

ツイスター理論入門 (数理学特別講義 V)
2012 年 12 月 3 日～7 日

講師：本多 宣博 (東北大学理学研究科数学専攻)

講義の概要

よく知られているように、向きづけられた 4 次元リーマン多様体上では 2 次微分形式は自然に自己双対成分と反自己双対成分に分解する。この分解により、4 次元空間上では複素構造が入っていない場合にも複素解析的な対象の類似物を考えることができる。たとえば反自己双対的な接続 (ASD connection) はその代表例である。リーマン計量そのものに対しても反自己双対性の概念が自然に定まり、これを反自己双対計量とよぶ。(実際にはリーマン計量そのものではなく、その共形類に対して反自己双対性の概念が定義される。)

反自己双対計量のもっとも著しい性質は、それから自然に、**ツイスター空間**とよばれる 3 次元複素多様体が定まることである。ツイスター空間からはもとの反自己双対計量 (正確には共形構造) を回復することができるので、反自己双対計量とツイスター空間は同値な概念である。ツイスター空間は反自己双対計量を幾何的に表現した空間とみなすことができ、視覚化される分、いろいろと見通しがよくなる。

本集中講義は、反自己双対計量とツイスター空間に関する入門講義である。前半でこれらについての基本事項を解説した後、コンパクトツイスター空間に関する Hitchin の定理の証明を与える予定である。時間が許せば、最近の発展についても触れたい。

講義の進行予定.

おおむね次の順序で講義する予定です。

1. 4 次元ベクトル空間上の 2 形式について
2. 反自己双対計量
3. 4 次元多様体のツイスター空間
4. コンパクトツイスター空間の基本的な性質
5. ケーラー計量をもつコンパクトツイスター空間
6. その後の発展

リーマン幾何と複素多様体に関する基本事項を知っていたほうが聴きやすいとは思いますが、どちらか一方でも知っていれば感じくらいはつかめるように講義するつもりです。