

RIMS 共同研究 「マクロ経済動学の非線形数理」 概要集

(講演者五十音順：8月31日更新)

氏名：石山 健一

題目：Unstable periodic orbits and complicated behavior of two interacting KWG economies

概要：Asada et al. (2003) で提示された2つの大国間の相互作用を描写したモデルの振る舞いを再考する。特に、カオスの振る舞いを示すパラメタ設定に対し、アトラクタに埋め込まれた不安定周期軌道を数値的に検出することによって、モデルの持つ特徴的なダイナミクスを捉えることを試みる。2国の景気循環が同期することと、ある不安定周期軌道に沿って時間発展していることが関連しているかどうかを分析する。また、モデルには経済を不安定化（周期軌道から離れ発散）する機構と安定化する（持続的な循環を生み出す）構造が組み込まれている。各々の効果がモデルの持つ周期解の安定性とどう関わっているかについても考察していく。

氏名：金井 政宏

題目：交通流の時間遅れモデルについて

概要：本研究の対象となる渋滞現象は、構成粒子（車など）がニュートンの運動の法則に従わないため、交通流独自の理論によってモデル化される。特に、現在の交通流モデルでは『時間遅れ』と『追従』の二つの機構が本質となっている。一方で、標準的な時間遅れ追従型モデルについてはソリトン方程式との対応から厳密解が得られている。今回の講演では、この時間遅れ方程式とソリトン方程式の関係を中心に説明したい。

氏名：小林 幹

題目：時間遅れフィードバック法によるカオス力学系に内在する不安定周期軌道の探索

概要：カオスとは、「決定論的なシステムでありながら、きわめて複雑なふるまいを示し、初期条件を決めてもその情報が時間と共に失われ、遠い将来の状態ともなると全く予測できない現象」のことである。カオスは、特殊な現象ではなく、

我々の身近に多々存在する極めて一般的な現象である。例えば、天気は、我々の最も身近に存在するカオスの一つである。天気は、様々な気象要素（気温、風、水蒸気、気圧など）がカップルした決定論的な系における、非常に大規模なカオス現象である。天気予報が当たらないのは（特に、一ヵ月先の天気予報はほとんど当たらない）、天気に内在するカオスの予測不可能性のせいである。このように、カオスは、その予測不可能性のため、厄介もの扱いされることも多い。よって、カオス的な振る舞いを制御して、我々が予測可能な規則正しい振る舞いにすることは、時に非常に重要な事柄となる。

カオスを制御する様々な方法が提案されているが、最近特に注目されている方法に、時間遅れフィードバック制御がある。この制御法は、カオスを示すシステムに、そのシステムの過去の情報をフィードバックする方法であり、これによってカオスを完全に規則的な運動に制御することが出来る。

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t)) + \mathbf{K}(\mathbf{X}(t - \tau) - \mathbf{X}(t)).$$

フィードバック項（右辺第2項）がなければ、 $\mathbf{X}(t)$ はカオス的運動をするが、適切な \mathbf{K} と τ を与えたフィードバック項を入れると $\mathbf{X}(t)$ は周期 τ の周期運動をする。時間遅れフィードバック法は、シンプルな方法でありながらカオスを制御出来るため、多くのカオスシステムに適用されている。しかしながら、この遅れフィードバック制御は、適切な遅れ時間 τ の選択が非常に困難であるという欠点を持つ。

本講演では、遅れフィードバック法に関するレビューを丁寧に行った後、この困難を克服するための一つの方法を紹介する。そして、本方法を用いて、以前では難しかった大自由度カオスの制御を行う。

氏名：斉木 吉隆

題目：連続カオス力学系の不安定周期軌道解析

概要：カオス力学系には無限個の不安定周期軌道が埋め込まれており、系の特徴づけに重要な役割を果たす。本講演では、カオス力学系の不安定周期軌道に関するいくつかの基本的性質をレビューした後、微分方程式で記述される複数のカオス力学系から数値的に検出された1000個程度の不安定周期軌道を用いて得られた軌道平均値に関する統計解析結果等を紹介する。

氏名 : 中尾 裕也

題目 : 結合振動子ネットワークのダイナミクス

概要 : 自律的にリズムを刻む非線形振動子の多体結合系は、振動子の性質と相互作用ネットワークの形態に応じて、非線形波動の伝播や時空カオス、集団同期転移やクラスタリングなど、多彩な挙動を示す。本講演では、非線形振動子系の数理解析に使われる各種の縮約法などの基礎的事項とその古典的な応用例を概説し、近年盛んに研究されている複雑ネットワーク上の結合振動子系に関するいくつかの結果について紹介する。

氏名 : 平口良司

題目 : 消費の外部性を考慮に入れた経済動学モデルにおけるカオスの挙動について

概要 : 経済主体の効用関数に、他者の消費の水準が含まれる場合、均衡経路がカオスの挙動を示すことが近年明らかになっている。本発表において、既存研究の成果の概要と、私の近年の研究(重複世代モデルの分析)を説明したい。

氏名 : 松本 昭夫

題目 : Note on Goodwin's 1951 nonlinear accelerator model with an investment lag

概要 : This paper reexamines Goodwin's business cycle model with nonlinear acceleration principle that gives rise to cyclic oscillations when its stationary state is locally unstable. Fixed time delay in the investment is replaced by continuously distributed time delay. It is first, demonstrated that the latter has stronger stabilizing effect than the former and, second, that multiple limit cycles may coexist when the stationary state is locally unstable.

氏名 : 宮崎 倫子

題目 : 時間遅れをもつ常微分方程式の基礎理論

概要 : 時間遅れは、様々な現象のダイナミクスをモデリングする際によく導入されている。そして、その解析の常套手段として、線形化方程式や特性方程式など、時間遅れがない場合と同様の手

順に沿って安定性などの証明がなされている。本講演では、そういった手順の正当性を保証する基礎理論を提示するとともに、使える理論と言う観点から、基礎理論における不備や問題点についても提示したい。

氏名 : 吉田 博之

題目 : 経済学と生物学の交差点: 動学的視点

概要 : 数理生態学では、微分方程式を用いることによって、被食-捕食関係にある生物や競合2種の生物などの個体数変動が数理的に分析されている。本報告では、数理生態学における微分方程式モデルと形式的に同一な経済モデルを2つ紹介する。具体的には、Goodwinの循環的成長モデルとCournotの寡占モデルである。特に、Cournotの寡占モデルにおいて、Lyapunov関数を用いることによって、均衡点の大域的安定性を分析する。さらに、Cournotモデルに時間遅れを導入した微分-差分混合方程式におけるカオスの挙動についても考察を進める。

氏名 : Abraham C.-L. Chian

題目 : Origin of Intermittency in Economic and Solar-Terrestrial Systems

概要 : Characterization of the complex dynamics of economic cycles, by identifying regular and irregular patterns and regime switching between different dynamic phases in the economic time series, is the key to improve economic forecasting. Statistical analysis of stock markets and foreign exchange markets have demonstrated the intermittent nature of nonlinear economic time series, which exhibits non-Gaussian behavior in the probability distribution function of price changes and power-law dependence on frequency in the spectral density. Nonlinear deterministic models of economic dynamics are capable of simulating intermittent time series due to a transition from order to chaos, or from weak chaos to strong chaos, which can explain the origin and nature of intermittency observed in economic systems.

We discuss the complex systems approach to intermittency based on a forced van der Pol oscillator of business cycles and a model of Alfvén

chaos in the solar-terrestrial environment. The technique of numerical modeling is applied to characterize the fundamental properties of complex economic and solar-terrestrial systems which exhibit multiscale and multistability behaviors, as well as coexistence of order and chaos. In particular, we focus on the dynamics and structure of unstable periodic orbits and chaotic saddles within a periodic window of the bifurcation diagram, at the onset of a saddle-node bifurcation and at the onset of a crisis, as well as in the chaotic regions associated with type-I intermittency and crisis-induced intermittency. Inside a periodic window, chaotic saddles are responsible for the transient motion preceding convergence to a periodic or a chaotic attractor. The links between chaotic saddles, crisis and intermittency in complex systems are discussed. We show that a chaotic attractor is composed of chaotic saddles and unstable periodic orbits located in the gap regions of chaotic saddles. Both type-I intermittency and crisis-induced intermittency are the results of the occurrence of explosion at the onset of bifurcation, whereby the gap regions of chaotic saddles are filled by new unstable periodic orbits are created by the explosion.

Nonlinear modeling of chaotic saddle, crisis and intermittency can improve our understanding of the dynamics of economic and financial intermittency observed in business cycles and financial markets, as well as the dynamics of climate change and space weather. In view of the universal mathematical nature of chaotic systems, the results obtained from our simple prototype model of economic dynamics can in fact be applied to more complicated economic scenarios, including spatiotemporal economic systems. Characterization of the complex dynamics of economic systems provides an efficient guide for pattern recognition and forecasting of business and financial cycles, as well as for optimization of management strategy and decision technology.

Chian, A. C.-L. *Complex Systems Approach to Economic Dynamics*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer, Berlin (2007).

Chian, A. C.-L., Santana, W. M. , Rem-

pel, E. L., Borotto, F. A., Hada, T., Kamide, Y. *Chaos in driven Alfvén systems: unstable periodic orbits and chaotic saddles*. *Nonlinear Processes in Geophysics* 14, 17 (2007).

Kamide, Y., Chian, A. C.-L. *Handbook of Solar-Terrestrial Environment*. Springer, Berlin (2007).