

解析学 A 問題 1

$a_n = \frac{n+1}{5n+4}$ とすると $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{5}$ が成立する。これは、任意の正数 ε に対して、ある自然数 N が存在して、

$$n \geq N \text{ ならば } \left| a_n - \frac{1}{5} \right| \leq \varepsilon \quad (1)$$

となることを意味する。次の問に答えよ。

- (1) ε を正の数とする。 $\left| a_n - \frac{1}{5} \right| \leq \varepsilon$ が成立する n の範囲を求めよ。
- (2) $\varepsilon = \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ のとき (1) をみたす最小の N を求めよ。
- (3) $\left| a_n - \frac{1}{4} \right| \leq \varepsilon$ をみたす n の集合を S_ε と書く。 $S_\varepsilon = \emptyset$ となるような ε を求めよ。