

集中講義「数理科学特別講義Ⅴ」

(廣島 文生 九州大学教授)

開講期間:6/19(月)～6/23(金) 123講義室

「Schrödinger+Quantum field 型作用素のスペクトル解析」

Schrödinger 作用素や Dirac 作用素は無限次元ヒルベルト空間上の自己共役作用素として実現され、そのスペクトルが研究されてきた。

一方、解析的には量子場はガウス測度の入った超関数空間(Fock 空間という)上の掛け算作用素として実現でき、Schrödinger 作用素が有限自由度系の作用素であるのに対して、量子場は無限自由度系の作用素となる。また場の理論における重要な概念である第2量子化はある種のファンクターとみなせ、有限自由度系と無限自由度系を結びつけるはたらきをしている。

質量ゼロの量子場がからむスペクトル解析は、抽象的には連続スペクトルに埋め込まれた埋蔵固有値の摂動問題としてとらえることができる。ただし、この埋蔵固有値は Schrödinger 型作用素のそれとは大きく性質が異なり、complex dilatation など従来の方法は自明な場合を除き全く応用することが出来ない。さらに、埋蔵固有値の振る舞いも、埋蔵固有値の位置によって大きく異なることが最近わかってきた。

今回の集中講義では Schrödinger 型作用素と量子場が結合した作用素のスペクトル解析について、物理的なことには触れず、最近の数学的に厳密な研究成果を紹介する。特に、

- (1) 自己共役性…汎関数積分による方法
 - (2) 基底状態の存在と非存在…Griesemer-Lieb-Loss の結果
 - (3) 基底状態の縮退度の評価…Perron-Frobenius の定理と漸近場による方法などについて、結合定数によらない結果を紹介する。さらに時間があれば
 - (4) 並行移動不変なファイバーハミルトニアン
 - (5) 有効質量の繰り込み理論
 - (6) 共鳴現象とスペクトル散乱理論
- についても講義する。