逆問題とその周辺分野に関するミニワークショップ

2013 年 3 月 26–27 日
場所：東京大学数理科学研究科 128 教室

I　目的

偏微分方程式の逆問題は，非破壊検査などの工学的応用の面から見て極めて重要な問題です．係数決定や逆散乱問題など，多くの問題設定が考えられ，その研究は多彩です．それだけではなく，数学の問題としてみても，問題の非適切性などが如実に現れ，難しい問題であると言えます．本ワークショップでは，こうした逆問題，および (必ずしも逆問題に限らない) その周辺の偏微分方程式の研究者をお招きし，ご自身の研究についてご講演いただくとともに，議論や交流を深めていただくことを目的としています．

なお，本研究集会は，東京大学大学院数理科学研究科グローバル COE「数学新展開の教育研究拠点」の若手研究者自主企画として開催されるものです．

オーガナイザー　上坂 正晃
(東京大学大学院数理科学研究科)
連絡先　上坂 正晃 (muesaka@ms.u-tokyo.ac.jp)

II　講演要旨

3 月 26 日 (火)

13:00–13:10　挨拶 & 諸連絡

13:10–14:10　森岡 悠 (筑波大)

On the Rellich type theorem for discrete Schrödinger operators on certain periodic graphs and its applications for inverse problems

要旨: Helmholtz 方程式の解に関する空間遠方での漸近的な下限を与える Rellich 型定理は, 線型偏微分方程式では基本的な事実である. 同様の事をいくつかの非コンパクトグラフ上の離散 Laplace 作用素に対して与える. この結果は, 離散 Schrödinger 作用素のスペクトル理論や逆散乱問題を考える際に強力な応用を持つ. 本講演では, Rellich 型定理の内容と, その応用例について可能な限り紹介したい.

なお, 本講演の内容は, 磯崎洋教授との共同研究, 及び安藤和典氏との共同研究に基づいている.

14:20–15:20　安藤 和典 (筑波大)

TBA

15:40–16:40　橋本 伊都子 (金沢大)

粘性保存則の初期値境界値問題

要旨:単独粘性保存則の初期・境界値問題について，解の時間大域的挙動について考察する．

まず始めに, 流束の凸性を弱めた場合の、解の漸近挙動を考察したい．関連する応用例としては, 二層流問題や, 交通流問題等がある．エネルギー法を用いた研究結果として，Liu-西原による半空間上での定常波及び衝撃波の漸近安定性が知られている．ω-limit 集合を用いた研究として, Serre による結果があり, 全空間での粘性衝撃波の安定性が示されている．また, Weinberger は最大値原理を用いた解の漸近挙動を考察した.

本講演では, これらの結果を簡単に紹介しつつ, 非凸な流束を持つ解の漸近挙動に関する重み付きエネルギー法と, 比較定理を用いた手法を紹介する.

さらに, 粘性保存則に関連のある Damped-wave 方程式において, 非凸な移流項を持つ場合の解の漸近挙動に関する結果も紹介したい.

3 月 27 日 (水)

10:00–11:00　白川 健 (千葉大)

結晶粒界のフェーズ・フィールドモデルに対する数理解析

要旨: 本講演では, 結晶粒界現象のフェーズ・フィールドモデルとして知られる Kobayashi-Warren-Carter モ

デルについて考える．Kobayashi-Warren-Carter モデルは自由エネルギー汎関数の勾配流として導出されるが、このエネルギーの設定次第でさまざまなバリエーションを考えることが出来る．

本講演では, 具体的なエネルギーの設定と対応する数学モデルを何例か取りあげ, これらに対して有効な数学理論や数理解析の最近の事情について紹介する．更に時間に余裕があれば, 時間離散化法による解析法は「エネルギーの最小化」というモデル本来の特性とよく適合し, 実際に Kobayashi-Warrren-Carter モデルの幾つかのバージョンに対して統一的な扱いが可能となる点についても触れる．

11:10–12:10　渡邊 道之 (新潟大)

非線形偏微分方程式の逆問題について

要旨: 非線形のシュレーディンガー方程式と波動方程式の逆問題について，ここ５，６年で進展があった。その内容に触れながら，それらの問題の難点と解決のためにどのような数学が必要となるのか，その一端を紹介したい。

13:30–14:30　永安 聖 (兵庫県立大)

Increasing stability in an inverse problem for some equations

要旨: 音響方程式や Schrödinger 方程式の境界値逆問題の安定性について考える．一般に, 逆問題はあまり安定ではなく，いわゆる log 型の安定性評価しか得ることができない．しかしながら，振動数を大きくすると, 安定性がよくなることが数値実験等によって観察されている．本講演では, この現象について数学的観点から考察し，特に方程式中に含まれる振動数 k を大きくしたときに，安定性評価が振動数 k にどのように依存するかについて考える．尚，本研究は V. Isakov 氏・G. Uhlmann 氏・王振男氏との共同研究である．

14:50–15:30　藤城 謙一 (東京大)

Approximate controllability of fractional diffusion equations by boundary and intrerior control

要旨: Let us consider the following initial value/boundary value problem for the diffusion equation with time derivative of order $\alpha \in (0,1)$;

$$\begin{cases} \partial_t^\alpha u + Lu = f & \text{in} \quad \Omega \times (0,T), \\ u = g & \text{on} \quad \partial\Omega \times (0,T), \\ u(\cdot,0) = u_0 & \text{in} \quad \Omega. \end{cases} \tag{1}$$

Here Ω denotes a bounded domain of $\mathbb{R}^d$ and L is the symmetric and uniformly elliptic operator on it. The fractional derivative ∂_t^α is defined in the Caputo sense;

$$\partial_t^\alpha u(x,t) := \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} \frac{\partial u}{\partial \tau}(x,\tau) d\tau, \quad 0 < \alpha < 1.$$

In this talk, we show the *approximate controllability* of (1), that is, the existence of f or g in appropriate function spaces such that, for given $u_1 \in L^2(\Omega)$, the solution u of (1) satisfies

$$\|u(\cdot,T) - u_1\|_{L^2(\Omega)} < \varepsilon.$$

15:40–16:20　劉 逸侃 (東京大)

On a class of multiple hyperbolic systems modeling the phase transformation kinetics

要旨: We discuss Cahn's time cone method which models the growth process in phase transformation kinetics. Cahn's model is an integral equation, preventing us from smooth arguments for both forward and inverse problems. To this end, we derive a class of multiple hyperbolic systems from the original model. Especially, the integral terms in odd dimensional cases are completely eliminated. Thanks to this reduction, dramatically fast forward solver is developed in practical spatial dimensions. Next, on basis of the hyperbolic systems, we study several inverse problems of determining the nucleation rate or the growth rate to establish the uniqueness and stability.