

中村 周 (NAKAMURA Shu)

A. 研究概要

シュレディンガー方程式を中心に、数理物理の方程式について、関数解析、偏微分方程式などの手法を用いて研究している。昨年度は、以下の2点を中心に研究を行った。

(1) 散乱多様体上の散乱理論 (論文 [4,10]. 伊藤健一との共同研究).

散乱多様体と呼ばれる漸近的に錐的な構造を持つリーマン多様体上の時間に依存する散乱理論を構成し、それに基づいて散乱作用素などの解析を行った。論文 [4] では短距離型摂動の場合の波動作用素の存在と完全性、散乱行列の Melrose 達による定義との同値性などを示した。論文 [10] では、散乱行列の超局所的性質を研究し、散乱行列がフーリエ積分作用素であることを示した。

(2) 不定符号の摂動を持つランダム・シュレディンガー作用素の解析 (論文 [2,7,9]. F. Klopp, M. Loss, G. Stolz との共同研究).

ランダム・シュレディンガー作用素のスペクトルの研究においては、局所的な摂動が定符号であることを仮定する場合が多い。特に、アンダーソン局在の証明の主要補題であるウェグナーの補題、リフシッツ特異性の通常の証明には、摂動が定符号であることが本質的に用いられている。摂動が定符号でない重要なモデルとしては、局所ポテンシャルが定符号でない alloy-type random Schrödinger operators, random displacement model, random magnetic Anderson model 等がある。論文 [2,7] においては、不定符号の局所ポテンシャルを持つ alloy-type model のリフシッツ特異性を証明し、いくつかの場合にはアンダーソン局在も証明できることを示した。論文 [9] においては、[2,7] の手法、結果を下敷きにして、random displacement model のアンダーソン局在を証明した。

I am working on differential equations appearing in mathematical physics, especially Schrödinger equations, using theories of functional analysis and partial differential equations. During the last academic year, I work mainly on the following topics:

(1) Scattering theory on scattering manifolds ([4,10]. Joint work with K. Ito).

We constructed a time-dependent scattering theory for Schrödinger operators on a class

of manifolds called *scattering manifolds*, which are noncompact manifolds with asymptotically conic ends. In [4], we introduced the framework of the scattering theory, proved the asymptotic completeness, and showed the equivalence of our definition of the scattering matrices with that by Melrose and his collaborators. In [10], we studied the microlocal properties of the scattering matrices, and showed that they are Fourier integral operators.

(2) Analysis of random Schrödinger operators with non-sign definite perturbations ([2,7,9]. Joint work with F. Klopp, M. Loss, G. Stolz). In the study of the spectrum of random Schrödinger operators, usually the local potentials are supposed to be sign definite. In particular, two key lemmas of the proof of Anderson localization, the Wegner lemma and the Lifshitz tail, rely on the monotonicity of the perturbations. However, certain important models including alloy-type models with non-sign definite local potentials, random displacement models and random magnetic Anderson models have non-monotonous perturbations, and hence usual methods do not apply. In [2,7], we studied the Lifshitz tail for the non-monotonous alloy-type models, and proved Anderson localization for some classes of models. In [9], based on the methods and results of the above papers, we proved the Anderson localization for the random displacement models.

B. 発表論文

1. S. Nakamura: “Semiclassical singularity propagation property for Schrödinger equations”. *J. Math. Soc. Japan* **61** (2009) 177–211.
2. F. Klopp and S. Nakamura: “Spectral extrema and Lifshitz tails for non-monotonous alloy type models”. *Commun. Math. Phys.* **287** (2009) 1133–1143.
3. A. Martinez, S. Nakamura and V. Sordoni: “Analytic wave front for solutions to Schrödinger equation”, *Advances in Math.* **222** (2009) 1277–1307.
4. K. Ito and S. Nakamura: “Singularities of

- solutions to Schrödinger equation on scattering manifold”. *American J. Math.* **131** (2009) 1835–1865.
5. K. Ito and S. Nakamura: “Time-dependent scattering theory for Schrödinger operators on scattering manifolds”. *J. London Math. Soc.* **81** (2010) 774–792.
 6. A. Martinez, S. Nakamura and V. Sordani: “Analytic wave front for solutions to Schrödinger equation II – Long Range Perturbations”. *Comm. Partial Differential Equations* **35** (2010) 2279–2309.
 7. F. Klopp and S. Nakamura: “Lifshitz tails for generalized alloy type random Schrödinger operators”. *Analysis and PDE* **3–4** (2010) 409–426.
 8. K. Ito and S. Nakamura: “Remarks on the fundamental solution to Schrödinger equation with variable coefficients”. Preprint 2009 December. (<http://arxiv.org/abs/0912.4939>)
 9. F. Klopp, M. Loss, S. Nakamura and G. Stolz: “Localization for the random displacement model”. Preprint 2010 July. (<http://arxiv.org/abs/1007.2483>)
 10. K. Ito and S. Nakamura: “Microlocal properties of scattering matrices for Schrödinger equations on scattering manifolds”. Preprint 2011 February (<http://arxiv.org/abs/1102.2009>)
3. “Lifshitz tails for Schrödinger operators with non-sign definite random potentials”, Dec. 8, 2009 (Mini-Workshop: “Modeling and Understanding Random Hamiltonians: Beyond Monotonicity, Linearity and Independence”, Oberwolfach Mathematics Institute, Dec 7 - Dec. 11, 2009)
 4. “Remarks on Fundamental Solutions to Schrödinger Equation with Variable Coefficients”, (Seminar during Research Program: Spectral and Dynamical Properties of Quantum Hamiltonians, January - June 2010), Centre Interfacultaire Bernoulli, EPFL, Laussane, February 16, 2010.
 5. “Remarks on scattering theory for Schrödinger operators on scattering manifolds” (Conference: Spectral Problems for Quantum Hamiltonians, February 22 - 26, 2010), Centre Interfacultaire Bernoulli, EPFL, Lausanne, February 22, 2010.
 6. 「量子力学のスペクトル・散乱理論における数学的手法」(第2回 GCOE セミナー『社会に広がる数学について』2010年3月30日、東京大学数理科学研究科)
 7. “Localization for the random displacement model. II. The Lifshitz tail and the Wegner estimate (joint work with F. Klopp, M. Loss, G. Stolz)” (Conference: Random Schrödinger Operators, May 31 - June 4, 2010), Centre Interfacultaire Bernoulli, EPFL, Lausanne, May 31, 2010.
 8. “Remarks on Fundamental Solutions to Schrödinger Equation with Variable Coefficients (Semiclassical Proof)”, (Seminar during Research Program: Spectral and Dynamical Properties of Quantum Hamiltonians, January - June 2010), Centre Interfacultaire Bernoulli, EPFL, Laussane, June 10, 2010.
 9. “Remarks on scattering theory for Schrödinger operators on scattering manifolds”, Aug. 15, 2010. (ICM Satellite Conference on “Quantum Systems”, August 14 - August 18, 2010, IMSc, Chennai, India),

C. 口頭発表

1. “Remarks on scattering theory on scattering manifolds”, Sep. 28, 2009 (Colloque Franco-Tunisien, d’équation aux dérivées partielles, Hammamet, Tunisia, Sep. 28 – Oct. 2, 2009)
2. “Remarks on Fundamental Solutions to Schrödinger Equation with Variable Coefficients” 2009年12月2日。(数理解析研究所・研究集会『スペクトル・散乱理論とその周辺』平成21年12月2日(水)～12月5日(金) 京都大学)

10. “Anderson localization for the random displacement model”, 2010年9月5日 (『2010年夏の作用素論シンポジウム』平成22年9月3日~6日、松本); 2010年11月6日 (第21回『数理物理と微分方程式』2010年11月6日~11月8日、修善寺)

D. 講義

1. 基礎解析学概論・解析学XB: フーリエ解析に続く実解析学の基本的事柄, 特に L^p -空間, Sobolev 埋め込み, 補間定理などについて講義を行った. (数理大学院・4年生共通講義)
2. 構造解析学: 力学系の理論の基礎, 特に2次元力学系の定性的解析の手法についての講義を行った. (教養学部基礎科学科3年生講義)

E. 修士・博士論文

1. (博士) 水谷治哉 (MIZUTANI Haruya): Dispersive and Strichartz estimates for Schrödinger equations.
2. (修士) 中谷雅大 (NAKAYA Masahiro): Schrödinger 作用素に関する定常理論およびトレース作用素を利用した応用について.

F. 対外研究サービス

1. 日本数学会・出版委員
2. 日本数学会・函数方程式論分科会・代議員
3. Funcialaj Ekvacioj (日本数学会・函数方程式論分科会・機関誌) 編集委員

G. 受賞

日本数学会 2010年度 解析学賞

H. 海外からのビジター

1. Jean-Marc Bouclet (トゥールーズ大学) 2010年4月11日-4月24日
2. Ivana Alexandrova (東カロライナ大学) 2010年6月17日-6月30日
3. Carlos Villegas Blas (メキシコ国立自治大学) 2010年7月7日-7月17日

4. Bernard Helffer (パリ大学オルセイ校) 2010年10月25日-29日
5. Clotilde Fermanian (パリ西大学) 2010年10月25日-31日
6. Mouez Dimassi (パリ北大学) 2010年10月25日-31日
7. Frederic Herau (ナント大学) 2010年10月25日-31日
8. Thierry Ramond (パリ大学オルセイ校) 2010年10月25日-31日
9. Dimitri Yafaev (レンヌ大学) 2011年2月14日-3月13日 (GCOE 招聘教授)
10. David Damanik (ライス大学) 2011年2月14日-25日
11. Erik Skibsted (オーフス大学) 2011年2月14日-24日
12. Stephane Nonnenmacher (サクレ原子力研究所) 2010年2月10日-15日
13. Christian Gérard (パリ大学オルセイ校) 2010年2月23日-27日