11/11 長完全列

$$\begin{aligned} 0 &\to H^0(X,\mu_n) \to H^0(X,\mathbb{G}_m) \to H^0(X,\mathbb{G}_m) \\ &\to H^1(X,\mu_n) \to H^1(X,\mathbb{G}_m) \to H^1(X,\mathbb{G}_m) \\ &\to H^2(X,\mu_n) \to H^2(X,\mathbb{G}_m) \to H^2(X,\mathbb{G}_m) \to \end{aligned}$$

が得られる．ここで，$H^1(X,\mathbb{G}_m) = \mathrm{Pic}(X)$.

さらに，X を代数閉体 F 上固有スムーズな代数曲線とすると，

$$0 \to \mathrm{Jac}_X(F) \to \mathrm{Pic}(X) \to \mathbb{Z} \to 0$$

Jac_X は X のヤコビアンで、F 上の Abel 多様体。Abel 多様体とは，連結固有スムーズ群スキーム．Jac_X の次元は g．これより，$H^1(X,\mu_n) = \mathrm{Jac}_X[n] = \mathrm{Ker}([n] : \mathrm{Jac}_X \to \mathrm{Jac}_X) \simeq (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^{2g}$．$g$ は X の種数．$H^1(X,\mathbb{Q}_\ell(1)) = H^1(X,\mathbb{Z}_\ell(1)) \otimes_{\mathbb{Z}_\ell} \mathbb{Q}_\ell, H^1(X,\mathbb{Z}_\ell(1)) = \varprojlim_n H^1(X,\mu_{\ell^n})$ はそれぞれ $\mathbb{Z}_\ell^{2g}$ $\mathbb{Q}_\ell^{2g}$ と同型.

Tsen の定理の系 $H^2(X,\mathbb{G}_m) = 0$ より，$H^2(X,\mu_n) \simeq \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

proper base change theorem の一部：$\mathcal{F}$ がスムーズ層なら，$H_c^q(U,\mathcal{F})$ は有限生成で，$0 \le q \le 2\dim X$ をのぞき 0.

$\chi_c(U,\mathcal{F}) = \chi_c(U,\bar{\mathcal{F}})$.