

“Teruaki for Mathematica 7” のマニュアル

逆井 卓也 (東京大学大学院数理科学研究科)

1 はじめに

この文章は、阿原一志先生のご指導のもとで製作した Teruaki の Mathematica 版のプログラム “Teruaki for Mathematica” (T4M) の公開版 (Mathematica 7 対応版) である、“Teruaki for Mathematica 7” (T4M7) に関するマニュアルです。名前に Mathematica 7 とあるように、主に Mathematica 7 での動作を念頭に置いています。Mathematica 8 での動作を確認していますが、Mathematica 6 より以前のものでは動作しません。なお、T4M から T4M6 へのバージョンアップにあたっては、秋田大学の鈴木正明氏のご協力を頂いています。

このプログラムで用いられている理論的部分に関しては阿原先生の論文 [1] をご覧下さい。また写像類群の一般論については阿原先生との共著 [2] をご覧下さい。

2 プログラムの概要

このプログラムの機能は「閉曲面上に単純閉曲線を描いて、それをデーンツイストでひねることができる」ということに尽きており、オリジナルのソフトウェアにあるようなゲーム機能はありません。ただし、閉曲面の種数は、計算機や Mathematica の容量が許す限りいくらかでも大きくできるように設計されています。

プログラムは T4M7_*****.nb という 1 つのファイルにまとめられています。***** の部分は更新日を表しています。

3 準備

Mathematica を起動したら、T4M7_*****.nb, のファイルを開いて下さい。開いたら、**まず**そのノートブックにあるセル (このファイルはひとつのセルからなります) を評価して下さい¹。すると、drawcurve[] と書かれた作業用のノートブックと、操作用のパレット 2 種が開きます²。

以上で準備は終わりです。そのあとは T4M7_*****.nb, は邪魔なだけなので、ファイルの変更をせずに閉じてしまうか、最小化するなどして端によけておいて下さい。

注意 3.1 以下、2 種のパレットのうち、Choose direction: と書かれている方を単に「パレット」と呼び、もうひとつのパレットを「ツイストパレット」と呼ぶことにします。

¹Shift を押しながら Enter を押して下さい (システムによっては違うかもしれません)。

²Windows 環境では何故かそれぞれ 2 枚づつ開いてしまうのですが、原因はよくわかりません

4 機能の説明

前節に述べた準備を行ったとして、以下プログラムの使い方を説明します。

4.1 種数の選択, 変更

まずは、閉曲面の種数の選択します。デフォルトは種数 3 のときとなっています。種数を $g \geq 1$ に変更したいときは、

```
genuschange [g]
```

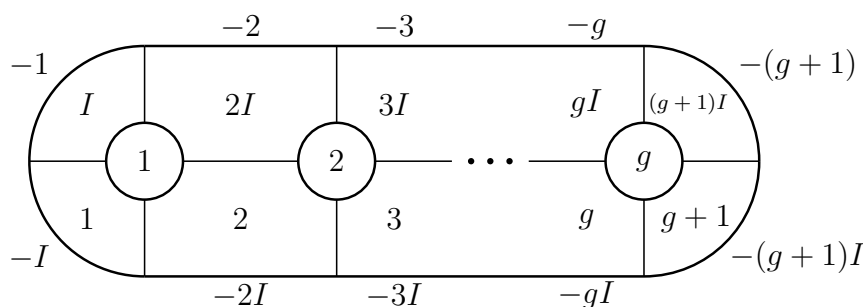
と直接入力して評価して下さい。すると、genus=g と表示され、種数が変更されます。このコマンドは最初に限らず、いつでも使用することができるが、種数を変更した際に、これまでに保存されていた単純閉曲線のデータ (4.4 参照) が初期化されてしまうので注意して下さい。

4.2 曲線を描く

閉曲面の上に曲線を描く方法について説明します。いま、閉曲面の種数は g であるとします。まず、直接、もしくはパレットにある drawcurve ボタンを利用して

```
drawcurve [n]
```

と入力して下さい。ここで、 n は曲線の始点となる 2-セルの番号であって、次のように番号づけされています:



閉曲面のセル分割と 2-セルの番号付け (周囲の数字は裏面の番号を表す)

番号のつけ方は (見れば明らかですが)、曲面を上図の縦方向に輪切りにしたとき、複素数平面が現れるように定められています。

始点となる 2-セルを入力したら、パレットにある矢印のボタンたちを使って曲面上を「移動」して下さい³。適当に曲線を描いたところでパレットにある setthecurve ボタンを押して下さい。すると、プログラムは入力された曲線がまず閉曲線であるかを確認し (これは始点と終点が一貫しているかを見ているだけです)、閉曲線である場合、その曲線

³あまり曲線が長くなると、動作が重くなります。

がうまいアイソトピーで動かして単純閉曲線を実現できるかどうかを判定します (ここで [1] に述べられている判定法が用いられています). 入力したものが単純閉曲線を実現するものでない場合は, その旨が表示され, 曲線を描く作業は中止されます. drawcurve ボタンを押すところからやり直して下さい.

入力したものが単純閉曲線を実現するものであった場合,

This defines a SCC.

current:

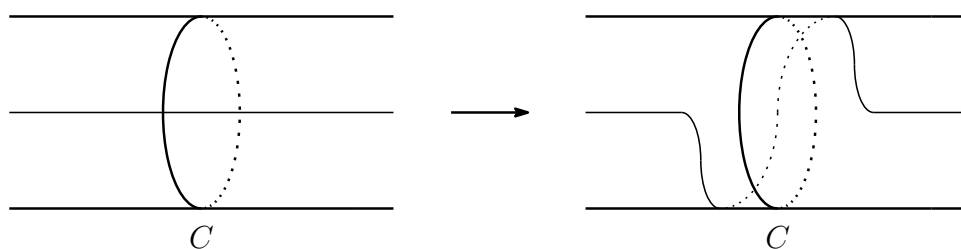
と表示され, 入力した曲線を単純閉曲線を描いたもの (始点が動いている場合もあります) が表示されます.

この current: で表示された絵は重要で, いまこの曲線に注目している, ということを意味しています. ちなみにこの曲線は current という変数で参照することができます. 以下, current が表す曲線を current curve と呼ぶことにします⁴. 試しに current と入力してみると, current curve に関する (生の) データが表示されます. 変数 current にあるデータは曲線を書き直す度に更新されるので注意が必要です. current curve のデータを保存するには, 後で述べるように, preserve コマンドを使います.

4.3 デーンツイスト I (リコリッシュ生成元 $+a$ でツイストする)

プログラムのメインである, デーンツイストを行う方法について解説します. ここでは, あらかじめ定められた閉曲線 (リコリッシュ生成元 $+a$) に沿ってデーンツイストをする方法について述べます. 自分で描いた単純閉曲線に沿ってデーンツイストをする方法については 4.5 節を参照して下さい.

注意 4.1 デーンツイストを「する」曲線 C とは, C に沿ってデーンツイストを行うということを意味しています (デーンツイスト「される」曲線と区別して下さい). なお, 正のデーンツイストは



単純閉曲線 C に沿っての正の Dehn twist

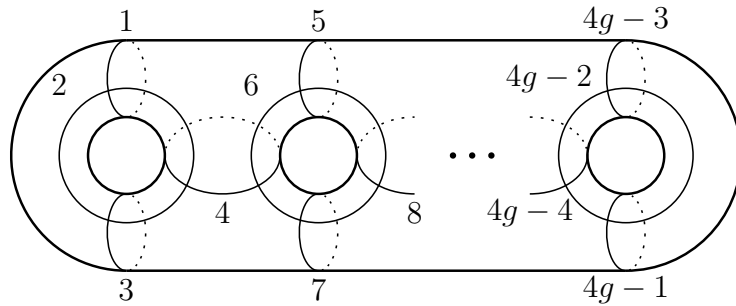
を意味しています.

基本的にはデーンツイストをする曲線を指定する (入力) ことによって, current curve がツイストされる (出力), というかたちになっています. 以下, 閉曲面の種数は g であるとします. **正の** デーンツイストを行うには,

⁴もっと良い名前があるような気がするのですが...

`tw[k]`

というコマンドを入力して下さい。ここでは **パレットにある twist は用いない**ので注意して下さい。ここで、 k はデーンツイストする単純閉曲線の番号であって ($1 \leq k \leq 4g-1$)、次のように番号づけられています:



Dehn twist する単純閉曲線の番号づけ

なお、デーンツイストを行うと、current curve が変更されるので注意する必要があります。また、**負の** デーンツイストを行うには、

`tw[-k]`

として下さい。

注意 4.2 種数が 3 のときには、ツイストパレットを用いて、コマンド入力することなくツイストを行うことができます。ツイストパレットにあるボタンとデーンツイストする単純閉曲線の対応はパレットにあるボタンの配置と絵から明らかにわかると思います。ただし、このパレットたちにはクセがあり、`setthecurve` のボタンを押して単純閉曲線を描いたのち、続けてツイストパレットを使う分には問題ありませんが、別のコマンドを使ったり、ファイル操作をしたのちにツイストパレットのボタンを押すと、デーンツイストの演算はプログラムの内部で無事に行われてはいるものの絵がでてこなかったり、他のノートブックに結果が出てしまったりといった症状がでます⁵。このようにならないためには、表示されている絵（どれでも構いません）の上でクリックし、絵の移動、拡大縮小のモードになっているところでツイストパレットのボタンを押すとうまく再開するようです。

4.4 単純閉曲線の保存

current curve を保存するには、

`preserve`

と直接入力するか、パレットにある `preserve` ボタンを押して下さい。ただし、パレットのボタンを押す方法は、注意 4.2 で述べたものと同様のクセがあるので少し注意が必要です。ともあれ、このコマンドを実行すると、

⁵これはバグというよりも、Mathematica のシステム上仕方がないといえると思います。うまい方法を見落としているだけという可能性も十分にありますが…。

This SCC is named `simple[[n]]`

と表示され、`current curve` のデータが `simple[[n]]` に保存されます。 n は単純閉曲線の番号を表します。種数の変更を行うと、ここで保存していた単純閉曲線のデータが初期化されてしまうので注意して下さい。

4.5 デーンツイスト II (保存した単純閉曲線で twist する)

`current curve` を保存した単純閉曲線 `simple[[n]]` に沿って、正のデーンツイストをするには、直接入力かパレットにある `twist` ボタンを利用して

```
twistCurrentAlongSimple[n]
```

と入力して下さい。 n のかわりに $-n$ とすると、負のデーンツイストを行います。

4.6 曲線の絵の表示

`current curve` の絵を表示するには、直接入力かパレットにある `picture` ボタンを利用して

```
picture[current]
```

と入力します。保存した単純閉曲線 `simple[[n]]` の絵を表示するには、同様に

```
picture[simple[[n]]]
```

と入力して下さい (番号だけでなく、`simple[[n]]` と入力しなければならないことに注意が必要です)。

複数の曲線を同時出力するには、

```
drawpicture[{simple[[n_1]],simple[[n_2]],...,simple[[n_k]]}]
```

というコマンドを使います。ここで、`simple[[n_i]]` たちの中に `current` を混ぜても構いません。また、この同時出力コマンドで 1 つの単純閉曲線を表示する場合であっても、全体を `{...}` でくくらなければいけないことに注意して下さい。なお、曲線の色づけは 3 パターンしか用意しておらず、4 本目以降の曲線の色は `mod 3` したものとなってしまいます。

5 注意とお願い

阿原先生によるオリジナルの Teruaki に比べ、このプログラムは「計算ができればよい」をコンセプトにして、プログラムを書くのが決して得意ではない人間によって製作されたものであるため、基本的にユーザーに対して優しくないものとなっています。プログラムを使用していて、不都合があった場合は、あれこれといじるよりも、即座に Mathematica を終了させてしまうことをお勧めします。

プログラムのバグを発見しましたら、お手数ですが、電子メール等にて逆井にご連絡下さい。プログラムの利用はあくまでも at your own risk でお願いします (一切の責任は負いません)。また、プログラムの 2 次配布は禁止といたします。

参考文献

- [1] K. Ahara, *How to draw a simple closed curve on a picture of Riemann surface*, 数理解析研究所講究録 1022 (1997), 7–19.
- [2] 阿原一志, 逆井卓也 (共著), 『パズルゲームで楽しむ写像類群入門』, 日本評論社 (2013).

東京大学大学院数理科学研究科
逆井 卓也 (さかさい たくや)
sakasai@ms.u-tokyo.ac.jp