

## 数学の現在 *i* 第6講 「整数論—モジュラー曲線の背後に潜む数論的現象」 の訂正

2016年5月23日

東京大学大学院数理科学研究科

三枝 洋一

- 89 ページ 9 行目に「 $\mathbb{C}$  の複素多様体としての自己同型は定数倍のみである」とありますが、

$$\phi(z) = \alpha z + \beta \quad (\alpha \in \mathbb{C}, \beta \in \mathbb{C})$$

も自己同型なので、これは誤りです。一般には、同型  $f: \mathbb{C}/\Lambda_\tau \xrightarrow{\cong} \mathbb{C}/\Lambda_{\tau'}$  は  $[z] \mapsto [\alpha z + \beta]$  という形になり、それが本文に出てくる  $[z] \mapsto \alpha z$  という形になることは  $f$  が  $[0]$  を  $[0]$  にうつすこと、あるいは群準同型写像になること ( $\mathbb{C}/\Lambda_\tau, \mathbb{C}/\Lambda_{\tau'}$  の加法を保つこと) と同値です。ただし、一般の同型  $\mathbb{C}/\Lambda_\tau \xrightarrow{\cong} \mathbb{C}/\Lambda_{\tau'}$  は平行移動によって  $[z] \mapsto [\alpha z]$  という形にできるので、10 行目に出てくる

$$\alpha\Lambda_\tau = \Lambda_{\tau'} \text{ となる } \alpha \in \mathbb{C}^\times \text{ が存在する} \iff \mathbb{C}/\Lambda_\tau \cong \mathbb{C}/\Lambda_{\tau'}$$

という主張はそのまま成り立ちます。

- 一方で、 $\Gamma_1(11)$  のときには、同型  $\mathbb{C}/\Lambda_\tau \xrightarrow{\cong} \mathbb{C}/\Lambda_{\tau'}$  で群構造を保つもののみを考えます。そのため、問題 2 の 2 つ目では

複素多様体の同型  $f: \mathbb{C}/\Lambda_\tau \xrightarrow{\cong} \mathbb{C}/\Lambda_{\tau'}$  で、群構造を保ち、 $f(P_\tau) = P_{\tau'}$  を満たすものが存在すると変更する必要があります。上に述べたように、このような  $f$  は  $[z] \mapsto [\alpha z]$  という形で書けるので、解答はそのまま正しくなります。