

複素多様体における可視的作用 と 無重複表現

小林 俊行

紫綬褒章は思いがけないことでした。受章したのは、私一人なのではなく、お世話になった方、先生・先輩・同僚・スタッフ・学生や研究仲間全員であり、荣誉と喜びを共に受けたく思います。感謝の念を励みとし、新たな挑戦を続けたいと思っています。

今回の『研究紹介』では、以前に執筆した数理ニュース(2008, 2010)との重複を避け、別のテーマとして**可視的作用の理論**を取り上げてみます。これは、18年前の1996年に研究を開始し、比較的早い段階で新しい結果が次々得られた後、ゆっくりと時間をかけて根本的な原理を澄んだ形で明らかにしようと試みる中で名付けたテーマです。

■ “一期一会” … 無重複表現 ■

線型な対称性では重ね合わせが可能です。その中で、**最小単位の対称性**(既約表現)がそれぞれ高々一度しか現れないものを**無重複表現**と呼びます。古典的な展開定理であるフーリエ展開、テイラー展開、球関数展開などは、可換群やコンパクト群の無重複表現の分解に対応しています。さて、一期一会、唯一無二という言葉は**二度とないものこそ大切で曖昧さがない**ことに裏打ちされています。一般に、既約表現が無限次元となる $SL(n)$ のような群でも、無重複性の下では、曖昧さのない有用な展開定理が得られます。

■ “Only One (ただ一つ)” を生み出す構造…可視的作用の発見 ■

表現の中で無重複表現は特に良いクラスです。有限次元の場合には、代数幾何を援用する理論や、組合せ論や計算機で発見するといった事例研究も多くなされています。

一方、個々の例ではなく、全く新しい手法で、系統的に無重複表現を発見するために、「**対称性が崩れれば、通常は混沌で終わるが、良い環境では個性が育つ**」

と考えてみます。そこで、下の図式のように、“無重複性”が育つ“環境”に注目する構想を立ててみました。“種”は一次元表現のような簡単な無重複表現で、“良い環境”に対応するのが、**可視的作用**という新しい幾何的概念です。この図式は汎用性が高く、閉じた複素多様体の可視的作用からは(組合せ論的な多様性をもたらす)有限次元の無重複表現が構成され、また、開いた複素多様体からは(連続スペクトラムを含みうる)無限次元の無重複表現が系統的に構成されます。



有限次元の無重複表現が構成され、また、開いた複素多様体からは(連続スペクトラムを含みうる)無限次元の無重複表現が系統的に構成されます。

■ 対称性の破れの大域解析と無重複表現 ■

複素多様体の可視的な作用は、ある全実部分多様体が全ての軌道と交わるという特性を持ち、リーマン幾何の極作用と類似した側面があります。複素微分幾何学的にも、また分類理論でも、今後、可視的作用の研究がさらに進展することを期待しています。

可視的作用の理論によって、無重複表現の全体像の幾何学的な理解が進みました。その一つの応用として、最近、私は無重複性を土台とし、**対称性の破れ**(無限次元表現の分岐則)を明示的に与える作用素の構成という新しいテーマにも取り組んでいます。

* * * 紫綬褒章 * * *

学術・芸術・スポーツで著しい業績を上げた人に授与される褒章。内閣府賞勲局の管轄で審査が行われ、国事行為の1つとして、天皇が授与します。2014年春の紫綬褒章では、歌舞伎俳優で人間国宝の坂東玉三郎さん、女優の宮本信子さん、フィギュアスケート金メダリストの羽生結弦さんなど23人が受章しました。