No.

Date 4.25

前回の訂正と補足

$f: X \to Y$

$$\begin{tikzcd} 2^{\pi_0(Y)} \arrow[r] \arrow[d, hook] & 2^{\pi_0(X)} \times_{2^{X_Z}} 2^{Y_Z} \arrow[d, hook] \\ 2^{Y_Z} \arrow[r] & 2^{X_Z} \end{tikzcd}$$

$C' \mapsto (f^{-1}(C'), \underbrace{C' \cap Y_Z}_{})$

$O \leftarrow\!\shortmid (C, A)$

$$\begin{tikzcd} X_Z \arrow[r, two heads] \arrow[d] & \pi_0(X) \arrow[d] \\ Y_Z \arrow[r, two heads] & \pi_0(Y) \end{tikzcd}$$

全部単射なので第2成分Aの方だけみればOK.

$X \to Y$ bij $\iff 2^X \leftarrow 2^Y$ がbij.

$$\begin{array}{ccc} G_i & \supset & G_{i+1} \\ \cup & \curvearrowright \Omega^1_{F/E} & \cup E \\ G_{i,\log} & & G_{i+1,\log} \end{array}$$

$$0 \to \Omega^1_{E/F} \to \Omega^1_{E/F}(\log) \xrightarrow{\text{res}} E \to 0$$

$G \quad \mathcal{C}_G \quad F_G = F: \mathcal{C}_G \to \mathcal{C}_G$

$G = \mathrm{Aut}(F_0) \quad F_0: \mathcal{C}_G \to \mathrm{Set}$

No.
Date

分岐群の定義の幾何的意味づけ

分離閉包
$\bar{K}$
$L \subset \bar{K}$
$O_{\bar{K}} \subset \bar{K}$
O_Kの整閉

L/K

$$G_i \subset G = \mathrm{Gal}(L/K) = \mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_{\bar{K}})$$

O_K-alg.の射の集合

$$\begin{array}{ccc} \| & \downarrow \varphi_i & \\ \text{核} & \mathrm{Aut}(O_L/m_i) \hookrightarrow \mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_{\bar{K}}/m_i O_{\bar{K}}) & \end{array}$$

$$\{\sigma \in G \mid \varphi_i(\sigma) = \varphi_i(id)\}$$

$$\begin{array}{ccc} O_L & \subset & O_{\bar{K}} \\ \downarrow & & \downarrow \\ O_L/m_i & \hookrightarrow & O_{\bar{K}}/m_i \end{array}$$

$O_K[X_1, \cdots, X_n] \twoheadrightarrow O_L$　O_K上の環の全射

$$G_i \subset G = \mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_{\bar{K}}) \hookrightarrow \mathrm{Mor}_{O_K}(O_K[X_1, \cdots, X_n], O_{\bar{K}})$$

$$id \mapsto (a_1, \cdots, a_n)$$

$D^n = \{(x_1, \cdots, x_n) \in \bar{K}^n \mid \mathrm{ord}(x_i) \geq 0\}$

n次元単位円板

$$\mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_{\bar{K}}/m_i O_{\bar{K}}) \hookrightarrow \mathrm{Mor}_{O_K}(O_K[X_1, \cdots, X_n], O_{\bar{K}}/m_i O_{\bar{K}})$$

$\bar{K}$の正規付値

$\bar{K} = \bigcup_{K' \supset K} K'$　有限次分離　離散付値体

$\mathrm{ord}|_{K'}$は$\mathrm{ord}_{K'}$の一意的な延長

右の↓による$(\bar{a}_1, \cdots, \bar{a}_n)$の逆像$= \{(x_1, \cdots, x_n) \in D^n \mid \mathrm{ord}(x_j - a_j) \geq \frac{i}{e_{L/K}}\}$

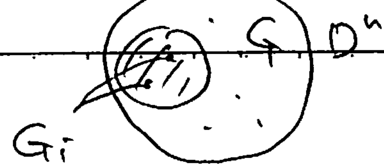
$$D^n\left(\frac{i}{e_{L/K}}, (a_1, \cdots, a_n)\right) \subset D^n(1, 0) = D^n$$

(加法的な)半径　中心

No.

Date

$G_i = G \cap D^n\left(\frac{i}{e_{Y_K}}, a\right)$



$D^n \supset D^n\left(\frac{i}{e_{Y_K}}, a\right)$ を扱う幾何：リジッド幾何

アフィノイド

↑

$O_K\langle X_1,\dots,X_n\rangle = \varprojlim_m O_K/m_K^m[X_1,\dots,X_n]$ π進完備化

$K\langle X_1,\dots,X_n\rangle = K \otimes O_K\langle X_1,\dots,X_n\rangle$

$D^n = \mathrm{Mor}_K(K\langle X_1,\dots,X_n\rangle, \bar{K})$

$\cup$

$D^n\left(\frac{i}{e_{Y_K}}, a\right) = \mathrm{Mor}_L\left(L\left\langle \frac{X_1-a_1}{\pi_L^i},\dots,\frac{X_n-a_n}{\pi_L^i}\right\rangle, \bar{K}\right)$

半径をちぢめる。

K上のリジッド幾何 ではこうす

Lの素元

K上の代数。

$K\langle X_1,\dots,X_n\rangle \longrightarrow \underline{L\langle Y_1,\dots,Y_n\rangle}$ Tate algebra.

$X_j \longmapsto a_j + \pi_L^i Y_j$

blow-up / O_K 上の代数幾何

$O_L\langle X_1,\dots,X_n\rangle \supset (\pi_L^i, X_1-a_1,\dots,X_n-a_n)$ イデアル

Spf $O_L\langle X_1,\dots,X_n\rangle$ $\mathbb{A}^n_{O_K}$ の closed fiber $\mathbb{A}^n_F$ にそっての formal completion

↑

Spf $O_L\left\langle \frac{X_1-a_1}{\pi_L^i},\dots,\frac{X_n-a_n}{\pi_L^i}\right\rangle \cup \dots$

blow-up してそのopenをとる。

O_K 上の形式代数幾何

$$G_i \subset G = \mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_E) \to \mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_E/m_E^i O_E)$$

$i \in \mathbb{N}$

ここにいって同じ.

$r \in \mathbb{Q}_{>0}$

$$G^r \subset G \to \mathrm{Mor}(O_L, O_E) \to \underline{\mathrm{Mor}(O_L, O_E/m_E^r)}$$

ここに行って同じ<u>連結成分</u>にはいる.

$m_E^r = \{x \in E \mid \mathrm{ord}(x) \geq r\}$

$m_E^0 = O_E \supset m_E^r$ イデアル

直接これを位相空間と考えるわけではない.

$$O_L \xleftarrow[\text{同形}]{} O_K[x_1, \dots, x_n]/(f_1, \dots, f_n)$$

$$\begin{tikzcd}
T = \mathrm{Spec}\, O_L \arrow[r] \arrow[d] & \mathbb{A}^n_{O_K} = \mathrm{Spec}\, \underline{O_K[x_1, \dots, x_n]} = B \arrow[d] & f_i \\
S = \mathrm{Spec}\, O_K \arrow[r] & \mathbb{A}^n_{O_K} = \mathrm{Spec}\, \underline{O_K[s_1, \dots, s_n]} = A & s_i \arrow[u, mapsto]
\end{tikzcd}$$

$m_L \mapsto m'$, $m_K \mapsto m$

finite flat とは限らないが, 少し局所化すればそうなる.

$$\begin{tikzcd}
O_K[[s_1, \dots, s_n]] = \hat{A}_m \arrow[r, "\text{flat}"] \arrow[d] & \hat{B}_{m'} \arrow[d] \\
O_K \arrow[r] & O_L
\end{tikzcd}$$

: ^は極大イデアルでの完備化

$\hat{B}_{m'}$ は $\hat{A}_m$ 加群として自由加群で, その階数は $[L:K]$ と等しい.

レポート問題

A→B を完備ネーター正則局所環の局所準同形で、単射で、$\dim A = \dim B$ (Krull次元)

$I \subset A$ イデアル A/I も正則とする.

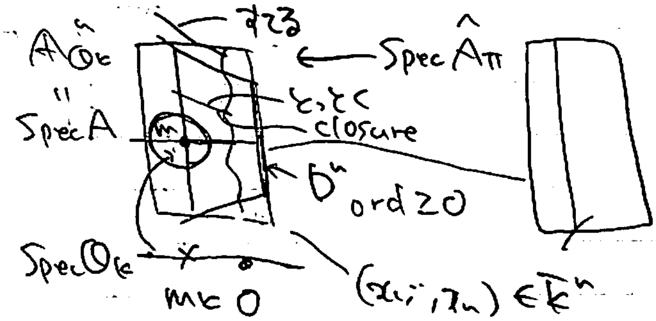
B/IB が A/I 加群として有限生成自由加群ならば

B も A 加群として有限生成自由加群.

$$\hat{B}_\pi = \mathcal{O}_K\langle x_1, \dots, x_n\rangle$$

π進完備化 $\uparrow$

$$\hat{A}_\pi = \mathcal{O}_K\langle s_1, \dots, s_n\rangle$$



$$\begin{array}{ccc} \mathcal{O}_C & \leftarrow & \hat{B}_\pi \\ \uparrow & & \uparrow \\ \mathcal{O}_K & \leftarrow & \hat{A}_\pi \end{array}$$

$$D^n = \mathrm{Mor}_{\mathcal{O}_K}(\hat{B}_\pi, \bar{K}) \supset f^{-1}(D^n(r,0))$$

$$f \downarrow$$

$$D^n \supset D^n(r,0) = \{(s_1, \dots, s_n) \mid \mathrm{ord}\, s_i \geq r\}$$

上.

$$\begin{tikzcd}
D^n \arrow[d, "\text{fiber が disc}"] & \supset & f^{-1}(D^n(r,0)) \arrow[d] \\
\mathrm{Mor}_{O_K}(\hat{B}_\pi, O_E/m_E^r) & \supset & \mathrm{Mor}_{O_K}(O_L, O_E/m_E^r)
\end{tikzcd}$$

$\hat{B}_\pi/(f_1,\dots,f_n) = O_L$ $\quad$ $f_1,\dots,f_n$ が O_E/m_E^r において 0

$\uparrow$ m_E^r

$\mathrm{ord}(f_i) \geq r$

$G^r = \{\sigma \in G \mid$ σ を $f^{-1}(D^n(r,0))$ の元と考えたときに、id と同じ連結成分にはいる. $\}$

$D^n(r,0)$ $\quad$ $K' \supset K$ 有限次分離

π^r $\quad$ $\mathrm{ord}(\pi^r) = r$ がある.

$$\begin{tikzcd}
D^n & O_K\langle S_1,\dots,S_n\rangle \arrow[d] \arrow[dr] & \\
 & \hat{A}_m = O_K[[S_1,\dots,S_n]] \arrow[r, "\exists!"] & O_{K'}\langle \frac{S_1}{\pi^r},\dots,\frac{S_n}{\pi^r}\rangle = \hat{A}^{(r)}_{O_{K'}}
\end{tikzcd}$$

連結な O_K alg の射

$\hat{B}_{m'}$ $\hat{A}_m$ と finite flat

‖

加群として有限生成, 自由

分岐群の定義を考えるときには位相空間として

$\hat{B}_{m'} \otimes_{\hat{A}_m} \hat{A}^{(r)}_{O_{K'}}$

$\downarrow$

$\mathrm{Spec}((\quad) \otimes_{O_{K'}} K')$

を考えれば十分

Spec に関して開写像をひきおこす.

No.

Date

$$F(\mathrm{Spec}\,L) = \mathrm{Mor}_{\mathcal{O}_K}(\mathcal{O}_L, \mathcal{O}_{\bar{K}})$$
$$\downarrow$$
$$F^r(\mathrm{Spec}\,L) = \varprojlim_{K'} \pi_0((\quad) \otimes_{\mathcal{O}_K} K')$$

$$L \rightsquigarrow F(\mathrm{Spec}\,L) \twoheadrightarrow F^r(\mathrm{Spec}\,L)$$

今の幾何的な構成：一見表示 $\mathcal{O}_K[x_1, \cdots, x_n]/(f_1, \cdots, f_n) \xrightarrow{\simeq} \mathcal{O}$ に依存

表示をとりかえると考えている位相空間の間に連続写像でfiberがdiscであるものがある。

$\overset{\text{略}}{\rightsquigarrow}$ $F^r(\mathrm{Spec}\,L)$ が well-defined

補題1の条件：cocartesian

2. $X \to Z$

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r] \arrow[dr] & Y \arrow[d] \\ & Z \end{tikzcd}$$

$T_j \mapsto \hat{g}_j$

$$\mathcal{O}_{K'} = \mathcal{O}_L[Y_1, \cdots, Y_m]/(g_1, \cdots, g_m) = \mathcal{O}_L[X_1, \cdots, X_n, Y_1, \cdots, Y_m]/(f_1, \cdots, f_n, \tilde{g}_1, \cdots, \tilde{g}_m)$$
$$|$$
$$\mathcal{O}_L = \mathcal{O}_K[X_1, \cdots, X_n]/(f_1, \cdots, f_n) = \mathcal{O}_K[X_1, \cdots, X_n, T_1, \cdots, T_m]/(f_1, \cdots, f_n, T_1, \cdots, T_m)$$
$$|$$
$$\mathcal{O}_K = \mathcal{O}_K[S_1, \cdots, S_n, T_1, \cdots, T_m]/(S_1, \cdots, S_n, T_1, \cdots, T_m)$$

このようにすれば cocartesian が示せる。

1変数のとき　$\mathcal{O}_L = \mathcal{O}_K[x]/(f(x))$

$f^{-1}(D(r,0))$ は有限個のdiscの無縁和.

$\|$

$\{x \in \bar{K} \mid \mathrm{ord}\, f(x) \geq r\} = D_1 \amalg D_2 \amalg \cdots$

α : $f(x)=0$ の根　αを中心とするdiscと$f^{-1}(D(0))$の共通部分を調べればいい.