

K : 完备离散赋值体

L/K : 有限次 Galois $G = \text{Gal}(L/K)$

$i \geq 1$ 自然数 $G_i = \ker(G \rightarrow \text{Aut}(\mathcal{O}_L/m_i))$

$$G_{i+1} = \ker(G \rightarrow \text{Aut}(L^x/m_i^x))$$

$$G_i \supset G_{i+1} \supset G_{i+2}$$

$\sigma \in G$ 则 $\sigma \in G_i$ 且 $a \in \mathcal{O}_L \Rightarrow \sigma(a) - a \in m_i$

$$G_{i+1} \quad a \in L^x \Rightarrow \frac{\sigma(a)}{a} - 1 \in m_i$$

$$\sigma(a) - a \in m_i^{i + \text{ord}_L a}$$

$$G_{i+1} = \left\{ \sigma \in G_i \mid \frac{\sigma(\pi_L)}{\pi_L} - 1 \in m_i \right\}$$

$$G_{i+2} = \left\{ \sigma \in G_{i+1} \mid \sigma(a) - a \in m_L^{i+2}, a \in \mathcal{O}_L \right\}$$

$$G_i \rightarrow \text{Hom}(L^x/\mathcal{O}_L^x, E^x) \quad i=1$$

$$\text{Hom}(L^x/\mathcal{O}_L^x, m_i^x/m_i^{x(i+1)}) \quad i > 1$$

$$\sigma \mapsto (a \mapsto \sigma(a)/a) \quad i=1$$

$$(a \mapsto \frac{\sigma(a)}{a} - 1) \quad i > 1$$

$$\alpha \notin K = G_{i+1}$$

No.

Date

$$\Omega'_{\mathcal{O}_K/\mathcal{O}_K} \rightarrow \Omega'_{E/F}$$

$$E = \mathcal{O}_K/m_L, F = \mathcal{O}_K/m_L$$

$$\sigma \in G, \sigma(a) \equiv a \pmod{m_L} \rightarrow \text{Hom}(\Omega'_{E/F}, m_L^i/m_L^{i+1})$$

$$G_{\text{irrlog}} \rightarrow \text{Hom}_{\mathcal{O}_K}(\Omega'_{\mathcal{O}_K/\mathcal{O}_K}, m_L^i/m_L^{i+1})$$

$$\text{Der}_{\mathcal{O}_K}(\mathcal{O}_K, m_L^i/m_L^{i+1})$$

$$(a \mapsto \sigma(a) - a)$$

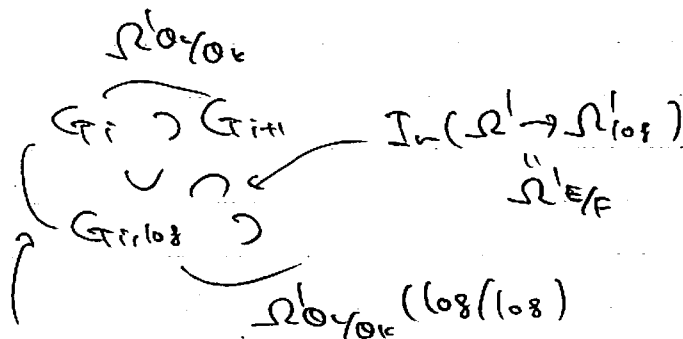
$$\sigma(ab) - ab = (\sigma(a) - a + a)(\sigma(b) - b + b) - ab$$

$$= a(\sigma(b) - b) + b(\sigma(a) - a)$$

$$+ \underbrace{(\sigma(a) - a)(\sigma(b) - b)}_{\in m_L^{i+1}}$$

$\ker(\Omega'_{\mathcal{O}_K/\mathcal{O}_K} \rightarrow \Omega'_{E/F})$ (da $a \in m_L \Rightarrow \sigma(a) - a \in m_L^{i+1}$)

$$\sigma \in G_{\text{irrlog}} \quad a \in m_L \Rightarrow \sigma(a) - a \in m_L^{i+1}$$



$$\text{oker}(\Omega' \rightarrow \Omega'(\log))$$

E^{res}

$$\ker \sigma \in \mathcal{O}_L \Rightarrow \sigma(a) - a \in \mathfrak{m}_L^{i+1}$$

$$\geq \mathfrak{m}_L^{i+1}$$

$$G_1 = I$$

$$G_{i+1} = P \quad I \text{ a } p\text{-syllow 群}$$

$$I/P \text{ 位数が } p \text{ と素な巡回群}$$

群の正規部分群とは何か。

群とは Galois category である。

正規部分群とは fiber functor a quotient functor?

何らかの条件をみたすもの

$$\cong \mathcal{C}_G$$

G : 有限群 \mathcal{C} : G の作用の下の有限集合のなす圏

\mathcal{C} の対象 有限集合 X と X の G の作用 α 対し

\mathcal{C} の射 写像 $X \rightarrow Y$ (\mathcal{C} の G の作用を保つ)

$F: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ 恒等関手 $F(X) = X$ fiber functor

\cong
 \mathcal{F}_G

$$G = \text{Aut}(F)$$

補題 1

G : 有限群, $\mathcal{Y} = \mathcal{C}_G$, $F = F_G$ とする.

F' : $\mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{Y}$ を関手とし, $F \rightarrow F'$ 関手の射とする.

次の条件を満たすとする.

(1) 任意の X に対し, $F(X) \rightarrow F'(X)$ が全射である.

(2) " X, X' " $F'(X) \amalg F'(X') \rightarrow F'(X \amalg X')$ は同形である.

(3) $X \rightarrow \mathcal{Y}$ が全射ならば,

$$\begin{array}{ccc}
 F(X) & \rightarrow & F(\mathcal{Y}) = F(X)/\sim \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 F(X)/\sim & \rightarrow & F'(X) \rightarrow F'(\mathcal{Y}) = F(X)/\langle \sim, \approx \rangle
 \end{array}$$

が co Cartesian である.

よって $\mathcal{N} := \{ \sigma \in G \mid \exists \wedge \exists \text{ の } X \text{ に対し, } \sigma \text{ が } F(X) \text{ への作用は自明} \}$

は正規部分群であり, σ は σ に作用する射

$$F(X)/\mathcal{N} \rightarrow F'(X)$$

は同形.

証明 $X = G$ の transitive (=作用可及) である $F(X) = X/N$ である。
 以下は正しい。

(2) $X = G/H$ である。 $H \subset G$ 部分群

(1) $X = G$ $F(G) = G \rightarrow F'(G) = G/K$ K 部分群

$$\begin{array}{ccc}
 (3) \quad G & = F(G) \rightarrow F(G/H) = G/H \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 G/K & \xrightarrow{=} F'(G) \rightarrow F'(G/H) = G/\langle H, K \rangle \\
 & & \text{H.K}
 \end{array}$$

K が正規部分群であることにより正しい。

$$H = K \quad \tau \in G \quad \tau K \tau^{-1} = K$$

$$\begin{array}{ccc}
 G & \xrightarrow{\tau} & G/K \quad \alpha \mapsto \alpha\tau \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 G/K & \rightarrow & G/\langle K^\tau, K \rangle \\
 & & \text{"} \\
 & & F'(G/K) \Rightarrow K = \langle K^\tau, K \rangle \quad K^\tau \subset K \text{ " } \\
 & & \text{"} \\
 & & G/\langle K, K \rangle \nearrow \\
 & & \text{"} \\
 & & K
 \end{array}$$

幾何的 (= cocartesian) な図形を作ります。

補題 2

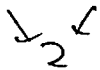
Z : 連結な位相空間, $z \in Z$

$\pi: X \rightarrow Z$ 位相空間の開閉な連続写像

X の連結成分は有限個である。

1. $X_z := \pi^{-1}(z) \rightarrow \pi_0(X) = \{X \text{ の連結成分} \}$ は全射 (1),

2. $f: X \rightarrow Y$ は開閉な連続全射の可換図式とする。



$$X_z \rightarrow \pi_0(X)$$

$$\downarrow$$

$$\downarrow$$

$$Y_z \rightarrow \pi_0(Y)$$

は cocartesian.

証明 1. C の補題

$$2. Z = \{0, 1\}, \quad \begin{matrix} Z \xrightarrow{\pi_0(Y)} \\ \parallel \\ Z \xrightarrow{\pi_0(X)} \end{matrix} \quad \begin{matrix} X \\ \times \\ X \end{matrix} \xrightarrow{f} \begin{matrix} Y \\ \times \\ Y \end{matrix}$$

[Y の開閉な部分集合]

右の集合の元 X の開閉な部分集合 C

Y の部分集合 A

$$C \cap X_z = f^{-1}(A)$$

C の補題



同様 C, Y の開閉な部分集合 C' として $f^{-1}(C') = C$

と仮定する。

$$C \cap Y_z = A$$

f の全射

$$C' = f(C) \text{ とすると } A = f(f^{-1}(A)) = f(C \cap X_2) = f(C) \cap Y_2 = C' \cap Y_2 //$$

- 幾何的構成
1. リジッド幾何 naive
 2. 代数幾何 翻訳 構造が豊か.

リジッド幾何

K : 完備 d.v.f. $\mathcal{O}_K \subset K$ の値環

\mathcal{O}_K 上 a affinoid alg. \mathcal{A} は

\mathcal{O}_K 上有限生成な環 A_0 の π -進完備化 $\varprojlim_n A_0 / \pi^n A_0$ "A"

\mathcal{O}_K 上 a affine formal scheme

rigid 幾何 = " \mathcal{O}_K 上 a formal 幾何の生成 fiber"

$$\text{Spf } A \underset{\uparrow}{=} \text{Spec}(A_0 / \pi^n A_0) \text{ underlying set}$$

K 有限次 Galois 拡大 \mathcal{O}_K の値環

$$\mathcal{O}_L = \mathcal{O}_K[x_1, \dots, x_n] / (f_1, \dots, f_n)$$

$$\mathcal{O}_L = \mathcal{O}_K[x_1, \dots, x_n] / I \quad \mathbb{Z}/\mathbb{Z}^2 \text{ (fraction の自由 } \mathcal{O}_L \text{ の群)}$$

$f_1, \dots, f_n \in I$ \mathbb{Z}/\mathbb{Z}^2 の基底

$$\mathcal{O}_L = \mathcal{O}_K[x_1, \dots, x_n] / (f_1, \dots, f_n, \{g\}) \text{ となる } g \text{ が存在}$$

$$\equiv \mathcal{O}_K[x_1, \dots, x_n, \gamma] / (f_1, \dots, f_n, \gamma^2 - 1)$$

レポート問題

A, B : \mathbb{N} - A -正則局所環

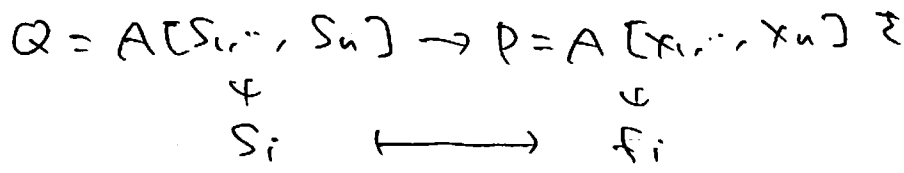
$f: A \rightarrow B$ 局所環の射 $f^{-1}(m_B) = m_A$

B : A 加群 $\mathbb{C}[x]$ 階数 r の自由 A 加群と可す。

$P = A[x_1, \dots, x_n] \rightarrow B$ A 上の環の全射, $I = \ker$ と可す

① $I/I^2 = B \otimes_P I$ は $rk \leq r$ の自由 B 加群と可すことを示す。

② $f_1, \dots, f_n \in I$ I/I^2 の基底の持ち上げと可す。



と可す。

$\lambda \in \mathbb{C}$, A 上の étale 射 $g: Q \rightarrow Q'$ と Q' の極小因子 P_1

m' と $g^{-1}(m') = m_A + (S_1, \dots, S_n)$ と可す。

$P' = \mathcal{O} \otimes_Q Q' = P'_1 \times P'_2$ と環の積に分解し、

P'_1 は階数 r の自由 Q' 加群と、 $P'_2/m'P'_2 = 0$ と可す

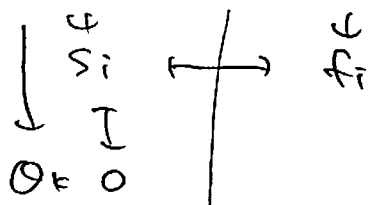
と可すことを示す。

$Q \rightarrow Q'$ 環の射が étale とは Q' が Q 加群として

平坦と $\Omega_{Q'/Q} = 0$ 。

Q

$$\mathcal{O}_k[S_1, \dots, S_n] \xrightarrow{F} \mathcal{O}_k[X_1, \dots, X_n] = P$$



$$P \otimes_{\mathcal{O}_k} \mathcal{O}_k = \mathcal{O}_k[X_1, \dots, X_n] / (f_1, \dots, f_n) = \mathcal{O}_k$$

