第１６回高木レクチャー

平成２７年１１月２８日（土）12:40–13:40
平成２７年１１月２９日（日）10:00–11:00
東京大学大学院数理科学研究科
大講義室

ホロノミックＤ加群に対する リーマン＝ヒルベルト対応

柏原正樹
(京大数理研)

Abstract

元来の Riemann–Hilbert 問題は、曲線の上に与えられたモノドロミーをもつ確定特異点型の線形常微分方程式が存在するかという問題であった。

P. Deligne は、これを、複素多様体 X 上の超曲面 Y に極をもつ確定特異点型可積分接続と $X \setminus Y$ 上の局所系との一対一対応として定式化した。

その後、講演者は、これを X 上の確定特異点型ホロノミー$\mathcal{D}_X$-加群の導来圏 $\mathrm{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{rh}}(\mathcal{D}_X)$ と X 上の $\mathbb{C}$-構成可能層の導来圏 $\mathrm{D}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-c}}(\mathbb{C}_X)$ の間の導来圏同値として定式化した。

この導来圏同値は、de Rham 関手

$$\mathcal{DR}_X\colon \mathrm{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{rh}}(\mathcal{D}_X) \to \mathrm{D}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-c}}(\mathbb{C}_X)$$

によって与えられる。ここに, $\mathcal{DR}_X(\mathscr{M}) = \Omega_X \overset{\mathrm{L}}{\otimes}_{\mathcal{D}_X} \mathscr{M}$ で、Ω_X は X 上の最高次数微分形式の層である。

しかし、これを (確定特異点型と限らない) ホロノミーD_X-加群の場合に拡張することは、長年の懸案であった。最近、講演者は、 Andrea D’Agnolo とともに、帰納層（indsheaf）を用いることにより、ホロノミーD_X-加群の場合の Riemann–Hilbert 問題を証明することに成功した。

この証明には、2 つの手法が大きな役割を果たした。

一つは、帰納層である。もともと, この概念は、緩増加な関数の “層” を定式化するために導入された概念である。

もう一つは、一変数追加するという手法である。即ち、もとの多様体 M ではなく $M \times \mathbb{R}$ の上の帰納層を考察しようという手法である。

この二つの手法を用いることにより、ホロノミーD-加群の解の特異点における増大の様子を完全に理解することができる。