

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

#### A. 研究概要

正標数の局所体の  $\ell$  進 Galois 表現の  $\varepsilon$  因子は、その局所 Fourier 変換によって表すことができる。Laumon はこのことを証明し、有限体上の代数曲線上の  $\ell$  進層に関する積公式を導いた。夏学期に客員教授として滞在した Abbes 教授と、 $\varepsilon$  因子と局所 Fourier 変換について研究した。Galois 表現についてのある仮定の下で、局所 Fourier 変換を誘導表現として明示的に表示し、Laumon の公式を導いた。Laumon の原証明は大域的なものだが、この新証明は、分岐理論の考えを用いた局所的なものである。この結果をまとめた論文は、現在投稿中である。

Hilbert 保型形式にともなう  $p$  進 Galois 表現の、 $p$  をわる素点における Langlands 対応との局所大域整合性についての論文を改訂した。これは、Compositio Math. から出版予定である。

今年度は、教養主任として多忙だったが、2 年生講義「集合と位相」をもとにした教科書の原稿を完成することができた。これは、2009 年秋出版予定である。

The local  $\varepsilon$ -factor of an  $\ell$ -adic Galois representation of a local field of positive characteristic is computed by the local Fourier transform. Laumon proved this and further derived the product formula for an  $\ell$ -adic sheaf on a curve over a finite field. I studied the local  $\varepsilon$ -factor and the local Fourier transform with A. Abbes, who stayed at the department in the spring semester as a visiting professor. Under a certain assumption on the Galois representation, we compute the local Fourier transform explicitly as an induced representation and derive Laumon's formula. While the original proof of Laumon relies heavily on global arguments, our new proof is purely local and uses an idea from ramification theory. The article is now submitted for publication.

I also revised a preprint on the local-global compatibility at a place above  $p$  of a  $p$ -adic Galois representation associated to a Hilbert modular form. The paper is accepted for publication at Compositio Math.

Although I have been busy as a “Kyoyo-Shunin” this year, I manage to complete a

manuscript of a textbook based on a course “Sets and topology” for the second year students. The book is planned to be published in 2009 autumn.

#### B. 発表論文

1. K. Kato and T. Saito “Ramification theory for varieties over a perfect field”, Annals of Math. 168 (2008), 33-96.
2. A. Abbes and T. Saito “Analyse microlocale  $\ell$ -adique en caractéristique  $p > 0$ : Le cas d'un trait”, Publications RIMS 45-1 (2009) 25-74
3. A. Abbes and T. Saito “The characteristic class and ramification of an  $\ell$ -adic etale sheaf”, Inventiones Math. 168 No. 3 (2007) 567-612
4. K. Kato and T. Saito “Conductor formula of Bloch”, Publications Mathematiques, IHES 100, (2004), 5-151.
5. T. Saito “Parity in Bloch's conductor formula in even dimension”, Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, 16-2 (2004), 403-421.
6. T. Saito “Log smooth extension of family of curves and semi-stable reduction”, Journal of Algebraic Geometry, 13 (2004), 287-321
7. T. Saito “Wild ramification and the characteristic cycle of an  $\ell$ -adic sheaf” arXiv:0705.2799, Journal de l'Institut de Mathématiques de Jussieu, (2009), 出版予定.
8. T. Saito “Hilbert modular forms and  $p$ -adic Hodge theory” math.AG/0612077, Compositio Math. (2009) 出版予定.
9. A. Abbes and T. Saito “Local Fourier transform and epsilon factors” arXiv:0809.0180, submitted.

#### C. 口頭発表

1. 分岐理論の現状と展望 1月13日(火) 分岐理論 合宿型セミナー 神戸フルーツフラワーパーク
2. Local Fourier transform and epsilon factors, (Tambara (June 29, Workshop on

- Arithmetic and Algebraic Geometry)) 代数幾何研究集会 東大数理 (July 3))
3. Wild ramification and the characteristic cycle of an  $l$ -adic sheaf, Chicago (March 14, 2007), A Conference Dedicated to the Mathematical Heritage of Spencer J. Bloch, Fields Institute, Toronto, March 19-23, 2007, Tokyo (April 11, 2007), mini-conference on Arithmetic Geometry, Galois representations and modular forms, Paris 13, June 6-8, 2007, Algebraische Zahlentheorie, June 17-23, 2007, Oberwolfach, Algebraic Analysis and Around in honor of Professor Masaki Kashiwara's 60th birthday, Kyoto RIMS, June 25-30, 2007, Rennes (5 juillet, 2007)
  4. Automorphic forms and  $l$ -adic representations 4, Ecole d'été sur la conjecture de modularité de Serre, 8-20 juillet, 2007, Luminy
  5. Galois representations and modular forms. July 17-22, 2006. IHES 数論幾何サマースクール.
  6.  $l$ 進層の特性類と分岐、2006年8月7日、東京大学、日本数学会 代数学シンポジウム.
  7. Ramification of schemes over a local field (joint work with K. Kato), Sept. 4, 2006, El Escorial EU network midterm conf., Sept. 13, 2006, RIMS. Conf. on Arith. Alg. Geom.
  8. Characteristic class and microlocal analysis on an  $l$ -adic étale sheaf (joint work with A. Abbes). International Conference on arithmetic geometry and automorphic forms, 2005.8.15, 南開大学 (中国) .
  9. Ramification theory of schemes in mixed characteristic case (joint work with K. Kato). Conference of algebraic geometry in honor of Luc Illusie, 2005.6.28, Orsay (フランス) .
  10. The characteristic class and the Swan class of an  $l$ -adic sheaf (joint work with Ahmed Abbes and Kazuya Kato), Arithmetic and Algebraic Geometry, University of Tokyo, 2004.12.20 Hodge Theory and Log Geometry, JAMI, Johns Hopkins Univ. (アメリカ), 2005.3.16.
- D. 講義
1. 集合と位相: 集合と写像, 位相空間の定義と構成, コンパクト性など. (理学部2年生(後期))
- E. 修士・博士論文
1. (修士) 今井 直毅 (IMAI Naoki): On the moduli spaces of finite flat models of Galois representations (Galois 表現の有限平坦モデルのモジュライ空間について)
  2. (修士) 張 祺智 (ZHANG Qizhi): Ramification theory and cyclotomic fields (分岐理論と円分体)
- F. 対外研究サービス
1. 第4回高木レクチャー 6月21日(土), 第5回高木レクチャー, 10月4-5日, 2008, オルガナイザー
  2. 日仏フォーラム 10月7日(火)-9日(木) 東京大学数理科学研究科 慶應義塾大学三田キャンパス, オルガナイザー
  3. Global COE opening conference, January 30(Fri)-February 1(Sun) 東大数理, オルガナイザー
  4. Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu, エディター
  5. Journal de théorie des nombres de Bordeaux, エディター
  6. Documenta Mathematica, エディター
  7. Japanese Journal of Mathematics, エディター
- H. 海外からのビジター
- Ahmed Abbes 客員教授が夏学期に滞在し, Rigid geometry following M. Raynaud と題した講義 (レジュメ <http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~t-saito/egr-tokyo.pdf>) を行った .