を  $G_{\mathbb{C}}$  のボレル部分群とすると,  $G_{\mathbb{C}}/H_{\mathbb{C}}$  上の  $B$  軌道の個数が有限であることと,  $c_G(\mathcal{V})$  が  $G$  同変なベクトル束  $\mathcal{V}$  全体に対して一様有界であることとの同値性も両氏により示されている. これを踏まえ, 次の問題を考える. 「 $P_{\mathbb{C}}$  を  $P$  の複素化とし,  $G_{\mathbb{C}}/H_{\mathbb{C}}$  上の  $P_{\mathbb{C}}$  軌道の個数が有限であるとする. このとき  $\sup(c_G(\mathcal{L})) < \infty$  が成り立つか? ここで  $\sup$  は  $G$  同変な  $G/P$  上の線束  $\mathcal{L}$  全体をはしるものとする.」

今年度, 私はこの問題に取り組み, パラメータ付きホロノミー  $D$  加群の理論を用いることで証明を与えることができた

Let  $P$  be a minimal parabolic subgroup of a real reductive Lie group  $G$ , and  $H$  a real reductive algebraic subgroup of  $G$ . Then it is proved by T. Kobayashi and T. Oshima in 2013 that the finiteness of the number of  $P$ -orbits on a homogeneous space  $G/H$  is equivalent to the finiteness of  $c_G(\mathcal{V}) := \dim \text{Hom}_G(C^\infty(G/P, \mathcal{V}), C^\infty(G/H))$  for any  $G$ -homogeneous vector bundle  $\mathcal{V} \rightarrow G/P$ . Here  $C^\infty(G/P, \mathcal{V})$  denotes the Fréche space of the smooth sections of  $\mathcal{V}$ . Moreover they proved that the finiteness of the number of  $B$ -orbits on a homogeneous space  $G_{\mathbb{C}}/H_{\mathbb{C}}$  is equivalent to the finiteness of  $\sup(c_G(\mathcal{V}))$  where the supreme is taken over all  $G$ -homogeneous vector bundles  $\mathcal{V}$  over  $G/P$ . Here we write  $G_{\mathbb{C}}, H_{\mathbb{C}}$  for complexifications of  $G, H$ , respectively, and  $B$  is a Borel subgroup of  $G_{\mathbb{C}}$ . Concerning this, we consider the following problem: "Let  $P_{\mathbb{C}}$  be a complexification of  $P$  and suppose that the

number of  $P_{\mathbb{C}}$ -orbits in  $G_{\mathbb{C}}/H_{\mathbb{C}}$  is finite. Then whether it is true or not that there exists  $C > 0$  such that  $c_G(\mathcal{L}) < C$  for any  $G$ -homogeneous line bundles  $\mathcal{L}$  over  $G/P$ ?"

In this year, I studied and proved this problem by using the theory of the family of holonomic  $D$ -modules.

#### B. 発表論文

1. T. Tauchi: "実リー群の軌道と不変超関数の次元について", 東京大学修士論文.

#### C. 口頭発表

1. Homogeneous Domains on Flag Manifolds (論文紹介: B. Kimelfeld), Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 玉原セミナーハウス, 2015 年 8 月.
2. Dimension of invariant distributions, Berkeley-Tokyo Winter School "Geometry, Topology and Representation Theory", アメリカ, University of California Berkeley 2016 年 2 月.
3. Dimension of the space of intertwining operators from degenerate principal series representations, "表現論と非可換調和解析をめぐる諸問題"(研究代表者: 青木茂 (拓殖大学工学部)), 京都大学数理解析研究所, 2016 年 6 月.
4. 柏原の構成可能定理について, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 玉原セミナーハウス, 2016 年 8 月.
5. 退化主系列表現からの絡作用素の次元について, 日本数学会秋季総合分科会, 関西大学千里山キャンパス, 2016 年, 9 月.