

田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

簡約代数群の複素代数多様体への可視的作用について研究している。複素多様体に対する可視的作用の理論は小林俊行氏によって導入され、その目的をリー群の無重複表現の統一的扱いとしている。実際、小林氏が証明した無重複性の伝播定理を用いることで、リー群の可視的作用から様々な無重複定理を（有限次元か無限次元かを問わず、また離散分解可能か連続スペクトラムを含むかどうかに関わらず）得ることができる。そこで、リー群の可視的作用にはどのようなものがあるのか、どれ位あるのかということを考える。以下に、可視的作用の分類理論に関する先行結果を紹介する。

- G をエルミート型単純リー群、 H をその対称部分群とする。このとき H はエルミート対称空間 G/K に強可視的に作用する（小林、Transform. Groups (2007)）。
- ユニタリ群のレビ部分群による A 型一般旗多様体への強可視的作用は、小林氏によって分類された（小林、J. Math. Soc. Japan (2007)）。
- (G, V) を線型無重複空間とし、 U を G のコンパクト実形とする。このとき U の V への作用は強可視的である（笹木集夢、Int. Math. Res. Not. (2009), (2011)）
- いくつかの非対称簡約型球等質空間 G/H に対し、 G のコンパクト実形 U による強可視的作用が笹木氏によって構成されている（笹木、Geom. Dedicata (2010), J. Math. Sci. Univ. Tokyo (2010), Adv. Pure Appl. Math. (2011)）。

エルミート型対称空間に対する可視的作用の存在については、小林氏によって抽象的な証明が与えられている。一方、上で紹介した対称空間でない場合については、各論を用いて可視的作用が構成されている。これに対し、私は今年度の研究で可視的作用のかなり一般的な構成法を見つけ、その手法をいくつかの応用例と共に博士論文の中で紹介した。

I have been studying visible actions of reduc-

tive algebraic groups on complex spherical varieties. The theory of visible actions on complex manifolds was introduced by T. Kobayashi with the aim of uniform treatment of multiplicity-free representations of Lie groups. Indeed, by the propagation theorem of the multiplicity-freeness property proved by Kobayashi, we can obtain various kinds of multiplicity-free representations from a visible action. Therefore it would be natural to try to find or classify visible actions. On a classification theory of visible actions, we have the following preceding results.

- Kobayashi proved that any symmetric subgroup H of a simple Lie group G of Hermitian type acts on the Hermitian symmetric space G/K strongly visibly (Kobayashi, Transform. Groups (2007)).
- Kobayashi classified strongly visible actions of (compact) Levi subgroups on generalized flag varieties of type A (Kobayashi, J. Math. Soc. Japan (2007)).
- A. Sasaki proved that for any linear multiplicity-free space (G, V) any compact real form U of G acts on V strongly visibly (Sasaki, Int. Math. Res. Not. (2009), (2011)).
- Sasaki constructed strongly visible actions of compact real forms on some affine homogeneous spherical varieties (Sasaki, Geom. Dedicata (2010), J. Math. Sci. Univ. Tokyo (2010), Adv. Pure Appl. Math. (2011)).

In the symmetric setting, Kobayashi gave an abstract proof for the visibility of the group-actions. However, in other settings above, the case-by-case argument was used for the proofs. In this year I found a general method to construct visible actions of reductive algebraic groups on spherical varieties. The details for that method together with some applications can be found in my thesis.

B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, Classification of visible actions on flag varieties, Proceedings of the

- Japan Academy, Series A, Mathematical Sciences, **88** (2012) no. 6, 91–96.
2. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of type B and a generalization of the Cartan decomposition, Bulletin of the Australian Mathematical Society, **88** (2013) no. 1, 81–97.
 3. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of type C and a generalization of the Cartan decomposition, Tohoku Mathematical Journal, **65** (2013) no. 2, 281–295.
 4. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of type D and a generalization of the Cartan decomposition, Journal of the Mathematical Society of Japan, **65** (2013) no. 3, 931–965.
 5. Yuichiro Tanaka, Visible actions on flag varieties of exceptional groups and a generalization of the Cartan decomposition, Journal of Algebra, **399** (2014), 170–189.
 6. 田中雄一郎, コンパクトリー群に対する一般化カルタン分解について, 2011年度表現論シンポジウム報告集, (2011), 1–11.
 7. Yuichiro Tanaka, A generalized Cartan decomposition for connected compact Lie groups and its application, 数理解析研究所講究録 No. 1795 (2012), 117–134.
 8. 田中雄一郎, 旗多様体への可視的作用の分類とその応用, 数理解析研究所講究録, No. 1825 (2013), 133–141.
 9. 田中雄一郎, Geometry of multiplicity-free representations of $SO(N)$ and visible actions, 2013年度表現論シンポジウム報告集, (2013), 62–70.
 10. 田中雄一郎, アフィン球等質空間への可視的作用とその応用, 数理解析研究所講究録, No. 1925 (2014), 31–38.
- C. 口頭発表
1. 田中雄一郎, 直交群の無重複表現の幾何と可視的な作用, リー群論・表現論セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, October 2013.
 2. Yuichiro Tanaka, Visible actions on generalized flag varieties -Geometry of multiplicity-free representations of $SO(N)$ -, JSPS-DST Asian Academic Seminar 2013, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, November 2013.
 3. Yuichiro Tanaka, Visible actions on generalized flag varieties and a generalization of the Cartan decomposition, East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics, Department of Mathematics, Kyoto University, January 2014.
 4. Yuichiro Tanaka, 旗多様体への可視的作用とカルタン分解の一般化, 松木敏彦先生還暦記念研究集会, 県民ふれあい会館, 鳥取県, February 2014.
 5. 田中雄一郎, Geometry of multiplicity-free representations of $SO(N)$ and visible actions, 日本数学会 2014年度年会, 学習院大学, March 2014.
 6. Yuichiro Tanaka, Visible actions on generalized flag varieties and a generalization of the Cartan decomposition, The XVIth International Conference, Geometry, Integrability and Quantization, Varna, Bulgaria, June 2014.
 7. 田中雄一郎, アフィン球等質空間への可視的作用とその応用, 表現論と調和解析の新たな進展, 数理解析研究所, June 2014.
 8. 田中雄一郎, Introduction to the paper “Periods and harmonic analysis on spherical varieties” by Sakellaridis and Venkatesh, Kobayashi lab summer camp seminar, 玉原国際セミナーハウス, 群馬県, August 2014.
 9. Yuichiro Tanaka, Visible actions on generalized flag varieties, GTM seminar, Kavli IPMU, November 2014.
 10. 田中雄一郎, Visible actions on generalized flag varieties, 量子化の幾何学 2014, 早稲田大学理工学部, December 2014.
- G. 受賞

2011 年度数理科学研究科長賞
2014 年度数理科学研究科長賞