

## Interacting Brownian motions related to random matrix

九州大学大学院数理学研究院、長田博文

Interacting Brownian motion (IBM) とは、ユークリッド空間の中を外力を受けたり相互作用したりしながら、ランダムに運動する無限粒子系である。外力と相互作用がない場合は、無限個の独立なブラウン運動に他ならず、IBM は無限次元確率力学系の典型例のひとつである。

IBM の研究において、その定常分布が重要な役割を果たす。定常分布が Gibbs 測度の場合は、その確率力学系の構成は 70 年代の Lang の確率微分方程式 (SDE) の手法によって始まり、90 年代には Dirichlet 形式による手法が開発された。いままで、このモデルに関して、構成のみならず様々な研究がなされている。

Gibbs 測度とは、外部の粒子の状態を条件付けたとき、その有界領域における条件付き確率が、ハミルトニアンを介して、いわゆる DLR 方程式で与えられる確率測度である。上記の研究には、DLR 方程式が重要な役割を果たす。

一方、最近、ランダム行列のスペクトラムの極限として現れる確率測度が注目を集めている。典型例は、Dyson model, Bronk ensemble, Ginibre ensemble の scaling limit で、それぞれ sine, Bessel, 指数関数を核関数として決まる、determinantal random point field (DRPF) になっている。前 2 者は 1 次元、最後は 2 次元の空間の無限粒子系である。

これらの測度は、Gibbs 測度とはならない。実際、相互作用が対数関数となり、DLR 方程式が意味をなさない。対数関数による相互作用は、Gibbs 測度に現れる相互作用より遙かに強い相互作用であり、そのことが無限粒子系の統計的性質（幾何的性質）や力学的性質に顕著な影響を与える。そもそも、これらの確率力学系の構成には、従来の手法が使えず、技術的にも興味深い問題である。

この講義ではランダム行列に関連する IBM の構成について、一般論を展開する。さらに、上記の 3 つのモデルについて、それを適用し確率力学系の構成を行う。その際、これらの無限粒子系の統計的性質が重要な役割を果たす。

- 1) IBM, Gibbs 測度, Determinantal random point field
- 2) Dirichlet form approach
- 3) 確率微分方程式による表現
- 4) Dyson model, Bronk ensemble, Ginibre ensemble の場合の構成