

5月1日 数学II 演習問題

2.1 問題

次の外積を求めよ. (i) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. (ii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

2.2 問題

次の等式を示せ.

- (i) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = -\langle \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle \mathbf{a} + \langle \mathbf{a}, \mathbf{c} \rangle \mathbf{b}$.
(ii) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} + (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \times \mathbf{a} + (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{o}$.

2.3 問題

ベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に対して, $\mathbf{d}_1 = \mathbf{a}/\|\mathbf{a}\|$ と置く. $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ がこの順で右手系の直交座標系 ($\|\mathbf{d}_1\| = \|\mathbf{d}_2\| = \|\mathbf{d}_3\| = 1$) となるような $\mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ を求めよ. 解は一意的ではない.

2.4 問題

原点および $(1, 2, -2)$, $(0, 3, -1)$, $(-2, 0, 2)$ を頂点とする四面体の体積を求めよ.

2.5 問題

次の方程式を満たす複素数 z をすべて求めよ. (i) $z^3 = i$. (ii) $z^2 - 2z + i\sqrt{3} = 0$.

2.6 問題

x 軸, y 軸, z 軸正の方向の単位ベクトルを

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/8 \\ -7/8 \\ \sqrt{3}/4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5/8 \\ -\sqrt{3}/8 \\ -3/4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3/4 \\ \sqrt{3}/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

に写す回転を, Euler の角を用いて表せ.

2.7 問題

行列の和と積に関する分配法則 $A(B + C) = AB + AC$ を証明せよ.

2.8 問題

二つの上三角行列 A, B の積は, 上三角行列になることを示せ.