

氏名 : 片岡 清臣

分野名 : 微分方程式、関数解析・実解析

キーワード : 佐藤超関数、超局所解析・漸近解析、擬微分作用素、境界値問題

### 現在の研究概要

佐藤超関数やコロンボの非線形超関数を用いた偏微分方程式の解の構造を中心に研究している。具体的には

(1) 多変数解析関数の境界値として超関数をとらえた佐藤幹夫による超関数論は、解析関数係数の線形微分方程式系の解の構造解析に代数的・幾何的手法を取り入れ、いわゆる超局所解析として大いに発展してきた。私は特に境界値問題・混合問題などの解に対して、より精密な解析的特異性構造である第二超局所解析性を調べている。

(2) 非線形演算を許容する超関数の理論としてフランスのコロンボによる一般関数の理論がある。これに対して超局所解析の理論とよりマッチするように定義そのものの改良、および非線形性の要である弱い意味の等号の改良を得、具体的問題への応用を目指し研究している。

### 学生への要望

佐藤超関数論やシュバルツのディストリビューションの理論、偏微分方程式論を苦勞して前もって学習するよりも、解析系の基礎的な科目である1変数複素関数論、フーリエ解析(2乗可積分空間や急減少 $C^\infty$ 級関数空間、及びソボレフ空間の初歩的知識とともに)、常微分方程式論(特に解析関数解の積分表示理論など)、関数解析(バナハ空間・ヒルベルト空間、開写像定理など)、ルベッグ積分論、多様体論などをしっかり勉強しておくのが望ましい。これらは定理を読んで理解するだけでなく、演習問題と併せて学習しないと身につかない。また偏微分方程式や解析学に対する問題意識を持つという意味では電磁気学や量子力学の入門書などを読んでおくことも大切だと思う。さらに、余裕がある人に勉強して欲しいのは佐藤流の超局所解析の根幹をなす多変数解析関数論である。とくに古典的となった正則領域や擬凸領域に対する岡・カルタンの理論は微分方程式や関数解析など解析的知識から多様体や環論・ホモロジー代数にいたるまでの幅広い知識を総動員して解かれる理論であってそれ自体大変興味深い。また超局所解析で使われる道具のお手本となるものである。ただし現在では岡・カルタンの理論にたよらずに初等的な知識のみで佐藤超関数論・マイクロ関数論を構築していくことが可能になっている。ちょっと程度の高い参考書としては「多変数複素解析学入門;ヘルマンダー著、東京図書」また直接的な入門書として「超関数・FBI変換・無限階擬微分作用素;青木・片岡・山崎著、共立出版」などがある。