

# オイラーの定理のアーノルドによる 行列への一般化について

M. Mazur and B.V. Petrenko

## Abstract

アーノルドが予想しゼレルアが証明した最近の結果によれば, 素数  $p$ , 正整数  $k$ , 整数係数正方行列  $A$  に対し,  $\text{tr}(A^{p^k}) \equiv \text{tr}(A^{p^{k-1}}) \pmod{p^k}$  である. これの一般化として, 整数係数  $A, B$  が  $p^k$  を法として合同ならば,  $A^p$  と  $B^p$  の固有多項式が  $p^{k+1}$  を法として合同であることの短い証明を与える. アーノルドの予想はこのことから直ちに従う. この結果を使って, 2 次の任意の整数係数正方行列  $A$  に対し, オイラーの定理の一般化として次のことを示した:  $\phi$  をオイラー関数とし, 自然数  $n = \prod_{i=1}^l p_i^{\alpha_i}$  に対し  $\Phi(n) = (\phi(n) + \prod_{i=1}^l p_i^{\alpha_i-1}(p_i + 1))/2$  とおくと,  $A^{\Phi(n)}$  と  $A^{\Phi(n)-\phi(n)}$  の固有多項式は  $n$  を法として合同である.